第20章 振动

§ 20.1-20.3 简谐振动

振动有各种不同的形式：机械振动 电磁振荡 …

广义振动：

— 任一物理量(如位移、电流等)在某一数值附近反复变化

振动分类：受迫振动

自由振动 { 阻尼自由振动 / 无阻尼自由振动

无阻尼自由非谐振动

无阻尼自由谐振动 （简谐振动）

一、简谐振动的特征及其表达式 （运动学部分）

——离开平衡位置的位移是时间的正弦或余弦函数

表达式：

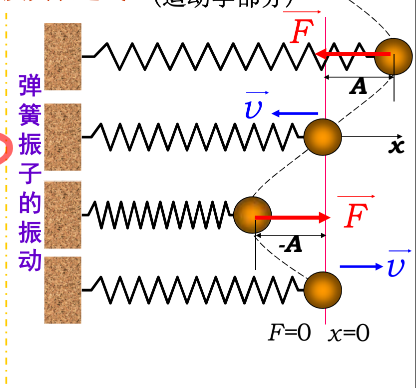
$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$

特点：

(1)等幅振动

(2)周期振动

x(t)=x(t+T)



二、描述简谐振动的特征量 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

1、振幅 A (位移最大值的绝对值)

2、振动圆频率ω $a=-\omega^2 x$

周期T和频率 ν $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ $\omega=2\pi\nu$ $\nu=\dfrac{1}{T}$

3、相位

(1) $(\omega t+\varphi)$ 是 t 时刻的相位

(2) φ 是t =0时刻的相位 — 初相

相位概念也可用于比较两个谐振动之间在振动步调上的差异。

两振动方程为：
$$x_1=A_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1)$$
$$x_2=A_2\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$$

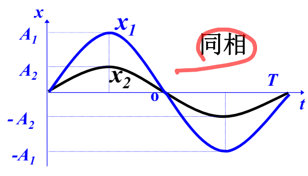
位相差为： $\Delta\varphi=(\omega_2 t+\varphi_2)-(\omega_1 t+\varphi_1)$

对两同频率的谐振动 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ 初相差

➢ 同相和反相

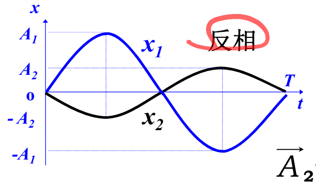
当$\Delta\varphi=\pm 2k\pi$ （k =0,1,2,…)时，
两振动步调相同，称同相

当$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi$ （k =0,1,2,…)时，
两振动步调相反，称反相



两质点同时到达各自同方向的极端位置，同时越过原点向相同方向运动

O $\vec{A}_1$ $\vec{A}_2$

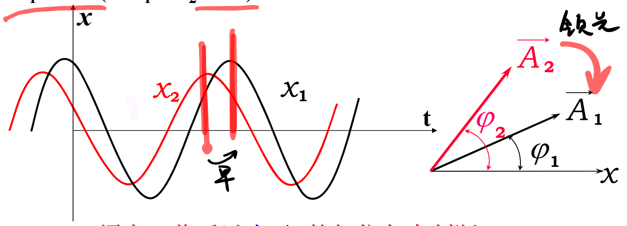


两质点同时到达各自相反方向的极端位置，同时越过原点但向相反方向运动

$\vec{A}_2$ O $\vec{A}_1$

➢ 超前和落后

若$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$，则 x_2比x_1较早达到正最大，称x_2比x_1超前（或x_1比x_2落后）。



领先、落后以小于π的相位角来判断！！！

$$|\Delta\varphi| \le \pi$$

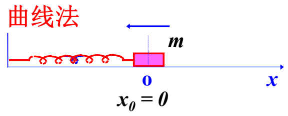
三、简谐振动的描述方法

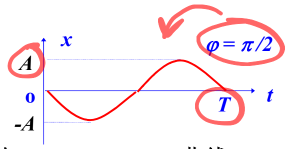
1、解析法　由 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 　ω

已知表达式 ⇒ A、T、φ

已知A、T、φ ⇒ 表达式　初相

2、曲线法



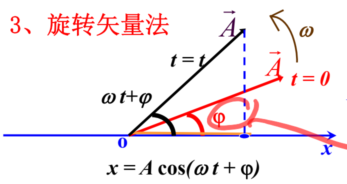


已知曲线 ⇒ A、T、φ　　已知 A、T、φ ⇒ 曲线

|A|

$\vec{A}$的大小：振幅 A

3、旋转矢量法



$\vec{A}$旋转角速度：振动的圆频率ω

$\vec{A}$旋转方向：逆时针方向

$\vec{A}$与x轴的夹角：相位 φ

$\vec{A}$在x轴上的投影：振动方程

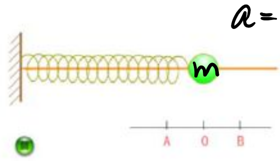
四、几种常见的谐振动

1. 弹簧振子　$F = -kx$　　本=: 瞬时 a　$\frac{F}{m} = a$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$　　$$\omega^2 = k/m$$

$$a = -\omega^2 x$$



$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ← 中学

2. 单摆

转动定律：　$M = J\alpha = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$

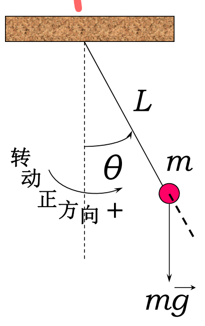
摆球所受合外力矩：

$$M = -mgL\sin\theta \quad \boxed{\approx -mgL\theta}$$

$$\therefore -mgL\theta = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

动力学方程：$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0}$

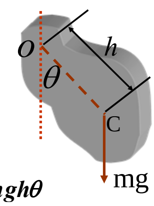
方程的解：$\boxed{\theta = \theta_0\cos(\omega t + \varphi_0)}$　$\boxed{\omega^2 = g/L}$



3. 复摆

一个可绕固定轴摆动的刚体称为复摆(物理摆)。

刚体的质心为C，对过O 点的转轴的转动惯量为J，O、C 两点间的距离为h。



据转动定律，得 $J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgh\sin\theta$

若 θ角度较小时 ➡ $J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgh\theta$

令 $\omega^2 = \frac{mgh}{J}$

➡ $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$ ➡ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgh}}$

四、几种常见的谐振动

1. 弹簧振子 $F = -kx$ $\quad \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$

$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ $\quad \omega^2 = k/m$

2. 单摆 $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{g}{L}\theta = 0$

$\theta = \theta_0\cos(\omega t + \varphi_0)$ $\quad \omega^2 = g/L$

3. 复摆

$\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{mgh}{J}\theta = 0$ $\quad \omega^2 = \dfrac{mgh}{J}$

五、简谐振动的能量(以水平弹簧振子为例)

1、简谐振动的速度、加速度 $\quad x = A\cos(\omega t + \varphi)$

A、速度

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\upsilon(t) = A_\upsilon\cos(\omega t + \varphi_\upsilon)$$

✓ 速度也是简谐振动；速度υ比位移x领先π/2

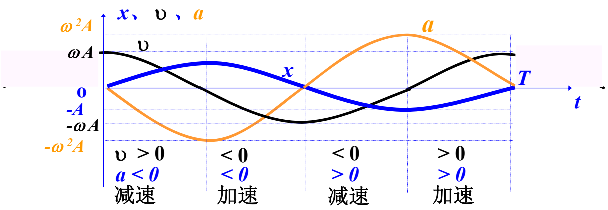
B、加速度 $a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi) = -\omega^2 x$

$$a(t) = A_a\cos(\omega t + \varphi_a)$$

✓ 加速度也是简谐振动，比速度超前π/2

$\upsilon(t) = A_\upsilon\cos(\omega t + \varphi_\upsilon)$ ✓ 速度υ比位移x领先π/2

$a(t) = A_a\cos(\omega t + \varphi_a)$ ✓ 加速度比速度超前π/2



2、简谐振动系统的能量特点

(1) 动能 $E_k = \dfrac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$ $\quad E_{k\max} = \dfrac{1}{2}kA^2$ $\quad E_{k\min} = 0$

$$\overline{E_k} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} E_k dt = \frac{1}{4}kA^2$$

(2) 势能 $E_p = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

$E_{p\max}$, $E_{p\min}$, $\overline{E_p}$ 情况同动能

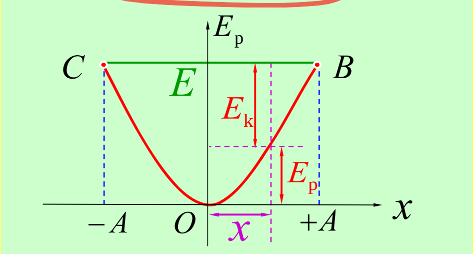
(3) 机械能 $E = E_k + E_p = \dfrac{1}{2}kA^2$ $\quad$ 简谐振动系统机械能守恒

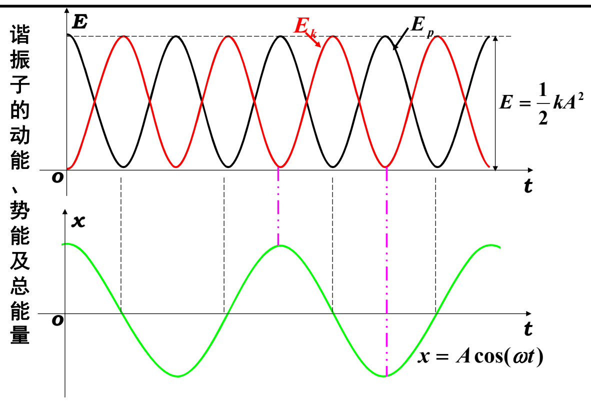
3、由起始能量求振幅

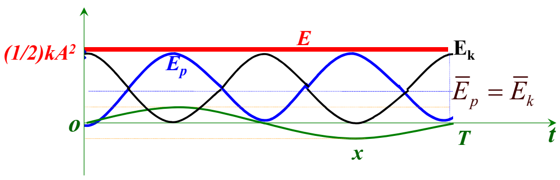
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2E_0}{k}}$$

$E = \dfrac{1}{2}kA^2$ 简谐运动能量守恒

简谐运动势能曲线







六、简谐振动的动力学解法

1、简谐振动的动力学方程（动力学部分）

定义：质点在与对平衡位置的位移成正比而反向的合外力作用下的运动

A、受力特点：线性回复力 $(F=-kx)$

B、动力学方程 (以水平弹簧振子为例)

$$F=-kx=ma=m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$$

C、固有(圆)频率

弹簧振子: $\boxed{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}$

固有频率决定于系统内在性质

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$$

实际上，任何一个物理量（并不局限于一个运动质点），如果它随时间的变化规律满足简谐运动的微分方程，或遵从余弦（或正弦）规律，则广义地说，这一物理量在作简谐运动。

如：交流电压U

$$\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2U=0 \qquad \omega\text{为常数}$$

