

# ฮีพทวิภาค

# Binary heap

# คิวแบบมีลำดับความสำคัญ (priority queue)

- queue ปกติจะมีลำดับตามการเข้า
- priority queue มีการปรับลำดับตามความสำคัญ
  - ความสำคัญสูงอยู่ที่หัว queue
  - ความสำคัญต่ำอยู่ที่ปลาย queue
- เมื่อมีการ enqueue item จะถูกจัดไปอยู่ในลำดับตามความสำคัญ
- ง่ายสุดในการสร้างคือ insert ด้วย  $O(n)$  แล้วจัดลำดับความสำคัญด้วยการ sort ใช้เวลา  $O(n \log n)$
- ดีกว่านั้นคือใช้ ฮีพทวิภาค
  - enqueue ใช้  $O(\log n)$
  - dequeue ใช้  $O(\log n)$

# ฮีพทวิภาค

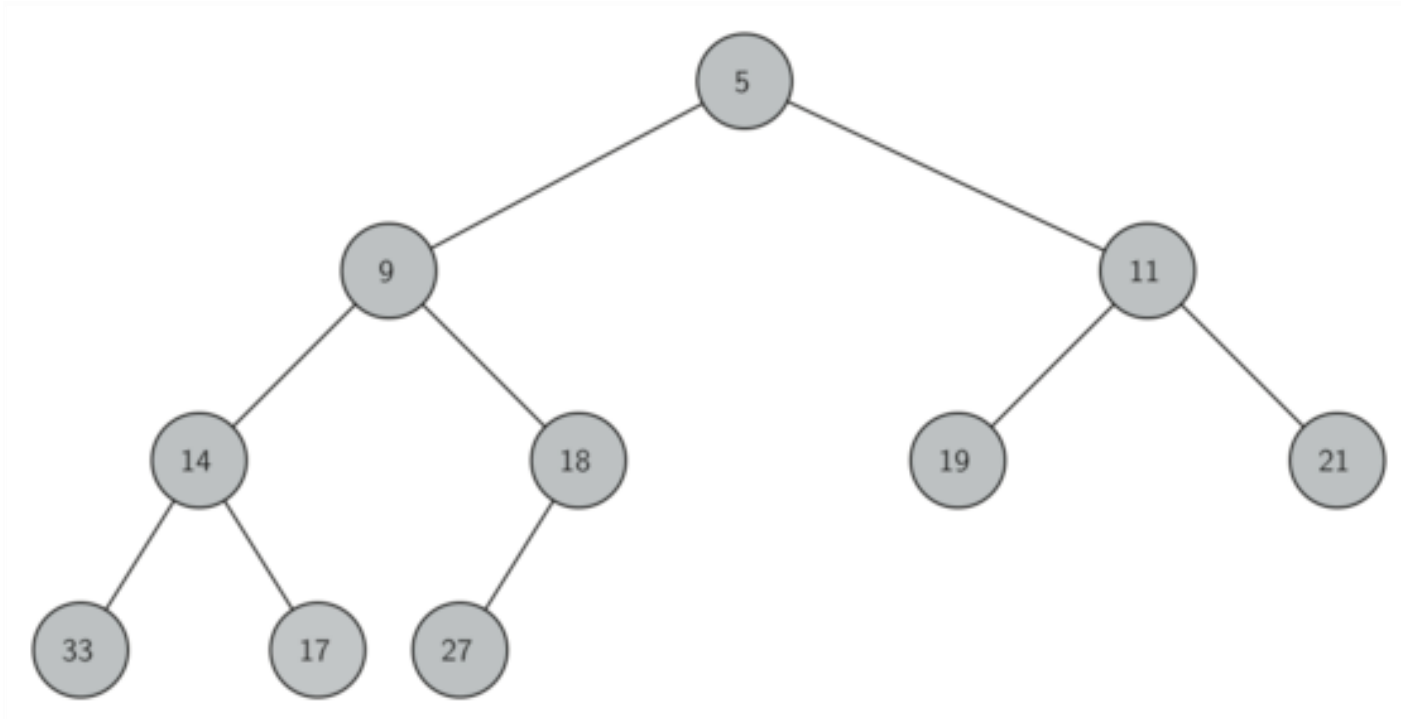
- มีความคล้ายกับต้นไม้
- การสร้างจริงๆ ใช้แค่ **list**
- มี 2 ประเภทคือ
  - **max heap** ความสำคัญสูงสุดคือมีค่า **key** มากสุด
  - **min heap** ความสำคัญสูงสุดคือมีค่า **key** น้อยสุด

