Министерство образования и науки Российской Федерации Новосибирский государственный технический университет Кафедра прикладной математики

Методы оптимизации Лабораторная работа №1

Факультет ПМИ

Группа ПМ-01

Студенты Александров М.Е.

Жигалов П.С.

Преподаватели Черникова О.С.

Чимитова Е.В.

Вариант 4

1. Цель работы

Ознакомиться с методами одномерного поиска, используемыми в многомерных методах минимизации функций переменных. Сравнить различные алгоритмы по эффективности на тестовых примерах.

2. Задание

$$f(x) = (x-15)^2 + 5, x \in [2,200], x_{\min} = 15.$$

3. Результаты

3.1. Метод дихотомии.

\mathcal{E}	К-во итераций	Значение	Отн. погрешность
1.00E-01	12	15.0009704589843746	6.470E-05
1.00E-02	16	15.0010578536987325	7.052E-05
1.00E-03	19	15.0000474181175232	3.161E-06
1.00E-04	22	15.0000171872198607	1.146E-06
1.00E-05	26	14.9999991169792022	5.887E-08
1.00E-06	29	14.9999999284617189	4.769E-09
1.00E-07	32	14.9999999865597431	8.960E-10
1.00E-08	36	14.9999999454046957	3.640E-09
1.00E-09	39	14.9999994923498718	3.384E-08
1.00E-10	42	14.9999939738519323	4.017E-07
1.00E-11	46	14.9999513425250086	3.244E-06
1.00E-12	49	14.9995242650188256	3.172E-05
1.00E-13	52	14.9951931603784203	3.205E-04
1.00E-14	55	14.9374378216875634	4.171E-03

eps = 1.0E-01

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.010250000000E+02	9.902500000000E+01	1.999495077001E+00
2	2.00000000000E+00	5.153750000000E+01	4.953750000000E+01	1.998990663639E+00
3	2.00000000000E+00	2.679375000000E+01	2.479375000000E+01	1.997983362743E+00
4	1.437187500000E+01	2.679375000000E+01	1.242187500000E+01	1.995974842767E+00
5	1.437187500000E+01	2.060781250000E+01	6.235937500000E+00	1.991981959409E+00
6	1.437187500000E+01	1.751484375000E+01	3.142968750000E+00	1.984091474024E+00
7	1.437187500000E+01	1.596835937500E+01	1.596484375000E+00	1.968681184243E+00
8	1.437187500000E+01	1.519511718750E+01	8.232421875000E-01	1.939264531435E+00
9	1.475849609375E+01	1.519511718750E+01	4.366210937500E-01	1.885484231715E+00
10	1.495180664062E+01	1.519511718750E+01	2.433105468750E-01	1.794501304435E+00
11	1.495180664062E+01	1.509846191406E+01	1.466552734375E-01	1.659064424838E+00
12	1.495180664062E+01	1.505013427734E+01	9.832763671875E-02	1.491495965239E+00

Result: 15.0009704589843746 Error: 6.470E-05

Error: 6.470E-05

eps = 1.0E - 06

eps = 1.	1.0E-06				
Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин	
1	2.00000000000E+00	1.010000002500E+02	9.900000025000E+01	1.999999994949E+00	
2	2.000000000000E+00	5.150000037500E+01	4.950000037500E+01	1.999999989899E+00	
3	2.000000000000E+00	2.675000043750E+01	2.475000043750E+01	1.999999979798E+00	
4	1.437499996875E+01	2.675000043750E+01	1.237500046875E+01	1.999999959596E+00	
5	1.437499996875E+01	2.056250045312E+01	6.187500484375E+00	1.999999919192E+00	
6	1.437499996875E+01	1.746875046094E+01	3.093750492187E+00	1.999999838384E+00	
7	1.437499996875E+01	1.592187546484E+01	1.546875496094E+00	1.999999676768E+00	
8	1.437499996875E+01	1.514843796680E+01	7.734379980469E-01	1.999999353536E+00	
9	1.476171871777E+01	1.514843796680E+01	3.867192490234E-01	1.999998707072E+00	
10	1.495507809229E+01	1.514843796680E+01	1.933598745117E-01	1.999997414148E+00	
11	1.495507809229E+01	1.505175827954E+01	9.668018725586E-02	1.999994828310E+00	
12	1.495507809229E+01	1.500341843591E+01	4.834034362793E-02	1.999989656673E+00	
13	1.497924801410E+01	1.500341843591E+01	2.417042181396E-02	1.999979313559E+00	
14	1.499133297501E+01	1.500341843591E+01	1.208546090698E-02	1.999958627974E+00	
15	1.499737545546E+01	1.500341843591E+01	6.042980453490E-03	1.999917259372E+00	
16	1.499737545546E+01	1.500039719569E+01	3.021740226744E-03	1.999834532435E+00	
17	1.499888607557E+01	1.500039719569E+01	1.511120113372E-03	1.999669119618E+00	
18	1.499964138563E+01	1.500039719569E+01	7.558100566865E-04	1.999338458127E+00	
19	1.499964138563E+01	1.500001954066E+01	3.781550283435E-04	1.998677790951E+00	
20	1.499983021314E+01	1.500001954066E+01	1.893275141711E-04	1.997359073767E+00	

21	1.499992462690E+01	1.500001954066E+01	9.491375708492E-05	1.994732059776E+00
22	1.499997183378E+01	1.500001954066E+01	4.770687854183E-05	1.989519331090E+00
23	1.499999543722E+01	1.500001954066E+01	2.410343926940E-05	1.979256072489E+00
24	1.499999543722E+01	1.500000773894E+01	1.230171963407E-05	1.959355276042E+00
25	1.499999543722E+01	1.500000183808E+01	6.400859817290E-06	1.921885494326E+00
26	1.499999838765E+01	1.500000183808E+01	3.450429908014E-06	1.855090521452E+00
27	1.499999838765E+01	1.500000036286E+01	1.975214953376E-06	1.746862994388E+00
28	1.499999912526E+01	1.500000036286E+01	1.237607476057E-06	1.595994684574E+00
29	1.499999949406E+01	1.500000036286E+01	8.688037382854E-07	1.424496030023E+00

