

Разработка программной среды аналитического моделирования практико-ориентированных информационных систем

Лакеев Роман

ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН»

Москва, 2015

Введение

Цель

Анализ критериев времени и надёжности доставки информации в информационно-вычислительных сетях с множественным методом доступа без коллизий, построенных на основе технологий семейства Ethernet.

Задачи

1. Изучение методики разработки моделей сетей.
2. Разработка аналитических математических моделей ИВС.
3. Разработка программы для вычисления стационарных и интегральных вероятностных характеристик заданной ИВС.
4. Проведение модельного эксперимента.

Введение

Методы

Модельный эксперимент и математические модели фрагментов сетей основываются на математическом аппарате и методах теории систем и сетей массового обслуживания.

Значимость

Разработанная программа должна автоматизировать рутинную работу по вычислению стационарных и интегральных вероятностных характеристик, плотностей распределения сообщений в маршрутах сети и среднего количества маршрутов между любыми двумя узлами сети.

Теоретические основы

Сети массового обслуживания

СеМО представляет собой совокупность конечного числа M обслуживающих центров, в которой циркулируют сообщения, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного центра сети в другой. Центром обслуживания является система массового обслуживания, состоящая из A ($1 \leq A \leq \infty$) одинаковых приборов и буфера объёмом C ($0 \leq C \leq \infty$). Если в момент поступления сообщения все обслуживающие приборы центра заняты, то сообщение занимает очередь в буфере и ожидает обслуживания.

Теоретические основы

Однородные экспоненциальные сети

В данной работе рассматриваются открытые сети Джексона с бесконечным буфером, обрабатывающие F входящих потоков.

Сеть Джексона это СеМО, в которой время обслуживания заявок распределено по экспоненциальному закону, а распределение входящего потока имеет распределение Пуассона. Такая модель даёт верхнюю границу оценки (худший вариант) и стационарные вероятности состояний сети имеют мультипликативную форму.

Теоретические основы

Однородные экспоненциальные сети

Пуассоновский поток

1. Стационарность — вероятность появления k событий на любом промежутке времени зависит только от числа k и от длительности t промежутка.
2. Ординарность — вероятность наступления за элементарный промежуток времени более одного события мала по сравнению с вероятностью наступления за этот промежуток не более одного события и ей можно пренебречь.
3. Независимость — вероятность появления k на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или не появлялись события в моменты времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка.

Теоретические основы

Однородные экспоненциальные сети

Маршрутная матрица

Маршрутная матрица задаёт топологию сети и вероятности переходов сообщения между узлами. Для открытой сети в качестве внешнего источника вводится новый узел с индексом 0.

$$P^m = \begin{pmatrix} 0 & P_{0,1}^m & \cdots & P_{0,j}^m \\ P_{1,0}^m & 0 & \cdots & P_{1,j}^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i,0}^m & P_{i,1}^m & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad n - \text{число узлов в сети}$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

В работе используется приближённая декомпозиционная модель сети массового обслуживания.

Методика включает в себя разработку отдельных математических моделей всех составляющих ИВС на всех уровнях декомпозиции и состоит из следующих подэтапов:

1. Составление уравнений баланса интенсивностей потоков.
2. Вычисление коэффициентов передачи из уравнений баланса.
3. Вычисление стационарных вероятностно-временных характеристик (VBX) для каждого отдельного элемента СеМО.
4. Вычисление интегральных VBX при взаимодействии двух любых абонентов сети.

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Исходные параметры

Исходными параметрами модели являются интенсивности обслуживающих узлов сети μ_i^m , интенсивности поступления сообщений из внешнего источника λ_i^m и маршрутная матрица P^m для каждого входного потока $m = \overline{1, F}$.

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Уравнения баланса

Уравнения баланса позволяют найти общие интенсивности потоков $\lambda_i^{'m}$ сообщений в стационарном режиме открытой СеМО.

$$\lambda_i^{'m} = e_i^m \lambda_0^m$$

e_i^m - коэффициенты передачи, получаемые при решении уравнений баланса,

$\lambda_0^m = \sum_{i=1}^n \lambda_i^m$ - суммарная интенсивность всех внешних потоков типа m .

Уравнения баланса имеют следующий вид:

$$\begin{cases} e_1^m = P_{01}^m + e_1^m P_{11}^m + \cdots + e_n^m P_{n1}^m \\ \vdots \\ e_n^m = P_{0n}^m + e_1^m P_{1n}^m + \cdots + e_n^m P_{nn}^m \end{cases}$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Коэффициенты загрузки

Коэффициент загрузки для узла M_i вычисляется по формуле

$$\rho_i = \sum_{m=0}^F \rho_i^m, \rho_i^m = \frac{\lambda_i'^m}{\mu_i^m}, i = \overline{1, n}$$

ρ_i^m - коэффициент использования узла. Для существования стационарного распределения числа сообщений в системе необходимо выполнение условия

$$0 \leq \rho_i, \rho_i^m \leq 1, i = \overline{1, n}$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Стационарные вероятностно-временные характеристики

Для каждого узла M_i сети определяются следующие вероятностно-временные характеристики:

1. Средняя длительность ожидания обслуживания.

$$W_i = \frac{\sum_{m=0}^F \frac{\rho_i^m}{\mu_i^m}}{1 - \rho_i}$$

2. Средняя длительность пребывания сообщения в узле для потока m .

$$U_i^m = W_i + \frac{1}{\mu_i^m}$$

3. Средняя длина очереди сообщений в узле для потока m .

$$L_i^m = \lambda_i'^m W_i$$

4. Среднее число сообщений в узле для потока m

$$N_i^m = \lambda_i'^m U_i^m$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Интегральные вероятностно-временные характеристики

Для определения интегральных ВВХ используются стационарные ВВХ, полученные для каждого узла сети, и анализ маршрутов движения сообщений между двумя абонентами A_i и A_j , $i \neq j$.