# method ของฮีพทวิภาค

- **BinaryHeap()** สร้างฮีพว่าง
- **insert(k)** เพิ่ม **item** ใน ฮีพ
- **findMin()** คืนค่า **item** ที่มีค่า **key** น้อยที่สุด
- **delMin()** คืนค่า **item** ที่มีค่า **key** น้อยที่สุดแล้วลบออกด้วย
- **isEmpty()** ถามว่าฮีพว่างหรือไม่
- **size()** คืนค่าจำนวน **item** ในฮีพ
- **buildHeap(list)** สร้างฮีพใหม่จาก **list**

# โครงสร้าง

- คล้ายต้นไม้ที่รักษาความสมดุล
  - ปม (**node**) ฝั่งซ้ายและฝั่งขวามีจำนวนเท่ากัน
  - ใช้ต้นไม้สมบรูณ์
    - แต่ละลำดับชั้นมี **node** เต็ม
    - ชั้นสุดท้ายเรียกว่าใบเรียงวางจากซ้ายไปขวา

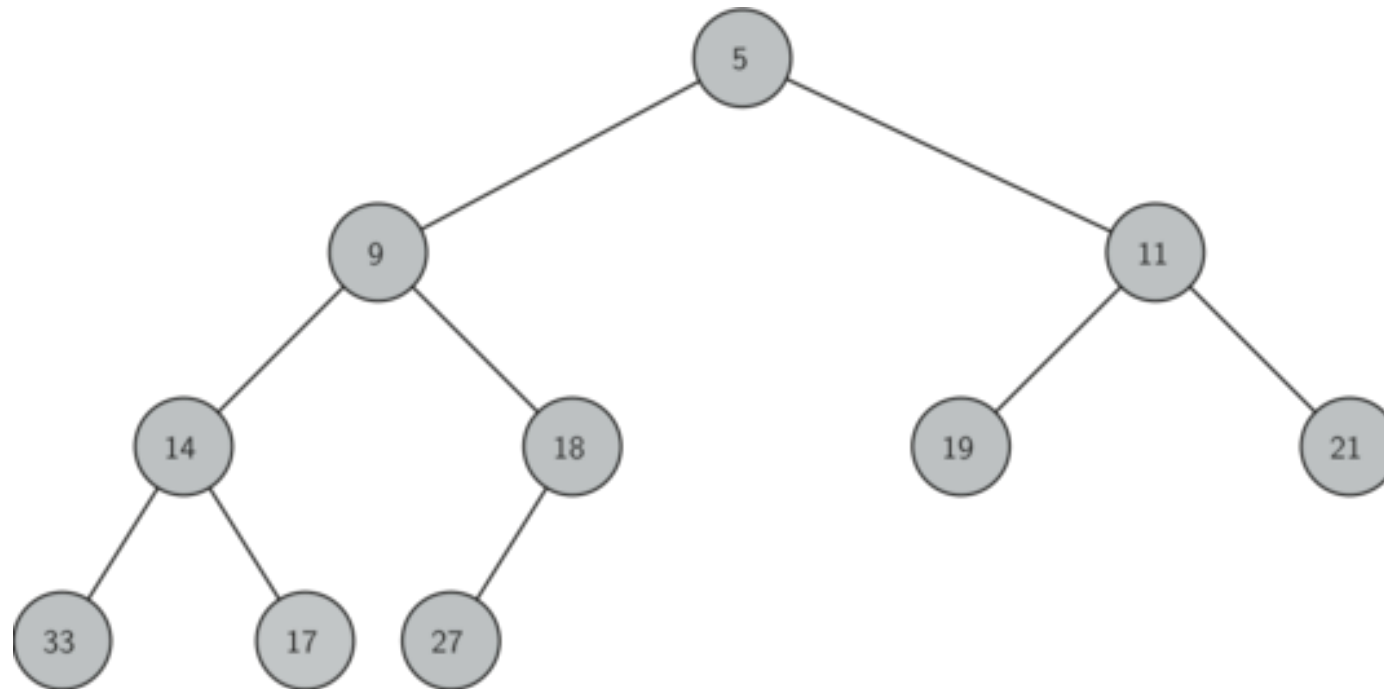


# ต้นไม้สมบูรณ์

- สร้างได้ด้วย list
- ที่ parent node  $p$ 
  - left child อยู่ที่ตำแหน่ง  $2p$
  - right child อยู่ที่ตำแหน่ง  $2p + 1$
- ที่ node  $p$  ใดๆ parent อยู่ที่  $p // 2$

## คุณสมบัติของฮีพ

- key ที่ parent มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ children เสมอ



0	5	9	11	14	18	19	21	33	17	27	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