14.9999999284617189 4.769E-09

Result: Error:

eps = 1.0E-07

Ите-	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
<i>рация</i> 1	2.00000000000E+00	1.010000000250E+02	9.900000002500E+01	1.999999999495E+00
3	2.000000000000E+00	5.150000003750E+01	4.950000003750E+01	1.999999999990E+00
	2.000000000000E+00	2.675000004375E+01	2.475000004375E+01	1.9999999997980E+00
4	1.437499999687E+01	2.675000004375E+01	1.237500004687E+01	1.999999995960E+00
5	1.437499999687E+01	2.056250004531E+01	6.187500048437E+00	1.999999991919E+00
6	1.437499999687E+01	1.746875004609E+01	3.093750049219E+00	1.999999983838E+00
7	1.437499999687E+01	1.592187504648E+01	1.546875049609E+00	1.999999967677E+00
8	1.437499999687E+01	1.514843754668E+01	7.734375498047E-01	1.999999935354E+00
9	1.476171874678E+01	1.514843754668E+01	3.867187999023E-01	1.999999870707E+00
10	1.495507812173E+01	1.514843754668E+01	1.933594249512E-01	1.999999741414E+00
11	1.495507812173E+01	1.505175785920E+01	9.667973747559E-02	1.999999482829E+00
12	1.495507812173E+01	1.500341801547E+01	4.833989373779E-02	1.999998965658E+00
13	1.497924804360E+01	1.500341801547E+01	2.416997186890E-02	1.999997931317E+00
14	1.499133300453E+01	1.500341801547E+01	1.208501093445E-02	1.999995862643E+00
15	1.499737548500E+01	1.500341801547E+01	6.042530467225E-03	1.999991725321E+00
16	1.499737548500E+01	1.500039677523E+01	3.021290233614E-03	1.999983450778E+00
17	1.499888610512E+01	1.500039677523E+01	1.510670116808E-03	1.999966902104E+00
18	1.499964141517E+01	1.500039677523E+01	7.553600584043E-04	1.999933806401E+00
19	1.499964141517E+01	1.500001912020E+01	3.777050292033E-04	1.999867621560E+00
20	1.499983024269E+01	1.500001912020E+01	1.888775146028E-04	1.999735278164E+00
21	1.499992465645E+01	1.500001912020E+01	9.446375730171E-05	1.999470696466E+00
22	1.499997186332E+01	1.500001912020E+01	4.725687865204E-05	1.998941952922E+00
23	1.499999546676E+01	1.500001912020E+01	2.365343932631E-05	1.997886142480E+00
24	1.499999546676E+01	1.500000731848E+01	1.185171966434E-05	1.995781202747E+00
25	1.499999546676E+01	1.500000141762E+01	5.950859831572E-06	1.991597853046E+00
26	1.499999841719E+01	1.500000141762E+01	3.000429916966E-06	1.983335720632E+00
27	1.499999989241E+01	1.500000141762E+01	1.525214958775E-06	1.967217735247E+00
28	1.499999989241E+01	1.500000068002E+01	7.876074796798E-07	1.936516600116E+00
29	1.499999989241E+01	1.500000031121E+01	4.188037401320E-07	1.880612335103E+00
30	1.499999989241E+01	1.500000012681E+01	2.344018703582E-07	1.786691119367E+00
31	1.499999989241E+01	1.500000003461E+01	1.422009354712E-07	1.648384868787E+00
32	1.499999993851E+01	1.500000003461E+01	9.610046802777E-08	1.479711164676E+00
Result.	14 99999986559		3.01001000Z777E 00	1.1/5/111010/01/00

Result: 14.999999865597431 Error: 8.960E-10

eps = 1.0E-08

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.010000000025E+02	9.900000000250E+01	1.999999999949E+00
2	2.00000000000E+00	5.150000000375E+01	4.950000000375E+01	1.999999999899E+00
3	2.00000000000E+00	2.675000000437E+01	2.475000000437E+01	1.99999999798E+00
4	1.437499999969E+01	2.675000000437E+01	1.237500000469E+01	1.99999999596E+00
5	1.437499999969E+01	2.056250000453E+01	6.187500004844E+00	1.999999999192E+00
6	1.437499999969E+01	1.746875000461E+01	3.093750004922E+00	1.999999998384E+00
7	1.437499999969E+01	1.592187500465E+01	1.546875004961E+00	1.999999996768E+00
8	1.437499999969E+01	1.514843750467E+01	7.734375049805E-01	1.99999993535E+00
9	1.476171874968E+01	1.514843750467E+01	3.867187549902E-01	1.999999987071E+00
10	1.495507812467E+01	1.514843750467E+01	1.933593799951E-01	1.999999974141E+00
11	1.495507812467E+01	1.505175781717E+01	9.667969249756E-02	1.999999948283E+00
12	1.495507812467E+01	1.500341797342E+01	4.833984874878E-02	1.999999896566E+00
13	1.497924804655E+01	1.500341797342E+01	2.416992687439E-02	1.999999793131E+00
14	1.499133300748E+01	1.500341797342E+01	1.208496593719E-02	1.999999586263E+00
15	1.499737548795E+01	1.500341797342E+01	6.042485468598E-03	1.999999172526E+00
16	1.499737548795E+01	1.500039673319E+01	3.021245234299E-03	1.999998345053E+00
17	1.499888610807E+01	1.500039673319E+01	1.510625117151E-03	1.999996690111E+00
18	1.499964141813E+01	1.500039673319E+01	7.553150585746E-04	1.999993380248E+00