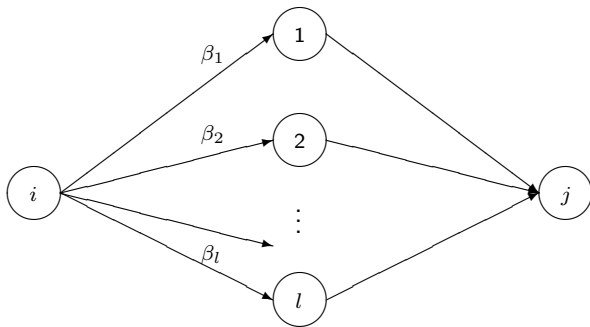
Любой маршрут между двумя любыми абонентами принадлежит к одному из следующих типов:

1. Последовательная обработка сообщений на конечном числе элементов сети.



$$W = \sum_{i=1}^n W_i, \quad U^m = \sum_{i=1}^n U_i^m, \quad L^m = \sum_{i=1}^n L_i^m, \quad N^m = \sum_{i=1}^n N_i^m$$

2. Параллельные варианты обработки с определёнными значениями вероятности выбора рассматриваемого варианта.



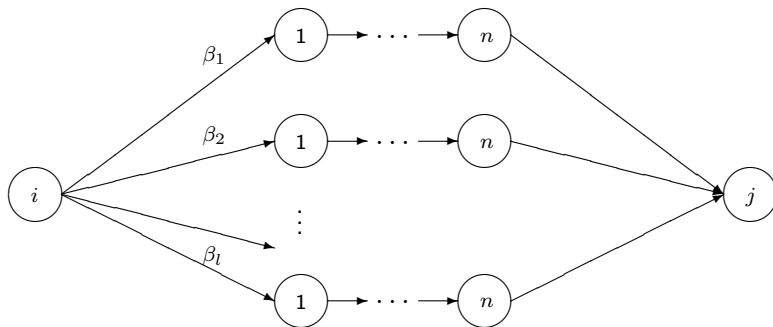
$$W = W_i + \sum_{k=1}^l \beta_k W_k + W_j$$

$$U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k U_k^m + U_j^m$$

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k L_k^m + L_j^m$$

$$N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k N_k^m + N_j^m$$

3. Комбинация первых двух типов.



$$W = W_i + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n W_x \right) + W_j, \quad U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n U_x^m \right) + U_j^m,$$

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n L_x^m \right) + L_j^m, \quad N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n N_x^m \right) + N_j^m$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Вероятность выбора маршрута

Для вычисления вероятности выбора альтернативных маршрутов нужно учитывать вероятности перехода между узлами, заданные маршрутной матрицей

P^m , и нормирующее условие $\sum_{k=1}^l \beta_k = 1$.

Вероятность выбора маршрута определяется отношением произведения вероятностей перехода требований из узла $M_{R_j^i}$ в узел $M_{R_{j+1}^i}$ i -го маршрута к сумме произведений вероятностей переходов требований всех альтернативных маршрутов (нормировочной величине).

$$\beta_i = \frac{\prod_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i}}{\sum_i \left(\prod_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i} \right)}$$

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Плотность распределения количества сообщений в маршруте

Плотность распределения количества сообщений для произвольного маршрута определяется следующим способом:

$$g_i(t) = \sum_{i=1}^n H_i(\mu_i - \lambda'_i) e^{-(\mu_i - \lambda'_i)t}$$

$$H_i = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j - \lambda'_j}{\mu_j - \lambda'_j - \mu_i - \lambda'_i}$$

где n - количество узлов в маршруте.

Теоретические основы

Методика разработки математической модели ИВС

Определение интенсивностей обслуживающих приборов, работающих на основе технологий семейства Ethernet

Интенсивности обслуживания μ определяются для кадров формата Ethernet Version 2.

Preamble	DA	SA	EthernetType	Data	Checksum
8	6	6	2	46 - 1500	4

Итенсивность обслуживания μ есть величина обратно пропорциональная периоду следования кадров $T = 8 * (X + 26) * bt + IFG$.

$$\mu = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 * (X + 26) * bt + IFG}$$

Технология Ethernet	Битовая скорость	Длина кадра (байт)	Интенсивность μ (кадр/мс)
Fast Ethernet	100 Мбит/с	72	148.800
		1526	8.127
Gigabit Ethernet	1 Гбит/с	72	1488.095
		1526	81.274
10G Ethernet	10 Гбит/с	72	14880.952
		1526	812.744
40G Ethernet	40 Гбит/с	72	59523.800
		1526	3250.975
100G Ethernet	100 Гбит/с	72	148809.524
		1526	8127.438