D、由初始条件求振幅和相位

$$\begin{cases}x=A\cos(\omega t+\varphi)\\ \upsilon=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)\end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases}x_0=A\cos\varphi\\ \upsilon_0=-\omega A\sin\varphi\end{cases}$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{\upsilon_0^2}{\omega^2}} \qquad \varphi=\arctan\left(-\frac{\upsilon_0}{\omega x_0}\right)$$

2、简谐振动的动力学解法

1）由分析能量出发　　2）由分析受力出发

例1、求证：若一个系统的总能量不随时间改变，且可以写成如下形式 $a\left(\frac{dq}{dt}\right)^2+\frac{bq^2}{2}+c$ 则：该系统一定做简谐振动

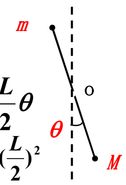
证明： $E=a\left(\frac{dq}{dt}\right)^2+\frac{bq^2}{2}+c=\text{常量}$

对t求导：$\frac{dE}{dt}=2a\left(\frac{dq}{dt}\right)\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)+2\times\frac{bq}{2}\left(\frac{dq}{dt}\right)=0$

整理，得：$\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)+\frac{b}{2a}q=0 \qquad \omega=\sqrt{\frac{b}{2a}}$

可见，该系统作简谐振动

例 2 、 一刚性轻杆AB的两端分别附有质量为M和m（<M）的质点，可绕光滑水平轴 o（过杆的中点）在铅直面内作微小摆动。杆长L，求振动周期。



解：杆偏离平衡位置θ角时所受合外力矩:

$$-Mg\frac{L}{2}\sin\theta+mg\frac{L}{2}\sin\theta\approx-Mg\frac{L}{2}\theta+mg\frac{L}{2}\theta$$

由转动定理 $J\frac{d^2\theta}{dt^2}$ 　　$J=M(\frac{L}{2})^2+m(\frac{L}{2})^2$

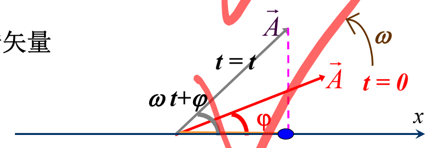
$$\therefore\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{M-m}{M+m}\frac{2g}{L}\theta=0 \qquad \omega=\sqrt{\frac{2(M-m)g}{(M+m)L}}$$

$$\boxed{\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(M+m)L}{2(M-m)g}}}$$

复习上一次课的内容

一、简谐振动函数 $x = A\cos(\omega t+\varphi)$

二、旋转矢量



复习上一次课的内容

三、振动的微分方程（动力学方程）

$$\frac{d^2q}{dt^2}+Cq=0 \qquad \text{圆频率：} \omega=\sqrt{C}$$

四、简谐振动的能量 $E=E_k+E_p=\frac{1}{2}kA^2$

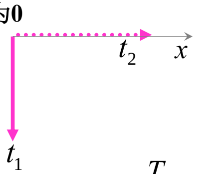
例3、振子的振动周期为12s，振子由平衡位置到正向最大位置处所需的最短时间是多少？振子经历上述过程的一半路程所需最短时间是多少？

解：t_1时刻旋转矢量与x轴之间的夹角为 $-\frac{\pi}{2}$

t_2末态旋转矢量与x轴之间的夹角为0

$$\varphi_1=\frac{2\pi}{T}t_1+\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$$

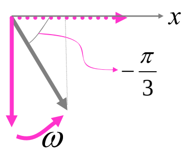
$$\varphi_2=\frac{2\pi}{T}t_2+\varphi_0=0$$



得： $\frac{2\pi}{T}(t_2-t_1)=\frac{\pi}{2}$ 　最短时间为：$t_2-t_1=\frac{T}{4}$

问：振子经历上述过程的一半路程所需最短时间是多少？

振子经历上述过程的一半路程时旋转矢量与x轴之间的夹角为 $-\frac{\pi}{3}$



于是：$\varphi_1=\frac{2\pi}{T}t_1+\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$

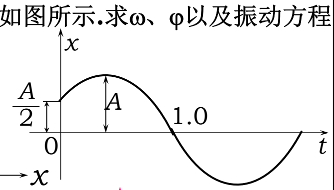
$$\varphi_2=\frac{2\pi}{T}t_2+\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$$

解得：$t_2-t_1=\frac{T}{12}=1s$

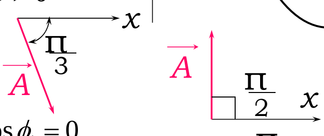
例4、一谐振动的振动曲线如图所示.求ω、φ以及振动方程

解：t = 0时

$$\begin{cases} x_0=A\cos\varphi=\frac{A}{2} \\ \upsilon_0=-\omega A\sin\varphi>0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \varphi=-\frac{\pi}{3}$$



$t=1$时 $\begin{cases} x_1=A\cos\phi_1=0 \\ \upsilon_1=-\omega A\sin\phi_1<0 \end{cases}$ $\Rightarrow \Phi_1=\frac{\pi}{2}$

$$\Phi_1=\omega t_1+\varphi=\omega\times 1-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \omega=\frac{5}{6}\pi$$

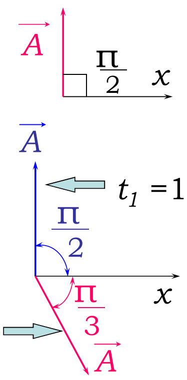
$$x=A\cos\left(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

本题ω 的另一种求法：

$$\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}}{2\pi}=\frac{1}{T}$$

$$T=\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow \omega=\frac{5}{6}\pi$$



§ 20.4 阻尼振动

一、阻尼 —— 消耗振动系统能量的原因

二、阻尼振动的振动方程、表达式和振动曲线

1、阻力

对在流体（液体、气体）中运动的物体，

当物体速度较小时，阻力和速度成正比

$$f_r = -\gamma \upsilon = -\gamma \frac{dx}{dt} \qquad \gamma:\text{阻力系数}$$

2、振动方程

讨论在阻力作用下的弹簧振子

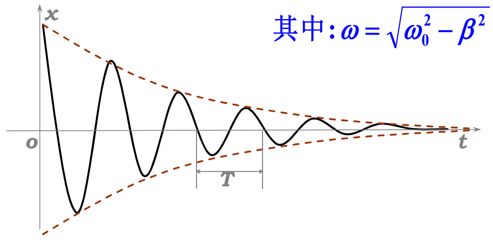
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} - kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} - kx \quad \text{阻尼系数}:\beta = \frac{\gamma}{2m} \quad \text{固有频率}:\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

3、振动表达式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\dfrac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$

4、振动曲线 $\beta < \omega_0$时：$x(t) = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi)$

其中：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$



三、阻尼振动的特点 $x(t) = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi)$

1、振幅特点

振幅：$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ 振幅随 t 衰减

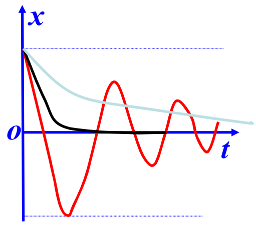
2、周期特点 $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} > T_0$ T_0：固有周期

四、过阻尼、欠阻尼和临界阻尼

1、欠阻尼 $\beta < \omega_0$

2、过阻尼 $\beta > \omega_0$

3、临界阻尼 $\beta = \omega_0$



§ 20.5 受迫振动 共振

一、受迫振动

在外来驱动力作用下的振动

1、系统受力

弹性力 $-kx$ 阻尼力 $-\gamma\dfrac{dx}{dt}$

周期性驱动力 $f = F_0\cos\omega t$

2、振动方程

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma\frac{dx}{dt} + f$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h\cos\omega t$$

其中 $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ ，$\beta = \dfrac{\gamma}{2m}$ ，$h = \dfrac{F_0}{m}$

方程的解为：

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos\Big(\underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\; t + \varphi_0}_{\boxed{\text{随时间很快衰减为零}}}\Big) + \underbrace{A\cos(\omega t + \varphi)}_{\boxed{\text{等幅振动}}}$$

3、稳态解：$x = A\cos(\omega t + \varphi)$

在达到稳定态时，系统振动频率等于驱动力的频率

3、稳态解 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

4、特点：稳态时的受迫振动按简谐振动的规律变化

(1)频率：等于驱动力的频率 ω

(2)振幅：$A = \dfrac{h}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2]^{1/2}}$

(3)初相：$\mathrm{tg}\,\varphi = -\dfrac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

与驱动力的频率有关

二、共振

1、位移共振

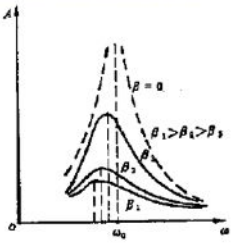
在一定条件下，振幅出现 极大值、振动剧烈的现象

(1)共振频率：$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

(2)共振振幅：$A_r = \dfrac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$

若 $\beta \ll \omega_0$ 则 $\omega_r \approx \omega_0$

$A_r \approx h/(2\beta\,\omega_0)$ 称尖锐共振



2、速度共振 $v = \dfrac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \dfrac{\pi}{2}) = \omega A \cos\omega t$

$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ （共振时）

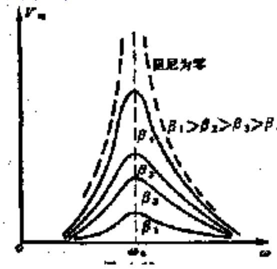
一定条件下，速度幅ωA极大的现象

$\omega_r = \omega_0$

$\upsilon_{m\,r} = h/2\beta$

$\varphi_{v\,r} = 0$

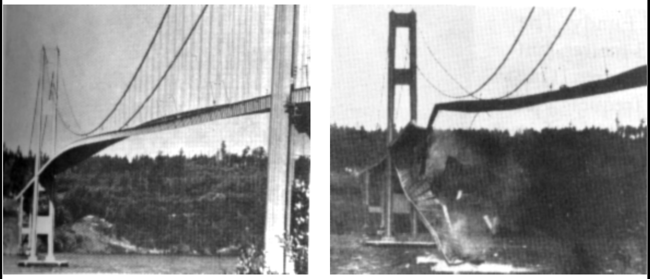
速度共振时，速度与驱动力同相，一周期内驱动力总作正功，此时向系统输入的能量最大



◆ 共振现象在实际中的应用

乐器、收音机、核磁共振（NMR）……

◆ 共振现象的危害



1940 年美国 Tocama 悬索桥因共振而坍塌

§ 20.6-20.9 简谐振动的合成

一、同方向同频率的简谐振动的合成

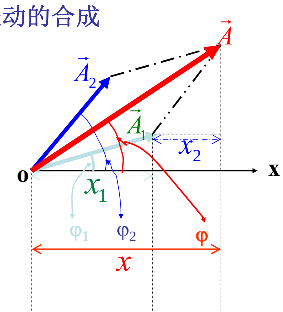
1、分振动：

$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$

$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$

2、合振动：$x = x_1 + x_2$

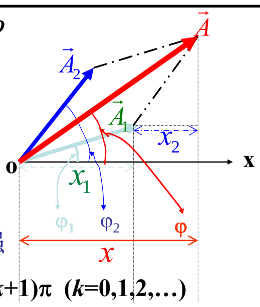
$x = A\cos(\omega t + \varphi)$



合振动是简谐振动：其频率仍为ω

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$\mathrm{tg}\,\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$