19	1.499964141813E+01	1.500001907816E+01	3.776600292866E-04	1.999986760583E+00
20	1.499983024564E+01	1.500001907816E+01	1.888325146435E-04	1.999973521507E+00
21	1.499992465940E+01	1.500001907816E+01	9.441875732108E-05	1.999947044435E+00
22	1.499997186628E+01	1.500001907816E+01	4.721187866075E-05	1.999894094441E+00
23	1.499999546972E+01	1.500001907816E+01	2.360843933147E-05	1.999788211236E+00
24	1.499999546972E+01	1.500000727644E+01	1.180671966594E-05	1.999576512312E+00
25	1.499999546972E+01	1.500000137558E+01	5.905859833177E-06	1.999153383156E+00
26	1.499999842015E+01	1.500000137558E+01	2.955429916796E-06	1.998308198619E+00
27	1.499999989536E+01	1.500000137558E+01	1.480214958605E-06	1.996622111954E+00
28	1.499999989536E+01	1.500000063797E+01	7.426074795092E-07	1.993266967339E+00
29	1.499999989536E+01	1.500000026917E+01	3.738037399614E-07	1.986623995752E+00
30	1.499999989536E+01	1.500000008477E+01	1.894018701876E-07	1.973601103259E+00
31	1.499999989536E+01	1.499999999256E+01	9.720093530063E-08	1.948560161502E+00
32	1.499999994146E+01	1.499999999256E+01	5.110046785717E-08	1.902153529637E+00
33	1.499999994146E+01	1.499999996951E+01	2.805023413543E-08	1.821748353701E+00
34	1.499999994146E+01	1.499999995799E+01	1.652511727457E-08	1.697430261424E+00
35	1.499999994146E+01	1.499999995223E+01	1.076255884414E-08	1.535426427292E+00
36	1.499999994146E+01	1.499999994935E+01	7.881279628918E-09	1.365585203276E+00

Result: 14.9999999454046957

Error: 3.640E-09

eps = 1.0E-09

eps = 1.	. UE-U3			
Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.010000000002E+02	9.90000000025E+01	1.99999999995E+00
2	2.00000000000E+00	5.150000000037E+01	4.950000000037E+01	1.99999999990E+00
3	2.00000000000E+00	2.675000000044E+01	2.475000000044E+01	1.99999999980E+00
4	1.437499999997E+01	2.675000000044E+01	1.237500000047E+01	1.99999999960E+00
5	1.437499999997E+01	2.056250000045E+01	6.187500000484E+00	1.99999999919E+00
6	1.437499999997E+01	1.746875000046E+01	3.093750000492E+00	1.999999999838E+00
7	1.437499999997E+01	1.592187500046E+01	1.546875000496E+00	1.99999999677E+00
8	1.437499999997E+01	1.514843750047E+01	7.734375004980E-01	1.99999999354E+00
9	1.476171874997E+01	1.514843750047E+01	3.867187504990E-01	1.999999998707E+00
10	1.495507812497E+01	1.514843750047E+01	1.933593754995E-01	1.999999997414E+00
11	1.495507812497E+01	1.505175781297E+01	9.667968799975E-02	1.999999994828E+00
12	1.495507812497E+01	1.500341796922E+01	4.833984424988E-02	1.999999989657E+00
13	1.497924804684E+01	1.500341796922E+01	2.416992237494E-02	1.999999979313E+00
14	1.499133300778E+01	1.500341796922E+01	1.208496143747E-02	1.999999958626E+00
15	1.499737548825E+01	1.500341796922E+01	6.042480968734E-03	1.999999917253E+00
16	1.499737548825E+01	1.500039672898E+01	3.021240734366E-03	1.999999834506E+00
17	1.499888610837E+01	1.500039672898E+01	1.510620617182E-03	1.999999669011E+00
18	1.499964141842E+01	1.500039672898E+01	7.553105585902E-04	1.999999338023E+00
19	1.499964141842E+01	1.500001907395E+01	3.776555292934E-04	1.999998676051E+00
20	1.499983024594E+01	1.500001907395E+01	1.888280146467E-04	1.999997352088E+00
21	1.499992465970E+01	1.500001907395E+01	9.441425732248E-05	1.999994704208E+00
22	1.499997186657E+01	1.500001907395E+01	4.720737866037E-05	1.999989408472E+00
23	1.499999547001E+01	1.500001907395E+01	2.360393932932E-05	1.999978817169E+00
24	1.499999547001E+01	1.500000727223E+01	1.180221966379E-05	1.999957635235E+00
25	1.499999547001E+01	1.500000137137E+01	5.901359831029E-06	1.999915274059E+00
26	1.499999842044E+01	1.500000137137E+01	2.950929914647E-06	1.999830562474E+00
27	1.499999842044E+01	1.499999989616E+01	1.475714956456E-06	1.999661182356E+00
28	1.499999915805E+01	1.499999989616E+01	7.381074773605E-07	1.999322594229E+00
29	1.499999915805E+01	1.499999952736E+01	3.693037378127E-07	1.998646105593E+00
30	1.499999934245E+01	1.499999952736E+01	1.849018680389E-07	1.997295872290E+00
31	1.499999943465E+01	1.499999952736E+01	9.270093315195E-08	1.994606329753E+00
32	1.499999948075E+01	1.499999952736E+01	4.660046570848E-08	1.989270530725E+00
33	1.499999948075E+01	1.499999950431E+01	2.355023198675E-08	1.978768860311E+00
34	1.499999948075E+01	1.499999949278E+01	1.202511512588E-08	1.958420500779E+00
35	1.499999948652E+01	1.499999949278E+01	6.262556695447E-09	1.920160680481E+00
36	1.499999948940E+01	1.499999949278E+01	3.381277480230E-09	1.852127408077E+00
37	1.499999949084E+01	1.499999949278E+01	1.940637872622E-09	1.742353649763E+00
38	1.499999949156E+01	1.499999949278E+01	1.220318068818E-09	1.590272177566E+00
39	1.499999949192E+01	1.499999949278E+01	8.601581669154E-10	1.418713575892E+00
Dog.1+.	14 0000004022400			

Result: 14.9999994923498718

Error: 3.384E-08

Заданная точность решения получается при значениях $\varepsilon \leq 10^{-8}$, а уже при $\varepsilon = 10^{-9}$ погрешность полученного решения становится больше. Такой эффект наблюдается из-за использования $\delta = \varepsilon / 2$ в арифметических операциях с числами более высокого порядка.

