

Математическая модель транспортной задачи:

$$F = \sum \sum c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

при условиях:

$$\sum x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	5	2	2	5	11
2	6	2	5	3	12
3	3	5	3	4	16
Потребности	7	10	8	14	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

$$\sum a = 11 + 12 + 16 = 39$$

$$\sum b = 7 + 10 + 8 + 14 = 39$$

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	5	2	2	5	11
2	6	2	5	3	12
3	3	5	3	4	16
Потребности	7	10	8	14	

Этап I. Поиск первого опорного плана.

1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	5	2[10]	2[1]	5	11
2	6	2	5	3[12]	12
3	3[7]	5	3[7]	4[2]	16
Потребности	7	10	8	14	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$.

Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$F(x) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 12 + 3 \cdot 7 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 2 = 108$$

Этап II. Улучшение опорного плана.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i , v_i по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=2$	$v_2=2$	$v_3=2$	$v_4=3$
$u_1=0$	5	2[10]	2[1]	5

$u_2=0$	6	2	5	3[12]
$u_3=1$	3[7]	5	3[7]	4[2]

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \leq c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

$$F(x) = 2*10 + 2*1 + 3*12 + 3*7 + 3*7 + 4*2 = 108$$

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.