

第3篇

热学

绪论

一、热学的研究对象

热学: 研究物体的热性质及热运动的规律

热运动: 物体中分子或原子无规则的运动

热现象: 由于物体温度的变化而引起物体性质、形态的变化
热现象的例子: 热胀冷缩、相变

二、热学的研究方法

1、宏观法 **热力学** 最基本的实验规律

⇒ 逻辑推理(运用数学)

优点: 可靠、普遍 缺点: 未揭示微观本质

2、微观法 **统计物理学** 物质的微观结构 + 统计方法

优点: 揭示了热现象的微观本质

缺点: 可靠性、普遍性差

宏观法与微观法相辅相成

从分子原子出发,
用统计方法研究
热现象的微观理论

热学

气体动理论
热力学

研究物质热性质及
热运动规律

以实验为基础,
研究热现象的
宏观理论

第17章 温度和气体动理论

§ 17.1 平衡态

§ 17.2 温度的概念

§ 17.3 理想气体温标

§ 17.4 理想气体
状态方程

§ 17.5 气体分子的
无规则运动

§ 17.6 理想气体的压强

§ 17.7 温度的微观意义

§ 17.8 能量均分定理

§ 17.9 麦克斯韦速率
分布律

§ 17.10 麦克斯韦速率
分布律的实验验证

第17章 温度和气体动理论

§ 17.11 玻耳兹曼分布律

§ 17.12 实际气体等温线

§ 17.13 范德瓦耳斯方程

§ 17.14 非平衡态
输运过程

§ 17.1~17.4 热运动描述 理想气体模型和状态方程

一、状态参量

—— 对应热力学系统的两种描述方法

1、宏观状态参量

从整体上描述系统的状态量, 一般可以直接测量

1) 广延量: 可以累加, 如 M 、 V 、 E 等。

2) 强度量: 不可累加, 如 P 、 T 、 ρ 等。

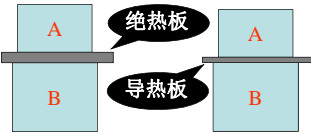
2、微观状态参量 描述系统内微观粒子的物理量

如: 分子质量 m 、直径 d 、速度 v 、动量 p 、
能量 ε 等

微观状态参量与宏观状态参量有一定的内在联系

例如: 压强 \Leftarrow 大量分子对器壁的冲力的平均效果

3、温度



A、B 两体系有共同的宏观性质，称为系统的**温度**。

处于热平衡的多个系统具有相同的温度

A、B 两体系互不影响，各自达到平衡态

A、B 两体系的平衡态有联系，达到共同的热平衡状态(**热平衡**)