3.2. Метод золотого сечения.

$\mathcal E$	К-во итераций	Значение	Отн. погрешность
1.00E-01	16	15.0134719537349124	8.981E-04
1.00E-02	21	14.9988378074574022	7.748E-05
1.00E-03	26	14.9998787482614127	8.083E-06
1.00E-04	31	14.9999977329256104	1.511E-07
1.00E-05	35	15.0000006983041878	4.655E-08
1.00E-06	40	14.9999999982732639	1.151E-10
1.00E-07	45	14.9999999833722395	1.109E-09
1.00E-08	50	14.9999999820286156	1.198E-09
1.00E-09	55	14.9999999792202114	1.385E-09
1.00E-10	59	14.9999999789493010	1.403E-09
1.00E-11	64	14.9999999789290470	1.405E-09
1.00E-12	69	14.9999999789269332	1.405E-09
1.00E-13	74	14.9999999789265903	1.405E-09
1.00E-14	79	14.9999999789265743	1.405E-09

eps = 1.0E-01

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+00

Result: 15.0134719537349124 Error: 8.981E-04

eps = 1.	0E-06			
Ите-	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
рация			<u>-</u>	
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103672E-03	1.618033988750E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244002E-03	1.618033988750E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859670E-03	1.618033988750E+00
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384334E-03	1.618033988749E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475338E-03	1.618033988749E+00
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349089975E-04	1.618033988749E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155663423E-04	1.618033988746E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193426569E-04	1.618033988751E+00

29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962236854E-04	1.618033988748E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231189716E-04	1.618033988755E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310471378E-05	1.618033988736E+00
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001425957E-05	1.618033988716E+00
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512309045599E-05	1.618033988723E+00
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692380358E-05	1.618033988819E+00
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596166650638E-06	1.618033988868E+00
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930757151162E-06	1.618033988925E+00
37	1.499999816557E+01	1.500000183098E+01	3.665409497700E-06	1.618033989077E+00
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265347651687E-06	1.618033989163E+00
39	1.499999956563E+01	1.500000096569E+01	1.400061844237E-06	1.618033989721E+00
40	1.499999956563E+01	1.500000043092E+01	8.652858056735E-07	1.618033989529E+00

Result: 14.9999999982732639 Error: 1.151E-10

eps = 1.0E-07

eps = 1.	0E-07			
Ите- рация	a	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103672E-03	1.618033988750E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244002E-03	1.618033988750E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859670E-03	1.618033988750E+00
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384334E-03	1.618033988749E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475338E-03	1.618033988749E+00
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349089975E-04	1.618033988749E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155663423E-04	1.618033988746E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193426569E-04	1.618033988751E+00
29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962236854E-04	1.618033988748E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231189716E-04	1.618033988755E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310471378E-05	1.618033988736E+00
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001425957E-05	1.618033988716E+00
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512309045599E-05	1.618033988723E+00
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692380358E-05	1.618033988819E+00
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596166650638E-06	1.618033988868E+00
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930757151162E-06	1.618033988925E+00
37	1.499999816557E+01	1.500000183098E+01	3.665409497700E-06	1.618033989077E+00
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265347651687E-06	1.618033989163E+00
39	1.499999956563E+01	1.500000096569E+01	1.400061844237E-06	1.618033989721E+00
40	1.499999956563E+01	1.500000043092E+01	8.652858056735E-07	1.618033989529E+00
41	1.499999989614E+01 1.499999989614E+01	1.500000043092E+01 1.500000022665E+01	5.347760385632E-07 3.305097688866E-07	1.618033986710E+00 1.618033985394E+00
	1.499999989614E+01 1.499999989614E+01	1.500000022665E+01 1.500000010041E+01	2.042662714530E-07	1.618033985394E+00 1.618033983465E+00
43		1.500000010041E+01 1.500000002238E+01		1.618033983465E+00 1.618034002586E+00
44	1.499999989614E+01 1.499999994436E+01	1.500000002238E+01	1.262434974336E-07 7.802277224300E-08	1.618034002586E+00 1.618033989364E+00
45	1.499999994436E+Ul	1.500000002238E+U1	1.0UZZ//ZZ43UUE-U8	1.018U33989364E+UU

Result: 14.9999999833722395 Error: 1.109E-09

eps = 1.0E-08

Ите- рация	a	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+0
2	2.000000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+0
3	2.000000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+0
4	2.000000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+
5	2.000000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+
	1.499479302891E+01			
21		1.500288258601E+01	8.089557103672E-03	1.618033988750E+
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244002E-03	1.618033988750E+
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859670E-03	1.618033988750E+
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384334E-03	1.618033988749E+
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475338E-03	1.618033988749E+
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349089975E-04	1.618033988749E+
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155663423E-04	1.618033988746E+
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193426569E-04	1.618033988751E+
29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962236854E-04	1.618033988748E+
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231189716E-04	1.618033988755E+
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310471378E-05	1.618033988736E+
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001425957E-05	1.618033988716E+
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512309045599E-05	1.618033988723E+
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692380358E-05	1.618033988819E+
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596166650638E-06	1.618033988868E+
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930757151162E-06	1.618033988925E+
37	1.499999816557E+01	1.500000183098E+01	3.665409497700E-06	1.618033989077E+
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265347651687E-06	1.618033989163E+
39	1.499999956563E+01	1.500000096569E+01	1.400061844237E-06	1.618033989721E+
40	1.499999956563E+01	1.500000043092E+01	8.652858056735E-07	1.618033989529E+
41	1.499999989614E+01	1.500000043092E+01	5.347760385632E-07	1.618033986710E+
42	1.499999989614E+01	1.500000022665E+01	3.305097688866E-07	1.618033985394E+
43	1.499999989614E+01	1.500000010041E+01	2.042662714530E-07	1.618033983465E+
44	1.499999989614E+01	1.500000002238E+01	1.262434974336E-07	1.618034002586E+
45	1.499999994436E+01	1.500000002238E+01	7.802277224300E-08	1.618033989364E+
46	1.499999997416E+01	1.500000002238E+01	4.822072519062E-08	1.618033987141E+
47	1.499999997416E+01	1.500000000396E+01	2.980204705239E-08	1.618033992962E+
48	1.499999997416E+01	1.499999999258E+01	1.841867813823E-08	1.618033977722E+
49	1.499999997416E+01	1.499999998555E+01	1.138336891415E-08	1.618034017621E+
50	1.499999997851E+01	1.499999998555E+01	7.035309224079E-09	1.618033913164E+

