

Оглавление

Введение	3
Актуальность	3
Цель	3
Задачи	4
Методы	4
Значимость	4
 1. Теоретические основы разработки математической модели ИВС	5
1. 1. Однородные экспоненциальные сети	5
1. 1. 1. Пуассоновский поток	6
1. 1. 2. Маршрутная матрица	6
1. 2. Методика разработки математической модели ИВС	7
1. 2. 1. Уравнения баланса	8
1. 2. 2. Коэффициент загрузки	9
1. 2. 3. Стационарные вероятностно-временные характеристики	10
1. 2. 4. Интегральные вероятностно-временные характеристики	11
1. 2. 5. Вероятность выбора маршрута	14
1. 2. 6. Плотность распределения количества сообщений в маршруте	15
1. 3. Определение интенсивностей обслуживающих приборов, работающих на основе технологий семейства Ethernet	15
1. 4. Структурная надёжность сетей	16

2. Программная реализация	18
2. 1. Постановка задачи	18
2. 2. Программная платформа	18
2. 3. Описание модели ИВС	19
2. 4. Аргументы командной строки	21
2. 5. Алгоритм работы программы	22
2. 6. Основные моменты реализации	22
2. 6. 1. Функция расчёта параметров модели	22
2. 6. 2. Составление и решение уравнений баланса	22
2. 6. 3. Функция FindPaths()	27
2. 6. 4. Вычисление стационарных ВВХ	28
2. 6. 5. Вычисление интегральных ВВХ	28
2. 6. 6. Поиск всех путей между двумя узлами сети	28
2. 7. Пример работы программы	29
3. Модельный эксперимент	43
3. 1. Задачи	43
3. 2. Методология	43
3. 3. Анализ полученных данных	44
Заключение	45
Список литературы	46

Введение

Актуальность

Повсеместное внедрение компьютерных сетей, успехи в развитии оптоволоконных и беспроводных средств связи сопровождаются непрерывной сменой сетевых технологий, направленной на повышение быстродействия и надёжности сетей. Однако создание опытного образца сети для оценки её эффективности не всегда является оправданным с точки зрения времени и трудоёмкости, поэтому разработка математических моделей является актуальной задачей.

Для непрерывного количественного и качественного роста компьютерных сетей необходимо развитие фундаментальной теории в этой области и создание инженерных методов анализа, направленных на сокращение сроков и повышение качества проектирования компьютерных сетей.

В качестве такой теории выступает теория систем и сетей массового обслуживания. Математические методы этой теории обеспечивают возможность решения многочисленных задач расчёта характеристик качества функционирования различных компонентов компьютерных сетей.

Цель

В данной работе рассматривается анализ критериев времени и надёжности доставки информации в информационно-вычислительных сетях (ИВС) большой размерности различных топологий с множественным методом доступа без коллизий, построенных на основе технологий семейства Ethernet.

Задачи

В задачи исследования входит:

1. Изучение методики разработки моделей сетей.
2. Разработка аналитических математических моделей ИВС.
3. Разработка программы для вычисления стационарных и интегральных вероятностных характеристик заданной ИВС.
4. Проведение модельного эксперимента.

Методы

Модельный эксперимент и математические модели фрагментов сетей основываются на математическом аппарате и методах теории систем и сетей массового обслуживания.

Значимость

Разработанная программа должна автоматизировать рутинную работу по вычислению стационарных и интегральных вероятностных характеристик, плотностей распределения сообщений в маршрутах сети и среднего количества маршрутов между любыми двумя узлами сети.

•

Глава 1. Теоретические основы разработки математической модели ИВС

1. 1. Однородные экспоненциальные сети

Предметом изучения сетей массового обслуживания (СеМО) являются методы количественного анализа очередей при взаимодействии множества центров обслуживания и потоков сообщений.

СеМО представляет собой совокупность конечного числа M обслуживающих центров, в которой циркулируют сообщения, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей (см. 1.1.2) из одного центра сети в другой. Центром обслуживания является система массового обслуживания, состоящую из A ($1 \leq A \leq \infty$) одинаковых приборов и буфера объёмом C ($0 \leq C \leq \infty$). Если в момент поступления сообщения все обслуживающие приборы центра заняты, то сообщение занимает очередь в буфере и ожидает обслуживания [2, стр. 90].

В дальнейшем будем полагать, что объём буфера в центре обслуживания $C = \infty$, время обслуживания заявок распределено по экспоненциальному закону, а распределение входящего потока имеет распределение Пуассона.

СеМО с такими распределениями длительности обслуживания и входящего потока являются однородными экспоненциальными сетями или сетями Джексона [2, стр. 94]. Такая модель даёт верхнюю границу оценки (худший вариант) и стационарные вероятности состояний сети имеют мульт-

типликативную форму.

В данной работе используются открытые сети Джексона, обрабатывающие F входящих потоков. В открытую сеть сообщения поступают из внешнего источника, могут покидать сеть после завершения обслуживания и интенсивность входного потока не зависит от состояния сети.

1. 1. 1. Пуассоновский поток

Предположение о том, что входящий поток является Пуассоновским, значительно облегчает математические выкладки при достаточной точности.

Пуассоновский поток имеет следующие свойства [13, стр. 12]:

1. Стационарность — вероятность появления k событий на любом промежутке времени зависит только от числа k и от длительности t промежутка.
2. Ординарность — вероятность наступления за элементарный промежуток времени более одного события мала по сравнению с вероятностью наступления за этот промежуток не более одного события и ей можно пренебречь.
3. Независимость — вероятность появления k на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или не появлялись события в моменты времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка.

1. 1. 2. Маршрутная матрица

Маршрутная матрица задаёт структуру соединений узлов сети (топологию) и вероятности переходов сообщения из одного центра сети, после завершения обслуживания в нём, в другой. Для открытой сети в качестве внешнего источника вводится новый центр с индексом 0. Таким образом маршрутная матрица имеет вид $P = \| P_{ij} \|$, где [8, стр. 17]:

$i, j = \overline{0, n}$, n - число узлов в сети,

P_{0j} - вероятность поступления сообщения в M_j узел сети из внешнего источника,

P_{i0} - вероятность покидания сообщением сети после окончания обработки в M_i узле,

P_{ij} - вероятность перехода сообщения в узел M_j после обработки в M_i .

$P_{00} = 0$.

В маршрутной матрице должно выполняться равенство $\sum_{j=0}^n P_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$.

Т.е. событие, состоящее в том, что сообщение после обработки в узле сети перейдёт в другой узел или покинет сеть — достоверное.

Для сети, обрабатывающей F входящих потоков, необходимо задать F маршрутных матриц $P^m, m = \overline{1, F}$ для каждого входного потока.

1. 2. Методика разработки математической модели ИВС

Одним из самых распространённых методов для разработки аналитической математической модели ИВС является приближённая декомпозиционная модель сети массового обслуживания, основанная на составлении уравнений баланса средних для класса мультипликативных сетей. Эта модель допускает простую декомпозицию всей сети на отдельные элементы и обратную операцию - композицию. Такой подход позволяет проводить анализ каждого фрагмента сети независимо, а затем объединять эти фрагменты, получая обобщённые характеристики.

Первый этап методики состоит в декомпозиции сети на отдельные фрагменты. В зависимости от уровня детализации выделяют 4 уровня декомпозиции:

1. Состоит из набора функциональных элементов (терминалов, моноканалов, канальных станций), каждый из которых может быть представлен в виде отдельной СМО. Самый подробный уровень декомпозиции.
2. Учитывает особенности взаимодействия отдельных элементов 1-го

уровня в пределах всей ИВС.

3. Учитывает взаимодействие нескольких ИВС элементарных топологий (физическая шина, физическое кольцо), связанных между собой в единую ИВС простой топологии (дерево, звезда, и т.д.).
4. Учитывает взаимодействие любых ИВС 2-го и 3-го уровня, связанных в единую ИВС произвольной топологии.

Декомпозиция позволяет преодолеть трудности анализа ИВС большой размерности за счёт разделения ИВС на иерархический набор более простых моделей [6, стр. 11]

Второй этап методики независимо от уровня декомпозиции заключается в разработке отдельных математических моделей всех составляющих на всех уровнях декомпозиции и состоит из следующих подэтапов:

1. Составление уравнений баланса интенсивностей потоков.
2. Вычисление коэффициентов передачи из уравнений баланса.
3. Вычисление стационарных вероятностно-временных характеристик (ВВХ) для каждого отдельного элемента СеМО.
4. Вычисление интегральных ВВХ при взаимодействии двух любых абонентов сети.

Исходными параметрами модели являются интенсивности обслуживающих узлов сети μ_i^m , интенсивности поступления сообщений из внешнего источника λ_i^m и маршрутная матрица P^m для каждого входного потока $m = \overline{1, F}$.

