Математическая модель транспортной задачи:
$F = \sum\sum c_{ij}x_{ij}$,   (1)
при условиях:
$\sum x_{ij} = a_i$, $i = 1,2,\ldots, m$,   (2)
$\sum x_{ij} = b_j$, $j = 1,2,\ldots, n$,   (3)
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	6	2	3	5	12
2	5	2	5	2	16
3	4	7	4	7	11
Потребности	15	7	10	7	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 12 + 16 + 11 = 39$
$\sum b = 15 + 7 + 10 + 7 = 39$
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	1	2	3	4	Запасы
1	6	2	3	5	12
2	5	2	5	2	16
3	4	7	4	7	11
Потребности	15	7	10	7	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

	1	2	3	4	Запасы
1	6	2[7]	3[5]	5	12
2	5[4]	2	5[5]	2[7]	16
3	4[11]	7	4	7	11
Потребности	15	7	10	7	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть $m + n - 1 = 6$.
Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
$F(x) = 2*7 + 3*5 + 5*4 + 5*5 + 2*7 + 4*11 = 132$
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=3$	$v_2=2$	$v_3=3$	$v_4=0$
$u_1=0$	6	2[7]	3[5]	5

$u_2=2$	5[4]	2	5[5]	2[7]
$u_3=1$	4[11]	7	4	7

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_i > c_{ij}$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;2): 2

Для этого в перспективную клетку (2;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	Запасы
1	6	2[7][-]	3[5][+]	5	12
2	5[4]	2[+]	5[5][-]	2[7]	16
3	4[11]	7	4	7	11
Потребности	15	7	10	7	

Цикл приведен в таблице (2,2; 2,3; 1,3; 1,2;).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 3) = 5.

Прибавляем 5 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 5 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	1	2	3	4	Запасы
1	6	2[2]	3[10]	5	12
2	5[4]	2[5]	5	2[7]	16
3	4[11]	7	4	7	11
Потребности	15	7	10	7	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_i. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_i = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

	$v_1=5$	$v_2=2$	$v_3=3$	$v_4=2$
$u_1=0$	6	2[2]	3[10]	5
$u_2=0$	5[4]	2[5]	5	2[7]
$u_3=-1$	4[11]	7	4	7

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_i <= c_{ij}$.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 2*2 + 3*10 + 5*4 + 2*5 + 2*7 + 4*11 = 122

Все вычисления и комментарии к полученным результатам доступны в **расширенном режиме**. Также приведено решение двойственной транспортной задачи.