eps = 1.0E-09

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00

13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+00
19	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01 1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103672E-03	1.618033988750E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244002E-03	1.618033988750E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859670E-03	1.618033988750E+00
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384334E-03	1.618033988749E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475338E-03	1.618033988749E+00
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349089975E-04	1.618033988749E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155663423E-04	1.618033988746E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193426569E-04	1.618033988751E+00
29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962236854E-04	1.618033988748E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231189716E-04	1.618033988755E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310471378E-05	1.618033988736E+00
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001425957E-05	1.618033988716E+00
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512309045599E-05	1.618033988723E+00
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692380358E-05	1.618033988819E+00
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596166650638E-06	1.618033988868E+00
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930757151162E-06	1.618033988925E+00
37	1.499999816557E+01	1.500000183098E+01	3.665409497700E-06	1.618033989077E+00
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265347651687E-06	1.618033989163E+00
39	1.499999956563E+01	1.500000096569E+01	1.400061844237E-06	1.618033989721E+00
40	1.499999956563E+01	1.500000043092E+01	8.652858056735E-07	1.618033989529E+00
41	1.499999989614E+01	1.500000043092E+01	5.347760385632E-07	1.618033986710E+00
42	1.499999989614E+01	1.500000022665E+01	3.305097688866E-07	1.618033985394E+00
43	1.499999989614E+01	1.500000010041E+01	2.042662714530E-07	1.618033983465E+00
44	1.499999989614E+01	1.500000002238E+01	1.262434974336E-07	1.618034002586E+00
45	1.499999994436E+01	1.500000002238E+01	7.802277224300E-08	1.618033989364E+00
46	1.499999997416E+01	1.500000002238E+01	4.822072519062E-08	1.618033987141E+00
47	1.499999997416E+01	1.500000000396E+01	2.980204705239E-08	1.618033992962E+00
48	1.499999997416E+01	1.499999999258E+01	1.841867813823E-08	1.618033977722E+00
49	1.499999997416E+01	1.499999998555E+01	1.138336891415E-08	1.618034017621E+00
50	1.499999997851E+01	1.499999998555E+01	7.035309224079E-09	1.618033913164E+00
51	1.499999997851E+01	1.499999998286E+01	4.348059690074E-09	1.618034186637E+00
52	1.499999997851E+01	1.499999998120E+01	2.687249534006E-09	1.618033470674E+00
53	1.499999997851E+01	1.499999998017E+01	1.660810156068E-09	1.618035345092E+00
54	1.499999997851E+01	1.499999997954E+01	1.026437601581E-09	1.618033237977E+00
55	1.499999997890E+01	1.499999997954E+01	6.343725544866E-10	1.618035954301E+00
Result:	14.9999999792202			

Result: 14.9999999792202114

Error: 1.385E-09

Заданная точность решения получается при значениях $\varepsilon \leq 10^{-8}$, а уже при $\varepsilon = 10^{-9}$ погрешность полученного решения становится больше. Такой эффект наблюдается из-за неточности представления величины $\sqrt{5}$, вследствие чего происходит потеря точки минимума, так как она выпадает из интервала неопределенности.

3.3. Метод Фибоначчи.

${\cal E}$	К-во итераций	Значение	Отн. погрешность
1.00E-01	15	14.9880030959752251	7.998E-04
1.00E-02	20	14.9998604180479447	9.305E-06
1.00E-03	25	14.9994525047905789	3.650E-05
1.00E-04	29	14.9999283848159237	4.774E-06
1.00E-05	34	14.9999934596739450	4.360E-07
1.00E-06	39	14.9999999514770188	3.235E-09
1.00E-07	4 4	14.9999999320143402	4.532E-09
1.00E-08	48	14.9999999788362448	1.411E-09
1.00E-09	53	14.9999999789861853	1.401E-09
1.00E-10	58	14.9999999789454410	1.404E-09
1.00E-11	63	14.9999999789279457	1.405E-09
1.00E-12	68	14.9999999789264891	1.405E-09
1.00E-13	72	14.9999999789266099	1.405E-09
1.00E-14	77	14.9999999789265743	1.405E-09

eps = 1.0E-01

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707430341E+02	1.223707430341E+02	1.618033813400E+00
2	2.00000000000E+00	7.762925696594E+01	7.562925696594E+01	1.618034447822E+00
3	2.00000000000E+00	4.874148606811E+01	4.674148606811E+01	1.618032786885E+00
4	2.00000000000E+00	3.088777089783E+01	2.888777089783E+01	1.618037135279E+00
5	2.00000000000E+00	1.985371517028E+01	1.785371517028E+01	1.618025751073E+00
6	8.819659442724E+00	1.985371517028E+01	1.103405572755E+01	1.61805555556E+00
7	1.303405572755E+01	1.985371517028E+01	6.819659442724E+00	1.617977528090E+00
8	1.303405572755E+01	1.724845201238E+01	4.214396284830E+00	1.618181818182E+00
9	1.303405572755E+01	1.563931888545E+01	2.605263157895E+00	1.617647058824E+00
10	1.403018575851E+01	1.563931888545E+01	1.609133126935E+00	1.619047619048E+00
11	1.464318885449E+01	1.563931888545E+01	9.961300309597E-01	1.615384615385E+00
12	1.464318885449E+01	1.525619195046E+01	6.130030959752E-01	1.625000000000E+00
13	1.487306501548E+01	1.525619195046E+01	3.831269349845E-01	1.600000000000E+00
14	1.487306501548E+01	1.510294117647E+01	2.298761609907E-01	1.66666666667E+00
15	1.494969040248E+01	1.510294117647E+01	1.532507739938E-01	1.500000000000E+00