1. 2. 1. Уравнения баланса

Уравнения баланса позволяют найти общие интенсивности потоков $\lambda_i'^m$ сообщений в стационарном режиме открытой СеМО (стационарным режимом называется состояние сети, при $t \rightarrow \infty$ и $\rho \leq 1$ (см. 1.2.2)).

$$\lambda_i'^m = e_i^m \lambda_0^m$$

e_i^m - коэффициенты передачи, получаемые при решении уравнений баланса, $\lambda_0^m = \sum_{i=1}^n \lambda_i^m$ - суммарная интенсивность всех внешних потоков типа m .

Общая интенсивность потоков складывается из интенсивностей поступления сообщений в M_i узел из внешнего источника $P_{0i}^m \lambda_0^m$, $P_{0i}^m = \frac{\lambda_j^m}{\lambda_0^m}$ и интенсивностей поступления сообщений от других узлов $e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m$ [8, стр. 17].

$$e_i^m \lambda_0^m = P_{0i}^m \lambda_0^m + \sum_{j=1}^n e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m, i = \overline{1, n}, m = \overline{1, F}$$

Видно, что можно сократить обе части уравнения на λ_0^m .

$$e_i^m = P_{0i}^m + \sum_{j=1}^n e_j^m P_{ji}^m, i = \overline{1, n}, m = \overline{1, F}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} e_1^m = P_{01}^m + e_1^m P_{11}^m + \dots + e_n^m P_{n1}^m \\ \vdots \\ e_n^m = P_{0n}^m + e_1^m P_{1n}^m + \dots + e_n^m P_{nn}^m \end{cases}$$

После решения этой системы уравнений получаем e_i^m для каждого узла, что позволяет рассчитать $\lambda_i'^m$.

1. 2. 2. Коэффициент загрузки

Коэффициент загрузки для узла M_i вычисляется по формуле

$$\rho_i = \sum_{m=0}^F \rho_i^m, \rho_i^m = \frac{\lambda_i'^m}{\mu_i^m}, i = \overline{1, n}$$

ρ_i^m - коэффициент использования узла, характеризующий соотношение интенсивности входящего потока к интенсивности обработки [4, стр. 34].

Для существования стационарного распределения числа сообщений в системе необходимо выполнение условия

$$0 \leq \rho_i, \rho_i^m \leq 1, i = \overline{1, n}$$

что согласуется с интуитивными соображениями: для того, чтобы в системе не накапливалась бесконечная очередь, необходимо, чтобы в среднем сообщения в системе обслуживались быстрее, чем они туда поступают [2, стр. 35].

1. 2. 3. Стационарные вероятностно-временные характеристики

Для каждого узла M_i сети определяются четыре вероятностно-временные характеристики [8, стр. 19]:

1. Средняя длительность ожидания обслуживания.

$$W_i = \frac{\frac{1}{2} \sum_{m=0}^F \frac{\rho_i^m (1 + V_i^{m^2})}{\mu_i^m}}{1 - \rho_i} = \left| \begin{array}{l} V_i^m = 1 \\ \text{для распределения Пуассона} \end{array} \right| = \frac{\sum_{m=0}^F \frac{\rho_i^m}{\mu_i^m}}{1 - \rho_i}$$

V_i^m - коэффициент вариации времени обработки.

2. Средняя длительность пребывания сообщения в узле для потока m .

$$U_i^m = W_i + \frac{1}{\mu_i^m}$$

$\frac{1}{\mu_i^m}$ - время обработки сообщения.

3. Средняя длина очереди сообщений в узле для потока m .

$$L_i^m = \lambda_i'^m W_i$$

4. Среднее число сообщений в узле для потока m , характеризующее количество сообщений, находящихся в очереди на обработку, и количество

сообщений, обрабатывающихся в узле.

$$N_i^m = \lambda_i'^m U_i^m$$

Эти формулы справедливы для многих моделей СМО и называются формулами Литтла [2, стр. 37].

1. 2. 4. Интегральные вероятностно-временные характеристики

Для определения интегральных ВВХ используются стационарные ВВХ, полученные для каждого узла сети, и анализ маршрутов движения сообщений между двумя абонентами A_i и A_j , $i \neq j$.

Любой маршрут между двумя любыми абонентами принадлежит к одному из трёх типов:

1. Последовательная обработка сообщений на конечном числе элементов сети.

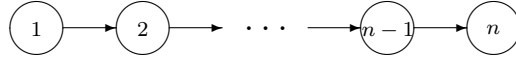


Рис. 1.1. Последовательная обработка

Маршрут состоит из последовательно соединённых узлов сети (рис. 1.1). Интегральные характеристики маршрута вычисляются как сумма соответствующих характеристик узлов, входящих в маршрут.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = \sum_{i=1}^n W_i$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m .

$$U^m = \sum_{i=1}^n U_i^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m .

$$L^m = \sum_{i=1}^n L_i^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m .

$$N^m = \sum_{i=1}^n N_i^m$$

2. Параллельные варианты обработки с определёнными значениями вероятности выбора рассматриваемого варианта.

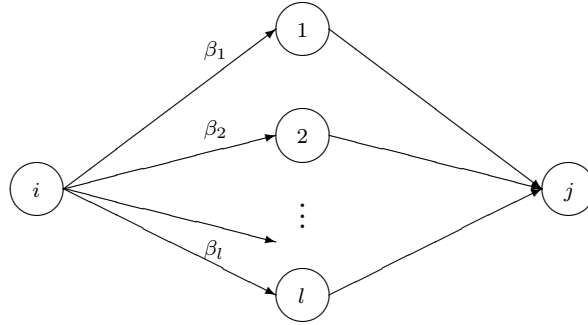


Рис. 1.2. Параллельные варианты

Маршрут зависит от одного из выбранного параллельного варианта (рис. 1.2). Заданы параллельные варианты обработки с вероятностями выбора (см. 1.2.5) β_k , $k = \overline{1, l}$, l - количество альтернатив и должно выполняться нормирующее условие $\sum_{k=1}^l \beta_k = 1$.

Интегральные ВВХ определяются следующим образом.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = W_i + \sum_{k=1}^l \beta_k W_k + W_j$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m .

$$U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k U_k^m + U_j^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m .

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k L_k^m + L_j^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m .

$$N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^l \beta_k N_k^m + N_j^m$$

3. Комбинация первых двух типов.

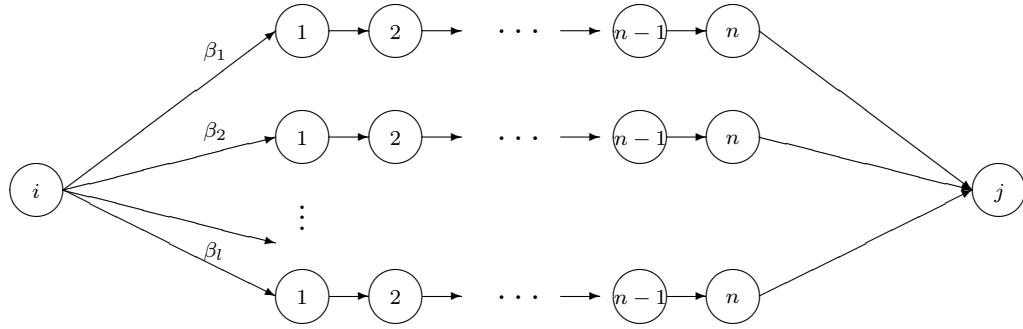


Рис. 1.3. Комбинированный тип обработки

Маршрут зависит от одного из выбранных параллельных маршрутов (рис. 1.3).

Комбинированный тип обработки включает в себя рассмотрение сложных альтернатив, представляющих собой конечную комбинацию двух предыдущих топологических типов.

Интегральные ВВХ в этом случае определяются как в предыдущем случае, но вместо альтернативных вариантов рассматриваются альтернативные маршруты.

Среднее время ожидания обслуживания в маршруте.

$$W = W_i + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n W_x \right) + W_j$$

Среднее время пребывания требования в маршруте для потока m .

$$U^m = U_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n U_x^m \right) + U_j^m$$

Средняя длина очереди требований в маршруте для потока m .

$$L^m = L_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n L_x^m \right) + L_j^m$$

Среднее число требований в маршруте для потока m .

$$N^m = N_i^m + \sum_{k=1}^l \left(\beta_k \sum_{x=1}^n N_x^m \right) + N_j^m$$

1. 2. 5. Вероятность выбора маршрута

Для вычисления интегральных ВВХ необходимо определить вероятности выбора альтернативных маршрутов (см. 1.2.4).

Для этого нужно учитывать вероятности перехода между узлами, заданные маршрутной матрицей P^m (см. 1.1.2), и нормирующее условие

$$\sum_{k=1}^l \beta_k = 1$$

указывающее, один из маршрутов будет обязательно выбран.