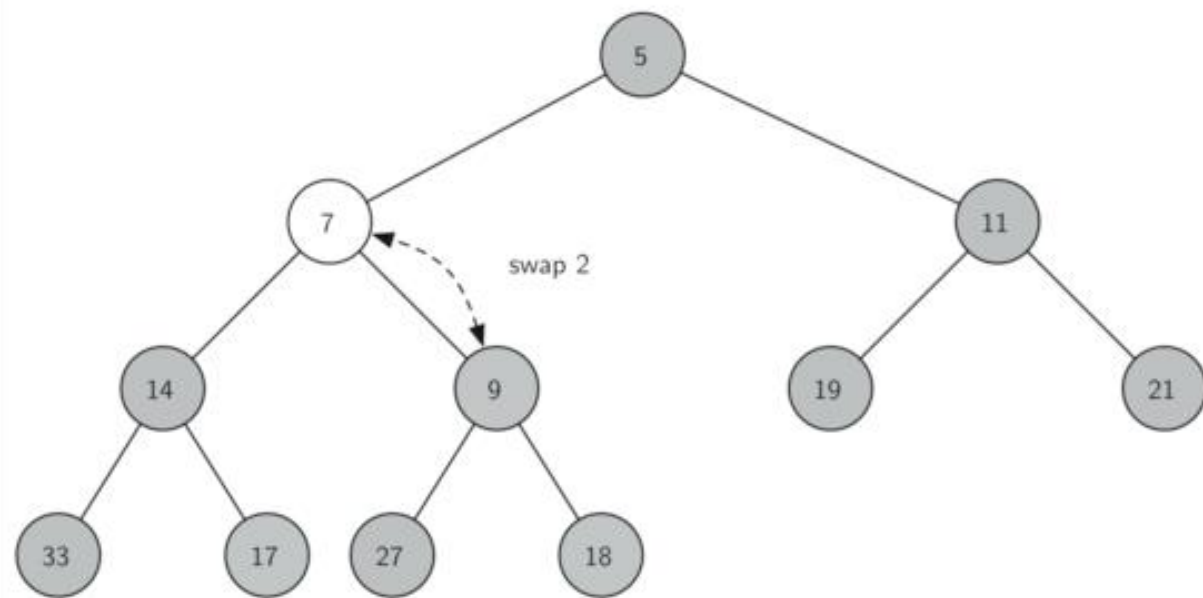
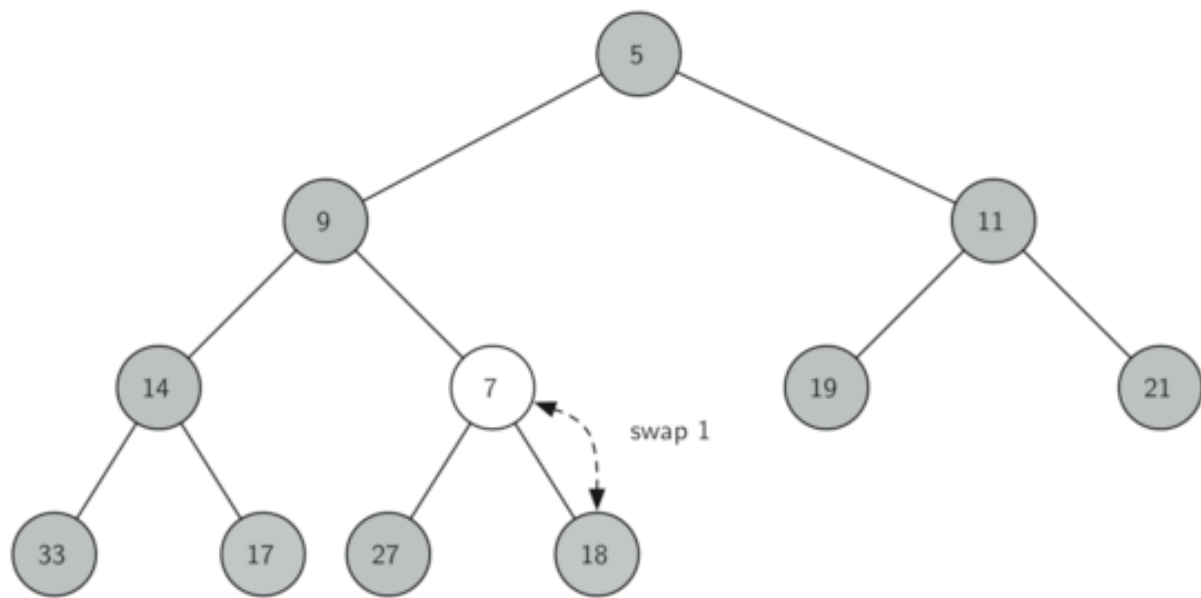
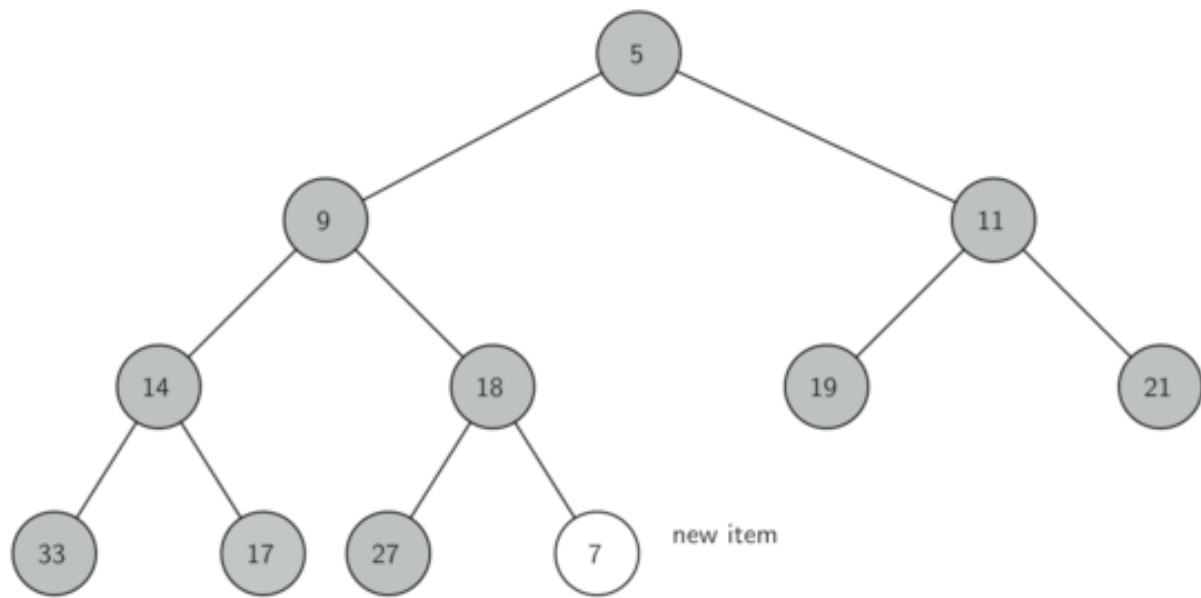
## การสร้าง class ของฮีพ

```
class BinHeap:  
    def __init__(self):  
        self.heapList = [0]  
        self.currentSize = 0
```