Result: 14.9880030959752251 Error: 7.998E-04

eps = 1.0E-06

eps = 1.	0E-06			
Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.000000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506471E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629979E-01	1.618033988751E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876492E-01	1.618033988748E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753487E-01	1.618033988754E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612123005E-01	1.618033988738E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304818E-02	1.618033988780E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925234E-02	1.618033988670E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379584E-02	1.618033988958E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214312E+01	2.117873545651E-02	1.618033988205E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258600E+01	1.308917833933E-02	1.618033990176E+00
21	1.499479302889E+01	1.500288258600E+01	8.089557117176E-03	1.618033985017E+00
22	1.499788296478E+01	1.500288258600E+01	4.999621222154E-03	1.618033998522E+00
23	1.499788296478E+01	1.500097290068E+01	3.089935895023E-03	1.618033963166E+00
24	1.499906321535E+01	1.500097290068E+01	1.909685327131E-03	1.618034055728E+00
25	1.499906321535E+01	1.500024346592E+01	1.180250567890E-03	1.618033813401E+00
26	1.499951403116E+01	1.500024346592E+01	7.294347592399E-04	1.618034447823E+00
27	1.499979265011E+01	1.500024346592E+01	4.508158086480E-04	1.618032786888E+00
28	1.499979265011E+01	1.500007126906E+01	2.786189505901E-04	1.618037135282E+00
29	1.499989907220E+01	1.500007126906E+01	1.721968580561E-04	1.618025751081E+00
30	1.499996484697E+01	1.500007126906E+01	1.064220925340E-04	1.618055555534E+00
31	1.499996484697E+01	1.500003062173E+01	6.577476552394E-05	1.617977528103E+00
32	1.499998997441E+01	1.500003062173E+01	4.064732701003E-05	1.618181818148E+00
33	1.499998997441E+01	1.500001510184E+01	2.512743851568E-05	1.617647058799E+00
34	1.499998997441E+01	1.500000549429E+01	1.551988849613E-05	1.619047618928E+00
35	1.499999588674E+01	1.500000549429E+01	9.607550021329E-06	1.615384615399E+00
36	1.499999588674E+01	1.500000179908E+01	5.912338474801E-06	1.624999999962E+00
37	1.499999810387E+01	1.500000179908E+01	3.695211546528E-06	1.600000000096E+00
38	1.499999958196E+01	1.500000179908E+01	2.217126928272E-06	1.666666666400E+00
39	1.499999958196E+01	1.500000106004E+01	1.478084618256E-06	1.500000000601E+00

Result: 14.9999999514770188

Error: 3.235E-09

eps = 1.0E-07

Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00

9

3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304941E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925036E-02	1.618033988751E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379905E-02	1.618033988748E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545131E-02	1.618033988754E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834774E-02	1.618033988738E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103563E-03	1.618033988780E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244179E-03	1.618033988671E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859382E-03	1.618033988958E+00
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384797E-03	1.618033988206E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346571E+01	1.180250474583E-03	1.618033990177E+00
26	1.499951403080E+01	1.500024346571E+01	7.294349102125E-04	1.618033985019E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346571E+01	4.508155643705E-04	1.618033998518E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126950E+01	2.786193458437E-04	1.618033963167E+00
29	1.499989907328E+01	1.500007126950E+01	1.721962185268E-04	1.618034055727E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126950E+01	1.064231273169E-04	1.618033813403E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061946E+01	6.577309120992E-05	1.618034447815E+00
32	1.499998996942E+01	1.500003061946E+01	4.065003610698E-05	1.618032786904E+00
33	1.499998996942E+01	1.500001509248E+01	2.512305510294E-05	1.618037135230E+00
34	1.499998996942E+01	1.500000549640E+01	1.552698100404E-05	1.618025751200E+00
35	1.499999590033E+01	1.500000549640E+01	9.596074097118E-06	1.618055555522E+00
36	1.499999590033E+01	1.500000183124E+01	5.930906906926E-06	1.617977528177E+00
37	1.499999816607E+01	1.500000183124E+01	3.665167190192E-06	1.618181817953E+00
38	1.499999956550E+01	1.500000183124E+01	2.265739716734E-06	1.617647059423E+00
39	1.499999956550E+01	1.500000096493E+01	1.399427471682E-06	1.619047619531E+00
40	1.499999956550E+01	1.500000043181E+01	8.663122432750E-07	1.615384617435E+00
41	1.499999989869E+01	1.500000043181E+01	5.331152266308E-07	1.62500000000E+00
42	1.499999989869E+01	1.500000023189E+01	3.331970166442E-07	1.60000000000E+00
43	1.499999989869E+01	1.500000009861E+01	1.999182099865E-07	1.666666666667E+00
44	1.499999989869E+01	1.500000003197E+01	1.332788066577E-07	1.50000000000E+00

Result: 14.9999999320143402 Error: 4.532E-09

1.0E-08

eps = 1.	0E-08			
Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304940E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103670E-03	1.618033988751E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244007E-03	1.618033988748E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859665E-03	1.618033988754E+00