Вероятность выбора маршрута определяется отношением произведения вероятностей перехода требований из узла $M_{R_j^i}$ в узел $M_{R_{j+1}^i}$ i -го маршрута к сумме произведений вероятностей переходов требований всех альтерна-

тивных маршрутов (нормировочной величине).

$$\beta_i = \frac{\prod_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i}}{S}$$

$S = \sum_i \left(\prod_j P_{R_j^i, R_{j+1}^i} \right)$ - нормировочная величина.

R^i - совокупность узлов, составляющих альтернативный маршрут i .

$P_{R_j^i, R_{j+1}^i}$ - вероятность перехода между узлами, задаваемая маршрутной матрицей.

1. 2. 6. Плотность распределения количества сообщений в маршруте

Плотность распределения количества сообщений для произвольного маршрута определяется следующим способом:

$$g_i(t) = \sum_{i=1}^n H_i(\mu_i - \lambda'_i) e^{-(\mu_i - \lambda'_i)t}$$

$$H_i = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j - \lambda'_j}{\mu_j - \lambda'_j - \mu_i - \lambda'_i}$$

где n - количество узлов в маршруте.

1. 3. Определение интенсивностей обслуживающих приборов, работающих на основе технологий семейства Ethernet

Для определения интенсивности обслуживания μ , которая характеризует максимальное количество кадров в секунду ¹, обрабатываемых обслуживающим прибором, рассмотрим кадр формата Ethernet Version 2, т.к. он

¹При указании производительности сетей термины "кадр" и "сообщение" обычно используются как синонимы. Следовательно единицы измерения производительности кадр/с и сообщение/с являются аналогичными. [7]

наиболее распространён.

Стандарт Ethernet определяет длину служебных полей кадра и преамбулу по 18 и 8 байт соответственно. Отсюда следует что длина кадра в битах равна $8 * (X + 26)$, X - длина поля данных. Поле данных может иметь длину от 46 до 1500 байт. Таким образом минимальная длина кадра равна $46 + 26 = 72$ байта, а максимальная 1526 байт.

Время передачи битов кадра определяется битовыми интервалами $bt = \frac{1}{S}$, S - битовая скорость. Для передачи кадра длиной X потребуется время равное $8 * (X + 26) * bt$. Прибавив межкадровый интервал $IFG = 96 * bt$ получим период следования кадров с длиной поля данных X .

$$T = 8 * (X + 26) * bt + IFG$$

Итенсивность обслуживания μ , которая характеризует максимальное количество кадров в секунду, обрабатываемых обслуживающим прибором, есть величина обратно пропорциональная периоду T .

$$\mu = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 * (X + 26) * bt + IFG}$$

Проведя не сложные расчёты можно получить интенсивности обслуживания для пакетов различной длины с учётом выбранной технологии передачи данных (табл. 1.1).

1. 4. Структурная надёжность сетей

Надёжность какого-либо объекта – свойство, заключающееся в способности выполнять поставленные задачи в определённых условиях эксплуатации. Состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией, называют работоспособностью, а состояние, в котором объект удовлетворяет указанным требованиям, – его исправностью. Событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта, называют отказом.

Технология Ethernet	Битовая скорость	Длина кадра (байт)	Интенсивность μ (кадр/мс)
Fast Ethernet	100 Мбит/с	72	148.800
		1526	8.127
Gigabit Ethernet	1 Гбит/с	72	1488.095
		1526	81.274
10G Ethernet	10 Гбит/с	72	14880.952
		1526	812.744
40G Ethernet	40 Гбит/с	72	59523.800
		1526	3250.975
100G Ethernet	100 Гбит/с	72	148809.524
		1526	8127.438

Таблица 1.1. Интенсивности обслуживания для пакетов различной длины с учётом выбранной технологии передачи данных

Для информационных сетей, являющихся сложными системами, состоящими из элементов разнородных по своим свойствам, показателям надёжности, назначению, дате изготовления, сроку ввода в эксплуатацию и т.п., выделяют два основных аспекта надёжности:

1. Аппаратурный. Под ним понимают проблему надёжности отдельных элементов, входящих в узлы и линии сети.
2. Структурный. Связан с возможностью существования в сети путей доставки информации.

В данной работе рассматривается структурная надёжность, определяемая средним количеством маршрутов между двумя произвольными вершинами сети. Эта характеристика вполне хорошо отражает структурную надёжность сети, т.к. чем больше альтернативных маршрутов существует между любыми двумя узлами сети, тем при большем количестве неисправных участков сети она будет оставаться работоспособной и способной передавать сообщения между любыми двумя узлами. Более строгие модели надёжности сетей будут рассмотрены в магистерской диссертации.

•

Глава 2. Программная реализация

2. 1. Постановка задачи

Программа должна удовлетворять следующим требованиям:

1. Вычислять стационарные и интегральные ВВХ для заданной пользователем модели ИВС.
2. Проверять корректность введённой пользователем модели ИВС.
3. При невозможности вычисления каких-либо характеристик сообщать об этом пользователю.

Программа будет выполнена в виде консольного приложения, т.к. этого достаточно для поставленной задачи и позволяет сконцентрироваться на реализации и достижении поставленных требований. Также это позволит программе без проблем запускаться на различных операционных системах.

2. 2. Программная платформа

Выбрана программная платформа Mono — кроссплатформенная реализация Microsoft .Net Framework с открытым исходным кодом. Mono поддерживает Windows, Linux, BSD, Mac OS X и другие операционные системы и множество процессорных платформ, что позволяет писать переносимые приложения на C#. Среда разработки — MonoDevelop.

2. 3. Описание модели ИВС

Модель ИВС однозначно задаётся интенсивностями обслуживания μ_i^m , интенсивностями поступления сообщений λ_i^m и маршрутной матрицей P^m для каждого входного потока $m = \overline{1, F}$ (см. 1.2). Таким образом надо решить как пользователь будет передавать программе описание модели ИВС.

Для этой цели используется XML файл, в котором задаются параметры модели. XML имеет простой синтаксис, удобный как для составления и чтения файлов человеком, так и для машинной обработки и генерации.

```
1  <NetworkConfiguration Name="Linear topology">
2    <RoutingMatrix>
3      <Row>0; -; -; -; -</Row>
4      <Row>0.25; 0; 0.75; 0; 0</Row>
5      <Row>0.25; 0.375; 0; 0.375; 0</Row>
6      <Row>0.25; 0; 0.375; 0; 0.375</Row>
7      <Row>0.25; 0; 0; 0.75; 0</Row>
8    </RoutingMatrix>
9
10   <Nodes Count="4">
11     <Lambda>17; 14; 13; 16</Lambda>
12
13     <Mu>
14       <Ethernet Type="Gigabit" FrameLength="Max"/>
15     </Mu>
16   </Nodes>
17 </NetworkConfiguration>
```

Рис. 2.1. Описание ИВС линейной топологии из 4-х узлов и одним потоком

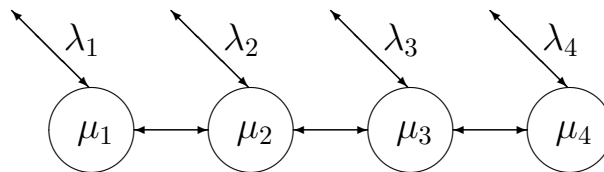


Рис. 2.2. Сеть из 4-х узлов с линейной топологией

На рис. 2.1 показан XML файл, задающий модель ИВС, состоящей из 4-х узлов с линейной топологией и единственным потоком (рис. 2.2).

При задании интенсивностей обслуживания (рис. 2.2, строка 14) атрибут **Type** обязателен и задаёт технологию Ethernet. Возможные значения этого атрибута Fast, Gigabit, _10G, _40G, _100G. Атрибут **FrameLength** задаёт длину используемых кадров. Его значение может быть Min, Max, что соответствует минимальной (72) или максимальной (1526) длине кадра в байтах, или любое целое число от 72 до 1526.

Интенсивности поступления сообщений из внешнего источника задаются через точку с запятой для каждого узла сети, либо одним целым числом, если интенсивность для всех узлов одна, либо в процентах от интенсивности обслуживания, определённой в элементе Mu.

Если в сети несколько потоков, то элементы **Lambda** и **Mu** задаются для каждого потока отдельно внутри элементов **Stream** с атрибутом **Index** (индексация с 0), указывающим к какому потоку относятся интенсивности (пример на рис. 2.8).

В данном случае интенсивность обслуживания μ задаётся для пакетов максимальной длины технологии Gigabit Ethernet (см. 1.3), интенсивность поступления сообщений λ задаётся в явном виде для каждого узла сети (пакеты/мс).

$$\mu = (81.274, 81.274, 81.274, 81.274), \lambda = (17, 14, 13, 16)$$

Со 2-й по 8-ю строки задаётся маршрутная матрица.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & - & - & - & - \\ 0.25 & 0 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.375 & 0 & 0.375 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.375 & 0 & 0.375 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0.75 & 0 \end{pmatrix}$$

Маршрутная матрица это квадратная матрица с размерностью $(n + 1 \times n + 1)$, n - количество узлов сети. Один дополнительный узел это внешний источник.