# insert

- ทำโดย **append item** เข้าไปใน **list**
- รักษาสภาพความสมบูรณ์เสมอ
- ดัน **item** กลับขึ้นด้านบนเพื่อให้อยู่ในลำดับที่ถูกต้อง (**percolate up**)
  - **parent** มี **key** น้อยกว่าหรือเท่ากับ **children** เสมอ

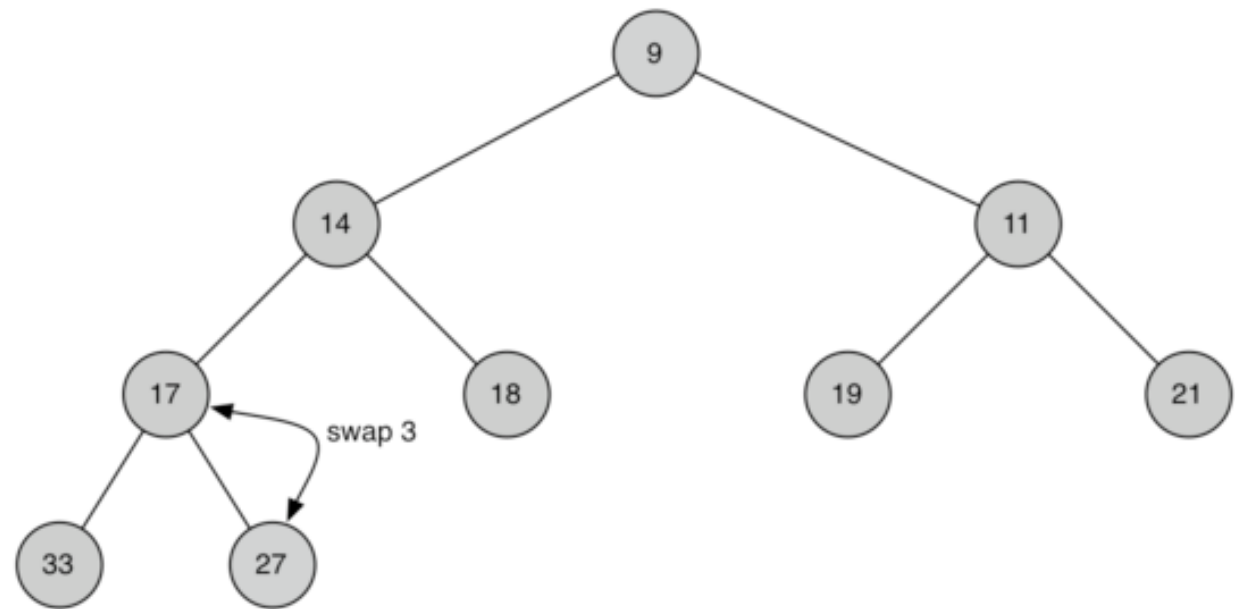