(1)若两分振动同相

$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2k\pi \quad (k=0,1,2,\ldots)$

则$A = A_1 + A_2$，两分振动相互加强

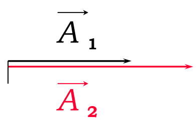
(2)若两分振动反相 $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2k+1)\pi \quad (k=0,1,2,\ldots)$

则$A = |A_1 - A_2|$，两分振动相互减弱 如 $A_1 = A_2$，则 $A = 0$

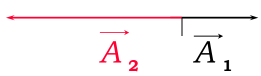
合振动的加强与减弱

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

合振动加强



合振动减弱



二、同方向不同频率的简谐振动的合成

1、分振动 $x_1=A\cos\omega_1 t$ $x_2=A\cos\omega_2 t$

2、合振动 $x=x_1+x_2$ 合振动不是简谐振动

$$x=2A\cos\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}\right)t\cdot\cos\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}\right)t$$

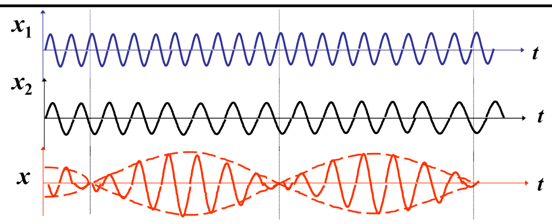
当$\omega_2\sim\omega_1$时

$\omega_2-\omega_1<<\omega_2+\omega_1$

$$x=A(t)\cos\bar{\omega}t$$

随 t 缓变　　随 t 快变

合振动可看作振幅缓变的简谐振动



3、拍：合振动忽强忽弱的现象

拍频：单位时间内强弱变化的次数 $\nu=|\nu_2-\nu_1|$

同方向不同频率振动的合成，一般情况下合成后的振动是一个复杂的运动；拍是一种特殊现象。

三、二维同频率简谐振动的合成

1、分振动 $x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ $y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$

2、合运动

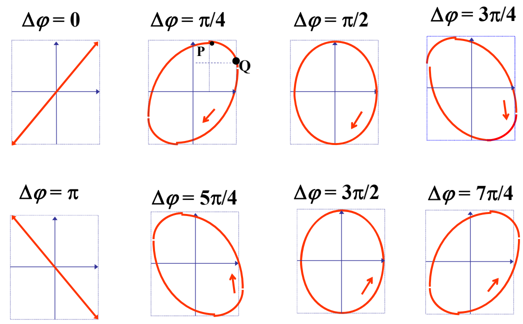
$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)$$

(1) 合运动一般是在 $2A_1$ (x向)、$2A_2$ (y向) 范围内的一个椭圆

(2) 椭圆的性质 (方位、长短轴、左右旋)
在 A_1、A_2确定之后，主要决定于$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$

$x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ $y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)$$



四、二维不同频率简谐振动的合成

➢ 两分振动频率相差很小

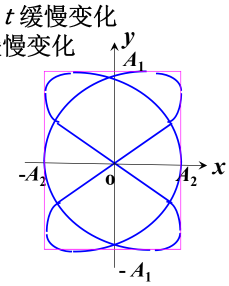
$\Delta\varphi=(\omega_2-\omega_1)t+(\varphi_2-\varphi_1)$

可看作两频率相等而$\varphi_2-\varphi_1$随 t 缓慢变化
合运动轨迹将按上页图依次缓慢变化

➢ 两振动的频率成整数比

轨迹称为李萨如图形

$\omega_x:\omega_y=3:2$



例5、三个同方向、同频率的谐振动为

$x_1=0.1\cos(10t+\pi/6)\text{m}$

$x_2=0.1\cos(10t+\pi/2)\text{m}$

$x_3=0.1\cos(10t+5\pi/6)\text{m}$

试求合振动的表达式。

解： $A_1=A_2=A_3=0.1$

$\phi_1=\frac{\pi}{6}$ $\phi_2=\frac{\pi}{2}$ $\phi_3=\frac{5\pi}{6}$

$$\phi_1=\frac{\pi}{6}\qquad \phi_2=\frac{\pi}{2}\qquad \phi_3=\frac{5\pi}{6}$$

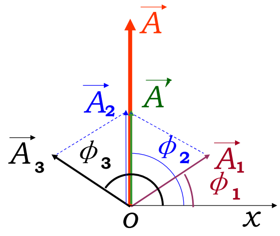
$$\vec{A}'=\vec{A}_1+\vec{A}_3$$

$$\vec{A}=\vec{A}_1+\vec{A}_2+\vec{A}_3=\vec{A}_2+\vec{A}'$$

$$A=2A_1=0.2$$

$$\phi=\frac{\pi}{2}$$

$$x=0.2\cos(10t+\pi/2)\mathrm{m}$$



五、振动的分解与谐振分析

——合成振动的逆问题

1） 一个简谐振动可分解为：
两个同方向同频率的简谐振动；
两个沿垂直方向的同频率简谐振动

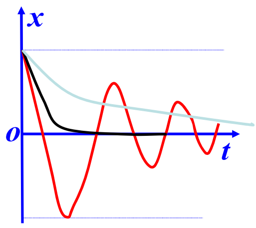
2）一个圆运动或椭圆运动可分解为：
两个沿垂直方向的同频率的振动

3）一个周期性的振动可分解为一系列频率分立的简谐振动（展成傅立叶级数）

4）一个非周期性的振动可分解为无限多个频率连续变化的简谐振动（展开成傅立叶积分）

复习上一次课的内容

一、阻尼振动



二、受迫振动　　共振

复习上一次课的内容

三、简谐振动的合成：

同方向同频率

同方向不同频率　　拍　　$\nu_{拍}=|\nu_2-\nu_1|$

垂直方向同频率

垂直方向不同频率　　李萨如图形

第21章 波动

振动在空间的传播过程叫做波动

常见的波有：机械波，电磁波，…

机械振动在媒质中的传播过程 → 水波、声波等

变化的电场和变化的磁场在空间的传播过程 → 无线电波等

§ 21.1 (行波)机械波的产生和传播

一、机械波的产生

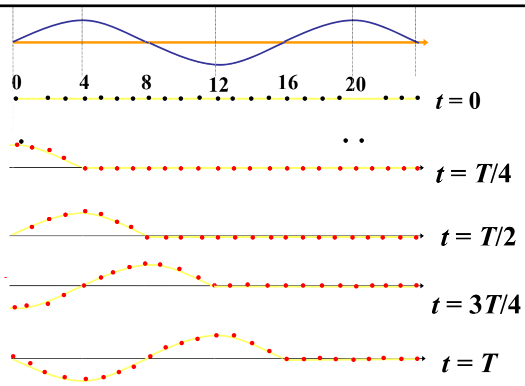
1. 产生条件： 波源 媒质

二、横波和纵波

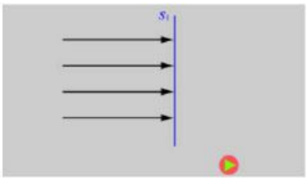
1. 弹性波：机械振动在弹性媒质中的传播

➢ 横波 ➢ 纵波

2. 简谐波： 波源作简谐振动, 在波传到的区域, 媒质中的质元均作简谐振动



三、波阵面和波射线



波阵面：在波动过程中，把振动相位相同的点连成的面(简称波面)。
波前：在任何时刻，波面有无数多个，最前方的波面即是波前。波前只有一个。
波线：沿波的传播方向作的一些带箭头的线。波线的指向表示波的传播方向。

四、波的特征量

1. 波长λ ：两相邻同相点间的距离

2. 波的频率ν ： 媒质质点(元)的振动频率
即单位时间内传过媒质中某点的波的个数

3. 波速u：单位时间波所传过的距离

$$u = \frac{\lambda}{T} = \nu\lambda$$

波速u又称相速度(相位传播速度)

说明

(1) 质元并未“随波逐流”，波的传播不是媒质质元的传播

(2)“上游”的质元依次带动“下游”的质元振动

(3) 某时刻某质元的振动状态将在较晚时刻于“下游”某处出现---波是振动状态的传播

(4) 同相点----质元的振动状态相同
相邻 波长λ 相位差2π

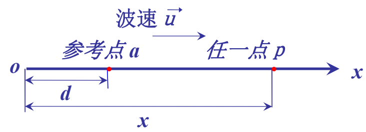
§ 21.2 简谐波

波函数：数学函数式表示介质中质点的振动状态随时间变化的关系. $\xi(\vec{r},t) = f(x,y,z,t)$

一、平面简谐波的表达式(波函数)

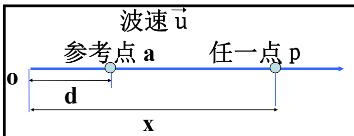
讨论：沿x正向传播的一维简谐波(u ， ω)

假设：媒质无吸收(质元振幅均为A)



已知：参考点a 的振动表达式为

$y_a(t)=A\cos(\omega t+\varphi_a)$



$y_a(t)=A\cos(\omega t+\varphi_a)$

若波速为u，则a点的振动经 $\Delta t=\frac{x-d}{u}$ 的时间传到p点，

则t时刻p点的振动状态和t-Δt时刻a点的振动状态相同，

于是p点的振动方程为 $y=A\cos[\omega(t-\frac{x-d}{u})+\varphi_a]$

若参考点取在坐标原点处（d=0），有：

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]=A\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{u}x+\varphi_0\right)$$

在一个时间周期内波所传播的距离称为波长

用λ表示 $\lambda=uT=u\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow\frac{\omega}{u}=\frac{2\pi}{\lambda}$

$\frac{u}{\lambda}=\frac{2\pi}{\omega}=T.$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)$$

或 $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$　　$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{u}$

称为角波数

负号表示波的传播方向与 x 轴正向相同

$A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$　$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{u}.$

二、简谐波表达式的物理意义

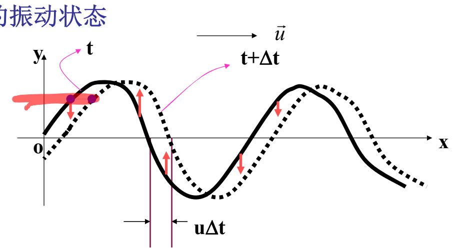
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

1. 固定*x*，($x=x_0$)　$y(x_0,t)=A\cos(\omega t-kx_0+\varphi_0)$
2. 固定*t*，($t=t_0$)　$y(x,t_0)=A\cos(\omega t_0-kx+\varphi_0)$
3. 如看定某一相位, 即令 $(\omega t-kx+\varphi_0)$=常数

