自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

北京科技大学 2016--2017 学年 第 二 学期

高等数学 AII 期末试卷（模拟）

院(系)__________ 班级____________ 学号____________ 姓名__________

试卷卷面成绩												占课程考核成绩 %	平时成绩占 %	课程考核成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	小计			
得分														

得 分

一、填空题（每题 4 分，共 36 分）

1、设 $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$，$\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$，则 $\vec{a}\bullet\vec{b}=$_______，$\vec{a}\times\vec{b}=$__________。

2、计算积分 $\int_1^5 dy\int_y^5 \frac{dx}{y\ln x}=$____________________。

3、设 f 具有二阶连续偏导数，$u=f(x+y+z,xyz)$，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$____________________。

4、已知三向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，其中 $\vec{c}\perp\vec{a},\vec{c}\perp\vec{b}$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$，且 $|\vec{a}|=6,|\vec{b}|=|\vec{c}|=3$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})\bullet\vec{c}$

=________________。

5、通过 $\begin{cases}x+y+z=0\\2x-y+3z=0\end{cases}$ 且平行于直线 $x=2y=3z$ 的平面方程为______________________。

6、Ω 是球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 与抛物面 $x^2+y^2=3z$ 所围成的形体，求三次积分 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz=$

______________。

7、计算 $I=\int_L (x^2+2xy)dx+(x^2+y^4)dy=$______________________，其中 I 为由点 $O(0,0)$ 到点 $B(1,1)$ 的曲线 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$。

8、函数 $u=x^2+2y^2+3z^2+3x-2y$ 在点 $(1,1,2)$ 处的梯度为______________________。

9、微分方程 $(x^2-y^2-2y)dx+(x^2+2x-y^2)dy=0$ 的通解为______________________________。

得 分

二、选择题（每题 3 分，共 21 分）

10、如果 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续，则下列命题正确的是（　　）

（A）若极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

（B）若极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

（C）若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在

（D）若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在

11、设 $f(u)$ 是关于 u 的奇函数，D 是由 $x=1$，$y=-x^3$，$y=1$ 所围成的平面区域。则 $\iint\limits_D\left[x^3+f(x,y)\right]dxdy=$（　　）

（A）0　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{2}{7}$　　（D）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$

12、已知直线 L_1 过点 $M_1(0,0,-1)$，且平行于 x 轴，L_2 过点 $M_2(0,0,1)$ 且垂直于 xoz 平面，则到两直线的距离点的轨迹方程为（　　）

（A）$x^2+y^2=4$　　（B）$zx^2-y^2=2z$

（C）$x^2\text{-}y^2=z$　　（D）$x^2-y^2=4z$

13、设曲面 Σ 是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2(z\ge 0)$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限的部分，下列结论正确的是（　　）

（A）$\iint\limits_{\Sigma} xdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} xdS$　　（B）$\iint\limits_{\Sigma} ydS=4\iint\limits_{\Sigma_1} ydS$

（C）$\iint\limits_{\Sigma} zdS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} zdS$　　（D）$\iint\limits_{\Sigma} xyzdS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} xyzdS$

14、微分方程 $y''-2y'^2\tan y=0$，满足条件 $y|_{x=0}=0$，$y'|_{x=0}=1$ 的解是（　　）

（A）$x=\dfrac{y}{2}+\dfrac{1}{4}\sin 2y$　　（B）$x=y-\dfrac{1}{4}\sin 2y$

（C）$x=\dfrac{y}{2}-\dfrac{1}{4}\sin 2y$　　（D）$x=y+\dfrac{1}{4}\sin 2y$

15、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x-az,y-bz)=0$ 确定，其中 $F(x,y)$ 可微，（a,b 为常数），则（　　）

（A）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}-b\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$　　（B）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$

（C）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}-b\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$　　（D）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$

16、设区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$，$f(x)$ 为 D 上的正值连续函数，A,B 为常数，则

$\iint\limits_{D}\dfrac{a\sqrt{f(x)}+b\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}d\sigma=$（　　）

（A）$ab\pi$　　（B）$\dfrac{ab\pi}{2}$　　（C）$(a+b)\pi$　　（D）$\dfrac{(a+b)\pi}{2}$

得 分

三、计算题（共 25 分）

17、求旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $x+y-2z=2$ 之间的最短距离。（6 分）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

