

# 阿基米德螺旋线

一个点在射线上匀速向外运动，同时射线以 $w$ 的速度转动，点的轨迹就被称为**阿基米德螺旋线**或等速螺线。

## 1.公式

阿基米德螺旋线的**极坐标**公式可以表示为：

$$r = a + b * \theta$$

其中 $a$ 为起始点与极坐标中心的距离，主要负责旋转整个螺线（增加 $a$ 顺时针旋转和距离中心的远近）；

$b$ 为控制螺线间的螺距， $b = \frac{r}{\theta}$ ,  $b$ 越大变化越快，螺线相同角度下半径 $r$ 增长越快，越稀疏；  
 $\theta$ 的范围控制了螺线的大小， $\theta$ 越大螺线的范围越大。

在**直角坐标系**下，利用极坐标系到直角坐标的公式，其公式可以被改写为：

$$\begin{aligned}x &= r * \cos\theta \\y &= r * \sin\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= (a + b * \theta) * \cos\theta \\y &= (a + b * \theta) * \sin\theta\end{aligned}$$

此外还可以利用**角速度**和**线速度**的概念来控制螺线的形状，生成其他螺旋线：

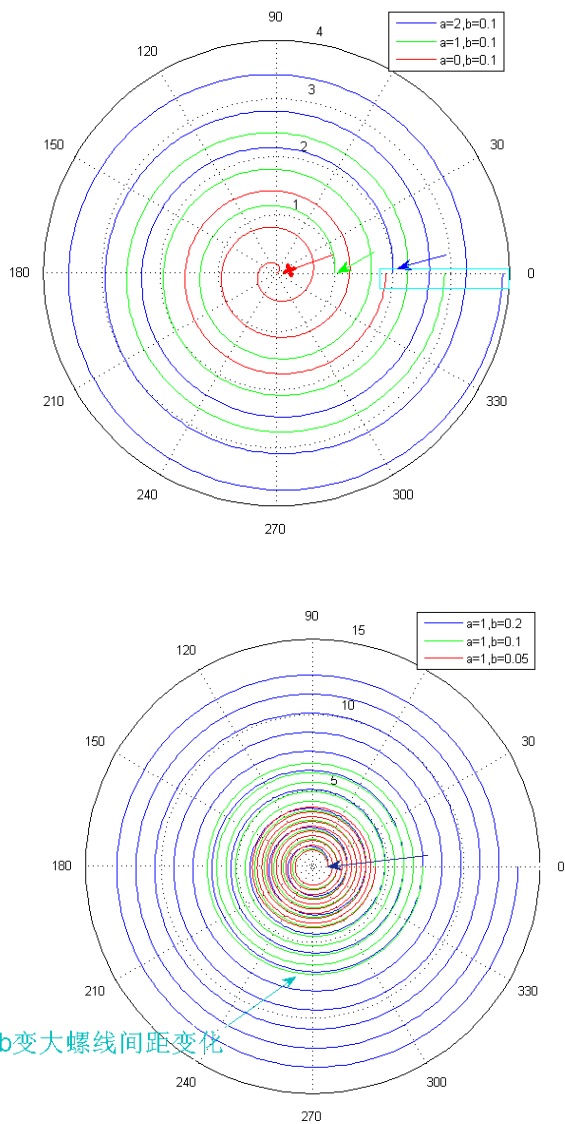
$$\begin{aligned}x &= vt * \cos(wt) \\y &= vt * \sin(wt)\end{aligned}$$

上式为关于 $t$ 的参数方程，其中 $v$ 为线速度、 $w$ 为角速度， $t$ 为点运动的时间。可以通过上式子得到等角速度、等线速度等各类螺旋

## 2.程序

首先我们来画出极坐标系下的阿基米德螺线。

```
1  #变化a参数
2  theta = 0:0.01*pi:6*pi;
3  r1 = 0 + 0.1*theta;
4  r2 = 1 + 0.1*theta;
5  r3 = 2 + 0.1*theta;
6  polar(theta,r3,'b');hold on;
7  polar(theta,r2,'g')
8  polar(theta,r1,'r')
9  legend('a=0,b=0.1','a=10,b=0.1','a=20,b=0.1')
10
11 #变化b参数, 右图
12 theta = 0:0.01*pi:20*pi;
13 r4 = 1 + 0.05*theta;
14 r5 = 1 + 0.1*theta;
15 r6 = 1 + 0.2*theta;
16 polar(theta,r6,'b');hold on;
17 polar(theta,r5,'g')
18 polar(theta,r4,'r')
19 legend('a=1,b=0.2','a=1,b=0.1','a=1,b=0.05')
```



b变大螺线间距变化

随后在直角坐标系中画出螺线：

```

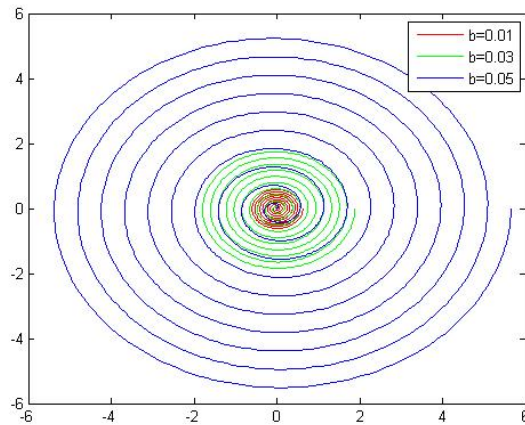
1  theta = 0:0.01*pi:20*pi;
2  r7 = 0 + 0.01*theta;
3  x = r7.*cos(theta);
4  y = r7.*sin(theta);
5  %初始点是0，螺距为0.01
6  %在直角坐标系下b控制着螺线间距，b越大螺线间距越大
7  plot(x,y,'r')
8
9  hold on;
10 r8 = 0 + 0.03*theta;
11 x = r8.*cos(theta);
12 y = r8.*sin(theta);
13 plot(x,y,'g')
14
15 r9 = 0 + 0.09*theta;
16 x = r9.*cos(theta);
17 y = r9.*sin(theta);
18 plot(x,y,'b')