设 A 和 C 分别与 B 的同一状态热平衡，则 A 和 C 一定热平衡 —— **热力学第零定律**

* 温度测量



A 和 B 热平衡， $T_A = T_B$ ；
B \ll A，A 改变很小， T_A 基本是原来体系 A 的温度

处在相互热平衡状态的系统拥有某一共同的宏观物理性质，这个性质称为**温度**。

温标：温度的数值表示方法。

华氏温标：1714年荷兰华伦海特建立，以水结冰的温度为 32°F ，水沸腾的温度为 212°F

摄氏温标 t ：1742年瑞典天文学家摄尔修斯建立，以冰的熔点定为 0°C ，水的沸点定为 100°C

热力学温标 T ：与工作物质无关的温标，由英国的开尔文建立，与摄氏温度的关系为

$$T = t + 273.15$$

单位为开(K)，称为热力学温度。

二、平衡态 准静态过程

1、热力学系统与外界

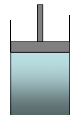
热力学系统：在给定的范围内，由大量的微观粒子所组成的宏观物体

—— **热力学研究的对象**

1) 它包含极大量的分子、原子

2) 阿佛加德罗常数 $N_A = N_0 = 6.02 \times 10^{23} / \text{mol}$

外界：对所研究的热力学系统能够发生相互作用的其它物体



例：若汽缸内气体为系统，其它为外界

2、**平衡态**定义 —— 在不受外界影响的条件下，系统的**宏观性质**不随时间改变的状态

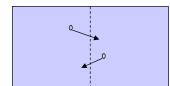
说明：

1) **平衡态是一个理想化模型**

主要研究平衡态的热学规律

2) **动态平衡** 微观上 无规则的热运动

但是，宏观量不随时间改变

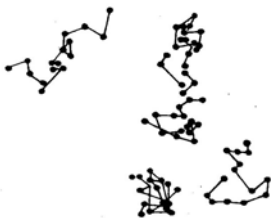


粒子数是宏观量

3、**涨落**

—— 处在平衡态的系统的宏观量，如压强P，不随时间改变，但不能保证任何时刻大量分子撞击器壁的情况完全一样，这称为涨落现象，分子数越多，涨落就越小

布朗运动是可观测的涨落现象之一



1927年，R.Brown 用显微镜观察到悬浮在水中的花粉在作永不停顿的无规运动

小颗粒的运动剧烈程度与温度有关

小颗粒的布朗运动

4、**准静态过程**

当热力学系统在外界影响下，从一个状态到另一个状态的变化过程，称为**热力学过程**，简称**过程**。

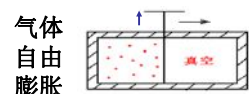
热力学过程 $\left\{ \begin{array}{l} \text{准静态过程} \\ \text{非静态过程} \end{array} \right.$

准静态过程：系统从一平衡态到另一平衡态，如果过程中所有中间态都可以近似地看作平衡态的过程。

非静态过程：系统从一平衡态到另一平衡态，过程中所有中间态为非平衡态的过程。



例：气体等温膨胀



气体自由膨胀

三、理想气体的状态方程

理想气体：严格遵守玻意耳定律的气体

1、玻意耳—马略特定律 $pV = C$ 等温

2、查理定律 $\frac{P}{T} = C$ 等容

3、盖吕萨克定律 $\frac{V}{T} = C$ 等压

理想气体的状态方程： $pV = \frac{M}{\mu} RT$ $R = 8.31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

注意：1) 方程中三个变量 P 、 V 、 T ，只有两个是相互独立的

2) 方程只适用于平衡态

§ 17.5 气体分子的无规则运动

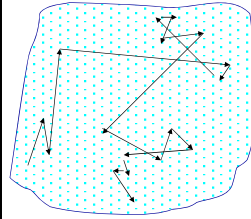
一、几个概念：

自由程 λ ：分子连续两次碰撞之间所自由走过的路程

平均自由程 $\bar{\lambda}$ ：自由路程的平均值

平均碰撞频率 \bar{z} ：单位时间内一个分子与其它分子碰撞的平均次数

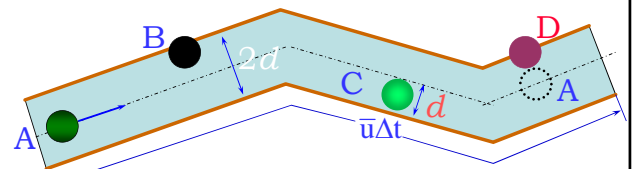
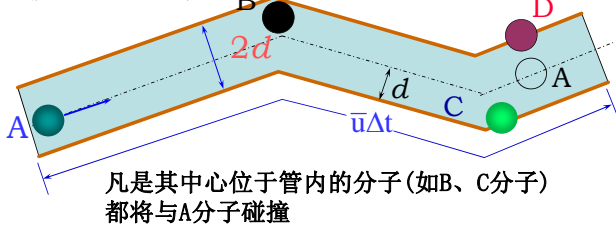
$\bar{\lambda}$ 与 \bar{z} 的关系：
$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$$