   相速度为 $\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{k}=u$
4. 表达式也反映了波是振动状态的传播

   $y(x+\Delta x,t+\Delta t)=y(x,t)$　其中 $\Delta x=u\Delta t$

沿波的传播方向，后一时刻振动状态总是重复前一时刻的振动状态



t时刻x点处的振动位移和t+Δt 时刻x+Δx点处振动位移相同（Δx=uΔt）

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$　和

$$y=A\cos[\omega(t+\Delta t-\frac{x+\Delta x}{u})+\varphi_0]$$　两式相等。

沿负x轴方向传播的简谐波波函数为：

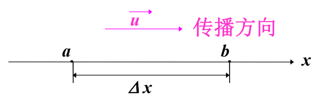
$$y=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

5. 表达式还反映了波的时间、空间双重周期性

T 时间周期性　　λ 空间周期性

三、波是相位的传播

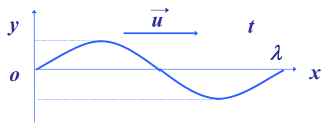
沿波的传播方向, 各质元的相位依次落后



图中*b*点比*a*点的相位落后：

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{\Delta x}{u}=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x$$

四、波形曲线(波形图)



- 不同时刻对应有不同的波形曲线
- 波形曲线能反映横波、纵波的位移情况

$A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

$(\pi t - \frac{\pi}{18}x + \quad)$

T=2. 0.5

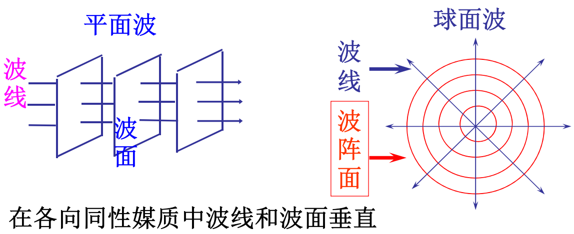
$v\lambda = u$ 18

$\lambda = 36$

$\omega = \frac{2\pi}{2} = \pi$

五、平面波和球面波

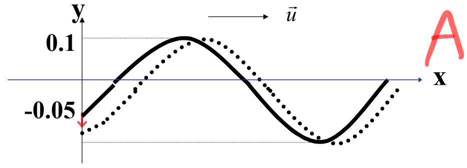
波的几何描述



在各向同性媒质中波线和波面垂直

例1、简谐波沿x轴正向传播，频率为v=0.5Hz，波速为u=18ms^{-1}，t=0.5s时刻的波形如图，求波函数

A = .1



$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

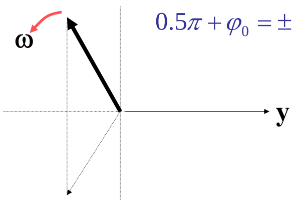
解：虚线表示t+Δt时刻的波形。该时刻x=0点处质元正朝着负y轴方向运动，

A=0.1，ω=2πν=π　　　x=0、t=0.5时, y=-0.05

根据波方程的一般表达式：$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

$y(x,t)\Big|_{\substack{t=0.5\\x=0}} = 0.1\cos(0.5\pi + \varphi_0) = -0.05$

$0.5\pi + \varphi_0 = \pm\frac{2\pi}{3}$



利用旋转矢量图可判断出：

$0.5\pi + \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$

从而定出初位相 $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$

波函数为 $y(x,t) = 0.1\cos[\pi(t - \frac{x}{18}) + \frac{\pi}{6}]$

复习上一次课的内容

一维简谐波的波的表达式：

$$\boxed{y(x,t) = A\cos\left[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]}$$

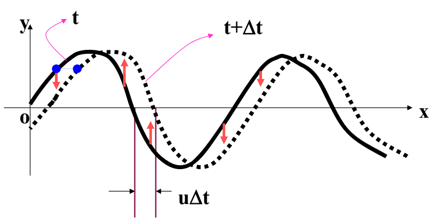
$$= A\cos\left[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0\right]$$

$$= A\cos\left[(\omega t \mp kx) + \varphi_0\right]$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$Tu = \lambda$

沿波的传播方向，后一时刻振动状态总是重复前一时刻的振动状态

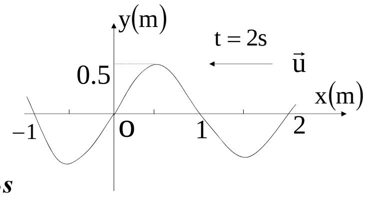


$$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x,t)$$

例2、沿x轴负方向传播的平面简谐波在 $t = 2s$ 时的波形曲线如图示，设波速 u =0.5 m/s，求原点o的振动表达式

解：方法一：

画波形曲线法



由图可知：$\lambda = 2$m

周期 $T = \frac{\lambda}{u} = \frac{2}{0.5} = 4s$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$　图中波形曲线对应的时刻：$t = 2s = \frac{T}{2}$

由此可知$t=0$s时的波形比

$t=2$s时的波形倒退$\lambda/2$

$(\Delta x = u\Delta t = 0.5\times 2 = 1m)$

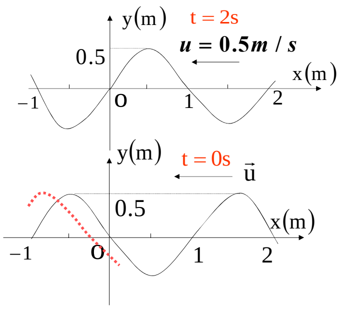
由图知：t=0s时：

$x=0 \quad y=0$

$\upsilon_0<0 \quad \therefore \quad \varphi=\frac{\pi}{2}$

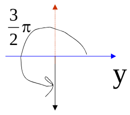
o点的振动表达式为：

$$y_o = 0.5\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$



方法二：旋转矢量图法

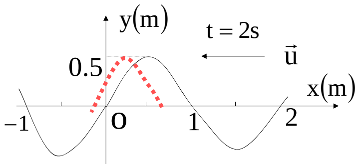
由图：$t=2s=\frac{T}{2}$时，



$y=0$

$\upsilon>0$

$\therefore$ 位相 $\phi=\frac{3}{2}\pi$



又由波的传播特性可知O点质元在$t=0$时的位相与$t=\frac{T}{2}$时的位相相差π $\therefore$初位相：$\varphi_0=\frac{3}{2}\pi-\pi=\frac{\pi}{2}$

$$y_0 = 0.5\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

§ 21.3 ~21.4 平面波波动方程

平面波波动方程：$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ u 为波速

对于无吸收的各向同性的均匀介质，在三维空间传播的一切波动过程都满足下列方程：

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$$

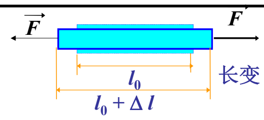
ξ为质点的位移

波速 u 决定于媒质的特性（惯性和弹性）

(1)弹性绳上的横波 $u=\sqrt{\frac{T}{\eta}}$ T-绳的初始张力 η-绳的线密度

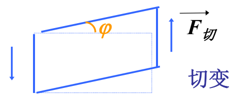
(2) 固体棒中的纵波

$$u=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$



Y-杨氏弹性模量 ρ-体密度

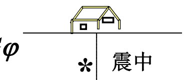
$$\frac{F}{S}=Y\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$$



(3) 固体中的横波

$$u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G - 切变模量 $\frac{F}{S}=G\varphi$



$\because$同种材料$G<Y$，固体中 $u_{横波}<u_{纵波}$

$u_P\approx 5\sim 14$km/s

$u_S\approx 3\sim 8$km/s

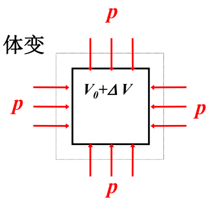
(4) 液体和气体中的纵波

$$u=\sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$$

K - 体积模量

ρ_0 - 密度

$$\Delta p=-K\frac{\Delta V}{V_0}$$



理想气体声速公式：$u=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

$\gamma = Cp/Cv$， M—摩尔质量

在液体和气体中，不可能发生切变，所以不能传播横波！

§ 21.5 波的能量

一、弹性波的能量 能量密度

振动动能 ＋形变势能 ＝波的能量

以细长棒内简谐纵波为例：$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx)$

动能：$\Delta W_k=\frac{1}{2}\Delta m v^2=\frac{1}{2}\rho S\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$

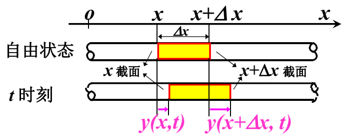
动能密度：$w_k=\frac{\Delta W_k}{S\Delta x}=\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$

$$=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$$

类比弹簧的弹性势能：$\Delta W_p=\frac{1}{2}k(\Delta l)^2=\frac{1}{2}F\Delta l$

势能密度：$w_p=\frac{1}{2}\cdot\frac{F\Delta l}{Sl}=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{S}\cdot\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{2}Y\cdot\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2$

棒中有纵波时：



Δx段的平均应变：

$$\frac{y(x+\Delta x,t)-y(x,t)}{\Delta x}\xrightarrow{\Delta x\to 0}\frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\therefore w_p=\frac{1}{2}Y\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$$

动能密度：$w_k=\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$

势能密度：$w_p=\frac{1}{2}Y\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$

单位体积介质每时每刻的动能 = 势能

能量密度：$w_{能}=w_k+w_p=\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2+\frac{1}{2}Y\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$

$$=\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$$

平均能量密度：$\overline{w}_{能}=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$

$w_{能}=w_k+w_p=\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$

➢ 物理意义

(1) 固定x

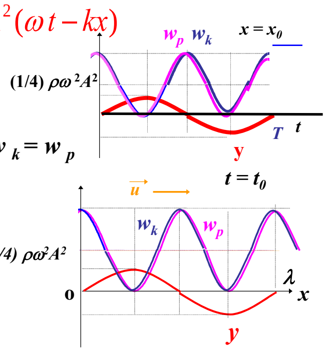
w_k、w_p均随 t 周期性变化 $w_k=w_p$

(2) 固定t

w_k、w_p随x周期分布

y=0→w_k、w_p最大

y 最大→w_k 、w_p为 0

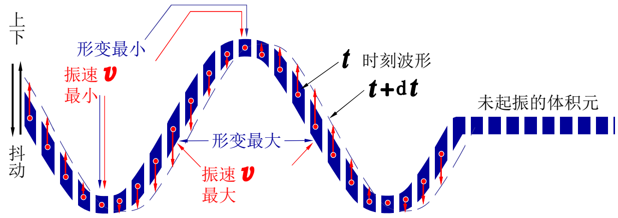


能量密度

如何理解平衡位置处动能和势能最大？

如：将一软绳（弹性媒质）分成许多小的质元

在波动中，各体积元产生不同程度的 弹性形变

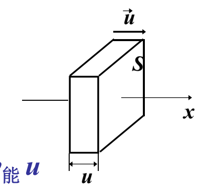


二、波的强度

1、能流(能通量)

