Оглавление

Введение

Актуальность

Повсеместное внедрение компьютерных сетей, успехи в развитии оптоволоконных и беспроводных средств связи спорововождаются непрерывной сменой сетевых технологий, направленной на повышение быстродействия и надёжности сетей. Однако создание опытного образца сети для оценки её эффективности не всегда является оправданным с точки зрения времени и трудоёмкости, поэтому разработка математических моделей является актуальной задачей.

Для непрерывного количественного и качественного роста компьютерных сетей необходимо развитие фундаментальной теории в этой области и создание инженерных методов анализа, направленных на сокращение сроков и повышение качества проектирования компьютерных сетей.

В качестве такой теории выступает теория систем и сетей массового обслуживания. Математические методы этой теории обеспечивают возможность решения многочисленных задач расчёта характеристик качества функционирования различных компонентов компьютерных сетей.

Цель

В данной работе рассматривается анализ критериев времени и надёжности доставки информации в информационно-вычислительных сетях (ИВС) большой размерности различных топологий с множественным методом доступа без коллизий, построенных на основе технологий семейства Ethernet.

Задачи

В задачи исследования входит:

1. Изучение методики разработки моделей сетей

2. Разработка аналитических математических моделей ИВС

3. Разработка программы для вычисления стационарных и интегральных вероятностных характеристик заданной ИВС

Методы

Модельный эксперимент и математические модели фрагментов сетей основываются на использованнии математического аппарата систем и сетей массового обслуживания.

Значимость

Разработанная программа автоматизирует рутинную работу по вычислению стационарных и интегральных вероятностных характеристик. Она будет полезна при:

- предварительной оценке характеристик проектируемой сети

- оценке характеристик уже существующих сетей

- изучении влияния изменений топологии и/или оборудования на характеристики сети

Глава 1. <Аналитическая часть>

Глава 2. Теоретичские основы разработки математической модели ИВС

2. 1. Однородные экспоненциальные сети

Предметом изучения сетей массового обслуживания (СеМО) являются методы количественного анализа очередей при взаимодействии множества центров обслуживания и потоков сообщений.

СеМО представляет собой совокупность конечного числа M обслуживающих центров, в которой циркулируют сообщения, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей (см. 2.1.2) из одного центра сети в другой. Центром обслуживания является система массвого обслуживания, состоящую из A $(1 \leqslant A \leqslant \infty)$ одинаковых приборов и буфера объёмом C $(0 \leqslant C \leqslant \infty)$. Если в момент поступления сообщения все обслуживающие приборы центра заняты, то сообщение занимает очередь в буфере и ожидает обслуживания [5, стр. 90].

В дальнейшем будем полагать, что объём буфера в центре обслуживания $C = \infty$, время обслуживания заявок распределено по экспоненциальному закону, а распределение входящего потока имеет распределение Пуассона.

СеМО с такими распределениями длительности обслуживания и входящего потока являются однородными экспоненциальными сетями или сетями Джексона [5, стр. 94]. Такая модель даёт верхнюю границу оценки (худший вариант) и стационарные вероятности состояний сети имеют мультипликативную форму.

В данной работе используются открытые сети Джексона, обрабатывающие F входящих потоков. В открытую сеть сообщения поступают из внешнего источника, могут покидать сеть после завершения обслуживания и интенсивность входного потока не зависит от состояния сети.

2. 1. 1. Пуассоновский поток

Предположение о том, что входящий поток является Пуассоновским, значительно облегчает математические выкладки при достаточной точности.
Пуассоновский поток имеет следующие свойства [12, стр. 12]:

1. Стационарность — вероятность появления k событий на любом промежутке времени зависит только от числа k и от длительности t промежутка.

2. Ординарность — вероятность наступления за элементарный промежуток времени более одного события мала по сравнению с вероятностью наступления за этот промежуток не более одного события и ей можно пренебречь.

3. Независимость — вероятность появления k на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или не появлялись события в моменты времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка.

2. 1. 2. Маршрутная матрица

Маршрутная матрица задаёт структуру соединений узлов сети (топологию) и вероятности переходов сообщения из одного центра сети, после завершения обслуживания в нём, в другой. Для открытой сети в качестве внешнего источника вводится новый центр с индексом 0. Таким образом маршрутная матрица имеет вид $P = \| P_{ij} \|$, где [1, стр. 17]:
$i, j = \overline{0, n}$, n - число узлов в сети,

P_{0j} - вероятность поступления сообщения в M_j узел сети из внешнего источника,
P_{i0} - вероятность покидания сообщением сети после окончания обработки в M_i узле,
P_{ij} - вероятность перехода сообщения в узел M_j после обработки в узле M_i.
$P_{00} = 0$.
В маршрутной матрице должно выполняться равенство $\sum_{j=0}^{n} P_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$.
Т.е. событие, состоящие в том, что сообщение после обработки в узле сети перейдёт в другой узел или покинет сеть — достоверное.