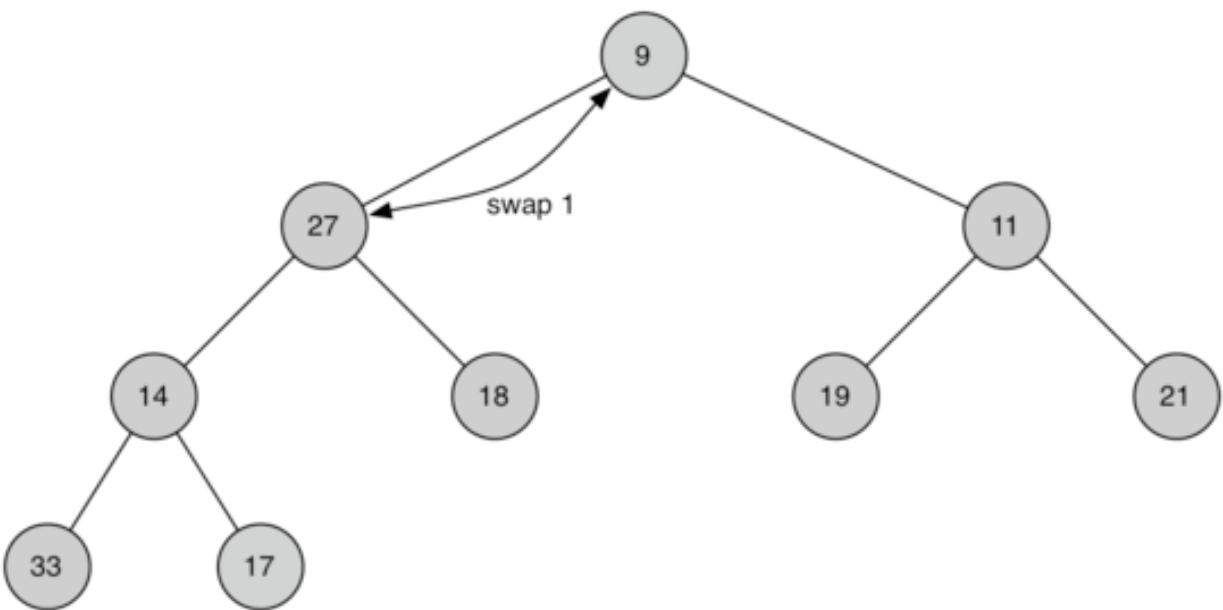
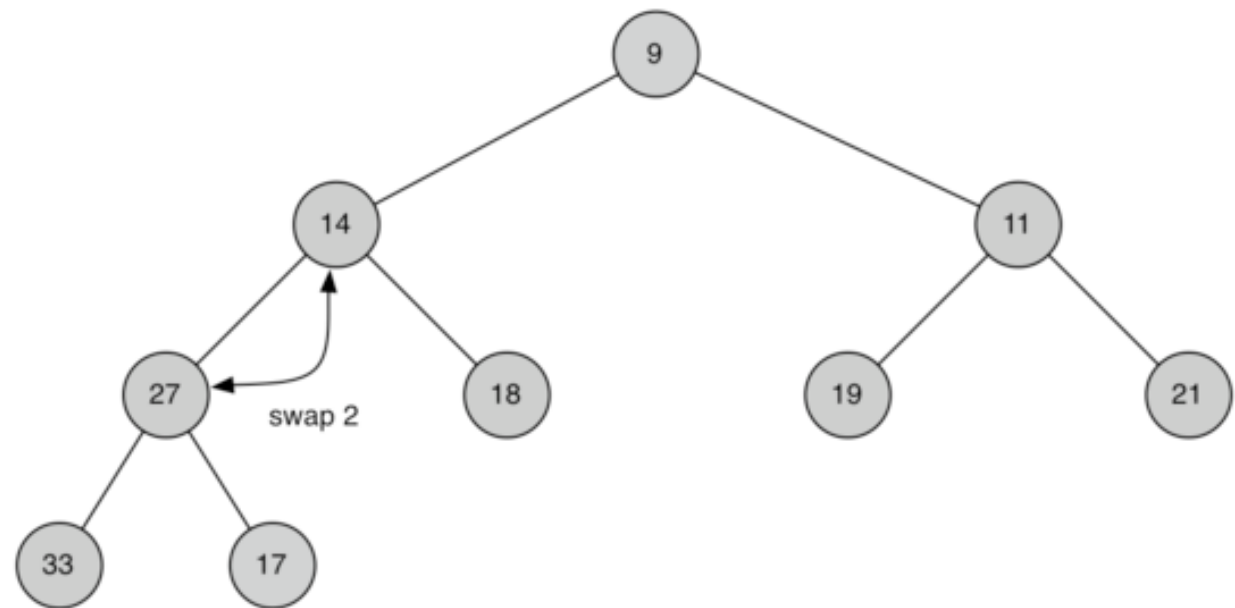
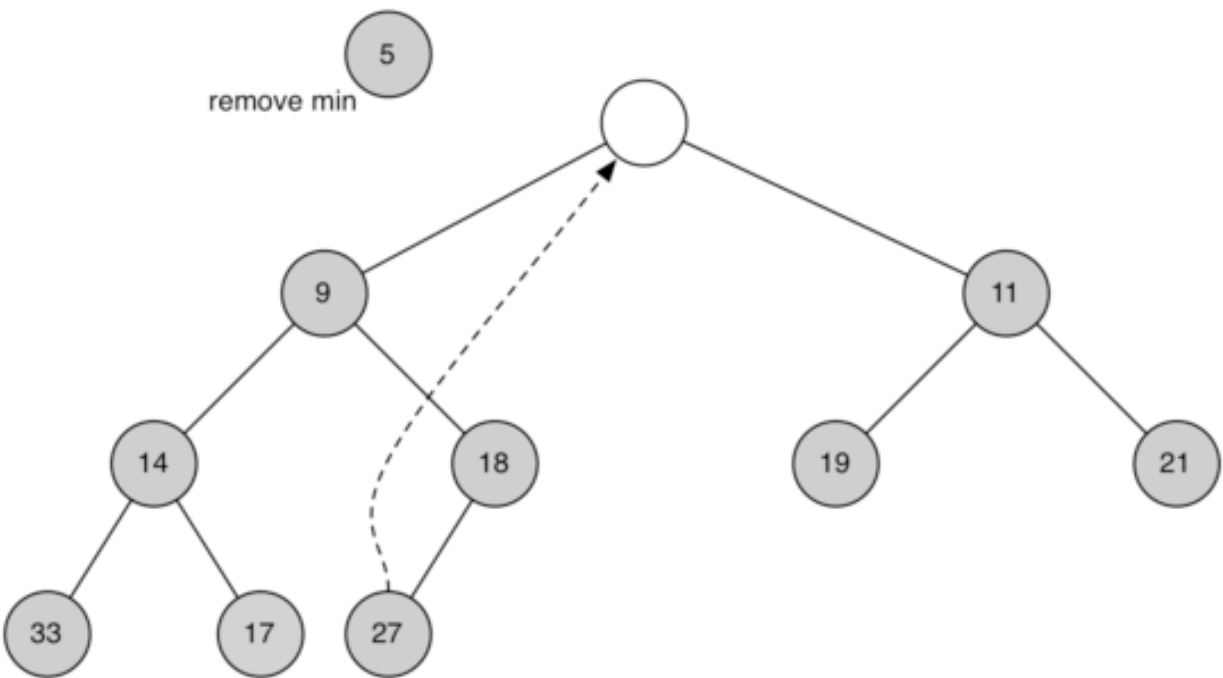


```
def percUp(self,i):
    while i // 2 > 0:
        if self.heapList[i] < self.heapList[i // 2]:
            tmp = self.heapList[i // 2]
            self.heapList[i // 2] = self.heapList[i]
            self.heapList[i] = tmp
        i = i // 2
```

```
def insert(self,k):
    self.heapList.append(k)
    self.currentSize = self.currentSize + 1
    self.percUp(self.currentSize)
```

