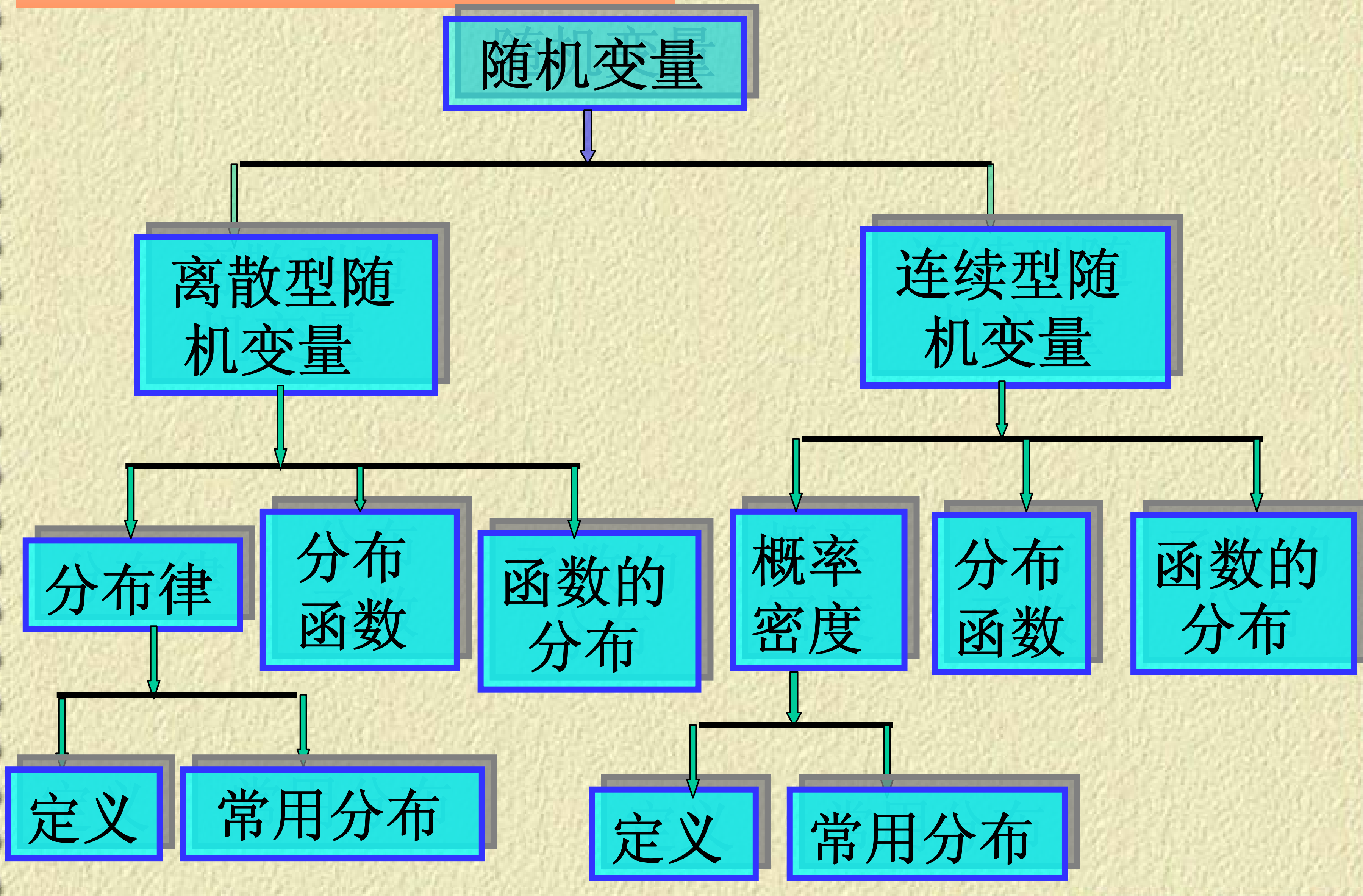
第二章知识结构图

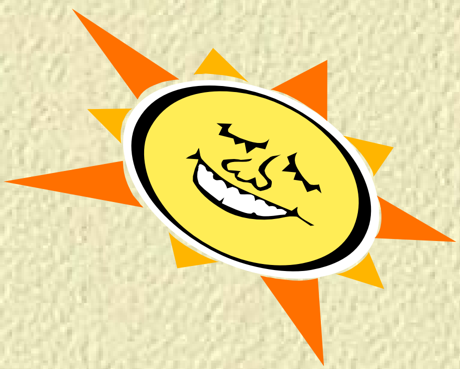

随机变量
离散型随机变量
连续型随机变量
分布律
分布函数
函数的分布
概率密度
分布函数
函数的分布
定义
常用分布
定义
常用分布

第二章　随机变量及其分布

1. 事件及其关系
2. 概率的定义
3. 简单的概率模型
4. 基本运算法则

第一章中讨论并已解决的问 题

本章将给出 随机变量和分布函数的概念



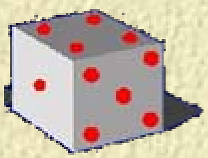
随机变量概念的产生

在实际问题中，随机试验的结果可以用数量来表示，由此就产生了随机变量的概念.

1. 有些试验结果本身与数值有关（本身就是一个数)

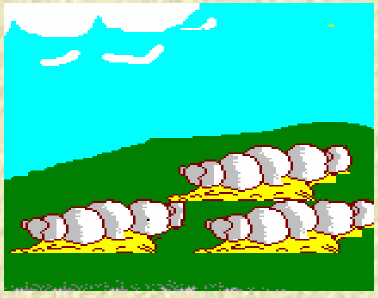
例如

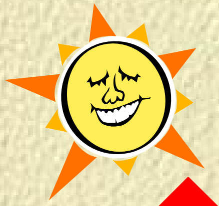
- 掷一颗骰子面上出现的点数



- 每天从北京站下火车的人数

- 昆虫的产卵数





- 七月份上海的最高温度

… … …

2. 在有些试验中，试验结果看来与数值无关，但可以通过引进一个变量来表示它的各种结果，也就是说，把试验结果数值化。

正如裁判员在运动场上不叫运动员的名字而叫号码一样，两者建立了一种对应关系。

上页 下页 返回

这种对应关系在数学上理解为定义了一种实值函数. 它与在高等数学中的函数一样吗?

★ 它随试验结果的不同而取不同的值，因而在试验之前只知道它可能取值的范围，而不能预先肯定它将取哪个值.

★ 由于试验结果的出现具有一定的概率，于是这种实值函数取每个值和每个确定范围内的值也有一定的概率.

称：这种定义在样本空间 S上的实值函数为

随 机 变 量

引入随机变量的意义

★ 引入随机变量，随机试验中的各种事件，就可以通过随机变量的关系式表达出来。

例如：单位时间内某电话交换台收到的呼叫次数用 X 表示，它是一个随机变量.