二、平均自由程公式：

设分子的有效直径为 d ，A 分子以平均相对速率 \bar{u} 运动，其它分子都不动

以 A 分子运动路径（折线）为轴线，作一半径为 d ，总长度为 $\bar{u}\Delta t$ 的圆管



Δt 时间内 A 分子将与分子中心位于管内的所有分子进行碰撞，所以平均碰撞频率为： $\bar{z} = n\bar{u}\pi d^2$

考虑到其它分子都在运动，经过精确计算，得：

$$\bar{u} = \sqrt{2}\bar{v}$$

分子平均碰撞频率为： $\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n$

分子平均碰撞频率为： $\bar{z} = \sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2$

分子平均自由程为： $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{\bar{v}}{\sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} = \frac{kT}{\sqrt{2}p\pi d^2}$

标准状态下： $p = 1.013 \times 10^5 Pa$ $T = 273.15 K$

$V = 22.41 \times 10^{-3} m^3 / mol$

对空气分子 $d \sim 3.5 \times 10^{-10} m$ $\bar{\lambda} \approx 6.9 \times 10^{-8} (m)$

相当于分子直径的二百倍 $\left(\frac{\bar{\lambda}}{d} \approx 200\right)$

$\bar{z} \approx 6.5 \times 10^9 \left(\frac{\text{次}}{\text{秒}}\right)$ 几十亿次碰撞/每秒



说明

$$\bar{z} = \sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} = \frac{kT}{\sqrt{2}p\pi d^2}$$

气体容器线度小于平均自由程计算值时，

实际平均自由程就是容器线度的大小 $\bar{\lambda} = \min(\bar{\lambda}, l)$

解题步骤：

$$\bar{\lambda} = \min(\bar{\lambda}, l) \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \rightarrow \bar{z}$$

§ 17.6-17.7 理想气体的压强 温度的微观意义

一、理想气体模型的基本微观假设

1、对单个分子的力学性质的假设

- 1) 分子的线度 << 分子间的平均距离, 可忽略不计
- 2) 分子之间除碰撞的瞬间外, 无相互作用力
(忽略重力、粘滞阻力等)
- 3) 完全弹性碰撞
- 4) 服从牛顿力学

——理想气体分子像一个个极小的彼此间无相互作用的遵守经典力学规律的弹性质点

2、对大量分子组成的气体系统的统计性假设:

- 1) 分子的速度各不相同, 而且通过碰撞不断变化
- 2) 平衡态时分子按位置的分布是均匀的,
即分子数密度到处一样, 不受重力影响

$$n = \frac{dN}{dV} = \frac{N}{V} \quad \text{其中 } dV \text{ --- 体积元 (宏观小, 微观大)}$$

- 3) 平衡态时分子的速度按方向的分布是均匀的

$$\overline{v_x} = \frac{v_{1x} + v_{2x} + \cdots + v_{Nx}}{N} = \frac{\sum v_{ix}}{N}$$

$$\therefore \overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N} = \frac{\sum v_{ix}^2}{N}$$

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

结论:

处于热平衡下的理想气体, 朝各个方向运动分子没有哪一个方向占优势

分子朝各个方向运动的几率相等

二、压强公式的推导

i 分子与器壁 A 碰撞一次获得的动量增量

$$-mv_{ix} - mv_{ix} = -2mv_{ix}$$

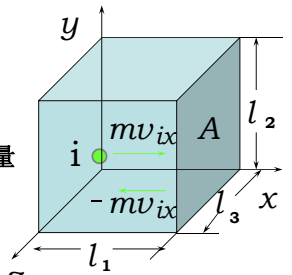
i 分子一次碰撞给予器壁 A 的冲量

$$2mv_{ix}$$

单位时间的碰撞次数: $\frac{v_{ix}}{2l_1}$

1 秒钟给予器壁 A 的冲量:

$$\frac{v_{ix}}{2l_1} 2mv_{ix} = \frac{mv_{ix}^2}{l_1} = \text{i 分子给器壁 A 的冲力}$$



i 分子给器壁 A 的冲力 $\frac{mv_{ix}^2}{l_1}$

N 个分子的平均冲力:

