Энтропия случайной величины:

$$-\sum_{i=1}^{n} p_i \log(p_i)$$

Где n – число исходов, p_i – вероятность i-го исхода.

$$-\sum_{i=1}^{n} p_i \log(p_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right) (1)$$

$$p_i \in [0,1], \sum p_i = 1$$

Значит:

$$(1) \geq 0$$

Функция $\log(x)$ – выпуклая, значит для нее выполняется неравенство Йенсена:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right) \leq \log\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right)\right)$$

Следовательно энтропия случайной величины $H(X) \leq \log(n)$, максимальное значение энтропии достигается при равной вероятности всех исходов. Минимальное же, если вероятность какого-либо из исходов равна 1, а остальных – 0.