Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики

# Паспорт экзамена

по дисциплине «Уравнения математической физики», 6 семестр

## 1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Студенту выделяется время на выполнение заданий билета (4 часа). При подготовке студент может использовать лекционный материал и учебные пособия по курсу. Билет содержит 8 заданий и формируется по следующему правилу: первое задание по теме «Конечно-разностная аппроксимация эллиптических задач» нацелено на проверку знаний схемы построения разностной схемы в двумерной области; второе задание по теме «Решение эволюционных задач (явные, неявные, многослойные схемы)» нацелено на проверку знаний схем построения дискретизаций по времени для параболических и гиперболических уравнений; третье задание по теме «Методы решения нелинейных задач» нацелено на проверку знаний вычислительных схем решения нелинейных краевых задач с использованием метода Ньютона; четвертое, пятое и шестое задания по теме «Решение краевых и начально-краевых задач методом конечных элементов» нацелено на проверку знаний вычислительных схем построения конечноэлементных решений; седьмое задание по темам «Методы решения СЛАУ с несимметричной разреженной матрицей» и «Понятие обратной задачи» нацелено на проверку понимания основных понятий по этим темам; восьмое задание по теме «Применение метода конечных элементов для решения краевых задач с гармоническими по времени источниками» нацелено на проверку знаний способов построения вариационных постановок для этих задач. Каждое задание оценивается *от 0 до 5 баллов*.

**Форма** экзаменационного билета

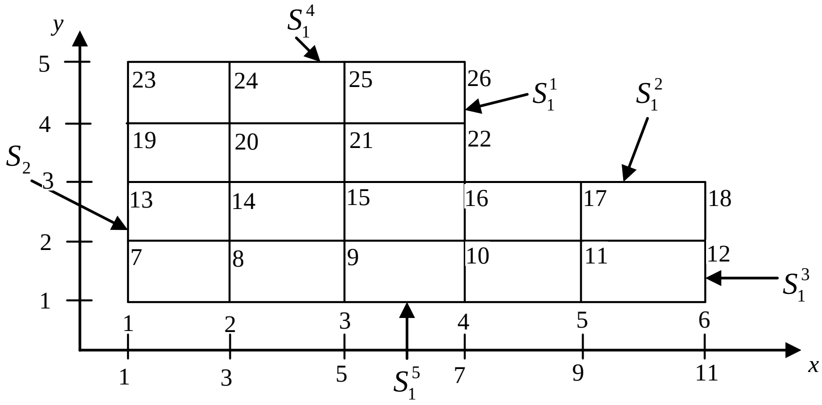
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

**Билет № _____**
к экзамену по дисциплине «Уравнения математической физики»

1. Построить конечно-разностную аппроксимацию для уравнения

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2u = 2xy$$

с использованием пятиточечной схемы.
Записать матрицу и правую часть. Координаты и номера узлов сетки и краевые условия имеют вид:




$$u|_{S_1^1} = 7y,\ \ u|_{S_1^2} = 3x,\ \ u|_{S_1^3} = 11y,\ \ u|_{S_1^4} = 5x,\ \ u|_{S_1^5} = x,\ \ \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{S_2} = -y.$$

(5 баллов)

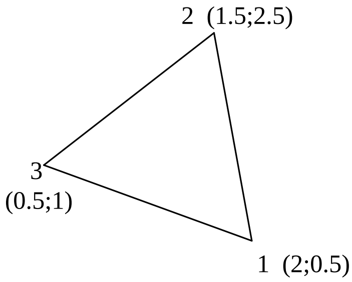
2. Записать трехслойную явную схему для уравнения гиперболического типа.

(5 баллов)

3. Для МКЭ-аппроксимации эллиптического уравнения: $-\mathrm{div}\left(\lambda\,\mathrm{grad}\,u\right)+\gamma u = f$ выполнить расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\lambda$ зависит от решения. Базисные функции – линейные, $\hat{q}_i$ – веса разложения решения $u$ по базисным функциям $\psi_i$.

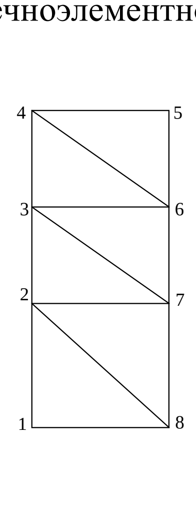
(5 баллов)

4. Построить локальную матрицу жесткости треугольного конечного элемента с линейными базисными функциями. Координаты и нумерация узлов треугольника приведены на рисунке:



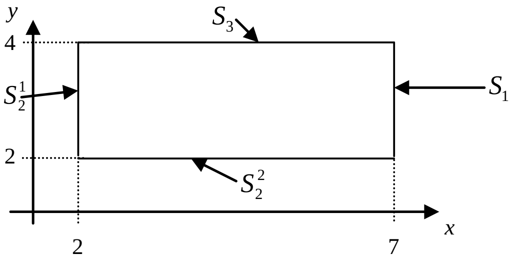

(5 баллов)

5. Построить портрет матрицы конечноэлементной СЛАУ в разреженном формате для сетки:




(5 баллов)

6. Записать вариационную постановку в форме Галеркина для уравнения $-div(\lambda\ \mathrm{grad} u) + \gamma u = 0$ в следующей области (с учетом краевых условий):




$$u\big|_{S_1} = 0, \quad \lambda \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{S_2^1} = 2, \quad \lambda \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{S_2^2} = -5, \quad \lambda \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{S_3} + 3u\big|_{S_3} - 15 = 0.$$

(5 баллов)

7. Может ли возрастать невязка при решении СЛАУ методом GMRES и почему?