Маршрутная матрица должна обладать следующими свойствами:

1. на главной диагонали должны быть нули
2. сумма каждой строки должна быть равна 1

Это гарантирует, что сообщение после обработки в узле его покинет.

Прочерки в строках задаваемой матрицы указывают программе, что надо вычислить соответствующие вероятности. Прочерки в первой строке указывают на необходимость вычисления вероятностей поступления сообщений из внешнего источника. Если прочерки есть и в других строках, то в соответствии со свойством 2 алгоритм присвоит пропускам значение

$$\frac{1 - \text{сумма элементов строки}}{\text{количество пропусков}}$$

В данном случае будут вычисляться только вероятности поступления сообщений из внешнего источника.

Парсинг (разбор) XML файла осуществляется с помощью стандартных средств языка C# из пространств имён System.Xml и System.Xml.Linq.

2. 4. Аргументы командной строки

При вызове программе передаются несколько обязательных аргументов и один опциональный.

Обязательные аргументы `netconfig`, `startnode` и `targetnode` задают путь к конфигурационному файлу, индексы начального и конечного узлов (индексация с 0) соответственно.

Необязательный аргумент `log` обозначает необходимость создать лог, в который будет выведена вся информация, если вычисления закончились успешно.

Аргументы могут идти в любом порядке. Если обязательный аргумент пропущен, то произойдёт исключение и в консоли появится текст ошибки и какой аргумент пропущен.

Вызов программы с аргументами выглядит следующим образом:

```
netmodeling.exe /netconfig:"network.netconfig"  
/startnode:0 /targetnode:3 /log
```