24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384344E-03	1.618033988738E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475322E-03	1.618033988780E+00
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349090223E-04	1.618033988672E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155662979E-04	1.618033988960E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193427227E-04	1.618033988210E+00
29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962235735E-04	1.618033990181E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231191492E-04	1.618033985003E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310442601E-05	1.618033998516E+00
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001472320E-05	1.618033963183E+00
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512308970282E-05	1.618034055685E+00
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692502038E-05	1.618033813510E+00
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596164680659E-06	1.618034447833E+00
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930760339723E-06	1.618032786856E+00
37	1.499999816558E+01	1.500000183098E+01	3.665404340936E-06	1.618037135354E+00
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265355998787E-06	1.618025750874E+00
39	1.499999956563E+01	1.500000096568E+01	1.400048342148E-06	1.618055556075E+00
40	1.499999956563E+01	1.500000043094E+01	8.653076566389E-07	1.617977526729E+00
41	1.499999989619E+01	1.500000043094E+01	5.347406872858E-07	1.618181816370E+00
42	1.499999989619E+01	1.500000022676E+01	3.305669711295E-07	1.617647054872E+00
43	1.499999989619E+01	1.500000010037E+01	2.041737161562E-07	1.619047629405E+00
44	1.499999989619E+01	1.500000002259E+01	1.263932531970E-07	1.615384611060E+00
45	1.499999994481E+01	1.500000002259E+01	7.778046295925E-08	1.625000011419E+00
46	1.499999997397E+01	1.500000002259E+01	4.861279023771E-08	1.599999970767E+00
47	1.499999997397E+01	1.500000000314E+01	2.916767449790E-08	1.666666646366E+00
48	1.499999997397E+01	1.49999999342E+01	1.944511751617E-08	1.499999908648E+00
D 1.	14 00000007000			

Result: 14.9999999788362448 Error: 1.411E-09

eps = 1.0E-09

eps = 1.	0E-09			
Ите- рация	а	b	Длина отрезка	Отношение длин
1	2.00000000000E+00	1.243707297725E+02	1.223707297725E+02	1.618033988750E+00
2	2.00000000000E+00	7.762927022752E+01	7.562927022752E+01	1.618033988750E+00
3	2.00000000000E+00	4.874145954496E+01	4.674145954496E+01	1.618033988750E+00
4	2.00000000000E+00	3.088781068256E+01	2.888781068256E+01	1.618033988750E+00
5	2.00000000000E+00	1.985364886240E+01	1.785364886240E+01	1.618033988750E+00
6	8.819487042229E+00	1.985364886240E+01	1.103416182017E+01	1.618033988750E+00
7	1.303416182017E+01	1.985364886240E+01	6.819487042229E+00	1.618033988750E+00
8	1.303416182017E+01	1.724883659810E+01	4.214674777937E+00	1.618033988750E+00
9	1.303416182017E+01	1.563897408446E+01	2.604812264292E+00	1.618033988750E+00
10	1.402911157081E+01	1.563897408446E+01	1.609862513645E+00	1.618033988750E+00
11	1.464402433381E+01	1.563897408446E+01	9.949497506470E-01	1.618033988750E+00
12	1.464402433381E+01	1.525893709681E+01	6.149127629981E-01	1.618033988750E+00
13	1.487890010916E+01	1.525893709681E+01	3.800369876489E-01	1.618033988750E+00
14	1.487890010916E+01	1.511377588451E+01	2.348757753492E-01	1.618033988750E+00
15	1.496861467221E+01	1.511377588451E+01	1.451612122998E-01	1.618033988750E+00
16	1.496861467221E+01	1.505832923526E+01	8.971456304939E-02	1.618033988750E+00
17	1.496861467221E+01	1.502406132146E+01	5.544664925037E-02	1.618033988750E+00
18	1.498979340766E+01	1.502406132146E+01	3.426791379902E-02	1.618033988750E+00
19	1.498979340766E+01	1.501097214311E+01	2.117873545135E-02	1.618033988750E+00
20	1.498979340766E+01	1.500288258601E+01	1.308917834768E-02	1.618033988750E+00
21	1.499479302891E+01	1.500288258601E+01	8.089557103672E-03	1.618033988750E+00
22	1.499788296477E+01	1.500288258601E+01	4.999621244002E-03	1.618033988750E+00
23	1.499788296477E+01	1.500097290062E+01	3.089935859670E-03	1.618033988750E+00
24	1.499906321524E+01	1.500097290062E+01	1.909685384334E-03	1.618033988749E+00
25	1.499906321524E+01	1.500024346572E+01	1.180250475338E-03	1.618033988749E+00
26	1.499951403081E+01	1.500024346572E+01	7.294349089975E-04	1.618033988749E+00
27	1.499979265015E+01	1.500024346572E+01	4.508155663423E-04	1.618033988746E+00
28	1.499979265015E+01	1.500007126949E+01	2.786193426569E-04	1.618033988751E+00
29	1.499989907327E+01	1.500007126949E+01	1.721962236871E-04	1.618033988731E+00
30	1.499996484637E+01	1.500007126949E+01	1.064231189698E-04	1.618033988799E+00
31	1.499996484637E+01	1.500003061948E+01	6.577310471556E-05	1.618033988665E+00
32	1.499998996946E+01	1.500003061948E+01	4.065001425424E-05	1.618033988972E+00
33	1.499998996946E+01	1.500001509255E+01	2.512309046132E-05	1.618033988168E+00
34	1.499998996946E+01	1.500000549639E+01	1.552692379292E-05	1.618033990273E+00
35	1.499999590022E+01	1.500000549639E+01	9.596166666626E-06	1.618033985062E+00
36	1.499999590022E+01	1.500000183098E+01	5.930757126293E-06	1.618033998405E+00
37	1.499999816557E+01	1.500000183098E+01	3.665409540332E-06	1.618033963472E+00
38	1.499999956563E+01	1.500000183098E+01	2.265347585961E-06	1.618034054927E+00
39	1.499999956563E+01	1.500000096569E+01	1.400061956147E-06	1.618033813443E+00
40	1.499999956563E+01	1.500000043092E+01	8.652856298141E-07	1.618034447709E+00

41	1.499999989614E+01	1.500000043092E+01	5.347763263330E-07	1.618032787179E+00
42	1.499999989614E+01	1.500000022665E+01	3.305093034811E-07	1.618037134509E+00
43	1.499999989614E+01	1.500000010041E+01	2.042670228519E-07	1.618025753088E+00
44	1.499999989614E+01	1.500000002238E+01	1.262422806292E-07	1.618055550279E+00
45	1.499999994436E+01	1.500000002238E+01	7.802474222274E-08	1.617977541903E+00
46	1.499999997416E+01	1.500000002238E+01	4.821753840645E-08	1.618181782011E+00
47	1.499999997416E+01	1.500000000397E+01	2.980720559265E-08	1.617647057071E+00
48	1.499999997416E+01	1.499999999257E+01	1.841033281380E-08	1.619047623642E+00

Result: 14.9999999789861853

Error: 1.401E-09

Заданная точность решения получается при значениях $\varepsilon \leq 10^{-8}$, а уже при $\varepsilon = 10^{-9}$ погрешность полученного решения становится больше. Такой эффект наблюдается из-за неточности представления величины $\sqrt{5}$, вследствие чего происходит потеря точки минимума, так как она выпадает из интервала неопределенности.

