

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	3
Актуальность . . . . .	3
Цель . . . . .	3
Задачи . . . . .	4
Методы . . . . .	4
Значимость . . . . .	4
<b>1. &lt;Аналитическая часть&gt;</b> . . . . .	5
<b>2. Теоретические основы разработки математической модели ИВС</b> . . . . .	6
2. 1. Однородные экспоненциальные сети . . . . .	6
2. 1. 1. Пуассоновский поток . . . . .	7
2. 1. 2. Маршрутная матрица . . . . .	7
2. 2. Методика разработки математической модели ИВС . . . . .	8
2. 2. 1. Уравнения баланса . . . . .	9
2. 2. 2. Коэффициент загрузки . . . . .	10
2. 2. 3. Стационарные вероятностно-временные характеристики . . . . .	10
2. 2. 4. Интегральные вероятностно-временные характеристики	10
2. 2. 5. Вероятность выбора маршрута . . . . .	10
<b>3. &lt;Проектная часть&gt;</b> . . . . .	11
<b>Заключение</b> . . . . .	12

Список литературы . . . . .	13
-----------------------------	----

# Введение

## Актуальность

Повсеместное внедрение компьютерных сетей, успехи в развитии оптоволоконных и беспроводных средств связи сопровождаются непрерывной сменой сетевых технологий, направленной на повышение быстродействия и надёжности сетей. Однако создание опытного образца сети для оценки её эффективности не всегда является оправданным с точки зрения времени и трудоёмкости, поэтому разработка математических моделей является актуальной задачей.

Для непрерывного количественного и качественного роста компьютерных сетей необходимо развитие фундаментальной теории в этой области и создание инженерных методов анализа, направленных на сокращение сроков и повышение качества проектирования компьютерных сетей.

В качестве такой теории выступает теория систем и сетей массового обслуживания. Математические методы этой теории обеспечивают возможность решения многочисленных задач расчёта характеристик качества функционирования различных компонентов компьютерных сетей.

## Цель

В данной работе рассматривается анализ критериев времени и надёжности доставки информации в информационно-вычислительных сетях (ИВС) большой размерности различных топологий с множественным методом доступа без коллизий, построенных на основе технологий семейства Ethernet.

## Задачи

В задачи исследования входит:

1. Изучение методики разработки моделей сетей
2. Разработка аналитических математических моделей ИВС
3. Разработка программы для вычисления стационарных и интегральных вероятностных характеристик заданной ИВС

## Методы

Модельный эксперимент и математические модели фрагментов сетей основываются на использовании математического аппарата систем и сетей массового обслуживания.

## Значимость

Разработанная программа автоматизирует рутинную работу по вычислению стационарных и интегральных вероятностных характеристик. Она будет полезна при:

- предварительной оценке характеристик проектируемой сети
- оценке характеристик уже существующих сетей
- изучении влияния изменений топологии и/или оборудования на характеристики сети

# Глава 1. <Аналитическая часть>

# Глава 2. Теоретические основы разработки математической модели ИВС

## 2. 1. Однородные экспоненциальные сети

Предметом изучения сетей массового обслуживания (СеМО) являются методы количественного анализа очередей при взаимодействии множества центров обслуживания и потоков сообщений.

СеМО представляет собой совокупность конечного числа  $M$  обслуживающих центров, в которой циркулируют сообщения, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей (см. 2.1.2) из одного центра сети в другой. Центром обслуживания является система массового обслуживания, состоящую из  $A$  ( $1 \leq A \leq \infty$ ) одинаковых приборов и буфера объёмом  $C$  ( $0 \leq C \leq \infty$ ). Если в момент поступления сообщения все обслуживающие приборы центра заняты, то сообщение занимает очередь в буфере и ожидает обслуживания [4, стр. 90].

В дальнейшем будем полагать, что объём буфера в центре обслуживания  $C = \infty$ , время обслуживания заявок распределено по экспоненциальному закону, а распределение входящего потока имеет распределение Пуассона.