事件{收到不少于1次呼叫} $\Leftrightarrow$ $\{X \geq 1\}$

事件{没有收到呼叫} $\Leftrightarrow$ $\{X = 0\}$

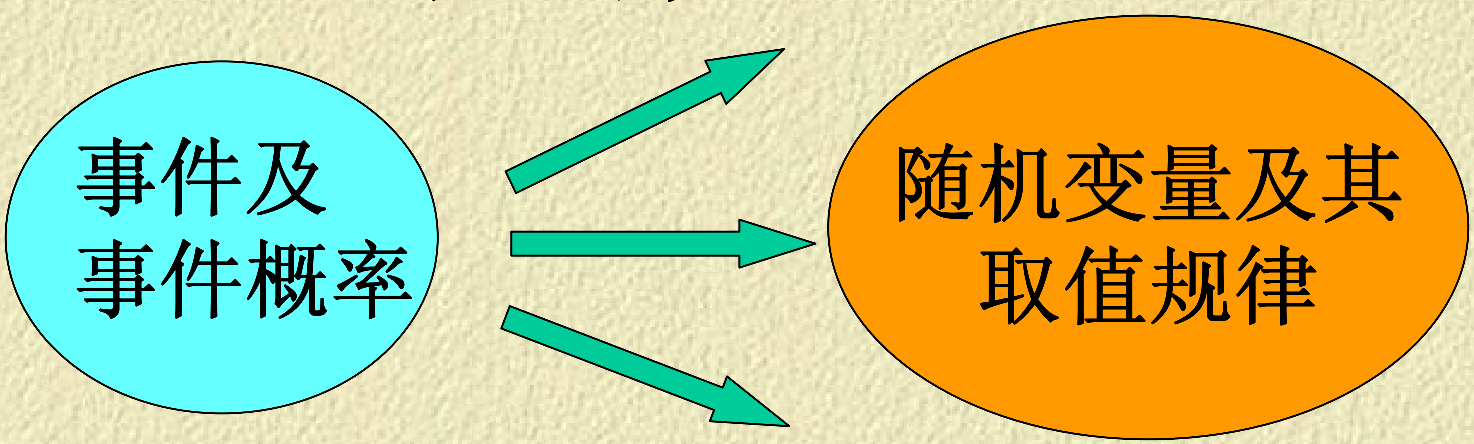
★ 随机事件这个概念实际上是包容在随机变量这个更广的概念内．也可以说，随机事件是从静态的观点来研究随机现象，而随机变量则是一种动态的观点，就如高等数学中常量与变量的区别.

★ 随机变量概念的产生是概率论发展史上的重大事件．引入随机变量后，对随机现象统计规律的研究，就由对事件及事件概率的研究扩大为对随机变量及其取值规律的研究。

随机变量 —— 随机事件的数量化，且由数量化可达到从量的角度来研究随机现象统计规律性.

分布函数 —— 在随机变量基础上进一步解决（第一章中无法解决的）求区间上的概率问题以及把各类随机变量的特征分布用统一的形式将其表达出来.

(重点,难点)



第一节　随机变量

引例. 投掷硬币的随机试验有两个可能的结果：

正面取 “1”，反面取 “0”

若把样本空间 S 记成：$S = \{e\}$

则可以引入一个变量 X：

$$X = X(e) = \begin{cases} 1 & e = \text{"正面"或"正品"} \\ 0 & e = \text{"反面"或"次品"} \end{cases}$$

