



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

По курсу: "Моделирование"

Тема Программно-алгоритмическая реализация метода Рунге-Кутты 4-го
порядка точности при решении системы ОДУ в задаче Коши.

Группа ИУ7-63Б

Студент Сукочева А.

Преподаватель Градов В.М.

0.1 Постановка задачи

Цель работы. Получение навыков разработки алгоритмов решения задачи Коши при реализации моделей, построенных на системе ОДУ, с использованием метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности.

0.1.1 Исходные данные

Задана система электротехнических уравнений, описывающих разрядный контур, включающий постоянное активное сопротивление R_k , нелинейное сопротивление $R_p(I)$, зависящее от тока I , индуктивность L_k и емкость C_k

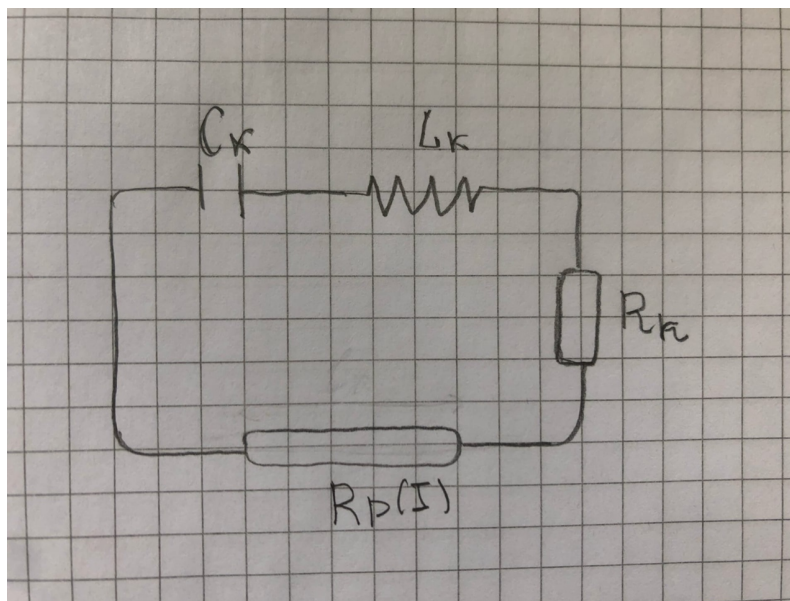


Рис. 1: Разрядный контур

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = \frac{U - (R_k + R_p(I))I}{L_k} \\ \frac{dU}{dt} = -\frac{I}{C_k} \end{cases}$$

Начальные условия:

$$t = 0, I = I_0, U = U_0$$

Здесь I , U - ток и напряжение на конденсаторе.

Сопротивление R_p рассчитать по формуле:

$$R_p = \frac{l_p}{2\pi R^2 \int_0^1 \sigma(T(z))z dz}$$

Для функции $T(z)$ применить выражение $T(z) = T_0 + (T_w - T_0)z^m$

Параметры T_0 , m находятся интерполяцией из табл.1 при известном токе I .

Коэффициент электропроводности $\sigma(T)$ зависит от T и рассчитывается интерполяцией из табл.2.

Таблица 1

I , А	T_0 , К	m
0.5	6730	0.50
1	6790	0.55
5	7150	1.7
10	7270	3
50	8010	11
200	9185	32
400	10010	40
800	11140	41
1200	12010	39

Таблица 2

T , К	σ , 1/Ом см
4000	0.031
5000	0.27
6000	2.05
7000	6.06
8000	12.0
9000	19.9
10000	29.6
11000	41.1
12000	54.1
13000	67.7
14000	81.5

Параметры разрядного контура:

$$R = 0.35 \text{ см}$$

$$l_p = 12 \text{ см}$$

$$L_k = 187 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$$

$$C_k = 268 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R_k = 0.25 \text{ Ом}$$

$$U_{co} = 1400 \text{ В}$$

$$I_0 = 0...3 \text{ А}$$

$$T_w = 2000 \text{ К}$$

0.2 Теоретическая часть

0.2.1 ОДУ

Дано ОДУ (Обыкновенное Дифференциальное уравнение) n -ого порядка (1).

$$F(x, u', u'', \dots, u^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

ОДУ любого порядка может быть сведено к системе ОДУ 1-ого порядка.