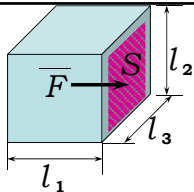
$$\overline{F} = \sum_{i=1}^N \frac{mv_{ix}^2}{l_1}$$

N 个分子给予器壁 A 的压强:

$$P = \frac{\overline{F}}{S} = \sum_i \frac{mv_{ix}^2}{l_1} \div l_2 l_3$$

$$= \frac{N}{l_1 l_2 l_3} \frac{\sum_{i=1}^N mv_{ix}^2}{N} = n m \overline{v_x^2}$$

(n: 分子数密度)



$$p = nm \overline{v_x^2} \quad \text{由统计假设: } \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$$

$$P = mn \frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_k}$$

$\overline{\epsilon_k} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ —— 分子热运动的平均平动动能

- 说明
- 1、公式反映了宏观量 P 与微观量 $\overline{\epsilon_k}$ 的对应关系
 - 2、压强的微观本质:
大量分子单位时间内对器壁单位面积的平均冲力

3、压强具有统计意义

统计关系式 \longleftrightarrow $p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_k$

宏观可测量 \longleftrightarrow 微观量的统计平均值

三、温度的本质和统计意义

1、推导：

由理想气体状态方程： $pV = \frac{M}{\mu} RT$

$M = Nm$
气体总质量

$\mu = N_0 m$
气体摩尔质量

$$p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} = \frac{Nm}{N_0 m} \frac{RT}{V} = \frac{N}{N_0} \frac{R}{N_0} T = nkT$$

$k = \frac{R}{N_0} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ 玻尔兹曼常量

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_k = nkT \Rightarrow \bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT$$

温度是分子热运动平均平动动能大小的量度

- 2、说明 1、描述平衡态 2、统计概念
3、反映分子的无规则运动

注意

热运动与宏观运动的区别：温度所反映的是分子的无规则运动，它和物体的整体运动无关，物体的整体运动是其中所有分子的一种有规则运动的表现。

四、气体分子的方均根速率：

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT$$

分子平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$

方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3kN_0 T}{N_0 m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

复习上次课的内容

理想气体的状态方程： $pV = \nu RT = NkT$ $p = nkT$

$\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_0}$ 为气体摩尔数

分子的碰撞

$$\bar{z} = \sqrt{2} n \bar{v} \pi d^2$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2} = \frac{kT}{\sqrt{2} p \pi d^2}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$$

复习上次课的内容

压强公式：

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_k$$

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

分子热运动的平均平动动能

温度公式：

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{3}{2} kT$$

温度是分子热运动平均平动动能大小的量度

方均根速率：

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

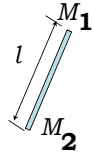
§ 17.8 能量均分定理 理想气体的内能

一、自由度 —— 确定一物体的空间位置所需的独立坐标数

1、质点的自由度 3个

2、细杆的自由度 5个

1) 刚性细杆 质心 3个 平动自由度
转动 2个 转动自由度



火车：被限制在一曲线上运动 自由度为1

飞机：自由度为3
(经度、纬度、高度)

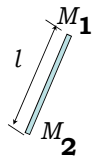


轮船：被限制在一曲面上运动
自由度为2
(经度、纬度)

2) 非刚性细杆 质心 3个 平动自由度
转动 2个 转动自由度
振动 1个 振动自由度

3、刚体的自由度 6个

质心 3个 平动自由度
转动 3个 转动自由度



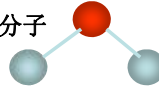
二、分子的自由度 (刚性分子的自由度)

1) 单原子分子 $i = 3$

2) 双原子分子 $\left\{ \begin{array}{l} \text{平动 } 3 \\ \text{转动 } 2 \end{array} \right. i = 5$

3) 三原子 多原子 分子 $\left\{ \begin{array}{l} \text{平动 } 3 \\ \text{转动 } 3 \end{array} \right. i = 6$