3.4. Исследование зависимости количества вычислений функции от задаваемой точности.

График зависимости количества вычислений минимизируемой функции от логарифма задаваемой точности ε :

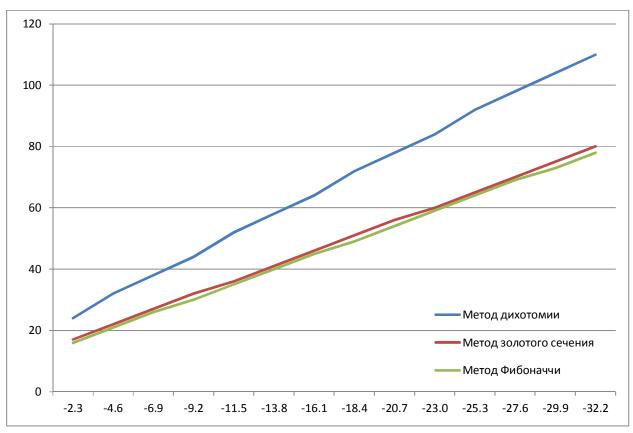


График показывает линейную зависимость между количеством вычислений минимизируемой функции от логарифма задаваемой точности ε . Из этого следует, что чем точнее необходимо решение, тем большее количество итераций необходимо сделать, однако нельзя выходить за предел, по достижении которого точность решения не гарантируется.

Также можно увидеть, что количество вычислений минимизируемой функции для равной точности у методов золотого сечения и Фибоначчи меньше, чем у метода дихотомии, несмотря на то, что количество итераций у метода дихотомии меньше. Это значит, что методоы золотого сечения и Фибоначчи эффективно использовать для функций, вычисление которых затратно по времени и/или ресурсам. Для простых функций, наоборот, они будут неэффективны.

Метод золотого сечения и метод Фибоначчи обладают приблизительно одинаковой скоростью сходимости, лучшей, чем у метода дихотомии.

Метод Фибоначчи также позволяет заранее предсказать количество итераций ценой большей вычислительной сложности.

3.5. Поиск интервала, содержащего минимум функции

Зависимость длины интервала от δ (x_0 =0) :

δ	Интервал	Длина интервала	К-во итераций
1.0E-01	[6.300000, 25.500000]	19.200000	6
1.0E-02	[5.110000, 20.470000]	15.360000	9
1.0E-03	[8.191000, 32.767000]	24.576000	13
1.0E-04	[6.553500, 26.214300]	19.660800	16
1.0E-05	[5.242870, 20.971510]	15.728640	19
1.0E-06	[8.388607, 33.554431]	25.165824	23
1.0E-07	[6.710886, 26.843546]	20.132659	26
1.0E-08	[5.368709, 21.474836]	16.106127	29
1.0E-09	[8.589935, 34.359738]	25.769804	33
1.0E-10	[6.871948, 27.487791]	20.615843	36
1.0E-11	[5.497558, 21.990233]	16.492674	39
1.0E-12	[8.796093, 35.184372]	26.388279	43
1.0E-13	[7.036874, 28.147498]	21.110623	46
1.0E-14	[5.629500, 22.517998]	16.888499	49

Зависимость длины интервала от начального приближения (δ = 10^{-8}) :

x_0	$\left x_{\min} - x_0 \right $	Интервал	Длина интервала	К-во итераций
-100.00	115.00	[-57.050327, 71.798692]	128.849019	32
-90.00	105.00	[-47.050327, 81.798692]	128.849019	32
-80.00	95.00	[-37.050327, 91.798692]	128.849019	32
-70.00	85.00	[-27.050327, 101.798692]	128.849019	32
-60.00	75.00	[-17.050327, 111.798692]	128.849019	32
-50.00	65.00	[-7.050327, 121.798692]	128.849019	32
-40.00	55.00	[-18.525164, 45.899346]	64.424509	31
-30.00	45.00	[-8.525164, 55.899346]	64.424509	31
-20.00	35.00	[1.474836, 65.899346]	64.424509	31
-10.00	25.00	[0.737418, 32.949673]	32.212255	30
0.00	15.00	[5.368709, 21.474836]	16.106127	29
10.00	5.00	[12.684355, 20.737418]	8.053064	28
20.00	5.00	[9.262582, 17.315645]	8.053064	28
30.00	15.00	[8.525164, 24.631291]	16.106127	29
40.00	25.00	[-2.949673, 29.262582]	32.212255	30
50.00	35.00	[-35.899346, 28.525164]	64.424509	31
60.00	45.00	[-25.899346, 38.525164]	64.424509	31
70.00	55.00	[-15.899346, 48.525164]	64.424509	31
80.00	65.00	[-91.798692, 37.050327]	128.849019	32
90.00	75.00	[-81.798692, 47.050327]	128.849019	32
100.00	85.00	[-71.798692, 57.050327]	128.849019	32

Длина интервала, содержащего минимум функции, не зависит каким-либо определенным образом от параметра δ , однако количество итераций обратно пропорционально логарифму δ .

Чем ближе к минимуму выбирается начальное приближение, тем меньше получается интервал, содержащий минимум при приблизительно одинаковом количестве итераций.