СеМО с такими распределениями длительности обслуживания и входящего потока являются однородными экспоненциальными сетями или сетями Джексона [4, стр. 94]. Такая модель даёт верхнюю границу оценки (худший вариант) и стационарные вероятности остояний сети имеют мульт-

типликативную форму.

В данной работе используются открытые сети Джексона, обрабатывающие  $R$  входящих потоков. В открытую сеть сообщения поступают из внешнего источника, могут покидать сеть после завершения обслуживания и интенсивность входного потока не зависит от состояния сети.

## 2. 1. 1. Пуассоновский поток

Предположение о том, что входящий поток является Пуассоновским, значительно облегчает математические выкладки при достаточной точности.

Пуассоновский поток имеет следующие свойства [11, стр. 12]:

1. Стационарность — вероятность появления  $k$  событий на любом промежутке времени зависит только от числа  $k$  и от длительности  $t$  промежутка.
2. Ординарность — вероятность наступления за элементарный промежуток времени более одного события мала по сравнению с вероятностью наступления за этот промежуток не более одного события и ей можно пренебречь.
3. Независимость — вероятность появления  $k$  на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или не появлялись события в моменты времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка.

## 2. 1. 2. Маршрутная матрица

Маршрутная матрица задаёт структуру соединений узлов сети (топологию) и вероятности переходов сообщения из одного центра сети, после завершения обслуживания в нём, в другой. Для открытой сети в качестве внешнего источника вводится новый центр с индексом 0. Таким образом маршрутная матрица имеет вид  $P = \| P_{ij} \|$ , где [1, стр. 17]:

$i, j = \overline{0, n}$ ,  $n$  - число узлов в сети,

$P_{0j}$  - вероятность поступления сообщения в  $M_j$  узел сети из внешнего источника,

$P_{i0}$  - вероятность покидания сообщением сети после окончания обработки в  $M_i$  узле,

$P_{ij}$  - вероятность перехода сообщения в узел  $M_j$  после обработки в узле  $M_i$ .

$P_{00} = 0$ .

В маршрутной матрице должно выполняться равенство  $\sum_{j=0}^n P_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$ .

Т.е. событие, состоящее в том, что сообщение после обработки в узле сети перейдёт в другой узел или покинет сеть — достоверное.

Для сети, обрабатывающей  $R$  входящих потоков, необходимо задать  $R$  маршрутных матриц  $P^m, m = \overline{1, R}$  для каждого входного потока.

## 2. 2. Методика разработки математической модели ИВС

Одним из самых распространённых методов для разработки аналитической математической модели ИВС является прилжжённая декомпозиционная модель сети массового обслуживания, основанная на составлении уравнений баланса средних для класса мультипликативных сетей. Эта модель допускает простую декомпозицию всей сети на отдельные элементы и обратную операцию - композицию. Такой подход позволяет проводить анализ каждого фрагмента сети независимо, а затем объединять эти фрагменты, получая обобщённые характеристики.

Этот метод состоит из следующих этапов:

1. Составление уравнений баланса интенсивностей потоков.
2. Вычисление коэффициентов передачи из уравнений баланса.
3. Вычисление стационарных вероятностно-временных характеристик (ВВХ) для каждого отдельного элемента СеМО.
4. Вычисление интегральных ВВХ при взаимодействии двух любых абонентов сети.



Исходными параметрами модели являются интенсивности обслуживающих узлов сети  $\mu_i^m$ , интенсивности поступления требований из внешних источников  $\lambda_i^m$  и маршрутная матрица  $P^m$  для каждого входного потока  $m = \overline{1, R}$ .

## 2. 2. 1. Уравнения баланса

Уравнения баланса позволяют найти общие интенсивности потоков  $\lambda_i'^m$  сообщений в стационарном режиме открытой СеМО (стационарным режимом называется состояние сети, при  $t \rightarrow \infty$ ).

