北京科技大学 2013--2014 学年第二学期

高 等 数 学 AII 试卷（A 卷）

院(系)__________ 班级___________ 学号___________ 姓名___________考试教室_______

试卷卷面成绩												占课程考核成绩 70%	平时成绩占 30%	课程考核成绩
题号	一	二	三						四		小计			
			11	12	13	14	15	16	17	18				
得分														
评阅														
审核														

说明：1、要求正确地写出主要计算或推导过程，过程有错或只写答案者不得分；

2、考场、学院、班、学号、姓名均需写全，不写全的试卷为废卷；

3、涂改学号及姓名的试卷为废卷；

4、请在试卷上答题，在其它纸张上的解答一律无效.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

得 分

一、填空题（本题共 20 分，每小题 4 分）

1．微分方程 $y' + y = \mathrm{e}^{-x}$ 的通解为________________.

2．曲线 $x = \dfrac{t}{1+t}, y = \dfrac{1+t}{t}, z = t^2$ 在对应于 $t = 1$ 的点处的切线方程为

______________________________.

3．若 $2xy\,\mathrm{d}x + x^2\,\mathrm{d}y$ 在整个 xOy 平面是某二元函数 $u(x,y)$ 的全微分，则这样的一个 $u(x,y) =$_____________.

4．设 Σ 是锥面 $z = \sqrt{x^2+y^2}$ 及平面 $z = 1$ 所围成的区域的整个边界曲面，则 $\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)\,\mathrm{d}S =$________________.

5. 积分 $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_x^2 \mathrm{e}^{-y^2}\,\mathrm{d}y$ 的值等于__________.

得 分

二、选择题（本题共 20 分，每小题 4 分）

6．微分方程 $y''-y=\mathrm{e}^x+1$ 的一个特解应具有形式 【　　　　】.

(A) $a\,\mathrm{e}^x+b$.　　(B) $ax\,\mathrm{e}^x+b$.

(C) $a\,\mathrm{e}^x+bx$.　　(D) $ax\,\mathrm{e}^x+bx$.

7．设 $f(x,y)=\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}+1$，则下列结论不正确的是 【　　　　】.

(A) $f(x,y)$ 是连续的.　　(B) $f(x,y)$ 是可微的.

(C) $f(x,y)$ 有驻点.　　(D) $f(x,y)$ 有极值.

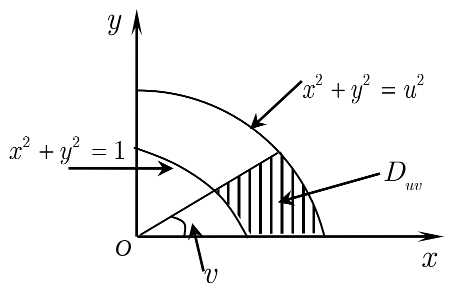
8．设 L 是椭圆 $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{6}=1$，其周长为 k，则 $\oint_L(6x^2+5y^2+7x^5y)\,\mathrm{d}s=$ 【　　　　】.

(A) $30k$.　　(B) $5k$.

(C) $6k$.　　(D) $7k$.

9．设函数 f 连续，$F(u,v)=\iint\limits_{D_{uv}}\dfrac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，其中 D_{uv} 为图中阴影部分，则 $\dfrac{\partial F}{\partial u}=$

【　　】.



(A) $vf(u)$.　　(B) $\dfrac{v}{u}f(u)$.

(C) $vf(u^2)$.　　(D). $\dfrac{v}{u}f(u^2)$

10．函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x,y) 处的二阶偏导数 $f_{xy}(x,y)$ 及 $f_{yx}(x,y)$ 都存在，则 $f_{xy}(x,y)$ 及 $f_{yx}(x,y)$ 在点 (x,y) 处连续是 $f_{xy}=f_{yx}$ 的 【　　　　】.

(A) 充分而非必要条件.　　(B) 必要而非充分条件.

(C) 充分必要条件.　　(D) 既非充分又非必要条件.

得 分

三、计算题（本题共48分，每小题8分）

11. 求 $f(x,y,z)=xy+yz+zx$ 在点 $(1,1,2)$ 沿方向 l 的方向导数，其中 l 的方向角分别为 $60^\circ,45^\circ,60^\circ$.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

12．求直线 $L:\begin{cases}4x-y+3z-1=0\\ x+5y-z+2=0\end{cases}$ 在平面 $2x-y+5z-3=0$ 上的投影直线.

13．设 $z = f(xy, \dfrac{x}{y}) + g(\dfrac{y}{x}),$，其中 f, g 均可微，且 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z^2}{\partial x \partial y}$.

14．计算 $I = \iint\limits_{\Sigma} (2x+z)\,\mathrm{d}\,y\,\mathrm{d}\,z + z\,\mathrm{d}\,x\,\mathrm{d}\,y,$ 其中 Σ 为有向曲面 $z = x^2 + y^2 (0 \le z \le 1)$，其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

15．计算曲线积分 $I = \oint_L \frac{x\,\mathrm{d}y - y\,\mathrm{d}x}{4x^2 + y^2}$，其中 L 是以点 $(1,0)$ 为中心，R 为半径的圆周 $(R > 1)$，取逆时针方向.

16. 计算 $\iiint\limits_{\Omega} z\,\mathrm{d}v$，其中 Ω 是由曲面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 及 $z = x^2 + y^2$ 所围成的闭区域.

得 分

四、综合题与证明题（本题共 12 分，每小题 6 分）

17．设 $u = f\left(\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)$有二阶连续偏导数，且满足方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-\frac{3}{2}},$$

求函数 u.

18．设 $f(t)$ 是连续函数，证明: $\iint\limits_{|x|+|y|\le 1} f(x+y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \int_{-1}^{1} f(u)\,\mathrm{d}u$.