(5 баллов)

8. Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного билинейного элемента в декартовой системе координат для МКЭ-аппроксимации системы уравнений, получаемой при решении гармонических задач:

$$\begin{cases} -\mathrm{div}\left(\lambda\,\mathrm{grad}\,u^s\right) - \omega\sigma u^c = f^s, \\ -\mathrm{div}\left(\lambda\,\mathrm{grad}\,u^c\right) + \omega\sigma u^s = f^c. \end{cases}$$

(5 баллов)

Утверждаю: зав. кафедрой ____ _____________________ должность, ФИО

(подпись)

(дата)

2. **Критерии оценки**

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не имеет представления об области применения соответствующих методов,
оценка составляет *менее 20 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, знает область применения соответствующих методов, может привести примеры,
оценка составляет *от 20 до 29 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, знает область применения соответствующих методов, может записать их вычислительные схемы, используемые при их реализации, оценка составляет *от 30 до 35 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент при ответе на вопросы грамотно оперирует теоретическими понятиями, может объяснить в деталях вычислительные схемы, используемые при реализации соответствующих методов, способен провести сравнительный анализ подходов, обозначить проблемы,

привести конкретные примеры из практики, оценка составляет *от 36 до 40 баллов.*

## 3. Шкала оценки

К экзамену допускаются студенты, выполнившие в семестре лабораторные работы и получившие по каждой из лабораторных работ не менее минимального количества баллов в соответствии с таблицей 6.1 и набравшие суммарно не менее 30 баллов.

Экзамен считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям билета оставляет не менее *20 баллов* (из *40* возможных).

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

Перевод баллов, полученных по дисциплине, в традиционную шкалу оценок осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценки достижений студентов НГТУ.

## 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Уравнения математической физики»

Пример билета и правила его формирования представлены в разделе 1. Задания 1, 4, 5, 6 в остальных билетах формируются по аналогичному принципу заменой числовых значений в соответствующих задачах. Варианты вопросов в заданиях 2, 3, 7, 8 представлены ниже.

**Задание 2**

1 Записать трехслойную явную схему для уравнения гиперболического типа.
2 Записать трехслойную явную схему для уравнения параболического типа.
3 Записать трехслойную неявную схему для уравнения гиперболического типа.
4 Записать трехслойную неявную схему для уравнения параболического типа.
5 Записать схему Кранка-Николсон для уравнения гиперболического типа.
6 Записать схему Кранка-Николсон для уравнения параболического типа.

**Задание 3**

Для МКЭ-аппроксимации эллиптического уравнения:

$$-\mathrm{div}\left(\lambda\,\mathrm{grad}\,u\right)+\gamma u=f \text{ выполнить:}$$

1 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{\lambda}$ зависит **от решения**. Базисные функции – линейные.
2 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{\lambda}$ зависит **от производной решения**. Базисные функции – линейные.
3 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{\gamma}$ зависит **от решения**. Базисные функции – линейные.
4 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{\gamma}$ зависит **от производной** решения. Базисные функции – линейные.
5 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{f(u)}$ зависит **от решения**. Базисные функции – линейные.
6 Расчет производной по $\hat{q}$ компонент локальной матрицы $\hat{A}\,(\hat{q})$ при условии, что параметр уравнения $\boldsymbol{f(u)}$ зависит **от производной** решения. Базисные функции – линейные.

**Задание 7**

1 Может ли возрастать невязка при решении СЛАУ методом GMRES и почему?
2 Может ли возрастать невязка при решении СЛАУ методом BCG и почему?

3 Может ли возрастать невязка при решении СЛАУ методом ЛОС и почему?
4 Может ли возрастать невязка при решении СЛАУ методом МСГ и почему?
5 Понятие параметра релаксации при решении нелинейных задач. Условия выхода из итерационного процесса.
6 Понятие обратной задачи.

**Задание 8.**

Для МКЭ-аппроксимации системы уравнений, получаемой при решении гармонических задач**:**

$$\begin{cases} -\operatorname{div}\left(\lambda \operatorname{grad} u^s\right) - \omega\sigma u^c = f^s, \\ -\operatorname{div}\left(\lambda \operatorname{grad} u^c\right) + \omega\sigma u^s = f^c \end{cases}$$

1 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **билинейного** элемента **в декартовой** системе координат.
2 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **билинейного** элемента **в цилиндрической** системе координат.
3 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **билинейного** элемента **в полярной** системе координат.
4 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **биквадратичного** элемента **в декартовой** системе координат.
5 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **биквадратичного** элемента **в цилиндрической** системе координат.
6 Записать формулы для вычисления компонент локальной матрицы для прямоугольного **биквадратичного** элемента **в полярной** системе координат.

Студент может набрать дополнительные баллы за выполнение дополнительных заданий на лабораторных работах.