能流：单位时间流过截面积S的能量称为通过S面上的能流

S面上的能流= $w_{能}uS$



能流密度：通过单位垂直截面的能流 $w_{能}u$

平面简谐波：$w_{能}u=\rho u\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)$

2、波的强度(平均能流密度)

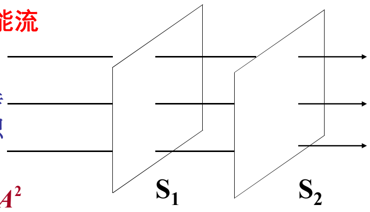
能流密度的时间平均值 $I=\overline{w}_{能}u$

平面简谐波：$I=\overline{w}_{能}u=\frac{1}{2}\rho u\omega^2A^2$

3、平面波、球面波的能流

(1)、平面波的能流

一周期内平面波传过S_1、S_2面(设面积相等)的能量相等



$\because I=\overline{w}_{能}u=\frac{1}{2}\rho u\omega^2A^2$

$\therefore\frac{1}{2}\rho\omega^2A_1^2u\cdot S_1\cdot T=\frac{1}{2}\rho\omega^2A_2^2u\cdot S_2\cdot T$ $\quad\boxed{\therefore A_1=A_2}$

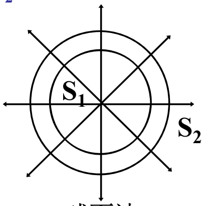
在均匀的不吸收能量的介质中传播的平面波的振幅保持不变

(2)、球面波的能流 一周期内通过S_1、S_2的能量相等

$$\frac{1}{2}\rho\omega^2 A_1^2 u\cdot S_1\cdot T=\frac{1}{2}\rho\omega^2 A_2^2 u\cdot S_2\cdot T$$

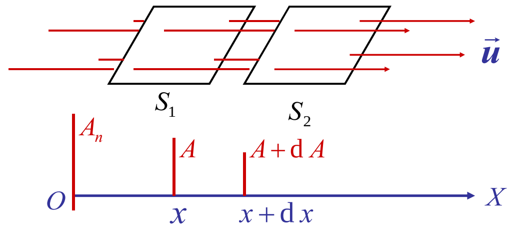
$$\frac{1}{2}\rho\omega^2 A_1^2 u 4\pi r_1^2=\frac{1}{2}\rho\omega^2 A_2^2 u 4\pi r_2^2$$

$$\therefore A_1 r_1 = A_2 r_2 \qquad \boxed{\therefore A(r)=\frac{A_1}{r}}$$



球面简谐波函数：$y=\dfrac{A}{r}\cos\left[\omega(t-\dfrac{r}{u})+\varphi_0\right]$

三、波的吸收



若波不被介质吸收，对于平面简谐波，S_1 和S_2 处振幅相同。若介质吸收机械波的能量，则波线上不同点处振幅是不相同的。上图的$dA<0$。

$$-dA=\alpha A dx \qquad \alpha \text{ ---介质的吸收系数。}$$

若a 为常数，则有$A=A_0e^{-\alpha x}$ A_0为$x=0$ 处的振幅。

$$\begin{cases} I=\dfrac{1}{2}u\rho A^2\omega^2=\dfrac{1}{2}u\rho A_0^2\omega^2 e^{-2\alpha x} \\ I_0=\dfrac{1}{2}u\rho A_0^2\omega^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{I=I_0e^{-2\alpha x}}$$

式中的I_0 和I 分别为x=0和x=x 处的波的强度。

复习上一次课的内容

平面波波动方程：$\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\dfrac{1}{u^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

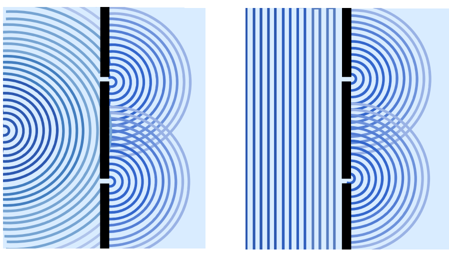
简谐波的能量密度：$w_{能}=w_k+w_p=\dfrac{1}{2}\rho\left(\dfrac{\partial y}{\partial t}\right)^2+\dfrac{1}{2}Y\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2$

$$=\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx+\varphi_0)$$

平均能量密度 $\bar{w}=\dfrac{1}{2}\rho\omega^2A^2$

平均能流密度（波的强度） $I=\bar{w}u=\dfrac{1}{2}\rho\omega^2A^2u$

§21.6 惠更斯原理与波的反射和折射



一入射波传播到带有小孔的屏时，不论入射波的波阵面是什么形状，通过小孔时，在小孔的另一侧都产生以小孔作为点波源的前进波，可将其抽象为从小孔处发出的一种次波或子波，其频率与入射波频率相同。

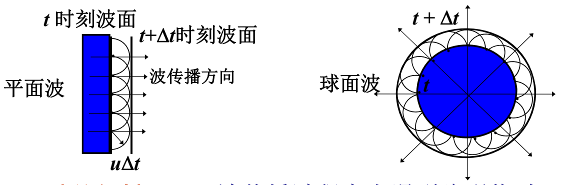
一、惠更斯原理

1、原理：

- 媒质中波传到的各点，都可看作开始发射子波的子波源（点波源）
- 在以后的任一时刻，这些子波面的包络面就是实际的波在该时刻的波前

2、应用：

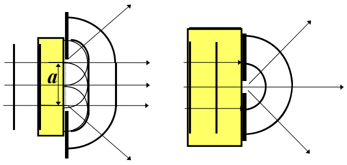
t时刻波面→ t+Δt 时刻波面→波的传播方向



二、波的衍射 —— 波传播过程中当遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘而传播的现象

可用惠更斯原理作图

比较两图



三、波的反射和折射

1、波的反射 (略)

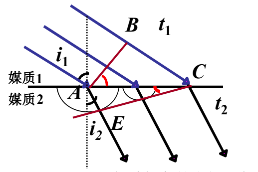
2、波的折射　　用作图法求出折射波的传播方向

$BC=u_1(t_2-t_1)$

$AE=u_2(t_2-t_1)$

由图有

$$t_2-t_1=\frac{AC\sin i_1}{u_1}=\frac{AC\sin i_2}{u_2}$$



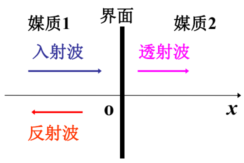
$$\boxed{\frac{\sin i_1}{\sin i_2}=\frac{u_1}{u_2}}$$

波的折射定律

i_1--入射角，　i_2--折射角

四、入射波、反射波、透射波的波函数和相位关系

只讨论波垂直界面入射的情形



1、波的表达式

入射波　$y_1=A_1\cos(\omega t-k_1x+\varphi_0)$,　$(x\le 0)$

反射波　$y_1'=A_1'\cos(\omega t+k_1x+\varphi_0')$,　$(x\le 0)$

透射波　$y_2=A_2\cos(\omega t-k_2x+\varphi_0)$,　$(x\ge 0)$

2、相位关系

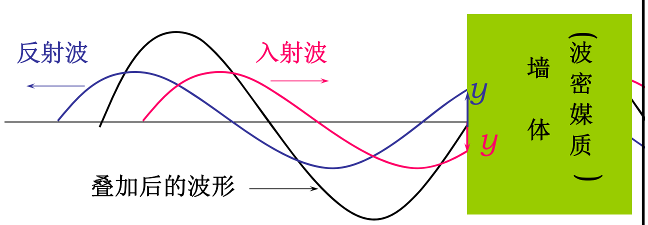
ρu较大的媒质称为波密媒质，　ρu较小的为波疏媒质

1）当波从波疏媒质入射至波密媒质表面时，入射波与反射波在入射点（反射点）的振动状态相反（反相），反射波有π的相位突变　— 半波损失现象

2）当波从波密媒质入射至波疏媒质表面时，入射波与反射波在入射点（反射点）的振动状态相同（同相），无半波损失现象

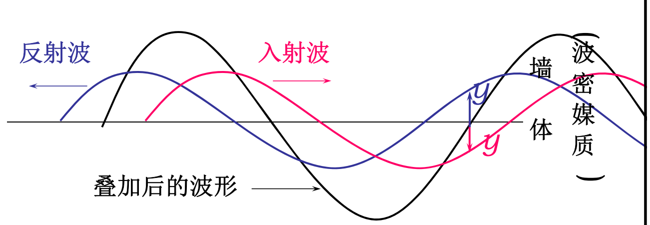
3）透射波与入射波总是同相

3、绳子波在固定端反射

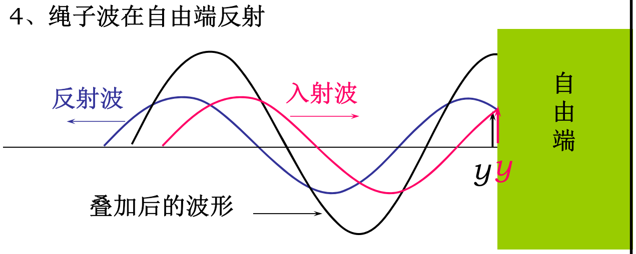


在反射端形成波节。在反射端入射波和反射波位相相反，即入射波到达两种媒质分界面时发生位相突变，称为半波损失。

（绳子波在固定端反射）

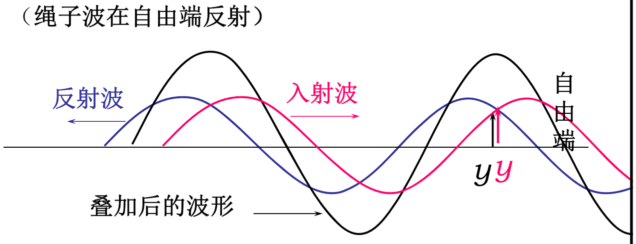


4、绳子波在自由端反射



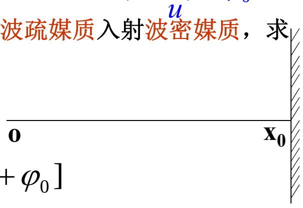
在反射端形成波腹，在反射端入射波和反射波位相相同，无半波损失。

（绳子波在自由端反射）



例3、已知入射波波函数为：$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

波在x=x_0点反射，若波从波疏媒质入射波密媒质，求反射波波函数。



解：入射波在反射点处的振动函数为

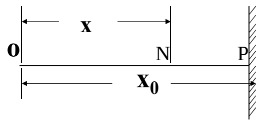
$$y_i = A\cos[\omega(t-\frac{x_0}{u})+\varphi_0]$$

