Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$, (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\ldots, m$, (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\ldots, n$, (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	4	7	4	7	16
2	5	2	5	2	12
3	6	2	3	5	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 16 + 12 + 11 = 39$
$\sum b = 7 + 10 + 15 + 7 = 39$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	4	7	4	7	16
2	5	2	5	2	12
3	6	2	3	5	11
Потребности	7	10	15	7	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	4[7]	7	4[4]	7[5]	16
2	5	2[10]	5	2[2]	12
3	6	2	3[11]	5	11
Потребности	7	10	15	7	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 6. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
F(x) = 4*7 + 4*4 + 7*5 + 2*10 + 2*2 + 3*11 = 136
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=4$	$v_2=7$	$v_3=4$	$v_4=7$
$u_1=0$	4[7]	7	4[4]	7[5]

u_2=-5	5	2[10]	5	2[2]
u_3=-1	6	2	3[11]	5

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 2

Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	4[7]	7	4[4][+]	7[5][-]	16
2	5	2[10][-]	5	2[2][+]	12
3	6	2[+]	3[11][-]	5	11
Потребности	7	10	15	7	

Цикл приведен в таблице (3,2; 3,3; 1,3; 1,4; 2,4; 2,2;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 4) = 5.

Прибавляем 5 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 5 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	4[7]	7	4[9]	7	16
2	5	2[5]	5	2[7]	12
3	6	2[5]	3[6]	5	11
Потребности	7	10	15	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	v_1=4	v_2=3	v_3=4	v_4=3
u_1=0	4[7]	7	4[9]	7
u_2=-1	5	2[5]	5	2[7]
u_3=-1	6	2[5]	3[6]	5

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 4*7 + 4*9 + 2*5 + 2*7 + 2*5 + 3*6 = 116

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.