Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$,   (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\ldots, m$,   (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\ldots, n$,   (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	4	7	4	7	11
2	5	2	5	2	12
3	6	2	3	5	16
Потребности	10	7	7	15	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 11 + 12 + 16 = 39$
$\sum b = 10 + 7 + 7 + 15 = 39$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	4	7	4	7	11
2	5	2	5	2	12
3	6	2	3	5	16
Потребности	10	7	7	15	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	4[10]	7	4	7[1]	11
2	5	2[7]	5	2[5]	12
3	6	2	3[7]	5[9]	16
Потребности	10	7	7	15	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
$F(x) = 4*10 + 7*1 + 2*7 + 2*5 + 3*7 + 5*9 = 137$
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=4$	$v_2=7$	$v_3=5$	$v_4=7$
$u_1=0$	4[10]	7	4	7[1]

u_2=-5	5	2[7]	5	2[5]
u_3=-2	6	2	3[7]	5[9]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 2
Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	4[10]	7	4	7[1]	11
2	5	2[7][-]	5	2[5][+]	12
3	6	2[+]	3[7]	5[9][-]	16
Потребности	10	7	7	15	

Цикл приведен в таблице (3,2; 3,4; 2,4; 2,2;).
Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 2) = 7.
Прибавляем 7 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 7 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	4[10]	7	4	7[1]	11
2	5	2	5	2[12]	12
3	6	2[7]	3[7]	5[2]	16
Потребности	10	7	7	15	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=4	v_2=4	v_3=5	v_4=7
u_1=0	4[10]	7	4	7[1]
u_2=-5	5	2	5	2[12]
u_3=-2	6	2[7]	3[7]	5[2]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;3): 4
Для этого в перспективную клетку (1;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	4[10]	7	4[+]	7[1][-]	11
2	5	2	5	2[12]	12
3	6	2[7]	3[7][-]	5[2][+]	16
Потребности	10	7	7	15	

Цикл приведен в таблице (1,3; 1,4; 3,4; 3,3;).
Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 4) = 1.

Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	4[10]	7	4[1]	7	11
2	5	2	5	2[12]	12
3	6	2[7]	3[6]	5[3]	16
Потребности	10	7	7	15	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=4$	$v_2=3$	$v_3=4$	$v_4=6$
$u_1=0$	4[10]	7	4[1]	7
$u_2=-4$	5	2	5	2[12]
$u_3=-1$	6	2[7]	3[6]	5[3]

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 4*10 + 4*1 + 2*12 + 2*7 + 3*6 + 5*3 = 115

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.