# delMin

- ต้องหา **node** ที่มี **key** น้อยสุดขึ้นมาแทนที่
- เอา **node** สุดท้ายขึ้นมาก่อน
- ไต่กลับลงไปตำแหน่งที่ (**percolate down**)



```
def percDown(self,i):
```

```
    while (i * 2) <= self.currentSize:
```

```
        mc = self.minChild(i)
```

```
        if self.heapList[i] > self.heapList[mc]:
```

```
            tmp = self.heapList[i]
```

```
            self.heapList[i] = self.heapList[mc]
```

```
            self.heapList[mc] = tmp
```

```
    i = mc
```

```
def minChild(self,i):
```

```
    if i * 2 + 1 > self.currentSize:
```

```
        return i * 2
```

```
    else:
```

```
        if self.heapList[i*2] < self.heapList[i*2+1]:
```

```
            return i * 2
```

```
        else:
```

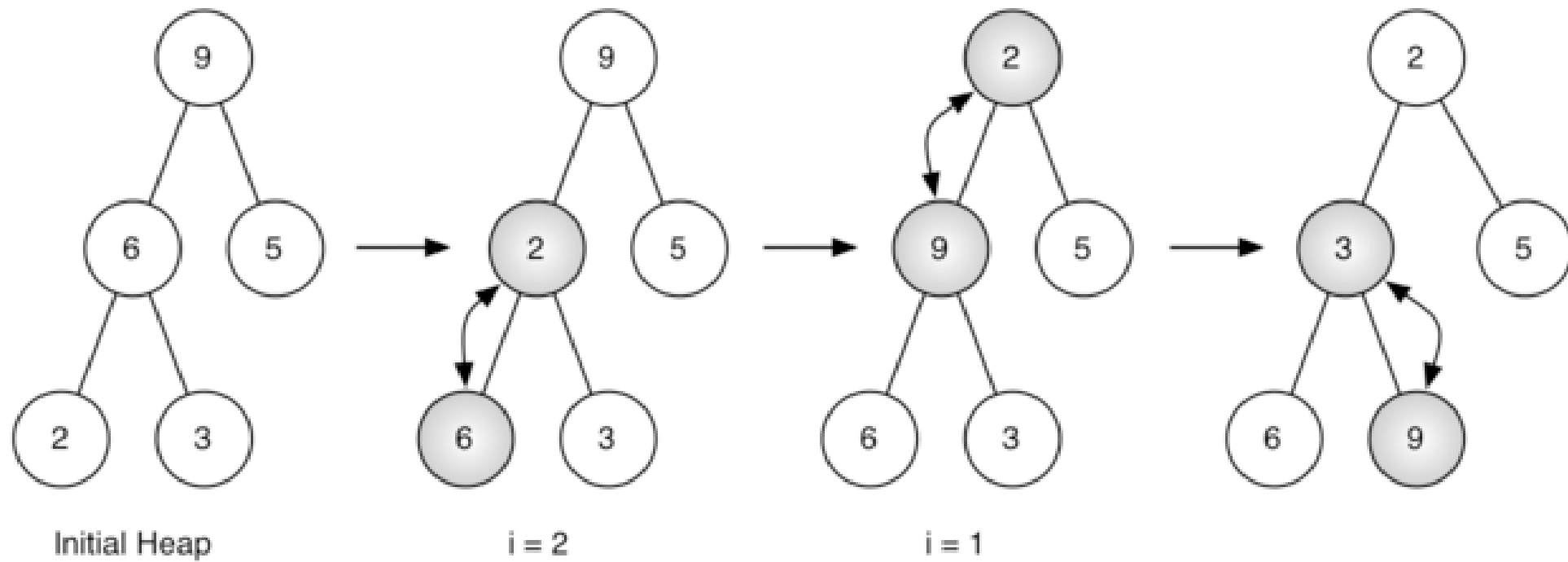
```
            return i * 2 + 1
```

```
def delMin(self):  
    retval = self.heapList[1]  
    self.heapList[1] = self.heapList[self.currentSize]  
    self.currentSize = self.currentSize - 1  
    self.heapList.pop()  
    self.percDown(1)  
    return retval
```

# สร้างฮีพจาก list

- ง่ายสุดคือค่อยๆ insert ทีละค่าใช้  $O(n \log n)$
- สร้างจาก list ทั้งหมดใช้  $O(n)$
- เริ่มจากครึ่งของ list
  - อีกครึ่งที่เหลือเป็น leaf node ที่ไม่มี child
- ขยับไปข้างหน้า list เรื่อยๆ (วิ่งขึ้นบนของ tree) แล้วไต่กลับลงมา





$i = 2$   $[0, 9, 5, 6, 2, 3]$

$i = 1$   $[0, 9, 2, 6, 5, 3]$

$i = 0$   $[0, 2, 3, 6, 5, 9]$

```
def buildHeap(self,alist):  
    i = len(alist) // 2  
    self.currentSize = len(alist)  
    self.heapList = [0] + alist[:]  
    while (i > 0):  
        self.percDown(i)  
        i = i - 1
```