非刚性分子还有
振动自由度

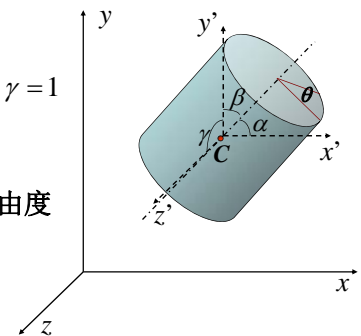


刚体的自由度：

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

结论：

自由刚体有六个自由度



三、能量按自由度均分原理

1、推导：分子平动： $t=3$ $\bar{\epsilon}_k = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$

$$\text{即：} \frac{1}{2} m (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}) = \frac{3}{2} kT$$

$$\therefore \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad \therefore \frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT$$

各平动自由度具有相等的平动动能

2、能量按自由度均分原理

—— 温度为T的平衡态下，气体分子每个自由度的平均动能都为 $\frac{1}{2} kT$

如：总自由度数为i的分子，其平均总动能为 $\frac{i}{2} kT$

四、刚性分子理想气体的内能

1、内能的定义：

气体的内能：气体分子的动能以及分子与分子间的势能构成气体内部的总能量，称为内能

理想气体内能：系统中所有分子各种运动能量的总和

2、推导（刚性分子理想气体的内能）：

分子热运动的平均动能 $\bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT$ i ：分子自由度

1mol 理想气体的内能： $E_{mol} = N_0 \bar{\epsilon} = N_0 \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT$

质量为M的理想气体的内能： $E = \frac{i}{2} \nu RT$ $\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_0}$ 为气体摩尔数

刚性分子理想气体的内能: $E = \frac{i}{2} \nu RT$

设平动自由度 t , 则其总自由度: $i = t + r$

单原子分子: $E = \frac{3}{2} \nu RT$ 刚性双原子分子: $E = \frac{5}{2} \nu RT$

刚性多原子分子: $E = 3 \nu RT$



1) 内能 是气体状态的单值函数

理想气体: $E = E(T)$

2) 在实际上当 $T=0$ 时, $E \neq 0$

量子力学可以证明, 仍有零点能存在

例1、三个容器内分别储有1mol氦气, 1mol氢气和1mol氨气。将它们均视为刚性分子的理想气体。若它们的温度都升高1K, 则三种气体的内能的增加值分别是多少?

解: $E_{mol} = \frac{i}{2} RT \rightarrow \Delta E = \frac{i}{2} R \Delta T$

$H_e: i = 3 \quad \Delta E = \frac{3}{2} R \Delta T = 12.5(J)$

$H_2: i = 5 \quad \Delta E = \frac{5}{2} R \Delta T = 20.8(J)$

$NH_3: i = 6 \quad \Delta E = \frac{6}{2} R \Delta T = 24.9(J)$

例2、一绝热容器被中间的隔板分成相等的两半, 一半装有氦气, 温度为250K; 另一半装有氧气, 温度为310K。二者压强相等。求去掉隔板两种气体混合后的温度。

解: 混合前, 对He气:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

对O₂气:

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

由于: $P_1 V_1 = P_2 V_2$

所以有: $\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2$

混合前的总内能为:

$$E_0 = E_1 + E_2 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{5}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{8}{2} \nu_1 R T_1$$

例2、一绝热容器被中间的隔板分成相等的两半, 一半装有氦气, 温度为250K; 另一半装有氧气, 温度为310K。二者压强相等。求去掉隔板两种气体混合后的温度。

混合后, 气体的温度变为 T , 总内能为:

$$E = \frac{3}{2} \nu_1 R T + \frac{5}{2} \nu_2 R T = \left(\frac{3}{2} + \frac{5T_1}{2T_2} \right) \nu_1 R T$$

