Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$,   (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\ldots, m$,   (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\ldots, n$,   (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	8	8	3	1	15
2	4	2	5	2	10
3	5	2	4	6	12
Потребности	5	9	16	7	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 15 + 10 + 12 = 37$
$\sum b = 5 + 9 + 16 + 7 = 37$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	8	8	3	1	15
2	4	2	5	2	10
3	5	2	4	6	12
Потребности	5	9	16	7	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	8	8	3[8]	1[7]	15
2	4[1]	2[9]	5	2	10
3	5[4]	2	4[8]	6	12
Потребности	5	9	16	7	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
$F(x) = 3*8 + 1*7 + 4*1 + 2*9 + 5*4 + 4*8 = 105$
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=4$	$v_2=2$	$v_3=3$	$v_4=1$
$u_1=0$	8	8	3[8]	1[7]

u_2=0	4[1]	2[9]	5	2
u_3=1	5[4]	2	4[8]	6

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 2
Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	8	8	3[8]	1[7]	15
2	4[1][+]	2[9][-]	5	2	10
3	5[4][-]	2[+]	4[8]	6	12
Потребности	5	9	16	7	

Цикл приведен в таблице (3,2; 3,1; 2,1; 2,2;).
Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 1) = 4.
Прибавляем 4 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 4 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	8	8	3[8]	1[7]	15
2	4[5]	2[5]	5	2	10
3	5	2[4]	4[8]	6	12
Потребности	5	9	16	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=3	v_2=1	v_3=3	v_4=1
u_1=0	8	8	3[8]	1[7]
u_2=1	4[5]	2[5]	5	2
u_3=1	5	2[4]	4[8]	6

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.
Минимальные затраты составят:
F(x) = 3*8 + 1*7 + 4*5 + 2*5 + 2*4 + 4*8 = 101
Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.