

Математическая модель транспортной задачи:

$$F = \sum \sum c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

при условиях:

$$\sum x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	8	3	3	4	12
2	4	6	5	2	15
3	5	2	4	6	10
Потребности	7	7	16	7	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

$$\sum a = 12 + 15 + 10 = 37$$

$$\sum b = 7 + 7 + 16 + 7 = 37$$

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	8	3	3	4	12
2	4	6	5	2	15
3	5	2	4	6	10
Потребности	7	7	16	7	

Этап I. Поиск первого опорного плана.

1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	8	3	3[12]	4	12
2	4[7]	6	5[1]	2[7]	15
3	5	2[7]	4[3]	6	10
Потребности	7	7	16	7	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$.

Следовательно, опорный план является *невыврожденным*.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$F(x) = 3 \cdot 12 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 3 = 109$$

Этап II. Улучшение опорного плана.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i , v_i по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=2$	$v_2=1$	$v_3=3$	$v_4=0$
$u_1=0$	8	3	3[12]	4

$u_2=2$	4[7]	6	5[1]	2[7]
$u_3=1$	5	2[7]	4[3]	6

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \leq c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

$$F(x) = 3 \cdot 12 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 3 = 109$$

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.