Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$, (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\ldots, m$, (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\ldots, n$, (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4	7	4	16
2	2	5	2	5	12
3	2	6	5	3	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 16 + 12 + 11 = 39$
$\sum b = 7 + 10 + 15 + 7 = 39$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4	7	4	16
2	2	5	2	5	12
3	2	6	5	3	11
Потребности	7	10	15	7	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[6]	4	16
2	2[7]	5	2[5]	5	12
3	2	6	5[4]	3[7]	11
Потребности	7	10	15	7	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 6. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
F(x) = 4*10 + 7*6 + 2*7 + 2*5 + 5*4 + 3*7 = 147
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=7$	$v_2=4$	$v_3=7$	$v_4=5$
$u_1=0$	7	4[10]	7[6]	4

u_2=-5	2[7]	5	2[5]	5
u_3=-2	2	6	5[4]	3[7]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;1): 2
Для этого в перспективную клетку (3;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[6]	4	16
2	2[7][-]	5	2[5][+]	5	12
3	2[+]	6	5[4][-]	3[7]	11
Потребности	7	10	15	7	

Цикл приведен в таблице (3,1; 3,3; 2,3; 2,1;).
Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. y = min (3, 3) = 4.
Прибавляем 4 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 4 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[6]	4	16
2	2[3]	5	2[9]	5	12
3	2[4]	6	5	3[7]	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=7	v_2=4	v_3=7	v_4=8
u_1=0	7	4[10]	7[6]	4
u_2=-5	2[3]	5	2[9]	5
u_3=-5	2[4]	6	5	3[7]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;4): 4
Для этого в перспективную клетку (1;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[6][-]	4[+]	16
2	2[3][-]	5	2[9][+]	5	12
3	2[4][+]	6	5	3[7][-]	11
Потребности	7	10	15	7	

Цикл приведен в таблице (1,4; 1,3; 2,3; 2,1; 3,1; 3,4;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. y = min (2, 1) = 3. Прибавляем 3 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 3 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[3]	4[3]	16
2	2	5	2[12]	5	12
3	2[7]	6	5	3[4]	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=3	v_2=4	v_3=7	v_4=4
u_1=0	7	4[10]	7[3]	4[3]
u_2=-5	2	5	2[12]	5
u_3=-1	2[7]	6	5	3[4]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;3): 5

Для этого в перспективную клетку (3;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7[3][-]	4[3][+]	16
2	2	5	2[12]	5	12
3	2[7]	6	5[+]	3[4][-]	11
Потребности	7	10	15	7	

Цикл приведен в таблице (3,3; 3,4; 1,4; 1,3;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. y = min (1, 3) = 3. Прибавляем 3 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 3 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	7	4[10]	7	4[6]	16
2	2	5	2[12]	5	12
3	2[7]	6	5[3]	3[1]	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=3	v_2=4	v_3=6	v_4=4
u_1=0	7	4[10]	7	4[6]
u_2=-4	2	5	2[12]	5
u_3=-1	2[7]	6	5[3]	3[1]

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 4*10 + 4*6 + 2*12 + 2*7 + 5*3 + 3*1 = 120

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.