2. 5. Алгоритм работы программы

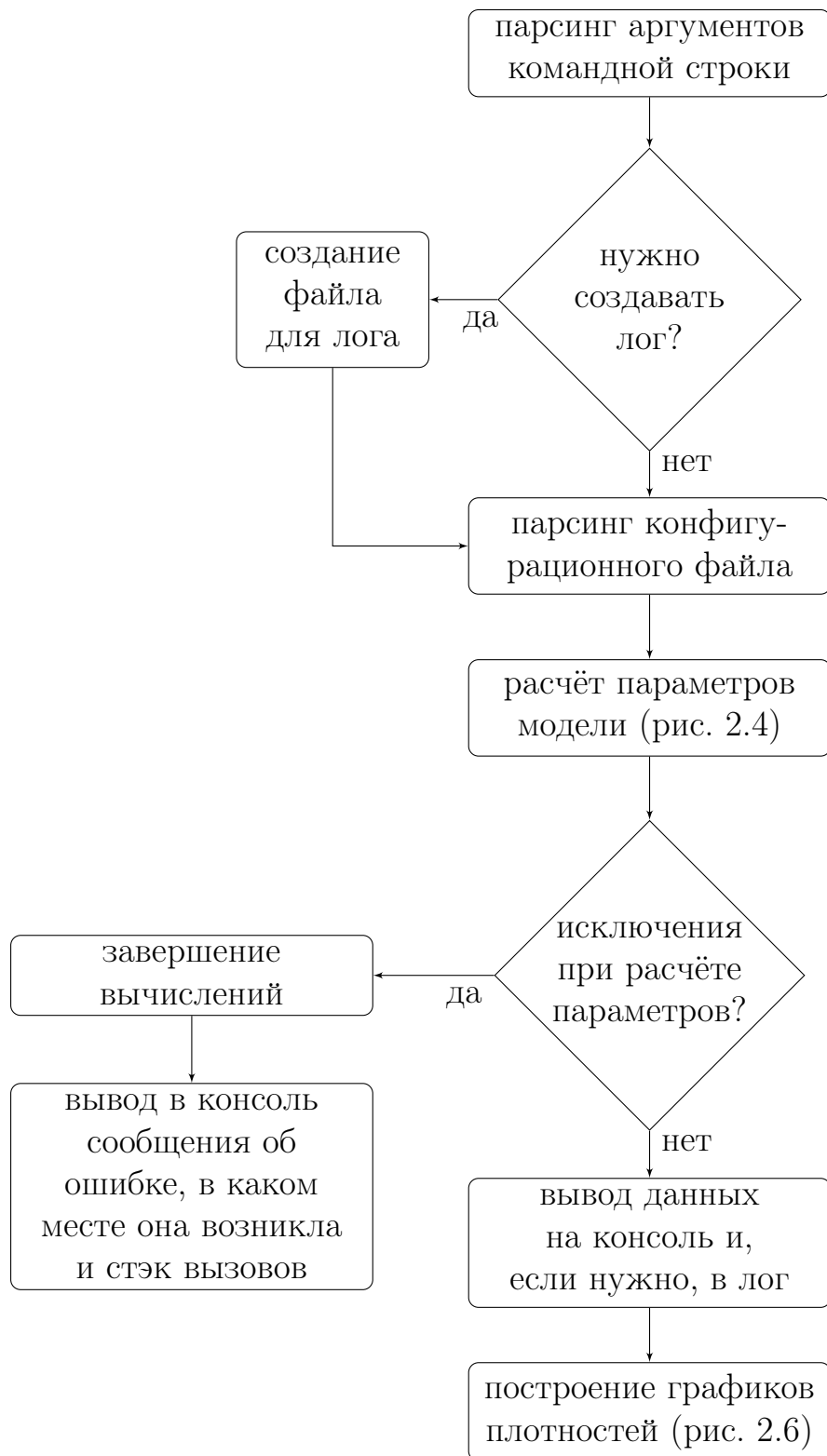


Рис. 2.3. Общая блок-схема программной реализации

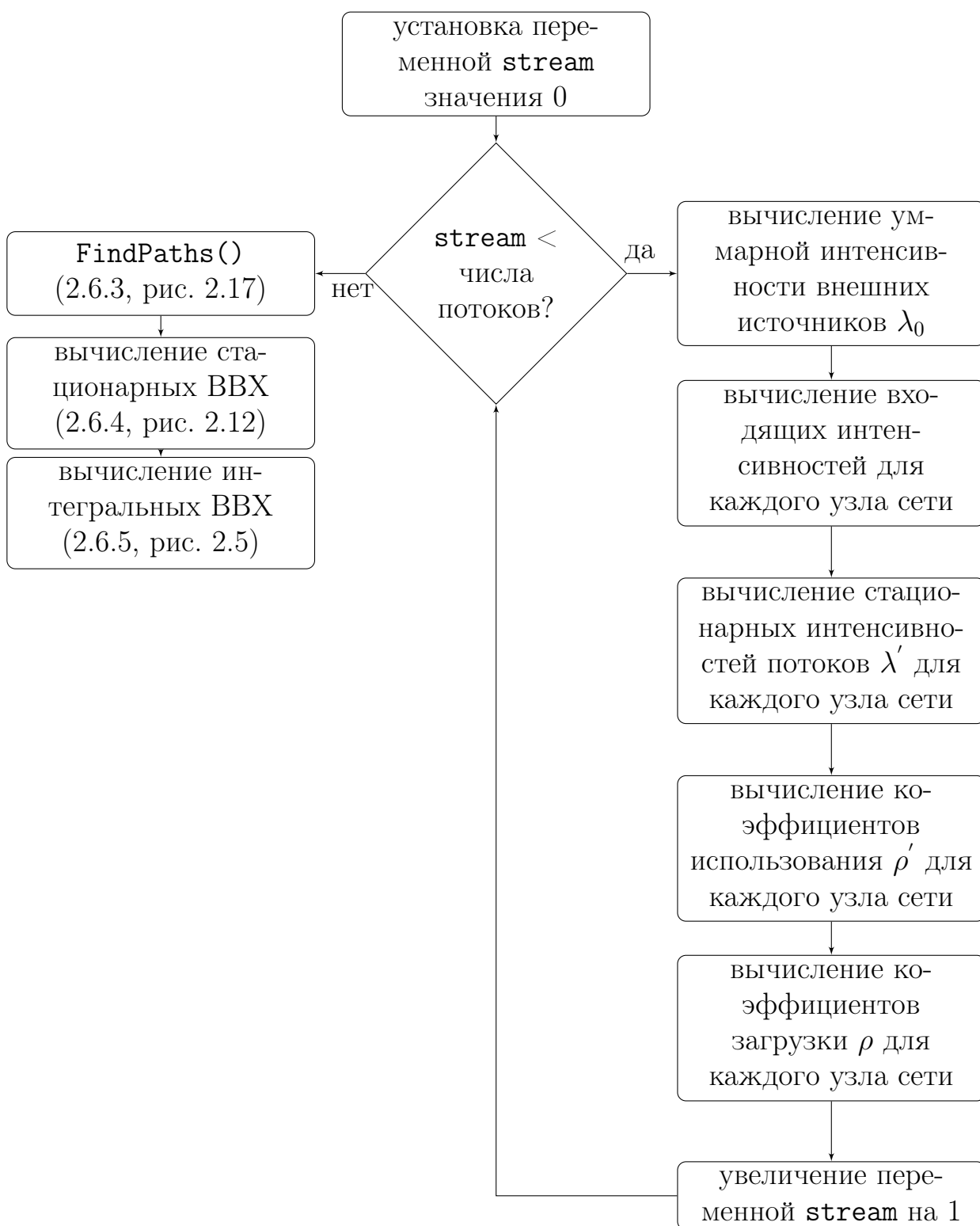


Рис. 2.4. Рассчёт параметров модели

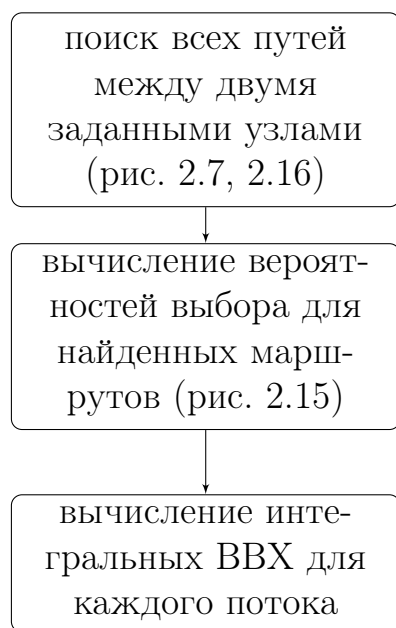


Рис. 2.5. Рассчёт интегральных BVX

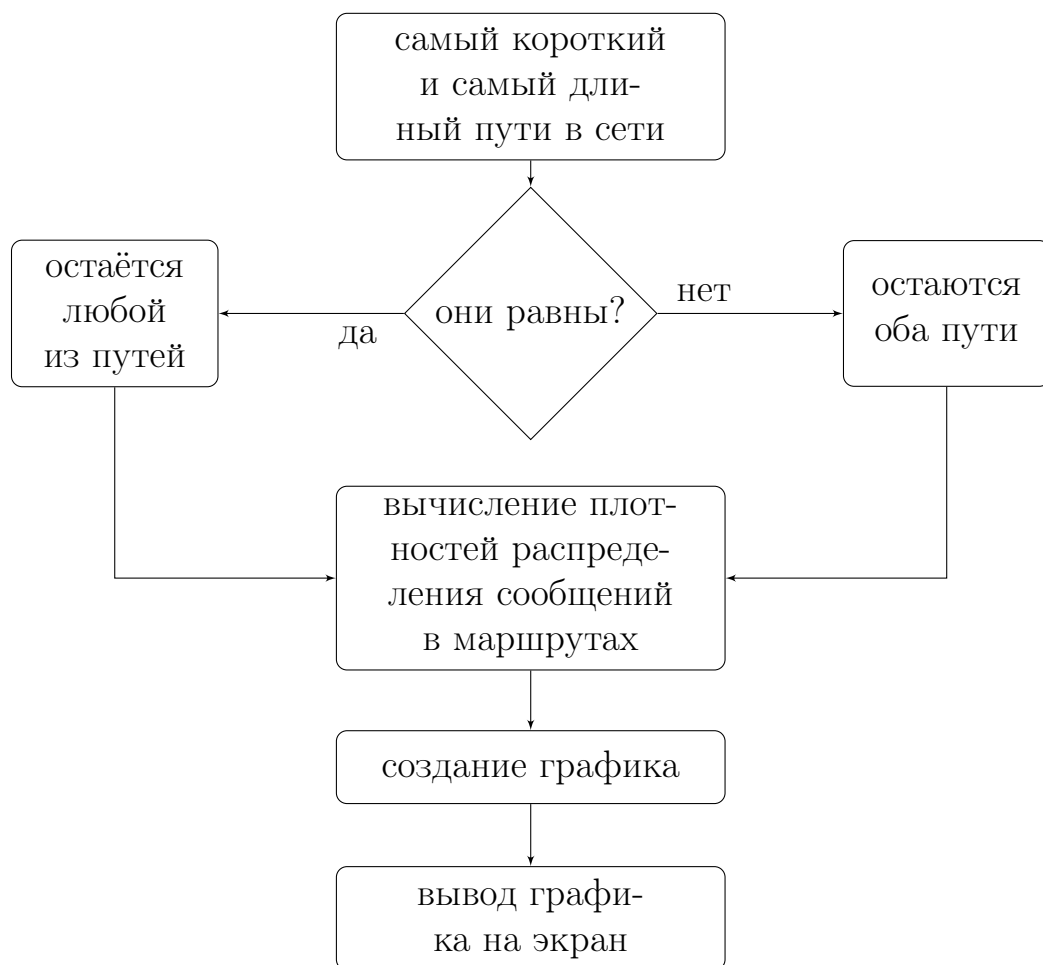


Рис. 2.6. Построение графиков плотностей

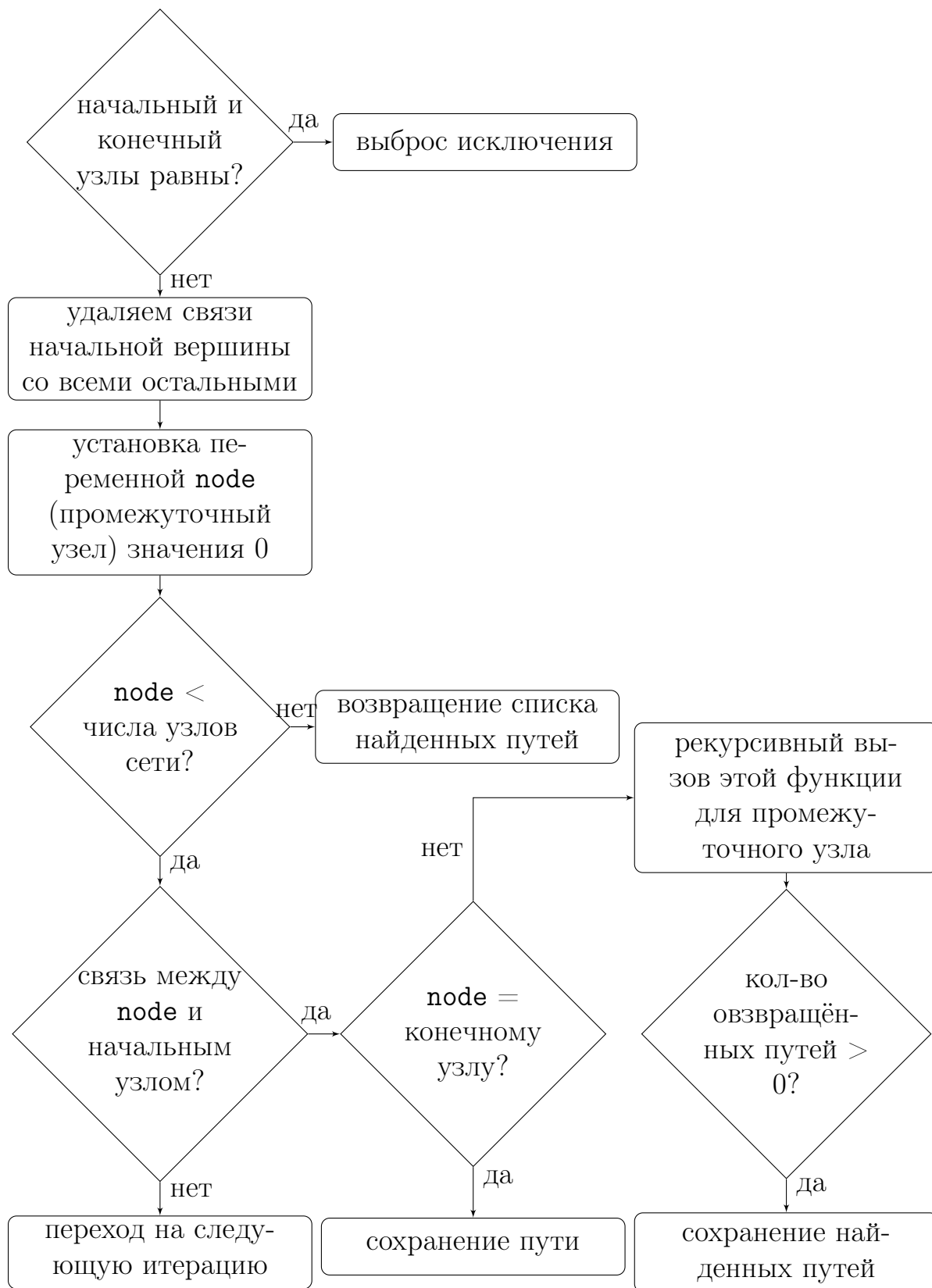


Рис. 2.7. Поиск всех путей между двумя узлами сети

2. 6. Основные моменты реализации

2. 6. 1. Функция расчёта параметров модели

Функция `ComputeParameters()` (рис. 2.10) основная функция, которая после парсинга конфигурационного файла высчитывает следующие параметры:

- суммарная интенсивность внешних потоков λ_0^m (рис. 2.10, строка 4)
- вероятности поступления сообщений из внешнего источника $P_{0,j}^m$ (рис. 2.10, строка 11)
- коэффициенты передачи e_i^m (рис. 2.10, строка 14)
- общие интенсивности потоков $\lambda_i'^m$ (рис. 2.10, строка 17)
- коэффициенты использования узлов ρ_i^m и коэффициенты загрузки ρ_i (рис. 2.10, строка 20)
- поиск всех путей между двумя заданными узлами, поиск минимального и максимального путей в сети, поиск среднего числа путей между любыми двумя узлами сети (рис. 2.10, строка 33).

