Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №1 по дисциплине «Математическая статистика»

Тема Гистограмма и эмпирическая функция распределения

Студент Сукочева А.

Группа ИУ7-63Б

Преподаватель Саркисян П.С.

Москва — 2021 г.

1 | Задание

1.1 Цель работы

Цель работы: построение гистограммы и эмпирической функции распределения.

1.2 Содержание работы

1. Для выборки объёма n из генеральной совокупности X реализовать в виде программы на ЭВМ
   (a) вычисление максимального значения $M_{\max}$ и минимального значения $M_{\min}$;
   (b) размаха R выборки;
   (c) вычисление оценок $\hat{\mu}$ и S^2 математического ожидания MX и дисперсии DX;
   (d) группировку значений выборки в $m = [\log_2 n] + 2$ интервала;
   (e) построение на одной координатной плоскости гистограммы и графика функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с математическим ожиданием $\hat{\mu}$ и дисперсией S^2;
   (f) построение на другой координатной плоскости графика эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием $\hat{\mu}$ и дисперсией S^2.
2. Провести вычисления и построить графики для выборки из индивидуального варианта.

2 | Теоретическая часть

2.1 Формулы для вычисления величин

2.1.1 Минимальное и максимальное значения выборки

$$\begin{gathered} M_{\max} = X_{(n)} \\ M_{\min} = X_{(1)} \end{gathered} \tag{2.1}$$

2.1.2 Размах выборки

$$R = M_{\max} - M_{\min}. \tag{2.2}$$

2.1.3 Оценки математического ожидания и дисперсии

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(\vec{X}_n) &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \\ S^2(\vec{X}_n) &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.2 Эмпирическая плотность и гистограмма

Пусть
$\vec{x}$ – выборка из генеральной совокупности X.

При большом объеме n этой выборки значения x_i группируют в интервальный статистический ряд.

Отрезок $J = [x_{(1)}, x_{(n)}]$ делят на m равновеликих частей:

$$J_i = [x_{(1)} + (i-1)\cdot\Delta, x_{(1)} + i\cdot\Delta), i = \overline{1; m-1} \tag{2.4}$$

$$J_m = [x_{(1)} + (m-1)\cdot\Delta, x_{(n)}] \tag{2.5}$$

$$\Delta = \frac{|J|}{m} = \frac{x_{(n)} - x_{(1)}}{m} \tag{2.6}$$

Интервальным статистическим рядом называют таблицу:

J_1	...	J_i	...	J_m
n_1	...	n_i	...	n_m

где n_i – количество элементов выборки $\vec{x}$, которые $\in J_i$.
Гистограмма – это график эмпирической плотности.
Эмпирической плотностью, отвечающей выборке $\vec{x}$, называют функцию:

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} \frac{n_i}{n\Delta}, x \in J_i, i = \overline{1;m} \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \tag{2.7}$$

где J_i – полуинтервал статистического ряда, n_i – количество элементов выборки, входящих в полуинтервал, n – количество элементов выборки.

2.3 Эмпирическаяя функция распределения

Пусть $\vec{x} = (x_1, ..., x_n)$ – выборка из генеральной совокупности X.
Обозначим $n(x, \vec{x})$ – число элементов вектора $\vec{x}$, которые имеют значения меньше x.
Эмпирической функцией распределения называют функцию $F_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, определенную как:

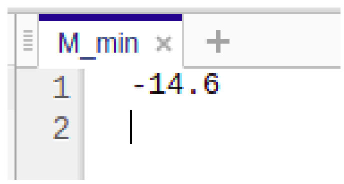
$$F_n(x) = \frac{n(x, \vec{x})}{n} \tag{2.8}$$

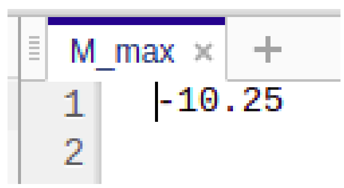
3 | Практическая часть

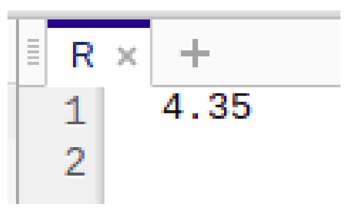
```
% Вариант 17
X = [-13.40,-12.63,-13.65,-14.23,-13.39,-12.36,-13.52,-13.44,-13.87,-11.82,

% a)
M_max = max(X);
M_min = min(X);

% dlmwrite('M_max', M_max);
% dlmwrite('M_min', M_min);

% b)
R = M_max - M_min;

% dlmwrite('R', R);

% c)
MX = mean(X);
DX = var(X); % var - возвращает дисперсию.

% dlmwrite('MX', MX);
% dlmwrite('DX', DX);

% d)
n = length(X);
m = floor(log2(n)) + 2; % округление в сторону — бесконечности.
h = histogram(X, m);

% e)
sigma = sqrt(DX);
% begin:step:end
x = (M_min - 1):(sigma / 100):(M_max + 1);
% Функция плотности вероятности стандартного нормального распределения.
f = normpdf(x, MX, sigma);

figure;
heights = h.Values / (sum(h.Values) * h.BinWidth);
centers = [];
for i = 1:(length(h.BinEdges) - 1)
    centers = [centers, (h.BinEdges(i + 1) + h.BinEdges(i)) / 2];
end
hold on;
bar(centers, heights, 1);
plot(x, f, 'g', 'LineWidth', 2);

% f)
F = normcdf(x, MX, sigma);
figure;
hold on;
ecdf(X);
plot(x, F, 'r');
```