Для сети, обрабатывающей F входящих потоков, необходимо задать F маршрутных матриц P^m, $m = \overline{1, F}$ для каждого входного потока.

2. 2. Методика разработки математической модели ИВС

Одним из самых распространнёных методов для разработки аналитической математической модели ИВС является приближённая декомпозиционная модель сети массового обслуживания, основанная на составлении уравнений баланса средних для класса мультипликативных сетей. Эта модель допускает простую декомпозицию всей сети на отдельные элементы и обратную операцию - композицию. Такой подход позволяет проводить анализ каждого фрагмента сети независимо, а затем объединять эти фрагменты, получая обобщённые характеристики.

Первый этап методики состоит в декомпозиции сети на отдельные фрагменты. В зависимости от уровня детализации выделяют 4 уровня декомпозиции:

1. Состоит из набора функциональных элементов (терминалов, моноканалов, канальных станций), каждый из которых может быть представлен в виде отдельной СМО. Самый подробный уровень декомпозиции.

2. Учитывает особенности взаимодействия отдельных элементов 1-го уров-

ня в пределах всей ИВС.

3. Учитывает взаимодействие нескольких ИВС элементарных топологий (физическая шина, физическое кольцо), связанных между собой в единую ИВС простой топологии (дерево, звезда, и т.д.).

4. Учитывает взаимодействие любых ИВС 2-го и 3-го уровня, связанных в единую ИВС произвольной топологии.

Декомпозиция позволяет преодолеть трудности анализа ИВС большой размерности за счёт разделения ИВС на иерархический набор более простых моделей [2, стр. 11]

Второй этап методики независимо от уровня декомпозиции заключается в разработке отдельных математических моделей всех составляющих на всех уровнях декомпозиции и состоит из следующих подэтапов:

1. Составление уравнений баланса интенсивностей потоков.

2. Вычислеие коэффициентов передачи из уравнений баланса.

3. Вычисление стационарных вероятностно-временных характеристик (ВВХ) для каждого отдельного элемента СеМО.

4. Вычисиление интегральных ВВХ при взаимодействии двух любых абонентов сети.

Исходными параметрами модели являются интенсивности обслуживающих узлов сети μ_i^m, интенсивности поступления сообщений из внешних иисточников λ_i^m и маршрутная матрица P^m для каждого входного потока $m = \overline{1, F}$.

2. 2. 1. Уравнения баланса

Уравнения баланса позволяют найти общие интенсивности потоков $\lambda_i'^m$ сообщений в стационарном режиме открытой СеМО (стационарным режимом называется состояние сети, при $t \to \infty$).

$$\lambda_i'^m = e_i^m \lambda_0^m$$

e_i^m - коэффициенты передачи, получаемые при решении уравнений баланса, $\lambda_0^m = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i^m$ - суммарная интенсивность всех внешних потоков типа m.

Общая интенсивность птоков складывается из интенсивностей поступления сообщений в M_i узел из внешнего источника $P_{0i}^m \lambda_0^m, P_{0i}^m = \frac{\lambda_j^m}{\lambda_0^m}$ и интенсивностей поступления сообщений от других узлов $e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m$ [1, стр. 17].

$$e_i^m \lambda_0^m = P_{0i}^m \lambda_0^m + \sum_{j=1}^{n} e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m, i = \overline{1,n}, m = \overline{1,F}$$

Видно, что можно сократить обе части уравнения на λ_0^m.

$$e_i^m = P_{0i}^m + \sum_{j=1}^{n} e_j^m P_{ji}^m, i = \overline{1,n}, m = \overline{1,F}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} e_1^m = P_{01}^m + e_1^m P_{11}^m + \cdots + e_n^m P_{n1}^m \\ \vdots \\ e_n^m = P_{0n}^m + e_1^m P_{1n}^m + \cdots + e_n^m P_{nn}^m \end{cases}$$

После решения этой системы уравнений получаем e_i^m для каждого узла, что позволяет рассчитать $\lambda_i'^m$.