Эти параметры дают достаточно информации для дальнейших вычислений стационарных и интегральных ВВХ и плотностей распределения сообщений в маршрутах.

2. 6. 2. Составление и решение уравнений баланса

Расширенная матрица системы уравнений баланса получается из матрицы маршрутизации следующим способом:

1. Транспонируем матрицу маршрутизации.
2. Вычёркиваем нулевую строчку.
3. Умножаем нулевой столбец на -1 .

4. Переносим нулевой столбец в конец.
5. Проставляем -1 на главной диагонали.

Получаем расширенную матрицу для системы уравнений следующего вида и решаем её с помощью метода Гаусса:

$$\begin{cases} -e_1^m + e_1^m P_{11}^m + \dots + e_n^m P_{n1}^m = -P_{01}^m \\ \vdots \\ -e_n^m + e_1^m P_{1n}^m + \dots + e_n^m P_{nn}^m = -P_{0n}^m \end{cases}$$

В программной реализации (рис. 2.10, строка 15) вызывается функция `GetExtendedMatrix(int streamIndex)` (рис. 2.11), которая преобразует матрицу маршрутизации заданного потока.

2. 6. 3. Функция FindPaths()

Функция `FindPaths()` представлена на рисунке 2.17. Эта функция находит все пути между заданными узлами, минимальный и максимальный пути и среднее количество путей между любыми двумя узлами сети.

Эта функция для каждой пары узлов сети, если они не равны, находит пути между ними (рис. 2.7, 2.16). Если эти узлы — узлы, которые задал пользователь, то все пути сохраняются для дальнейшего их использования при вычислении интегральных ВВХ. Переменная `pathsCount` увеличивается на количество найденных на данной итерации путей, а `pairsCount` инкрементируется на 1. Далее сравниваются минимальный и максимальный пути, найденные на данной итерации, с сохранёнными минимальным и максимальным путями. Если найденный минимальный путь меньше сохранённого, то сохраняем его вместо предыдущего. Если найденный максимальный путь больше сохранённого, то сохраняем его вместо предыдущего. После завершения обхода всех пар узлов, считается среднее количество путей между любыми двумя узлами сети как частное

$$\text{среднее количество путей} = \frac{\text{pathsCount (количество всех путей в сети)}}{\text{pairsCount (количество пар узлов)}}$$

2. 6. 4. Вычисление стационарных BBX

Функция вычисления стационарных BBX представлена на рис. 2.12. Первый цикл, который расположен с 3 по 10 строку вычисляет среднюю длительность ожидания обслуживания W_i для узла i . Эти расчёты проводятся отдельно от остальных, потому что, как видно по формулам (1.2.3), каждому узлу сети соответствует один такой параметр, не зависимо от количества обрабатываемых потоков.

Следующий цикл, расположенный с 12 по 19 строку, считает остальные стационарных BBX. Здесь используются реализованные мной функции работы с векторами `AddElementWise` и `MultiplyElementWise`, позволяющие складывать и умножать векторы поэлементно.

2. 6. 5. Вычисление интегральных BBX

Вычисление интегральных BBX несколько сложнее, чем стационарных. Для их вычисления сначала надо получить вероятности выбора маршрутов, что достигается с помощью функции `ComputeTransitionProbabilities()` (рис. 2.15). Затем вычисляются интегральные BBX с помощью вспомогательной функции `ComputeIntegralChar` (рис. 2.14), реализующей алгоритм вычисления интегральных BBX при комбинированном типе обработки (см. 1.2.4).

2. 6. 6. Поиск всех путей между двумя узлами сети

Основная идея этого алгоритма – последовательный перебор узлов для нахождения путей на основе матрицы смежности. Каждая пройденная вершина учитывается только один раз, что исключает маршрутные петли. Алгоритм представлен на рис. 2.7 (блок-схема) и 2.16 (реализация).

2. 7. Пример работы программы

Рассмотрим работу программы на полносвязной сети из 4-х узлов с двумя потоками сообщений.

Запускаем программу со следующими аргументами:

```
/netconfig:"TestConfigurations/network_demo4.netconfig"  
/startnode:0 /targetnode:3 /log
```

```
1  <NetworkConfiguration Name="Full-mesh topology">  
2    <RoutingMatrix>  
3      <Row>0; -; -; -; -</Row>  
4      <Row>0.25; 0; 0.25; 0.25; 0.25</Row>  
5      <Row>0.25; 0.25; 0; 0.25; 0.25</Row>  
6      <Row>0.25; 0.25; 0.25; 0; 0.25</Row>  
7      <Row>0.25; 0.25; 0.25; 0.25; 0</Row>  
8    </RoutingMatrix>  
9  
10   <Nodes Count="4">  
11     <Stream Index="0">  
12       <Lambda>860; 930; 670; 710</Lambda>  
13       <Mu>  
14         <Ethernet Type="_10G" FrameLength="128"/>  
15       </Mu>  
16     </Stream>  
17  
18     <Stream Index="1">  
19       <Lambda>161; 153; 170; 167</Lambda>  
20       <Mu>  
21         <Ethernet Type="_10G" FrameLength="1024"/>  
22       </Mu>  
23     </Stream>  
24   </Nodes>  
25 </NetworkConfiguration>
```

Рис. 2.8. Конфигурационный файл для полносвязной сети из 4-х узлов с двумя потоками

Как видно из конфигурационного файла (рис. 2.8), в данной сети находятся два потока сообщений:

1. Интенсивность поступления сообщений

$$\lambda^1 = (860, 930, 670, 710) \text{ кадр/мс.}$$

Интенсивность обслуживания μ_i^1 у всех узлов одинаковая. Соответствует максимальной пропускной способности для кадров длиной 128 байт технологии 10G Ethernet и равна 8929.571 кадр/мс.

2. Интенсивность поступления сообщений

$\lambda^2 = (161, 153, 170, 167)$ кадр/мс.

Интенсивность обслуживания μ_i^2 у всех узлов одинаковая. Соответствует максимальной пропускной способности для кадров длиной 1024 байт технологии 10G Ethernet и равна 1206.564 кадр/мс.

При запуске мы передали в программу аргумент `log`, значит все результаты вычислений записались в файл, содержимое которого представлено на рис. 2.18 на страницах 38 - 42.

Вывод разделён по потокам и первые строки (4 - 21) занимает уже известная информация о матрице маршрутизации (`ROUTING MATRIX`), интенсивности поступления сообщений (`LAMBDA`, кадр/мс) и интенсивности обслуживания (`MU`, кадр/мс).

