Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$,   (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\dots, m$,   (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\dots, n$,   (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4	3	5	10
2	2	5	5	2	12
3	2	6	4	7	17
Потребности	9	7	7	16	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 10 + 12 + 17 = 39$
$\sum b = 9 + 7 + 7 + 16 = 39$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4	3	5	10
2	2	5	5	2	12
3	2	6	4	7	17
Потребности	9	7	7	16	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[3]	3[7]	5	10
2	2[9]	5	5	2[3]	12
3	2	6[4]	4	7[13]	17
Потребности	9	7	7	16	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
$F(x) = 4*3 + 3*7 + 2*9 + 2*3 + 6*4 + 7*13 = 172$
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=5$	$v_2=4$	$v_3=3$	$v_4=5$
$u_1=0$	7	4[3]	3[7]	5

u_2=-3	2[9]	5	5	2[3]
u_3=2	2	6[4]	4	7[13]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;1): 2
Для этого в перспективную клетку (3;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[3]	3[7]	5	10
2	2[9][-]	5	5	2[3][+]	12
3	2[+]	6[4]	4	7[13][-]	17
Потребности	9	7	7	16	

Цикл приведен в таблице (3,1; 3,4; 2,4; 2,1;).
Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 1) = 9.
Прибавляем 9 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 9 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[3]	3[7]	5	10
2	2	5	5	2[12]	12
3	2[9]	6[4]	4	7[4]	17
Потребности	9	7	7	16	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=0	v_2=4	v_3=3	v_4=5
u_1=0	7	4[3]	3[7]	5
u_2=-3	2	5	5	2[12]
u_3=2	2[9]	6[4]	4	7[4]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;3): 4
Для этого в перспективную клетку (3;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[3][+]	3[7][-]	5	10
2	2	5	5	2[12]	12
3	2[9]	6[4][-]	4[+]	7[4]	17
Потребности	9	7	7	16	

Цикл приведен в таблице (3,3; 3,2; 1,2; 1,3;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. y = min (3, 2) = 4. Прибавляем 4 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 4 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[7]	3[3]	5	10
2	2	5	5	2[12]	12
3	2[9]	6	4[4]	7[4]	17
Потребности	9	7	7	16	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=1	v_2=4	v_3=3	v_4=6
u_1=0	7	4[7]	3[3]	5
u_2=-4	2	5	5	2[12]
u_3=1	2[9]	6	4[4]	7[4]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;4): 5

Для этого в перспективную клетку (1;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[7]	3[3][-]	5[+]	10
2	2	5	5	2[12]	12
3	2[9]	6	4[4][+]	7[4][-]	17
Потребности	9	7	7	16	

Цикл приведен в таблице (1,4; 1,3; 3,3; 3,4;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. y = min (1, 3) = 3. Прибавляем 3 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 3 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[7]	3	5[3]	10
2	2	5	5	2[12]	12
3	2[9]	6	4[7]	7[1]	17
Потребности	9	7	7	16	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=0	v_2=4	v_3=2	v_4=5
u_1=0	7	4[7]	3	5[3]
u_2=-3	2	5	5	2[12]
u_3=2	2[9]	6	4[7]	7[1]

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют

условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.
Минимальные затраты составят:
F(x) = 4*7 + 5*3 + 2*12 + 2*9 + 4*7 + 7*1 = 120
Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.