2. 2. 2. Коэффициент загрузки

Коэффициент загрузки для узла M_i вычисляется по формуле

$$\rho_i = \sum_{m=0}^{F} \rho_i^m,\ i = \overline{1,n},\ \rho_i^m = \frac{\lambda_i'^m}{\mu_i^m}$$

ρ_i^m- коэффициент использования узла , равный отношению общей интенсивности, с которой сообщения поступают в узел, к интенсивности обработки сообщений этим узлом [7, стр. 34]

И для коэффициента загрузки и для коэффициента использования должно выполняться уловие стационарности для кажддого узла сети

$$0 \leqslant \rho_i, \rho_i^m \leqslant 1$$

2. 2. 3. Стационарные вероятностно-временные характеристики

Для каждого узла M_i сети определяются четыре вероятностно-временные характеристики [1, стр. 19]:

1. Средняя длительность ожидания обслуживания.

$$W_i = \frac{\frac{1}{2}\sum\limits_{m=0}^{F} \frac{\rho_i^m (1+V_i^{m^2})}{\mu_i^m}}{1-\rho_i} = \left| \begin{matrix} V_i^{m^2} = 1 \\ \text{для распределения Пуассона} \end{matrix} \right| = \frac{\sum\limits_{m=0}^{F} \frac{\rho_i^m}{\mu_i^m}}{1-\rho_i}$$

   V_i^m - коэффициент вариации времени обработки.

2. Средняя длительность пребывания сообщения в узле для потока m.

$$U_i^m = W_i + \frac{1}{\mu_i^m}$$

   $\frac{1}{\mu_i^m}$ - время обработки сообщения.

3. Средняя длина очереди сообщений в узле для потока m.

$$L_i^m = \lambda_i^{\prime m} W_i$$

4. Среднее число сообщений в узле для потока m, хакатеризующее количество сообщений, находящихся в очереди на обработку, и количество сообщений, обрабатывающихся в узле.

$$N_i^m = \lambda_i^{\prime m} U_i^m$$

2. 2. 4. Интегральные вероятностно-временные характеристики

Для определения интегральных ВВХ используются стационарные ВВХ, полученные для каждого узла сети, и анализ маршрутов движения сообщений между двумя абнентами A_i и A_j, $i \neq j$.

Любой маршрут между двумя любыми абонентами принадлежит к одному из трёх типов:

1. Последовательная обработка сообщений на конечном числе элементов сети.

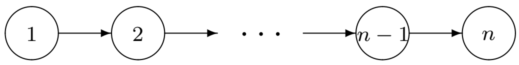

Рис. 2.1. Последовательная обработка

Маршрут состоит из последовательно соединённых узлов сети (рис. 2.1). Интегральные характеристики маршрута вычисляются как сумма соответсвующих характеристик узлов, входящих в маршрут.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m.

$$U^m = \sum_{i=1}^{n} U_i^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m.

$$L^m = \sum_{i=1}^{n} L_i^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m.

$$N^m = \sum_{i=1}^{n} N_i^m$$

2. Параллельные варианты обработки с определёнными значениями вероятности выбора рассматриваемого варианта.

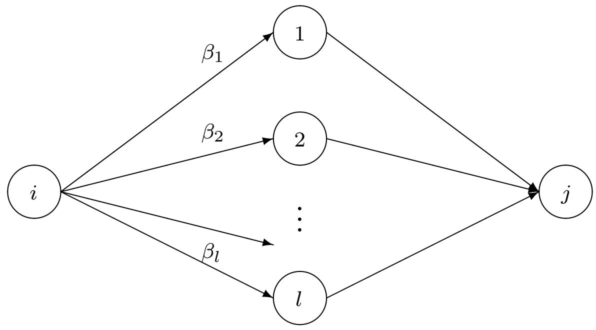

Рис. 2.2. Параллельные варианты

Маршрут зависит от одного из выбранного параллельного варианта (рис. 2.2). Заданы параллельные варианты обработки с вероятностями выбора (см. 2.2.5) β_k, $k = \overline{1, l}$, l - количество альтернатив и должно выполняться нормирующее условие $\sum\limits_{k=1}^{l} \beta_k = 1$.

Интегральные ВВХ определяются следующим образом.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = W_i + \sum_{k=1}^{l} \beta_k W_k + W_j$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m.

$$U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^{l} \beta_k U_k^m + U_j^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m.

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^{l} \beta_k L_k^m + L_j^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m.

$$N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^{l} \beta_k N_k^m + N_j^m$$

3. Комбинация первых двух типов.