18、求过直线 $L:\begin{cases}x+5y+z=0\\x-z+4=0\end{cases}$ 且与平面 $x-4y-8z+12=0$ 成 $\dfrac{\pi}{4}$ 的平面方程（6 分）

19、计算二重积分 (1) $I=\iint_D \operatorname{sgn}(y-x^2)\,dx\,dy$，其中 $D:-1\le x\le 1,0\le y\le 1$。

(2) $I=\iint_D(\sqrt{x^2+y^2-2xy}+2)\,dx\,dy$，其中 D 为圆域 $x^2+y^2\le 1$ 在第一象限内的部分（6 分）

20、设 L 是平面 $x+y+z=2$ 与柱面 $|x|+|y|=1$ 的交线，从 z 轴正向看过去，L 为逆时针方向，计算

$I=\oint_L (y^2-z^2)\,dx+(2z^2-x^2)\,dy+(3x^2-y^2)\,dz$（7 分）

得 分

四、证明题（共 18 分）

21、已知函数 $z=z(x,y)$，满足 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$，设 $u=x, v=\frac{1}{y}-\frac{1}{x}, \psi=\frac{1}{z}-\frac{1}{x}$，对函数 $\psi=\psi(u,v)$，

证明：$\frac{\partial \psi}{\partial u}=0$。（8 分）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

22、设函数 $f(x,y)$ 在区域 $D: x^2+y^2\le 1$ 上有连续二阶偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=e^{-(x^2+y^2)}$，证明：

$\iint\limits_D x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}dxdy=\frac{\pi}{2e}$。（10 分）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

北京科技大学 2016--2017 学年 第 二 学期

高等数学 AII 期末试卷（模拟）

院(系)__________ 班级____________ 学号____________ 姓名___________

试卷卷面成绩											占课程考核成绩 %	平时成绩占 %	课程考核成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	小计		
得分													

得 分

一、填空题（每题 4 分，共 36 分）

1、设 $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$，$\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$，则 $\vec{a}\bullet\vec{b}=$_______，$\vec{a}\times\vec{b}=$__________。

2、计算积分 $\int_1^5 dy\int_y^5 \frac{dx}{y\ln x}=$____________________。

3、设 f 具有二阶连续偏导数，$u=f(x+y+z,xyz)$，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$___________________。

4、已知三向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，其中 $\vec{c}\perp\vec{a},\vec{c}\perp\vec{b}$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$，且 $|\vec{a}|=6,|\vec{b}|=|\vec{c}|=3$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})\bullet\vec{c}$ =________________。

5、通过 $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y+3z=0 \end{cases}$ 且平行于直线 $x=2y=3z$ 的平面方程为______________________。

6、Ω 是球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 与抛物面 $x^2+y^2=3z$ 所围成的形体，求三次积分 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz=$ ______________。

7、计算 $I=\int_L (x^2+2xy)dx+(x^2+y^4)dy=$ ______________________，其中 I 为由点 $O(0,0)$ 到点 $B(1,1)$ 的曲线 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$。

8、函数 $u=x^2+2y^2+3z^2+3x-2y$ 在点 $(1,1,2)$ 处的梯度为________________。

9、微分方程 $(x^2-y^2-2y)dx+(x^2+2x-y^2)dy=0$ 的通解为______________________。

得 分

二、选择题（每题 3 分，共 21 分）

10、如果 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续，则下列命题正确的是（　　）

（A）若极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

（B）若极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

（C）若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在

（D）若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在

11、设 $f(u)$ 是关于 u 的奇函数，D 是由 $x=1$，$y=-x^3$，$y=1$ 所围成的平面区域。则 $\iint\limits_D\left[x^3+f(x,y)\right]dxdy=$（　　）

（A）0　　（B）$\dfrac{1}{4}$　　（C）$\dfrac{2}{7}$　　（D）$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$

12、已知直线 L_1 过点 $M_1(0,0,-1)$，且平行于 x 轴，L_2 过点 $M_2(0,0,1)$ 且垂直于 xoz 平面，则到两直线的距离点的轨迹方程为（　　）

（A）$x^2+y^2=4$　　（B）$zx^2-y^2=2z$

（C）$x^2\text{-}y^2=z$　　（D）$x^2-y^2=4z$

13、设曲面 Σ 是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2(z\ge 0)$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限的部分，下列结论正确的是（　　）