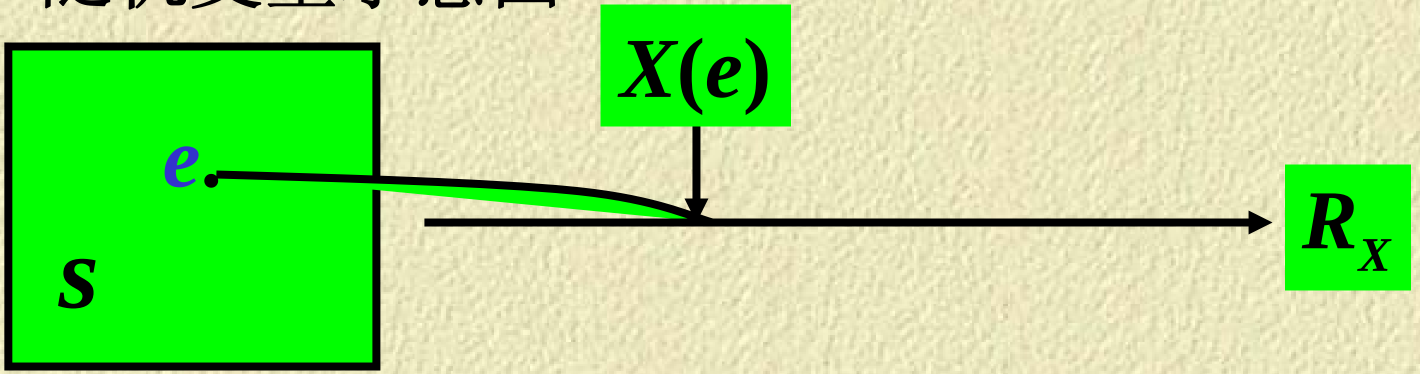
而因为变量 $X(e)$ 的取值是随机的，故称其为：

随机变量

一. 随机变量的定义

定义：设随机试验 E 的样本空间 $\boxed{S=\{e\}}$，如果对于每一个 $e\in S$ 都有一个实数 $X(e)$ 与之对应，这样得到了一个定义在 S 上的单值函数 $X(e)$，称 $X=X(e)$ 为随机变量。

注：▲ 随机变量示意图



R_X 是X (e) 的值域，即所有可能取值的全体

▲ 随机变量 X=X(e)的各个数值有一定的概率

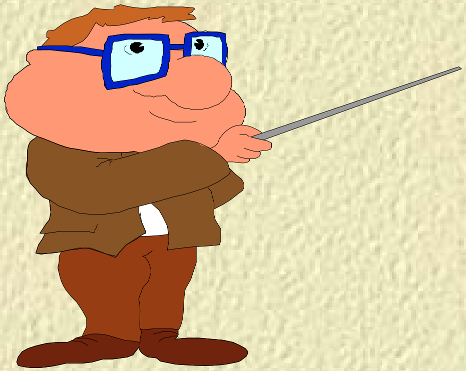
∵ X的取值随着试验的结果而定，而试验的各个 结果的出现有一定的概率. 比如 引例中:

$$P(X=1)=P\,(出现“正面”)=\frac{1}{2}$$

∴ 一般 对任意实数集合 L 有:

$$P(X\in L)=P(e\,|\,X(e)\in L)$$

▲ 随机变量与普通函数的 区别:



普通函数: 定义在实数轴上; 由定义域可预知它取什么值.

随机变量： 定义在样本空间上(样本空间的元素不一定是实数)；由试验只能预知其取值范围而不能预知它取什么值，它取各个值有一定的概率。

▲ 用随机变量表示事件之间仍存在包含相等、并、交、对立、相容、独立的关系，并可进行概率运算。

随机变量通常用大写字母 X,Y,Z 或希腊字母 ζ，η 等表示

而表示随机变量所取的值时,一般采用小写字母 x,y,z 等.

上页 下页 返回

例. (1) 一个射手对目标进行射击，击中目标记为 1 分，未中目标记为 0 分.

设X：射手在一次射击中的得分，

则 X = X(e) 是一个随机变量，它取值是 0 和 1

即：$$X = X(e) = \begin{cases} 0 & e = \text{未中目标} \\ 1 & e = \text{击中目标} \end{cases}$$

(2) 某段时间内候车室的旅客数目为 X ，则它也是一个随机变量，它可以取 0 及一切自然数。X 是定义在样本空间，则：

$$S = \{e\} = \{\text{人数} \mid \text{人数} \geq 0\}$$

$$X = X(e)\text{的值域}R_X = [0, +\infty)$$

(3) 单位面积上某农作物的产量记为 X，则它也是一个随机变量；它可以取区间内的一切实数值，即：$R_X \in [0,T]$，T 是一个常数

二. 随机变量的分类

随机变量

离散型随机变量

所有取值可以逐个 一 一列举

例如“取到次品的个数”，“收到的呼叫数”等等.

连续型随机变量

全部可能取值不仅无穷多，而且还不能一 一列举，而是充满一个区间

例如，“电视机的寿命”，实际中常遇到的“测量误差”等等.

重复说明

离散型随机变量： 若随机变量 X 的所有可能取的值是有限个的或可列个的，则称 X 为离散型随机变量。

连续型随机变量： 若随机变量 X 的所有可能取的值可以是整个数轴或至少有一部份取值是某些区间，则称 X 是连续型随机变量。