Эти интенсивности определяются как  $\lambda_i'^m = e_i^m \lambda_0^m$ , где:

$e_i^m$  - коэффициенты передачи, получаемые при решении уравнений баланса,  $\lambda_0^m = \sum_{i=1}^n \lambda_i^m$  - суммарная интенсивность всех внешних потоков типа  $m$ .

Общая интенсивность птоков складывается из интенсивностей поступления требований в  $M_i$  узел из внешнего источника  $P_{0i}^m \lambda_0^m$ ,  $P_{0i}^m = \frac{\lambda_j^m}{\lambda_0^m}$  и интенсивностей поступления требований от других узлов  $e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m$  [1, стр. 17].

$$e_i^m \lambda_0^m = P_{0i}^m \lambda_0^m + \sum_{j=1}^n e_j^m P_{ji}^m \lambda_0^m, i = \overline{1, n}, m = \overline{1, R}$$

Видно, что можно сократить обе части уравнения на  $\lambda_0^m$ .

$$e_i^m = P_{0i}^m + \sum_{j=1}^n e_j^m P_{ji}^m, i = \overline{1, n}, m = \overline{1, R}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} e_1^m = P_{01}^m + e_1^m P_{11}^m + \dots + e_n^m P_{n1}^m \\ \vdots \\ e_n^m = P_{0n}^m + e_1^m P_{1n}^m + \dots + e_n^m P_{nn}^m \end{cases}$$

После решения этой системы уравнений получаем  $e_i^m$  для каждого узла, что позволяет рассчитать  $\lambda_i'^m$ .

## 2. 2. 2. Коэффициент загрузки

Коэффициент загрузки для узла  $M_i$  вычисляется по формуле

$$\rho_i = \sum_{m=0}^R \rho_i^m, \quad i = \overline{1, n}, \quad \rho_i^m = \frac{\lambda_i'^m}{\mu_i^m}$$

$\rho_i^m$  - коэффициент использования (загрузки) узла , равный отношению общей интенсивности, с которой сообщения поступают в узел, к интенсивности обработки сообщений этим узлом [6, стр. 34]

И для коэффициента загрузки и для коэффициента использования должно выполняться условие стационарности для каждого узла сети

$$0 \leq \rho_i, \rho_i^m \leq 1$$

## 2. 2. 3. Стационарные вероятностно-временные характеристики

## 2. 2. 4. Интегральные вероятностно-временные характеристики

## 2. 2. 5. Вероятность выбора маршрута

## Глава 3. <Проектная часть>

# Заключение

# Список литературы

1. Климанов В.П., Руделёв Р.А. Моделирование информационных систем. Математические модели для разработки информационных систем: методика и решения: учебное пособие. — Москва: ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», 2014. — 45 с.
2. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: учебник для вузов. — 4-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2010. — 944 с.
3. Таненбаум Э., Уезеролл Д. Компьютерные сети. — 5-е изд. — Санкт-Петербург: Питер, 2012. — 960 с.
4. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей: монография. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
5. Писарев В.Н. Применение теории массового обслуживания в задачах инженерно-авиационного обеспечения. — Типография ВВИА имени проф. Н.Е. Жукова, 1965. — 45 с.
6. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. — Москва: Машиностроение, 1979. — 432 с.
7. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. — Москва: Издательство «Мир», 1979. — 600 с.
8. Клейнрок Л. Коммуникационные сети (стохастические потоки и задержки сообщений). — Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1970. — 256 с.

9. Барашин Г.П., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. Массовое обслуживание в телефонии. — Москва: Издательство «Наука», 1968. — 246 с.
10. Кокс Д.Р., Смит У.Л. Теория очередей. — Москва: Издательство «Мир», 1966. — 218 с.
11. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания — Москва: Физматгиз, 1963. — 236 с.