由于混合前后总内能相等, 即 $E_0 = E$, 所以有:

$$\frac{8}{2} \nu_1 R T_1 = \left(\frac{3}{2} + \frac{5T_1}{2T_2} \right) \nu_1 R T$$

$$\Rightarrow T = \frac{8T_1}{3 + 5T_1/T_2} = 284K$$

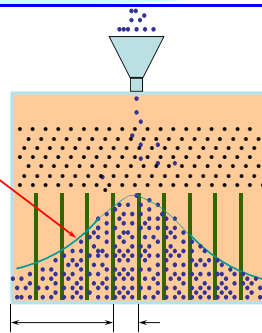
§ 17.9~17.10 麦克斯韦速率分布律及实验验证

一、粒子数按空间位置 x 分布

粒子数按空间位置 x 分布曲线

ΔN : N 个粒子中落在 $x \rightarrow x + \Delta x$ 区间的粒子数

$\frac{\Delta N}{N}$: 落在 $x \rightarrow x + \Delta x$ 区间的粒子数占总粒子数的百分比 (几率)



Δx

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \Delta x \rightarrow dx \quad \Delta N \rightarrow dN$$

$$\frac{dN}{N}$$

粒子落入 x 附近 dx 区间的几率

$$\frac{dN}{N} = f(x) \cdot dx$$

$$f(x) = \frac{dN}{N \cdot dx}$$

按空间位置 x 分布函数

意义: x 附近单位空间的粒子数占总粒子数的百分比

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad \text{归一化}$$

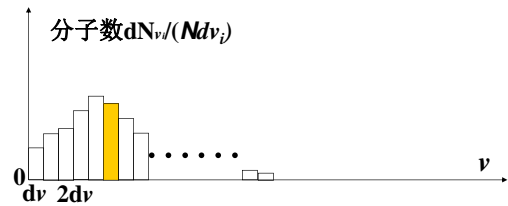
$$\frac{dN}{N \cdot dx}$$

粒子落入 x 附近单位区间的几率——概率密度

单个分子速率不可预知，**随机的**
 大量分子的速率分布是确定的，遵循统计规律
 ——理想气体平衡状态满足麦克斯韦速率分布律

1) 速率分布的描述:

- 1、将速率空间分为无数等间隔速率区间
 $v \rightarrow v + dv$
- 2、其中任意速率区间中的分子数为 dN_v
- 3、 dN_v / N 应与 v 和 dv 的大小有关



显然，折线下包围的面积为：

$$\sum_i \Delta S_i = \sum_i \left(\frac{dN_{v_i}}{N dv_i} \cdot dv_i \right) = \frac{\sum_i dN_{v_i}}{N} = 1$$

当 $dv \rightarrow 0$ ，折线 \rightarrow 光滑曲线 \rightarrow **速率分布曲线**

取: $\frac{dN_v}{N} = f(v)dv$ 或: $f(v) = \frac{dN_v}{N dv}$
 $f(v)$ ——速率分布函数 $\int_0^\infty f(v)dv = 1$

$f(v)$ 的物理意义: 速率 v 附近单位速率区间内分子数占总分子数的百分比

$Nf(v)$ ——速率 v 附近单位速率区间的分子数

$Nf(v)dv$ ——速率 v 附近 dv 速率区间内的分子数

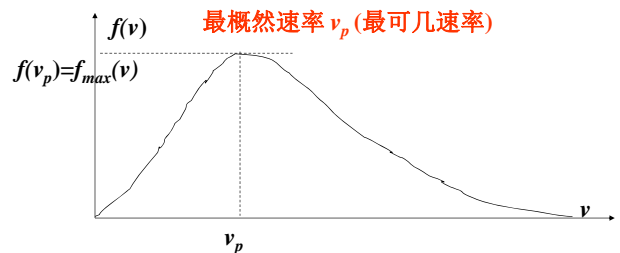
2) 速率分布曲线:

以速率 v 为横轴, $f(v)$ 为纵轴, 绘出的曲线

1859年麦克斯韦从理论上得到理想气体速率分布定律

二、麦克斯韦速率分布律

1、麦克斯韦速率分布曲线



2、麦克斯韦分子速率分布律

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

m —分子质量

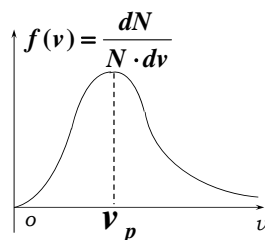
T —热力学温度

$v \rightarrow 0$ $f(v) \rightarrow 0$

$v \rightarrow \infty$ $f(v) \rightarrow 0$

$v = v_p$ $f(v)$ 取极大值

$$\left. \frac{df(v)}{dv} \right|_{v_p} = 0$$



3、速率分布曲线的几何意义

1) 曲线下小面积 $v \rightarrow v + dv$

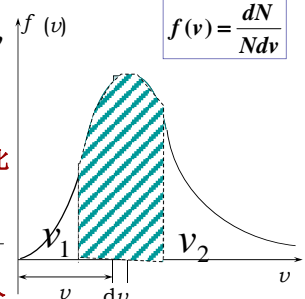
$$dS = f(v)dv = \frac{dN}{N dv} \cdot dv = \frac{dN}{N}$$

——速率在 $v \rightarrow v + dv$ 速率区间的分子数占总分子数的百分比

2) 曲线下的面积

$$\int_{v_1}^{v_2} f(v) dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dN}{N} = \frac{\Delta N_{v_1-v_2}}{N}$$

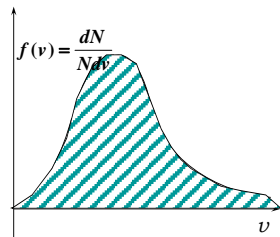
——速率在 v_1-v_2 区间的分子数占总分子数的百分比



- 3) 曲线下的总面积

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = \int_0^{\infty} \frac{dN_v}{N} = \frac{\Delta N_{0-\infty}}{N} = 1$$
 归一化条件

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$



4) 几种统计结果

- 1) $dN = Nf(v)dv$ 速率 v 附近 dv 速率区间内的分子数
- 2) $N \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$ 速率在 $v_1 \sim v_2$ 速率范围内的分子数
- 3) $q(v)dN$ 速率 v 附近 dv 速率范围内的分子的 q 量之和
- 4) $\frac{\int_{v_1}^{v_2} q(v) \cdot Nf(v) dv}{\int_{v_1}^{v_2} Nf(v) dv}$ 速率在 $v_1 \sim v_2$ 范围内的分子的 q 量平均值
- 5) 物理量的平均值 $\bar{q}(v) = \int_0^{\infty} q(v) f(v) dv$
- 6) 物理量求和 $\sum q(v) = N \int_{v_1}^{v_2} q(v) f(v) dv$

$$f(v) = \frac{dN}{N \cdot dv}$$

4、三种速率

- 1) 平均速率 $\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N} = \frac{\int_0^{\infty} v dN}{N} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \approx 1.60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$
- 2) 方均根速率 $\bar{v}^2 = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m}$

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

$$\bar{q}(v) = \int_0^{\infty} q(v) f(v) dv$$

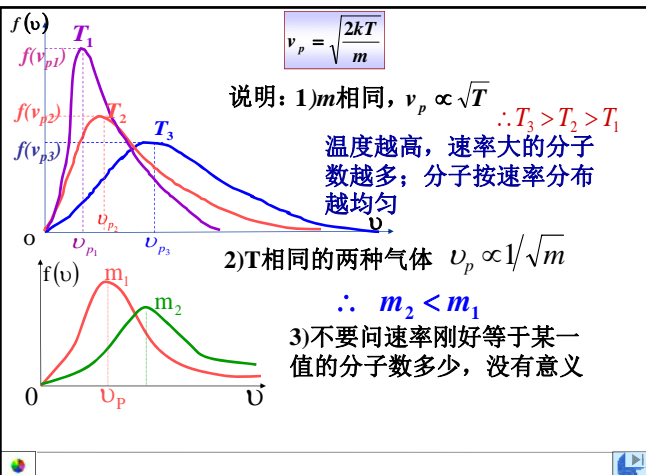
3) 最概然速率——最可几速率

$$\text{令 } \frac{df(v)}{dv} = 0 \quad v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