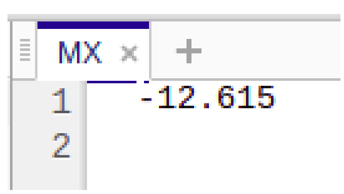
4 | Экспериментальная часть

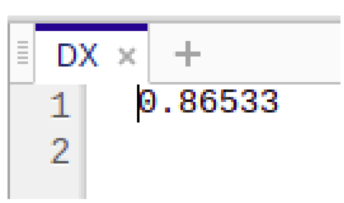
4.1 Результаты расчетов

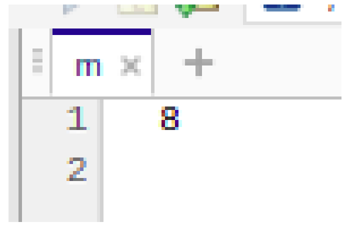












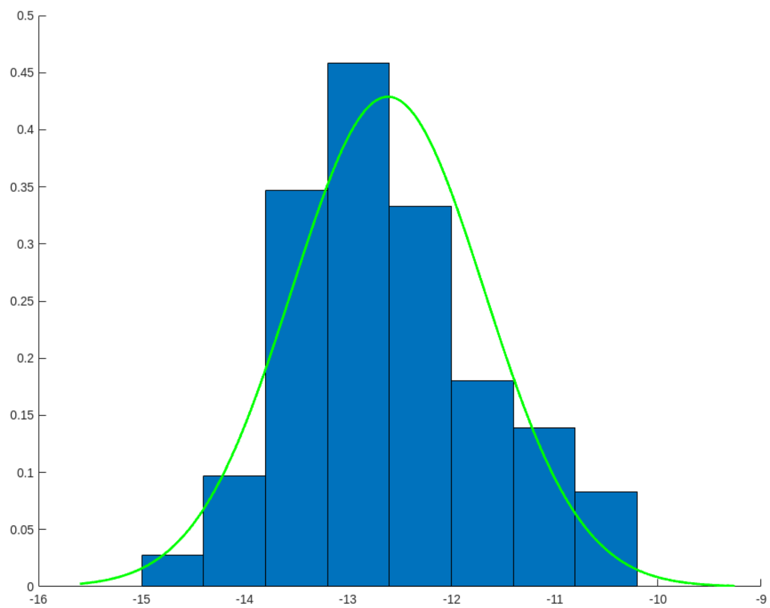


Рис. 4.1: Гистограмма и график функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с выборочными мат. ожиданием и дисперсией

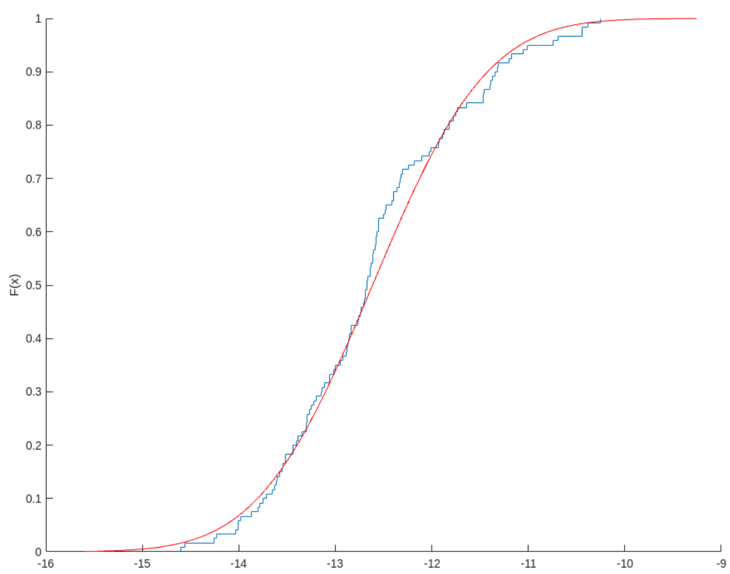


Рис. 4.2: График эмперической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с выборочными мат. ожиданием и дисперсией