0.2.2 Задача Коши

Задача Коши состоит в нахождении решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям. Это одна из основных задач теории дифференциальных уравнений.

Имеется задача Коши (3).

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u) \\ u(\xi) = \eta \end{cases} \quad (2)$$

Методы решения ОДУ в задаче Коши:

1. аналитические;
2. приближенно аналитические;
3. численные.

0.2.3 Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности

Преимущества схем Р-К.

1. Достаточно точные.
2. Легко изменить шаг.
3. Методы не требуют перехода к другим методам.
4. Явные.

Дана система уравнений вида:

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u, v) \\ v'(x) = \phi(x, u, v) \\ u(\xi) = \eta_1 \\ v(\xi) = \eta_2 \end{cases} \quad (3)$$

Тогда

$$y_{n+1} = y_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$
$$z_{n+1} = z_n + \frac{p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4}{6}$$

, где

$$k_1 = hf(x_n, y_n, z_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}, z_n + \frac{p_1}{2})$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}, z_n + \frac{p_2}{2})$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3, z_n + p_3)$$

$$p_1 = h\phi(x_n, y_n, z_n)$$

$$p_2 = h\phi(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}, z_n + \frac{p_1}{2})$$

$$p_3 = h\phi(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}, z_n + \frac{p_2}{2})$$

$$p_4 = h\phi(x_n + h, y_n + k_3, z_n + p_3)$$

0.3 Экспериментальная часть

0.3.1 Номер 1

0.3.2 Номер 2

0.3.3 Номер 3

0.3.4 Номер 4

Результаты исследования влияния параметров контура C_k , L_k , R_k на длительность импульса тимп. апериодической формы. Длительность импульса определяется по кривой зависимости тока от времени на высоте $0.35 * I_{max}$, I_{max} - значение тока в максимуме.

Для исследования влияния параметров контура на длительность импульса тимп будем использовать приведенный ниже код.

```
double Imax = arr_I.Max();  
double pulseDuration = arr_I.Count(I => I > Imax * 0.35);
```

0.3.5 Исследование влияния C_k на длительность импульса.

Из приведенного исследования видно, что при увеличении C_k длительность импульса увеличивается, а при уменьшении C_k длительность импульса уменьшается.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 788.841975445061
Длительность импульса t_имп = 566

```

Рис. 2: Исследование влияния C_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.0003 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 816.264448804397
Длительность импульса t_имп = 600

```

Рис. 3: Исследование влияния C_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.0004 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 885.936440886324
Длительность импульса t_имп = 701

```

Рис. 4: Исследование влияния C_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.0002 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 719.067644696464
Длительность импульса t_имп = 486

```

Рис. 5: Исследование влияния C_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

0.3.6 Исследование влияния L_k на длительность импульса.

Из приведенного исследования видно, что при увеличении L_k длительность импульса увеличивается, а при уменьшении L_k длительность импульса уменьшается.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 788.841975445061
Длительность импульса t_имп = 566

```

Рис. 6: Исследование влияния L_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.0001 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 941.505125397609
Длительность импульса t_имп = 446

```

Рис. 7: Исследование влияния L_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.0002 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 772.546229688597
Длительность импульса t_имп = 584

```

Рис. 8: Исследование влияния L_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.0003 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 678.424476057508
Длительность импульса t_имп = 709

```

Рис. 9: Исследование влияния L_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

0.3.7 Исследование влияния R_k на длительность импульса.

Из приведенного исследования видно, что при увеличении R_k длительность импульса увеличивается, а при уменьшении R_k длительность импульса уменьшается.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.25 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 788.841975445061
Длительность импульса t_имп = 566

```

Рис. 10: Исследование влияния R_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```

src [main] ⚡ make run
mono Program.exe
C_k = 0.000268 Ф
L_k = 0.000187 Гн
R_k = 0.05 Ом

Значение тока в максимуме I_max = 902.356099483721
Длительность импульса t_имп = 553

```

Рис. 11: Исследование влияния R_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.

```
src [main] ⚡ make run  
mono Program.exe  
C_k = 0.000268 Ф  
L_k = 0.000187 Гн  
R_k = 0.5 Ом  
  
Значение тока в максимуме I_max = 678.460683776577  
Длительность импульса t_имп = 592
```

Рис. 12: Исследование влияния R_k на длительность импульса $t_{\text{имп}}$.