反射波在反射点处的振动函数

$$y_r = A\cos[\omega(t-\frac{x_0}{u})+\varphi_0+\pi]$$

$$= A\cos[\omega t-\frac{\omega x_0}{u}+\varphi_0+\pi]$$

反射波可以看作是从反射点处发出的，P点的振动信号传到N点所需时间：



$$\Delta t = \frac{x_0 - x}{u}$$

于是反射波波方程为：（N点位相比P点落后）

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x_0-x}{u})-\frac{\omega x_0}{u}+\varphi_0+\pi]$$

$$= A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})-\frac{2\omega x_0}{u}+\varphi_0+\pi]$$

§ 21.7 波的叠加 驻波

一、波的独立传播和叠加原理

1. 波传播的独立性

媒质中同时有几列波时，每列波都将保持自己原有的特性(传播方向、振动方向、频率等)，不受其它波的影响

2. 波的叠加原理

在几列波相遇而互相交叠的区域中，某点的振动是各列波单独传播时在该点引起的振动的合成

二、波的干涉

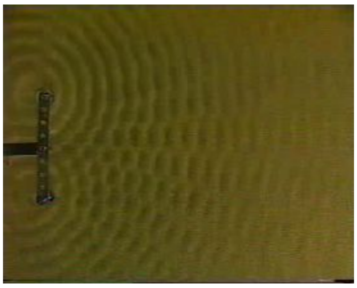
波的干涉是在特定条件下波叠加所产生的现象

两列（或多列）相干波叠加后，合振幅和合强度将在空间形成一种稳定的分布，即某些点上的振动始终加强，某些点上的振动始终减弱。

—— 波的干涉

- 相干波
- 相干波源
- 相干条件？

1. 相干条件



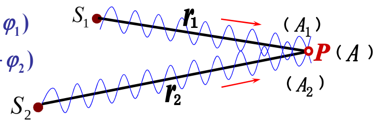
频率相同、振动方向相同、相位差恒定

2. 干涉规律

S_1 $y_{10} = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$

S_2 $y_{20} = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$

分别引起P点的振动：



$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_1\cos(\omega t - 2\pi\frac{r_1}{\lambda} + \varphi_1) \\ y_2 &= A_2\cos(\omega t - 2\pi\frac{r_2}{\lambda} + \varphi_2) \end{aligned}\right\}$$

P点合振动

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

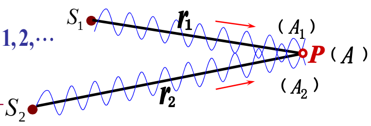
- 合振动的振幅

$$A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\left[\varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right]$$

- P 点处波的强度 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$

$$A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\left[\varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$



当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad k = 0,1,2,\cdots$

$A_{max} = A_1 + A_2$

$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$

—— 干涉相长

当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad k = 0,1,2,\cdots$

$A_{min} = |A_1 - A_2|$ $\quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$ —— 干涉相消

$$A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\left[\varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right]$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$即两分振动具有相同的初相位

则$\Delta\varphi$ 取决于两波源到P点的路程差 $\delta = r_2 - r_1$，δ 称为波程差

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta}$$

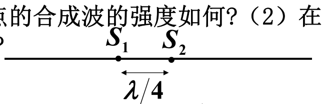
若 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$

即$\delta = \pm k\lambda, \quad k = 0,1,2,\cdots$ 干涉相长

若 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$

即$\delta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,2,\cdots$ 干涉相消

例4 设S_1和S_2为两相干波源，相距λ / 4，S_1 的相位比 S_2 的相位超前 π/2。若两波在S_1 、S_2 连线方向上的强度相同均为 I_0 ，且不随距离变化，问（1）S_1 、S_2连线上在S_1外侧各点的合成波的强度如何?（2）在S_2外侧各点的强度如何?



解：（1）S_1外侧

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = -\frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{\lambda/4}{\lambda} = -\pi$$

$$I = A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi = 0$$

（2）S_2外侧 $\quad \Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2} - 2\pi\dfrac{-\lambda/4}{\lambda} = 0 \qquad I = 4I_0$

三、驻波

—— 两列频率相同、振动方向相同、振幅相同沿相反方向传播的简谐波的叠加

设$x = 0$处两波初相均为0

$$y_1 = A\cos(\omega t - \frac{x}{\lambda}2\pi) \quad \rightarrow x$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + \frac{x}{\lambda}2\pi) \quad \leftarrow x$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi \cdot \cos\omega t$$

四、驻波的特点

➢ 分段振动，出现了波腹和波节

$$y_{驻}=2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi\cdot\cos\omega t$$

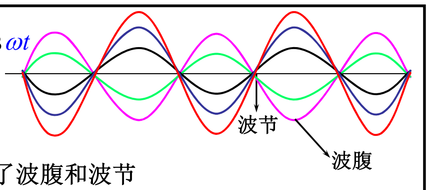
✓ 振幅：$A(x)=2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$ 各处振幅不等，有波腹和波节

波腹处：$|\cos\frac{x}{\lambda}2\pi|=1$ $x=\pm k\frac{\lambda}{2}$ $k=0,1,2\cdots$

波节处：$|\cos\frac{x}{\lambda}2\pi|=0$ $x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$ $k=0,1,2\cdots$

相邻波腹(节)间距： $\Delta x=\frac{\lambda}{2}$

$$y_{驻}=2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi\cdot\cos\omega t$$



驻波的特点

➢ 分段振动，出现了波腹和波节

➢ 相位：相位中没有x坐标，没有相位的传播

两波节之间各点在同时刻相位相同

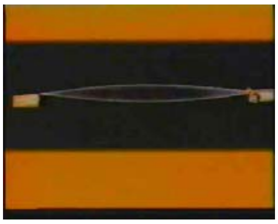
同一波节两侧各点在同时刻相位相反

➢ 能量：波的强度为零，不发生能量由近及远的传播

合能流密度为 $\bar{w}\bar{u}+\bar{w}(-\bar{u})=0$ 没有能量的单向传播

弦上的驻波

长为L的弦线，拉紧后两端固定，拨动弦线使其振动。形成的波沿弦线传播，在固定端发生反射而在弦线上形成驻波。已知波在弦线中的传播速度为$u=\sqrt{T/\eta}$，求弦线振动的固有频率。



$$L=n\frac{\lambda}{2}\to\lambda=\frac{2L}{n}$$

$$\nu=\frac{u}{\lambda}\qquad \nu_n=n\frac{u}{2L}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\eta}}$$

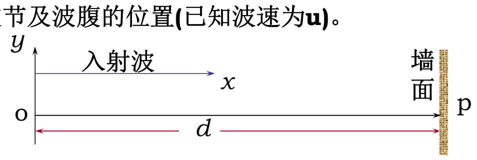
—— 本征频率

$\nu_1=\frac{u}{2L}$ 称为基频

其它称为谐频

实验——弦线上的驻波：

例5、设波源(在原点O)的振动方程为：$y=A\cos\omega t$ 它向墙面方向传播经反射后形成驻波。求：驻波方程、波节及波腹的位置(已知波速为u)。



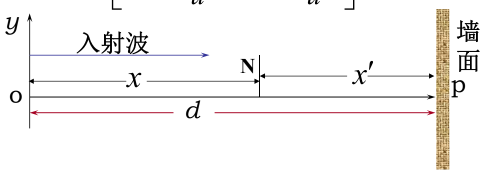
解：$y_{入}=A\cos\omega(t-\frac{x}{u})$ $\quad\therefore y_{入p}=A\cos\omega(t-\frac{d}{u})$

$y_{反p}=A\cos\left[\omega(t-\frac{d}{u})+\pi\right]$ $\quad\therefore\varphi_{p0}=\pi-\omega\frac{d}{u}$

$$\because y_{反p}=A\cos\left[\omega(t-\frac{d}{u})+\pi\right]=A\cos\left[\omega t+\pi-\frac{d\omega}{u}\right]$$

$$\therefore y_{反}=A\cos\left[\omega(t-\frac{d-x}{u})+\pi-\frac{d\omega}{u}\right]$$

$$=A\cos\left[\omega(t+\frac{x}{u})+\pi-\frac{2d\omega}{u}\right]$$



$$\because y_{反} = A\cos\left[\omega(t+\frac{x}{u})+\pi-\frac{2d\omega}{u}\right]$$

$$y_{入} = A\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\therefore y_{合} = y_{入} + y_{反}$$

$$= 2A\cos\left[\omega\frac{x-d}{u}+\frac{\pi}{2}\right]\cos\left[\omega t-(\omega\frac{d}{u}-\frac{\pi}{2})\right]$$

波节：$x = d、d-\frac{\lambda}{2}、d-\lambda、\ldots d-k\frac{\lambda}{2}\ldots$

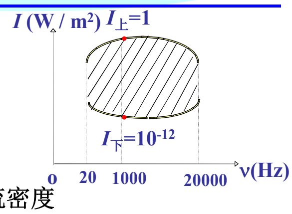
波腹位置请大家自己求

§ 21.8 声波

1、正常人听声范围

$20\ \text{Hz} < \nu < 20000\ \text{Hz}$

$I_{下} < I < I_{上}$



2、声强、声强级

声强：声波的平均能流密度

以1000 Hz 时的$I_{下}$作为基准声强 I_0, 声强级：

$$\boxed{L = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

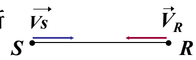
单位:分贝(db)

几种声音的声强及声强级数

声　　音	声 强 (W·m⁻²) I	声强级 (dB) L
闻阈 I_0	10^{-12}	0
正常呼吸	10^{-11}	10
悄悄话	10^{-10}	20
室内正常谈话	3×10^{-6}	65
大声喊叫	10^{-4}	80
重型卡车	10^{-3}	90
电动切草机	10^{-2}	100
摇滚乐	0.3	115
痛阈	1	120
伤害人体	> 10	130

§ 21.11 多普勒效应

当波源*S*和接收器*R*有相对运动时，接收器所测得的频率ν_R不等于波源振动频率ν_S的现象



一、机械波的多普勒效应

参考系：媒质

符号规定：以波传播方向为正方向

V_s, V_R 与波速方向相同为正；反之为负

ν_S：波源振动频率

ν：波的频率 ——媒质中质点的振动频率

ν_R：接收频率 ——单位时间内接收到的完整波数

1、波源和接收器都静止 (V_S=0，V_R=0) $\nu_R = \nu = \nu_S$

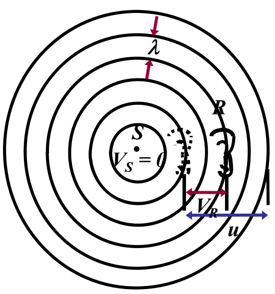
2、波源静止，接收器运动 (V_S=0，设V_R>0)

$\nu = \nu_S$, 但 $\nu_R \neq \nu$

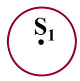
$$\nu_R = \frac{u-V_R}{\lambda} = \frac{u-V_R}{u/\nu}$$

$$= \frac{u-V_R}{u}\nu$$

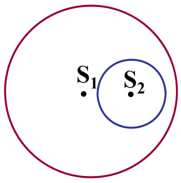
$$\boxed{\nu_R = \frac{u-V_R}{u}\nu_S}$$