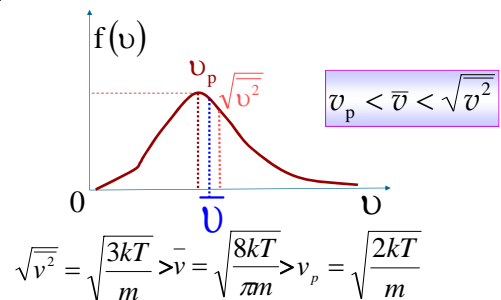
讨论 麦克斯韦速率分布中最概然速率 v_p 的概念

下面哪种表述正确?

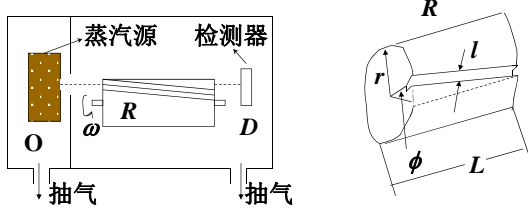
- (A) v_p 是气体分子中大部分分子所具有的速率。
- (B) v_p 是速率最大的速度值。
- (C) v_p 是麦克斯韦速率分布函数的最大值。
- ★ (D) 若把整个速率范围分成许多相等的小区间, 则 v_p 所在区间内的气体分子数占总分子数的比率最大。



比较



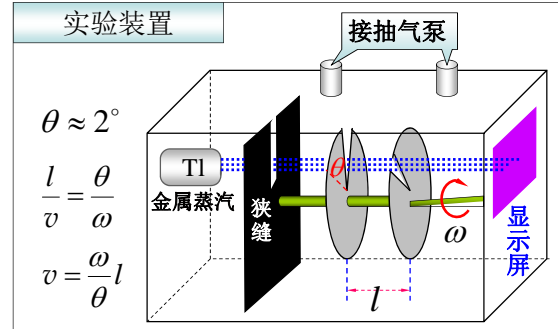
三、麦克斯韦速率分布律的实验验证

给定 ω

$$\frac{L}{v} = \frac{\phi}{\omega} \quad v = \frac{\omega}{\phi} L \quad \left| \Delta v \right| = \frac{v}{\phi} \Delta \phi = \frac{l}{\phi r} v$$

小孔充分小，改变 ω ，测D上的沉积厚度，就可测气体速率分布

实验装置



例3、已知 $f(v)$ ，求 $v > v_p$ 分子的平均速率

$$\bar{v} = \frac{\int_{v_p}^{\infty} v dN_v}{\int_{v_p}^{\infty} dN_v} = \frac{N \int_{v_p}^{\infty} v f(v) dv}{N \int_{v_p}^{\infty} f(v) dv} = \frac{\int_{v_p}^{\infty} v f(v) dv}{\int_{v_p}^{\infty} f(v) dv}$$

例4、如图示速率分布曲线，求平均速率（a为待定系数）

$$f(v) = \begin{cases} \frac{v}{v_0} a & 0 \leq v \leq v_0 \\ a & v_0 \leq v \leq 2v_0 \\ 0 & 2v_0 < v \end{cases}$$

$$f(v) = \begin{cases} \frac{v}{v_0} a & 0 \leq v \leq v_0 \\ a & v_0 \leq v \leq 2v_0 \\ 0 & 2v_0 < v \end{cases}$$

由归一化：

$$\frac{1}{2} a v_0 + a v_0 = 1 \quad \therefore a = \frac{2}{3v_0}$$

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \int_0^{v_0} v \frac{v}{v_0} a dv + \int_{v_0}^{2v_0} v a dv = \frac{11}{9} v_0$$