```

```

19
20 legend('b=0.01','b=0.03','b=0.05')

```



另外可以通过引入速度的概念控制螺线的形状:

```

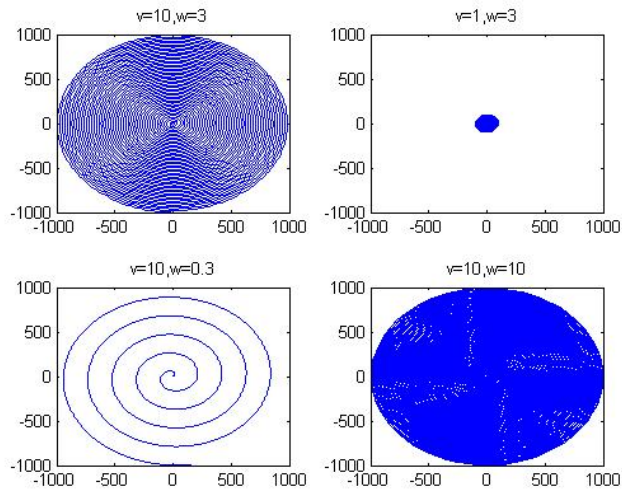
1  t = 0:0.01:100;
2  v = 10; %线速度控制了大小, 越大走得越快螺线形状越大
3  w = 3 ; %角速度控制了疏密, 越小越稀疏, 单位时间内旋转
4  x = v*t.*cos(w*t);
5  y = v*t.*sin(w*t);
6  subplot(2,2,1);
7  plot(x,y)
8  title('v=10,w=3')
9  axis([-1000 1000 -1000 1000])
10
11
12 v = 1; %线速度变小, 图形变小
13 w = 3 ;
14 x = v*t.*cos(w*t);
15 y = v*t.*sin(w*t);
16 subplot(2,2,2)
17 plot(x,y)
18 title('v=1,w=3')
19 axis([-1000 1000 -1000 1000])
20
21
22 v = 10;
23 w = 0.3 ; %角速度变小, 图形变疏
24 x = v*t.*cos(w*t);
25 y = v*t.*sin(w*t);
26 subplot(2,2,3)
27 plot(x,y)
28 title('v=10,w=0.3')
29 axis([-1000 1000 -1000 1000])
30
31 v = 10; %变大
32 w = 10 ; %变密
33 x = v*t.*cos(w*t);
34 y = v*t.*sin(w*t);
35 subplot(2,2,4)

```

```

36 | plot(x,y)
37 | title('v=10,w=10')
38 | axis([-1000 1000 -1000 1000])

```

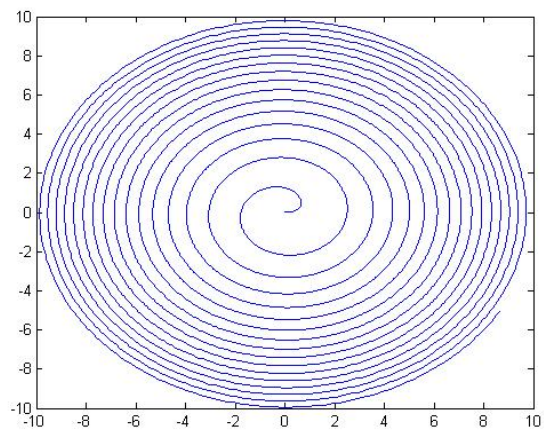
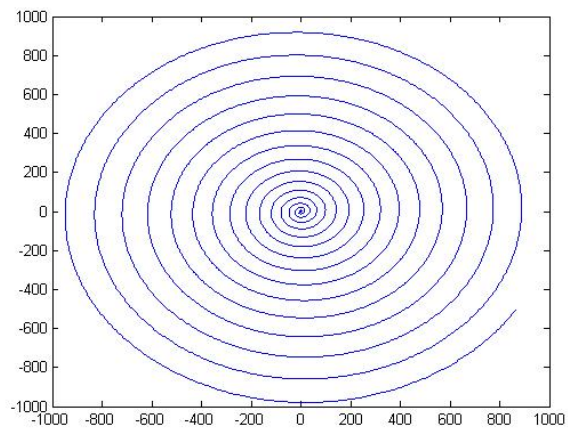


或者将 $w$ 变化或者 $v$ 变化:

```

1 | %向外渐开线
2 | t = 0:0.01:100;
3 | v = 0:0.001:10; %线速度逐渐加快
4 | w = 1 ; %
5 | x = v.*t.*cos(w*t);
6 | y = v.*t.*sin(w*t);
7 | plot(x,y)
8 |
9 |
10 | %渐密线
11 | t = 0:0.01:100;
12 | v = 0.1;
13 | w = 0:0.0001:1; ; %角速度逐渐加大变密. tips: 一定
14 | x = v.*t.*cos(w.*t);
15 | y = v.*t.*sin(w.*t);
16 | plot(x,y)

```



---

ref

<https://baike.baidu.com/item/阿基米德螺线/6174118?fr=aladdin>

<http://muchong.com/html/201106/3290808.html>

<https://blog.csdn.net/menghuanxiy/article/details/81348393>

[http://blog.sina.cn/dpool/blog/s/blog\\_62c180b20102wx3n.html](http://blog.sina.cn/dpool/blog/s/blog_62c180b20102wx3n.html)