3. 接收器静止,波源运动 (V_R=0,设V_S>0)

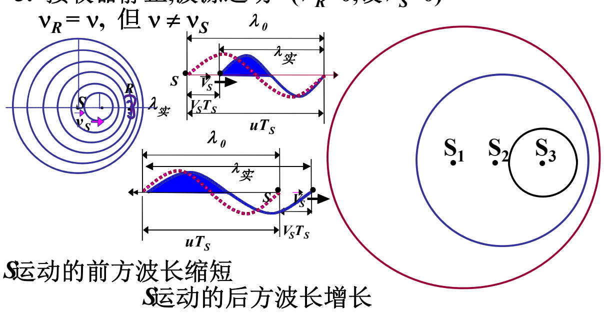


3. 接收器静止,波源运动 (V_R=0,设V_S>0)



3. 接收器静止,波源运动 (V_R=0,设V_S>0)

$\nu_R = \nu$, 但 $\nu \neq \nu_S$



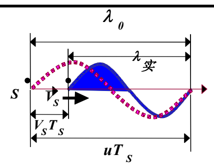
S运动的前方波长缩短

S运动的后方波长增长

$\lambda_{实} = uT_S - V_S T_S$

$$\nu = \frac{u}{\lambda_{实}} = \frac{u}{uT_s - V_s T_s} = \frac{u}{u - V_s}\nu_s$$

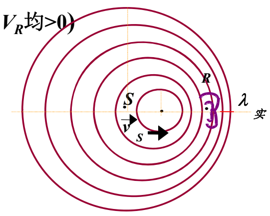
$$\nu_R = \nu = \frac{u}{u - V_s}\nu_s$$



4. 接收器、波源都运动(设 V_S、V_R均>0)

$$\nu_R = \frac{V_{波对人}}{\lambda_{实}} = \frac{u - V_R}{uT_s - V_s T_s}$$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_s}\nu_s}$$



$\nu_S \neq \nu \neq \nu_R$

说明:
$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

1.上式适用于一维声波多普勒效应的任意情况，其中:

u为波在媒质中的传播速度

V_R为探测器在媒质中的运动速度

V_S为波源在媒质中的运动速度

若取u永为正值，则V_R、V_S与u方向相同，取为正值；反之，取为负值

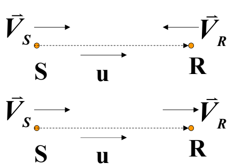
（1）若S与R相互接近

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

★ $V_s > 0; V_R < 0$

★ $V_s > 0; V_R > 0 \quad \frac{V_R}{V_S} < 1$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S = \frac{u/V_s - V_R/V_s}{u/V_s - 1}\nu_S > \nu_S$$



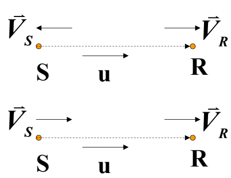
（2）若S与R相互远离

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

★ $V_s < 0; V_R > 0$

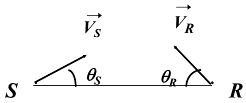
★ $V_s > 0; V_R > 0 \quad \frac{V_R}{V_S} > 1$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S = \frac{u/V_s - V_R/V_s}{u/V_s - 1}\nu_S < \nu_S$$



（3）若S和R的运动不在二者连线上

$$\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S$$

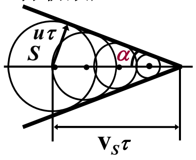


$$\nu_R=\frac{u+V_R\cos\theta_R}{u-V_S\cos\theta_S}\nu_S$$

声波有纵向多普勒效应　无横向多普勒效应

（4）若波源速度超过波速($V_S>u$)

$$\sin\alpha=\frac{u}{V_s}$$

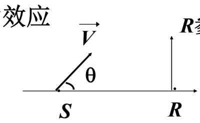


☆ 超音速飞机会在空气中激起冲击波

飞行速度与声速的比值V_S/u(称马赫数)决定α角

二、电磁波（光波）的多普勒效应

$$\nu_R=\frac{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\dfrac{V\cos\theta}{c}}\nu_S$$



V：S、R相对速度的绝对值

1. 纵向效应（θ=0）　$\nu_R=\sqrt{\dfrac{c\mp V}{c\pm V}}\nu_S$

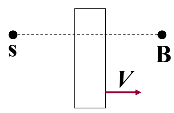
接近：-
远离：+

2. 横向效应（θ=π/2）$\nu_R=\dfrac{\sqrt{c^2-V^2}}{c}\nu_S$

光波既有纵亦有横多普勒效应。

例6、声波在空气中的传播速度为u_1，在铜板中的传播速度为u_2。设频率为ν_0的声波从静止波源S发出，经空气传播到速度V<u_1向前运动的平行铜板，在铜板的正前方有一静止的接收者B，求S接收到的由铜板反射回的声波频率ν_1和B接收到的透射声波频率ν_2？

$$\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S$$



解：铜板接收到的声波频率：$\nu'=\dfrac{u_1-V}{u_1}\nu_0$

铜板中声波传播的速度为u_2，但板中各质点的振动频率均为ν'

---

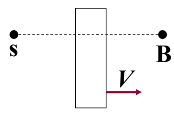
1) 铜板中质点的振动频率：$\nu'=\dfrac{u_1-V}{u_1}\nu_0$

$$\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S$$

故铜板作为反射波源和透射波源，其振动频率均为ν'

2) S接收到的由铜板反射回的声波频率为

$$\therefore\nu_{反}=\frac{u_1}{u_1+V}\nu'=\frac{u_1-V}{u_1+V}\nu_0$$



3) B接收到的透射声波频率为:

$$\nu_{透}=\frac{u_1}{u_1-V}\nu'=\frac{u_1-V}{u_1-V}\nu_0=\nu_0$$

复习上节课的内容

$$\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S$$

适用于一维声波多普勒效应的任意情况，其中：

u为波在媒质中的传播速度

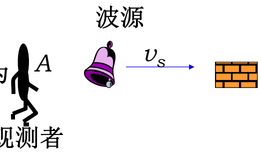
V_R为探测器在媒质中的运动速度

V_S为波源在媒质中的运动速度

若取u永为正值，则V_R、V_S与u方向相同，取为正值；反之，取为负值

例7、(1)一波源（振动的频率为2040Hz）以速度υ_S向一反射面接近（见图）观察者在A点听得拍音的频率为$\Delta\nu$ = 3Hz，求波源移动的速度υ_S，声速为340m/s；

(2)若(1)中波源没有运动，而反射面以速度υ=0.20m/s向观察者人接近,所听得的拍音频率$\Delta\nu$=4Hz。求波源的频率。



解：设声速为u

观察者从波源直接听到的频率为

$$\nu_1=\nu\left(\frac{u}{u+\upsilon_S}\right)$$

由反射面反射后的波的频率为　$\nu_2=\nu\left(\dfrac{u}{u-\upsilon_S}\right)$

$$\nu_1 = \nu\left(\frac{u}{u+v_S}\right) \qquad \nu_2 = \nu\left(\frac{u}{u-v_S}\right)$$

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = \nu\left(\frac{u}{u-v_S} - \frac{u}{u+v_S}\right) = \frac{2\nu u v_S}{u^2 - v_S^2}$$

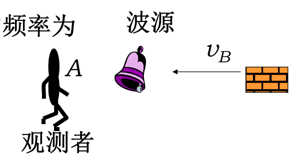
$$\Delta\nu v_S^2 + 2\nu u v_S - \Delta\nu u^2 = 0$$

$$v_S = \frac{-\nu u \pm u\sqrt{\nu^2 + (\Delta\nu)^2}}{\Delta\nu} \quad \text{取“+”}$$

$$= \frac{u}{\Delta\nu}\left(\sqrt{\nu^2+(\Delta\nu)^2} - \nu\right) \approx \frac{u}{\Delta\nu}\left[\nu\left(1+\frac{1}{2}\frac{\Delta\nu^2}{\nu^2}\right) - \nu\right]$$

$$\approx \frac{u\Delta\nu}{2\nu} = \frac{340\times 3}{2\times 2040} = 0.25(\mathrm{m/s})$$

(2)若(1)中波源没有运动，而反射面以速度v=0.20m/s向观察者接近,所听得的拍音频率Δν= 4Hz。求波源的频率。



解：观察者从波源直接听到的频率为

$$\nu_1 = \nu$$

反射面接收到的波的频率为

$$\nu_2' = \nu\left[\frac{u+v_B}{u}\right]$$

反射面反射回的波的频率为

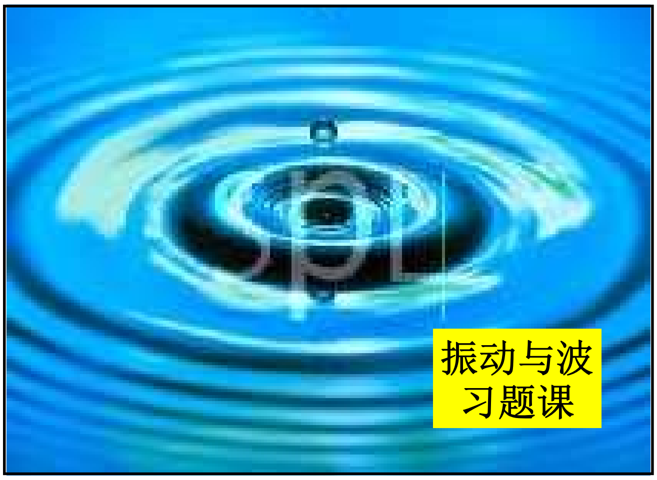
$$\nu_2'' = \nu_2'\left[\frac{u}{u-v_B}\right] = \nu\left[\frac{u+v_B}{u-v_B}\right]$$

$$\nu_1 = \nu \qquad \nu_2'' = \nu\left[\frac{u+v_B}{u-v_B}\right]$$

$$\Delta\nu = \nu_2'' - \nu_1 = \nu\frac{u+v_B}{u-v_B} - \nu = \frac{2v_B}{u-v_B}\nu$$

$$\nu = \frac{\Delta\nu(u-v_B)}{2v_B} = \frac{4\times(340-0.2)}{2\times 0.2}$$

$$= 3398\,(Hz)$$



例1 .一质点沿 x轴作简谐振动, 原点为平衡位置。已知T=0.2s。 t=0时, x_0=0.3m, v_0=9.42m/s, 求:

（1）质点的运动方程;

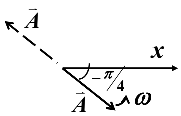
（2）从t=0开始，质点第一次返回$x=x_0$处的时间t_1

解：由初始条件:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{0.3^2 + \frac{9.42^2}{\frac{4\pi^2}{0.2^2}}} = 0.424(m)$$

$$\varphi_0 = tg^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$$= tg^{-1}(-1) \underline{\underline{\text{由旋转矢量}}} -\frac{\pi}{4}$$