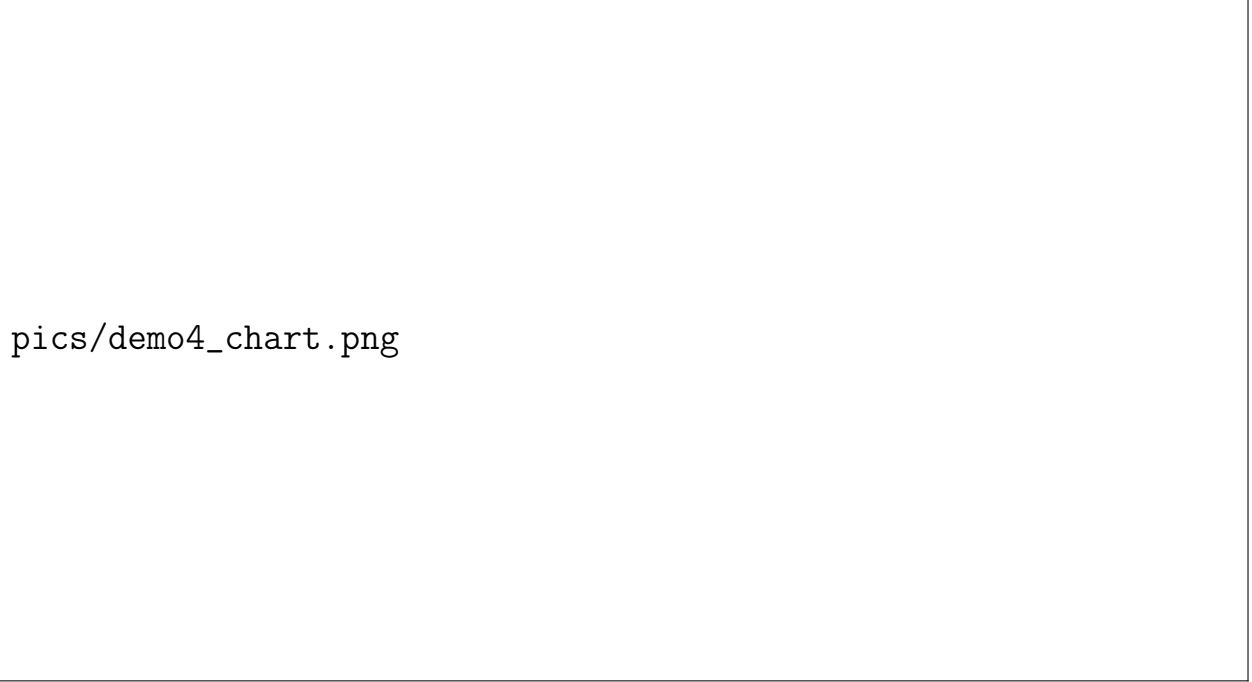
Далее (строки 23 - 47) выводится вычисленные суммарные интенсивности внешнего потока (`LAMBDA0`, кадр/мс), коэффициенты передачи (`E`), общие интенсивности потока (`LAMBDA'`, кадр/мс), коэффициенты использования узлов (`RO'`) и коэффициенты загрузки (`ROTOTAL`), среднее число путей между любыми двумя узлами сети (`THE AVERAGE NUMBER OF PATHS`).

Следующая часть посвящена стационарным BBX (строки 49 - 72). Здесь находятся средняя длительность ожидания обслуживания в узлах (`W`, мс), средняя длительность пребывания требования в узлах (`U`, мс), средняя длина очереди требований в узлах (`L`, мс) и среднее число требований в узлах (`N`, кадр).

После стационарных идут интегральные BBX (строки 73 - 91). Здесь представлены все пути между заданными (в аргументах командной строки) узлами и вероятности их выбора, среднее время ожидания обслуживания в маршруте (`W`, мс), среднее время пребывания требования в маршруте (`U`, мс), средняя длина очереди требований в маршруте (`L`, мс), среднее число требований в маршруте (`N`, кадр).

Всё тоже-самое представлено и для второго потока.

Графики плотностей распределения количества сообщений в маршруте выводятся на экран.



pics/demo4_chart.png

Рис. 2.9. Графики плотностей распределения количества сообщений в самом коротком и самом длинном маршрутах сети

•

```

1 void ComputeParameters()
2 {
3     // вычисление суммарной интенсивности внешних потоков
4     Lambda.ForEach(
5         lambdas => Lambda0.AddElement(lambdas.Sum()));
6     RoTotal = new Vector<double>(NodesCount);
7
8     for (int stream = 0; stream < StreamsCount; stream++)
9     {
10         // вычисление входных вероятностей
11         InputProbability.Add(Lambda[stream].Clone()
12             .InsertElement(0, 0).Divide(Lambda0[stream]));
13         // вычисление коэффициентов передачи
14         E.Add(
15             GaussMethod.Solve(GetExtendedMatrix(stream)));
16         // вычисление общих интенсивностей потоков
17         LambdaBar.Add(
18             E[stream].Multiply(Lambda0[stream]));
19         // вычисление коэффициентов использования узлов
20         RoBar.Add(
21             LambdaBar[stream].DivideElementWise(Mu[stream]));
22         RoTotal = RoTotal.AddElementWise(RoBar.Last());
23
24         if(RoBar[stream].Any(roBar => roBar > 1))
25             throw new ArgumentOutOfRangeException(
26                 string.Format("RoBar, stream {0}", stream),
27                 "Some Ro' is greater than zero.");
28     }
29     if (RoTotal.Any(roTotal => roTotal > 1))
30         throw new ArgumentOutOfRangeException("RoTotal",
31             "Some RoTotal is greater than zero.");
32
33     FindPaths();
34 }

```

Рис. 2.10. Функция расчёта параметров модели


```

1  Matrix<double> GetExtendedMatrix(int streamIndex)
2  {
3      var matrix = GetRoutingMatrix(streamIndex);
4      matrix.Transpose();
5      matrix.RemoveRow(0);
6      matrix.AddColumn(matrix.GetColumn(0).Negate());
7      matrix.RemoveColumn(0);
8      matrix.ReplaceDiagonalElements(-1);
9
10     return matrix;
11 }

```

Рис. 2.11. Функция преобразования матрицы маршрутизации в расширенную матрицу системы уравнений баланса

```

1  void ComputeStationaryPTC()
2  {
3      for (int i = 0; i < NodesCount; i++)
4      {
5          double sum = 0.0;
6          for (int stream = 0; stream < StreamsCount; stream++)
7              sum += RoBar[stream][i] / Mu[stream][i];
8
9          Ws.AddElement(sum / (1 - RoTotal[i]));
10     }
11
12     for (int stream = 0; stream < StreamsCount; stream++)
13     {
14         Us.Add( Ws.AddElementWise(Mu[stream].Pow(-1)) );
15         Ls.Add(
16             LambdaBar[stream].MultiplyElementWise(Ws) );
17         Ns.Add(
18             LambdaBar[stream].MultiplyElementWise(Us[stream]));
19     }
20 }

```

Рис. 2.12. Функция вычисления стационарных BBX

```

1 void ComputeIntegratedPTC()
2 {
3     ComputeTransitionProbabilities();
4
5     Wi = ComputeIntegralChar(Ws);
6     for (int stream = 0; stream < StreamsCount; stream++)
7     {
8         Ui.Add(ComputeIntegralChar(Us[stream]));
9         Li.Add(ComputeIntegralChar(Ls[stream]));
10        Ni.Add(ComputeIntegralChar(Ns[stream]));
11    }
12 }

```

Рис. 2.13. Функция вычисления интегральных BBX

```

1 double ComputeIntegralChar(Vector<double> staticChar)
2 {
3     var integralChar =
4         staticChar[StartNode] + staticChar[TargetNode];
5
6     for (int i = 0; i < Paths.Count(); i++)
7     {
8         var temp = 0.0;
9         for (int j=1; j < Paths.ElementAt(i).Count()-1; j++)
10            temp += staticChar[j];
11
12        integralChar += TransitionProbabilities[i] * temp;
13    }
14
15    return integralChar;
16 }

```

Рис. 2.14

```

1 void ComputeTransitionProbabilities()
2 {
3     var matrix = RoutingMatrix.Clone().RemoveColumn(0);
4
5     var pathsProbabilities =
6     Paths.Select(
7     path => path.Where(
8     (item, index) => index < path.Length - 1)
9     .Select((item, index) => new {item, index})
10    .Aggregate(1.0, (accumulate, anon) => accumulate *=
11    matrix[anon.item, path[anon.index + 1]]));
12
13    var s = pathsProbabilities.Sum();
14
15    TransitionProbabilities = pathsProbabilities
16    .Select(prob => prob / s).ToList();
17 }

```

Рис. 2.15. Функция вычисления вероятностей выбора маршрутов

```

1  List<Vector<int>> GetPathsBetween(
2      Matrix<double> matrix, int startNode, int targetNode)
3  {
4      if (startNode == targetNode)
5          throw new ArgumentException(
6              "startNode and targetNode must be different.");
7
8      var paths = new List<Vector<int>>();
9
10     // исключение циклов
11     matrix.ForEachRow(row => row[startNode] = 0);
12
13     for (int intermediateNode = 0;
14         intermediateNode < matrix.RowsCount; intermediateNode++)
15     {
16         if (matrix[startNode, intermediateNode] <= 0)
17             continue;
18
19         if (intermediateNode == targetNode)
20             paths.Add(
21                 new Vector<int>(new[] { startNode, targetNode }));
22     else
23     {
24         List<Vector<int>> localPaths = GetPathsBetween(
25             matrix.Clone(), intermediateNode, targetNode);
26         if (localPaths.Any())
27             localPaths.ForEach(path =>
28             {
29                 path.InsertElement(0, startNode);
30                 paths.Add(path);
31             });
32     }
33 }
34
35 return paths;
36 }