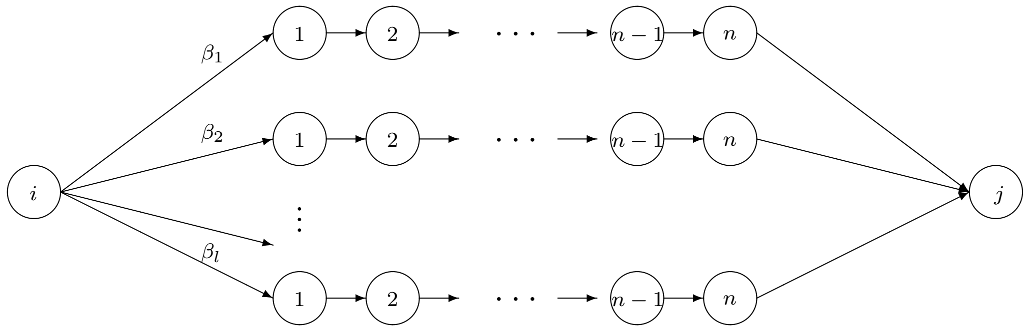

Рис. 2.3. Комбинированный тип обработки

Маршрут зависит от одного из выбранных параллельных маршрутов (рис. 2.3).

Комбинированный тип обработки включает в себя рассмотрение сложных альтернатив, представляющих собой конечную комбинацию двух предыдущих топологических типов.

Интегральные ВВХ в этом случае определяются как в предыдущем случае, но вместо альтернативных вариантов рассматриваются альтернативные маршруты.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = W_i + \sum_{k=1}^{l} \left(\beta_k \sum_{x=1}^{n} W_x \right) + W_j$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m.

$$U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^{l} \left(\beta_k \sum_{x=1}^{n} U_x^m \right) + U_j^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m.

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^{l} \left(\beta_k \sum_{x=1}^{n} L_x^m \right) + L_j^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m.

$$N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^{l} \left(\beta_k \sum_{x=1}^{n} N_x^m \right) + N_j^m$$

2. 2. 5. Вероятность выбора маршрута

Для вычисления интегральных ВВХ необходимо определить вероятности выбора альтернативных маршрутов (см. 2.2.4). Для этого нужно учитывать вероятности перехода между узлами, заданные маршрутной матрицей P^m (см. 2.1.2), и нормирующее условие $\sum\limits_{k=1}^{l} \beta_k = 1$, указывающее, один из маршрутов будет обязательно выбран.

Вероятность выбора маршрута определяется отношением произведения вероятностей перехода требований из узла $M_{R_j^i}$ в узел $M_{R_{j+1}^i}$ i - го маршрута к сумме произведений вероятностей переходов требований всех альтернативных маршрутов.

$$\beta_i = \frac{\prod\limits_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i}}{S}$$

$S = \sum\limits_i \left(\prod\limits_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i} \right)$ - нормировочная величина.

R^i - совокупность узлов, составляющих альтернативный маршрут i.

$P_{R_j^i, R_{j+1}^i}$ - вероятность перехода между узлами, задаваемая маршрутной матрицей.

Глава 3. <Проектная часть>

Заключение

Список литературы

1. Климанов В.П., Руделёв Р.А. Моделирование информационных систем. Математические модели для разработки информационных систем: методика и решения: учебное пособие. — Москва: ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», 2014. — 45 с.

2. Климанов В.П. Методология анализа вероятностно-временных характеристик локальных вычислительных сетей составных топологий на основе аналитического моделирования: автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук. — Москва: Московский энергетический институт, 1993. — 40 с.

3. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вузов. — 4-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2010. — 944 с.

4. Таненбаум Э., Уезеролл Д. Компьютерные сети. — 5-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2012. — 960 с.

5. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей: монография. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.

6. Писарев В.Н. Применение теории массового обслуживания в задачах инженерно-авиационного обеспечения. — Типография ВВИА имени проф. Н.Е. Жукова, 1965. — 45 с.

7. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. — Москва: Машиностроение, 1979. — 432 с.

8. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. — Москва: Издательство «Мир», 1979. — 600 с.

9. Клейнрок Л. Коммуникационные сети (стохастические потоки и задержки сообщений). — Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1970. — 256 с.

10. Барашин Г.П., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. Массовое обслуживание в телефонии. — Москва: Издательство «Наука», 1968. — 246 с.

11. Кокс Д.Р., Смит У.Л. Теория очередей. — Москва: Издательство «Мир», 1966. — 218 с.

12. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания — Москва: Физматгиз, 1963. — 236 с.