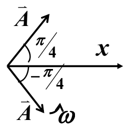


质点运动方程： $x = 0.424\cos(\frac{2\pi}{0.2}t - \frac{\pi}{4})$

$$= 0.424\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})(m)$$

（2）由旋转矢量可知：

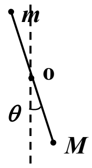
从t=0到第一次返回$x=x_0$处，相位角的改变：



$$\omega t = \frac{\pi}{2}$$

∴ 所需最短时间 $t_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2}\frac{T}{2\pi} = 0.05\,s$

例2.一刚性轻杆AB的两端分别附有质量为M和m（<M）的质点，可绕光滑水平轴o（过杆的中点）在铅直面内作微小摆动。杆长L，求振动周期。



以逆时针方向为正

解：杆偏离平衡位置θ角时所受合外力矩：

$$-Mg\frac{L}{2}\sin\theta+mg\frac{L}{2}\sin\theta\approx-Mg\frac{L}{2}\theta+mg\frac{L}{2}\theta$$

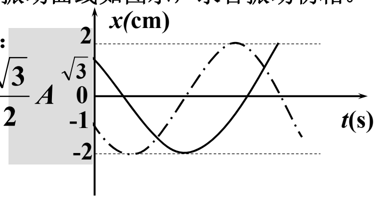
由转动定理 $J\frac{d^2\theta}{dt^2}$ $\quad J=M(\frac{L}{2})^2+m(\frac{L}{2})^2$

$$\therefore\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{M-m}{M+m}\times\frac{2g}{L}\theta=0\qquad\omega=\sqrt{\frac{2(M-m)g}{(M+m)L}}$$

$$\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{(M+m)L}{2(M-m)g}}$$

例3.两同频率谐振动的振动曲线如图示，求合振动初相。

解：由振动曲线可知：

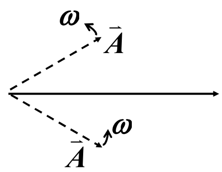


$t=o\qquad x_{01}=\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}A$

$v_{01}<0$

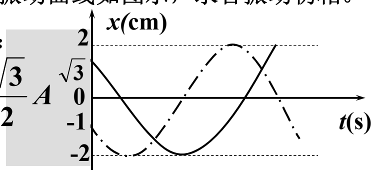
$x_{02}=-1=-\frac{A}{2}$

$v_{02}<0$



例3.两同频率谐振动的振动曲线如图示，求合振动初相。

解：由振动曲线可知：

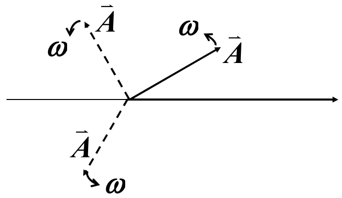


$t=o\qquad x_{01}=\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}A$

$v_{01}<0$

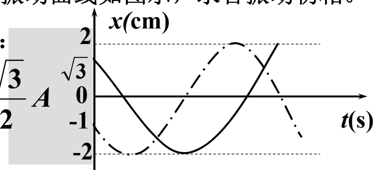
$x_{02}=-1=-\frac{A}{2}$

$v_{02}<0$



例3.两同频率谐振动的振动曲线如图示，求合振动初相。

解：由振动曲线可知：

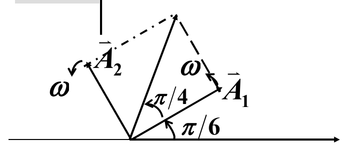


$t=o\qquad x_{01}=\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}A$

$v_{01}<0$

$x_{02}=-1=-\frac{A}{2}$

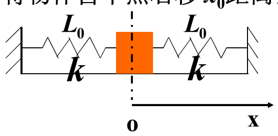
$v_{02}<0$

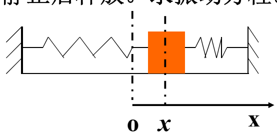


$\varphi_1=\frac{\pi}{6}\qquad\varphi_2=\frac{2\pi}{3}$

合振动 $\varphi=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{12}$

例4.质量为m的物体放在光滑的水平面上，与两个完全相同(倔强系数为k)的轻弹簧连结，L_0为弹簧的自然长度；将物体自中点右移x_0距离，静止后释放。求振动方程。





解：质点在任意位置x所受合力：$F=-2kx$

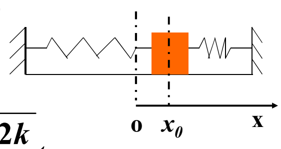
由牛顿定律：

$$F=-2kx=m\frac{d^2x}{dt^2}\qquad\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k'}{m}x=0$$

$$k'=2k\quad\therefore\omega=\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$\because t=0$时$x=x_0\qquad v_0=0$

$\therefore A=x_0\qquad\varphi=0$



振动方程：$x=x_0\cos\sqrt{\frac{2k}{m}}t$

例5.一列沿x负方向传播的平面余弦波,波长λ=3m,x=0.5m处的振动方程为$y=0.03\cos(4\pi t+\pi/6)$(SI),求波动方程.

解:波沿x轴负向传播,设波动方程:

$$y=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right]$$

显然由已知:

$$\lambda=3m \qquad \varphi_{x=0.5}=\pi/6 \qquad A=0.03m \qquad T=\frac{1}{2}s$$

建立新坐标，设 $x'=x-0.5$ 则x=0.5处为新坐标的原点

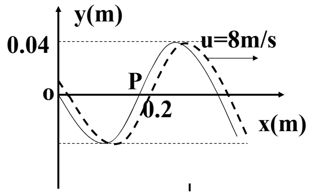
$$y=0.03\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.5}+\frac{x'}{3}\right)+\frac{\pi}{6}\right](SI)$$

$$y=0.03\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.5}+\frac{x}{3}\right)-\frac{\pi}{6}\right](SI)$$

例6.如图示为一平面简谐波在t=10s时刻的波形图,求(1)该波的波动方程 (2) P处的振动方程

解:由波形图可知

$$A=0.04m \qquad u=8m/s$$
$$\lambda=2\times0.2=0.4m$$



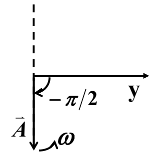
解法1: 设t'=t-10

则图示为 t'=0时的波形图

$t'=0+\Delta t'$的波形图如图示

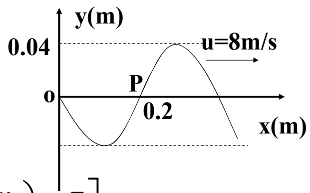
即：$t'=0 \quad y_{x=0}=0 \quad v_{x=0}>0$

由旋转矢量：$\varphi_{x=0}^{t'=0}=-\frac{\pi}{2}$



设：$y=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t'}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_{x=0}^{t'=0}\right]$

$$A=0.04m \qquad T=\frac{\lambda}{u}=0.05s$$
$$\lambda=2\times0.2=0.4m$$
$$\varphi_{x=0}^{t'=0}=-\frac{\pi}{2}$$

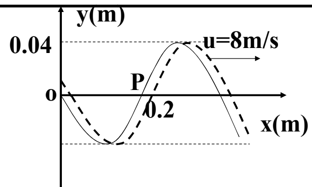


$$y=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t'}{0.05}-\frac{x}{0.4}\right)-\frac{\pi}{2}\right] \qquad t'=t-10$$

$$y=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t-10}{0.05}-\frac{x}{0.4}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=0.04\cos\left[40\pi\left(t-\frac{x}{8}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

解法2:

$$A=0.04m \qquad u=8m/s$$
$$\lambda=2\times0.2=0.4m$$
$$\therefore T=\frac{\lambda}{u}=0.05s$$

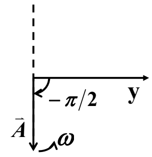


从$t=0\rightarrow t=10s$经历了200个周期

所以，t=0时刻的波形图与t=10s的波形图一样

由前种解法，$\varphi=-\frac{\pi}{2}$

$$\therefore y=0.04\cos\left[40\pi\left(t-\frac{x}{8}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$



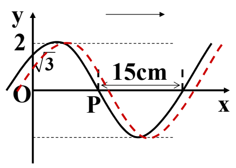
P处的振动方程请大家自己求。

例7.某时刻沿x轴正向传播的平面谐波如图，求 $\overline{OP}$

解：由图示可知：

$$\lambda=2\times15=30(cm)$$

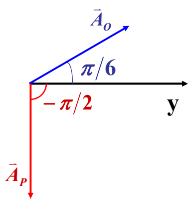
设：此时为t时刻，则 $t+\Delta t$时刻的波形图



可知：t时刻

$$y_O=\frac{\sqrt{3}}{2}A \qquad v_O<0$$
$$y_P=0 \qquad v_P>0$$

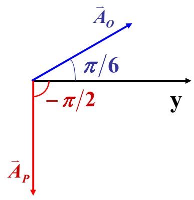
旋转矢量：



t时刻P点与O点相位差:

$$\Delta\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_P}{\lambda}\right)+\varphi_0-2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{0}{\lambda}\right)-\varphi_0$$

$$=-2\pi\frac{x_P}{\lambda}=\begin{cases}-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=-\frac{2\pi}{3}\\ \frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{4\pi}{3}\end{cases}$$



∵P点在O点前方<λ/2远处，故P点比O点位相落后

$$\therefore 2\pi\frac{x_P}{\lambda}=\frac{2\pi}{3} \qquad \therefore \overline{OP}=x_P=\frac{1}{3}\lambda=10cm$$

例8.标准声源能发出频率为ν_0=250.0Hz的声波，一音叉与该标准声源同时发声，产生频率为1.5Hz的拍音，若在音叉的臂上粘一块橡皮泥，则拍频增加，求音叉的固有频率ν。将上述音叉置于盛水的玻璃管口，调节管中水面的高度，当管中空气柱高度L从零连续增加时，发现在L=0.34m和1.03m时产生相继的两次共鸣，由以上数据算出声波在空气中的传播速度。

解：（1） $\nu_{拍}=|\nu-\nu_0|$

由题意可知：$\nu<\nu_0$ $\therefore \nu_{拍}=\nu_0-\nu=1.5H_z$

$\therefore \nu=\nu_0-\nu_{拍}=250.0-1.5=248.5Hz$

（2）共鸣发生原因：水面反射声波与入射声波在管中空气柱内形成驻波，且在水面（固定端）形成波节，在管口（开放端）形成波腹。

故，空气柱高应满足 $L=n\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}$

第一、二次共鸣时，气柱的高度差：

$$\Delta L=\frac{\lambda}{2}=1.03-0.34=0.69m$$

而$\lambda=uT=\frac{u}{\nu}$

$$\therefore u=\lambda\nu$$
$$=2\times0.69\times248.5\approx342.9(m/s)\approx343(m/s)$$