```

Рис. 2.16. Функция поиска всех путей между двумя вершинами

```

1  void FindPaths()
2  {
3      var matrix = RoutingMatrix.Clone().RemoveColumn(0);
4      var pathsCount = 0;
5      var pairsCount = 0;
6
7      for (int startNode = 0; startNode < matrix.RowsCount;
8          startNode++)
9          for (int targetNode = 0;
10             targetNode < matrix.RowsCount; targetNode++)
11             if (startNode != targetNode)
12                 {
13                     var paths = GraphHelper.GetPathsBetween(
14                         matrix.Clone(), startNode, targetNode);
15
16                     if (startNode == StartNode
17                         && targetNode == TargetNode)
18                         Paths = paths;
19
20                     pathsCount += paths.Count();
21                     pairsCount++;
22
23                     if (MinPath == null
24                         || paths.Min().Length < MinPath.Length)
25                         MinPath = paths.Min();
26                     if (MaxPath == null
27                         || paths.Max().Length > MaxPath.Length)
28                         MaxPath = paths.Max();
29                 }
30
31      AveragePaths = pathsCount / pairsCount;
32  }

```

Рис. 2.17. Функция поиска путей, минимального и максимального пути, среднее количество путей

```

1  NAME = Full-mesh topology
2  STREAMS COUNT = 2
3  ===== STREAM 0 =====
4  ROUTING MATRIX
5  0.000    0.271    0.293    0.211    0.224
6  0.250    0.000    0.250    0.250    0.250
7  0.250    0.250    0.000    0.250    0.250
8  0.250    0.250    0.250    0.000    0.250
9  0.250    0.250    0.250    0.250    0.000
10
11  LAMBDA
12  860.000
13  930.000
14  670.000
15  710.000
16
17  MU
18  8928.571
19  8928.571
20  8928.571
21  8928.571
22
23  R0
24  0.096
25  0.104
26  0.075
27  0.080
28
29  LAMBDA0
30  3170
31
32  E
33  1.017
34  1.035
35  0.969
36  0.979
37
38  LAMBDA'
39  3224.000
40  3280.000
41  3072.000
42  3104.000

```

37	RO'
38	0.361
39	0.367
40	0.344
41	0.348
42	
43	ROTOTAL
44	0.899
45	0.900
46	0.888
47	0.890
48	
49	THE AVERAGE NUMBER OF PATHS
50	5.000
51	
52	STATIONARY PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS
53	W
54	0.005
55	0.005
56	0.004
57	0.004
58	
59	U
60	0.005
61	0.005
62	0.005
63	0.005
64	
65	L
66	15.608
67	15.912
68	13.482
69	13.785
70	
71	N
72	15.969
73	16.279
74	13.826
75	14.133

```

73  INTEGRATED PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS
74  PATHS
75  0 -> 3 : 0.615384615384615
76  0 -> 1 -> 3 : 0.153846153846154
77  0 -> 2 -> 3 : 0.153846153846154
78  0 -> 1 -> 2 -> 3 : 0.0384615384615385
79  0 -> 2 -> 1 -> 3 : 0.0384615384615385
80
81  W
82  0.0114857263538685
83
84  U
85  0.012
86
87  L
88  36.550
89
90  N
91  37.427
92  =====
93
94  ===== STREAM 1 =====
95  ROUTING MATRIX
96  0.000    0.247    0.235    0.261    0.257
97  0.250    0.000    0.250    0.250    0.250
98  0.250    0.250    0.000    0.250    0.250
99  0.250    0.250    0.250    0.000    0.250
100 0.250    0.250    0.250    0.250    0.000
101
102 LAMBDA
103 161.000
104 153.000
105 170.000
106 167.000
107
108 MU
109 1206.564
110 1206.564
111 1206.564
112 1206.564

```


116	R0
117	0.133
118	0.127
119	0.141
120	0.138
121	
122	LAMBDA0
123	651
124	
125	E
126	0.998
127	0.988
128	1.009
129	1.005
130	
131	LAMBDA'
132	649.600
133	643.200
134	656.800
135	654.400
136	
137	R0'
138	0.538
139	0.533
140	0.544
141	0.542
142	
143	ROTOTAL
144	0.899
145	0.900
146	0.888
147	0.890
148	
149	THE AVERAGE NUMBER OF PATHS
150	5.000
151	
152	STATIONARY PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS
153	W
154	0.005
155	0.005
156	0.004
157	0.004

```

158  U
159  0.006
160  0.006
161  0.005
162  0.005
163
164  L
165  3.145
166  3.120
167  2.883
168  2.906
169
170  N
171  3.683
172  3.653
173  3.427
174  3.449
175
176  INTEGRATED PROBABILITY-TIME CHARACTERISTICS
177  PATHS
178  0 -> 3 : 0.615384615384615
179  0 -> 1 -> 3 : 0.153846153846154
180  0 -> 2 -> 3 : 0.153846153846154
181  0 -> 1 -> 2 -> 3 : 0.0384615384615385
182  0 -> 2 -> 1 -> 3 : 0.0384615384615385
183
184  W
185  0.0114857263538685
186
187  U
188  0.014
189
190  L
191  7.473
192
193  N
194  8.801
195  =====

```

Рис. 2.18. Лог для полносвязной сети из 4-х узлов с двумя потоками

Глава 3. Модельный эксперимент

3. 1. Задачи

В задачи проведения модельного эксперимента входит сравнение разных топологий сетей по характеристикам времени и надёжности доставки сообщений, определение топологий с самым малым временем доставки сообщений и самой большой надёжностью доставки.

3. 2. Методология

Для качественного проведения эксперимента надо исключить любые факторы, которые могут повлиять на его ход и результаты. В данном случае, для сравнения именно топологий сетей и как они влияют на характеристики времени и надёжности доставки сообщений, будем сравнивать сети с одним потоком сообщений, с одинаковым количеством узлов, одинаковыми интенсивностями внешних источников и одинаковыми интенсивностями обработки сообщений. У всех сравниваемых моделей будет отличаться только структура связей между узлами.

Для определения самой эффективной по времени доставки топологии, сети надо сравнивать по интегральной вероятностно-временной характеристике U (1.2.4), характеризующей среднее время пребывания требования в маршруте.

Для определения топологии, предоставляющей самую надёжную доставку сообщений, будем сравнивать сети по среднему числу путей между любыми двумя узлами сети.

Для этого эксперимента будем использовать модели сетей с 10 узлами, интенсивностью обработки сообщений соответствующей технологии 10G Ethernet с кадрами максимальной длины, интенсивностью поступления сообщений из внешнего источника равной 10% от интенсивности обработки и следующими топологиями:

1. Шина
2. Звезда
3. Кольцо
4. Дерево
5. Решётчатая топология (двух- и трёхмерная)
6. Пирамидальная
7. Полносвязная топология

3. 3. Анализ полученных данных

В результате моделирования

Заключение

Разработанная программа автоматизирует вычисления стационарных и интегральных вероятностных характеристик, плотностей распределения сообщений в маршрутах сети и среднего количества маршрутов между любыми двумя узлами сети. Она будет полезна при:

- предварительной оценке характеристик проектируемой ИВС
- оценке характеристик уже существующих ИВС
- изучении влияния изменений топологии и/или оборудования на характеристики ИВС

Список литературы

1. Барашин Г.П., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. Массовое обслуживание в телефонии. — Москва: Издательство «Наука», 1968. — 246 с.
2. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей: монография. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
3. Клейнрок Л. Коммуникационные сети (стохастические потоки и задержки сообщений). — Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1970. — 256 с.
4. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. — Москва: Машиностроение, 1979. — 432 с.
5. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. — Москва: Издательство «Мир», 1979. — 600 с.
6. Климанов В.П. Методология анализа вероятностно-временных характеристик локальных вычислительных сетей составных топологий на основе аналитического моделирования: автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук. — Москва: Московский энергетический институт, 1993. — 40 с.
7. Климанов В.П. Методы разработки аналитических моделей для анализа локальных вычислительных сетей, используемых в управлении технологическим процессом: учебное пособие — Москва: Московский энергетический институт, 1995. — 115 с.
8. Климанов В.П., Руделёв Р.А. Моделирование информационных систем. Математические модели для разработки информационных систем: ме-

- тодика и решения: учебное пособие. — Москва: ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», 2014. — 45 с.
9. Кокс Д.Р., Смит У.Л. Теория очередей. — Москва: Издательство «Мир», 1966. — 218 с.
 10. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вузов. — 4-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2010. — 944 с.
 11. Писарев В.Н. Применение теории массового обслуживания в задачах инженерно-авиационного обеспечения. — Типография ВВИА имени проф. Н.Е. Жукова, 1965. — 45 с.
 12. Таненбаум Э., Уезеролл Д. Компьютерные сети. — 5-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2012. — 960 с.
 13. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания — Москва: Физматгиз, 1963. — 236 с.