（A）$\iint\limits_{\Sigma}xdS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xdS$　　（B）$\iint\limits_{\Sigma}ydS=4\iint\limits_{\Sigma_1}ydS$

（C）$\iint\limits_{\Sigma} zdS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} zdS$　　　（D）$\iint\limits_{\Sigma} xyzdS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} xyzdS$

14、微分方程 $y''-2y'^2\tan y=0$，满足条件 $y|_{x=0}=0$， $y'|_{x=0}=1$的解是（　　）

（A）$x=\dfrac{y}{2}+\dfrac{1}{4}\sin 2y$　　　（B）$x=y-\dfrac{1}{4}\sin 2y$

（C）$x=\dfrac{y}{2}-\dfrac{1}{4}\sin 2y$　　　（D）$x=y+\dfrac{1}{4}\sin 2y$

15、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x-az,y-bz)=0$ 确定，其中 $F(x,y)$ 可微，（a,b 为常数），则（　　）

（A）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}-b\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$　　　（B）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$

（C）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}-b\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$　　　（D）$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$

16、设区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$， $f(x)$ 为 D 上的正值连续函数， A,B 为常数，则

$\iint\limits_{D}\dfrac{a\sqrt{f(x)}+b\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}d\sigma=$（　　）

（A）$ab\pi$　　（B）$\dfrac{ab\pi}{2}$　　（C）$(a+b)\pi$　　（D）$\dfrac{(a+b)\pi}{2}$

得 分

三、计算题（共 25 分）

17、求旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $x+y-2z=2$ 之间的最短距离。（6 分）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊　装订线内不得答题

18、求过直线 $L:\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$ 且与平面 $x-4y-8z+12=0$ 成 $\dfrac{\pi}{4}$ 的平面方程（6 分）

19、计算二重积分(1) $I=\iint_D \mathrm{sgn}(y-x^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D:-1\le x\le 1, 0\le y\le 1$。

(2) $I=\iint_D (\sqrt{x^2+y^2-2xy}+2)\,dx\,dy$，其中 D 为圆域 $x^2+y^2\le 1$ 在第一象限内的部分（6 分）

20、设 L 是平面 $x+y+z=2$ 与柱面 $|x|+|y|=1$ 的交线，从 z 轴正向看过去，L 为逆时针方向，计算

$I=\oint_L (y^2-z^2)\,\mathrm{d}x+(2z^2-x^2)\,\mathrm{d}y+(3x^2-y^2)\,\mathrm{dz}$（7 分）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊　装订线内不得答题

得 分

四、证明题（共 18 分）

21、已知函数 $z=z(x,y)$，满足 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$，设 $u=x,v=\frac{1}{y}-\frac{1}{x},\psi=\frac{1}{z}-\frac{1}{x}$，对函数 $\psi=\psi(u,v)$，证明：$\frac{\partial\psi}{\partial u}=0$。（8 分）

22、设函数 $f(x,y)$ 在区域 $D:x^2+y^2\le 1$ 上有连续二阶偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=e^{-(x^2+y^2)}$，证明：$\iint\limits_D x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}dxdy=\frac{\pi}{2e}$。（10 分）

北京科技大学 2016-2017 学年第二学期

高等数学 AII 模拟试卷参考答案

一．填空题（每题 4 分，共 36 分）

1. 3，$5\vec{i}+\vec{j}+7\vec{k}$　　2. 4　　3. $zf_2'+f_{11}''+(x+y)zf_{12}''+xyz^2f_{22}''$　　4. ± 27

5. $7x-26y+18z=0$　　6. $\frac{13}{4}\lambda$　　7. $\frac{23}{15}$　　8. $5\vec{i}+2\vec{j}+12\vec{k}$　　9. $\frac{x+y}{x-y}e^{x+y}=C$

二．选择题（每题 3 分，共 21 分）

10.B　11.C　12.D　13.C　14.A　15.B　16.D

三．计算题

17.（6 分）$d_{\min}=\frac{7}{4\sqrt{6}}$。

18.（6 分）$x+20y+7z=12$，$x-z+4=0$。

19.（6 分）$(1)I=\frac{2}{3}$，$(2)I=\frac{2}{3}(\sqrt{2}-1)+\frac{\pi}{2}$。

20.（7 分）$I=-\frac{2}{\sqrt{3}}\iint_{\Sigma}(4x+2y+3z)\mathrm{d}S$=-24。

四．证明题

21.（8 分）略

22.（10 分）略