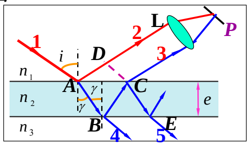
上次课主要内容

薄膜干涉：$\delta_{反} = 2n_2 e\cos\gamma + (\frac{\lambda}{2})$

$\delta_{透} = \delta_{反} + \frac{\lambda}{2}$



等倾条纹：$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \delta(i)$

等厚条纹（垂直入射）： $\delta = 2n_2 e + (\frac{\lambda}{2})$

劈尖　　　　牛顿环

$\Delta L = \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$　　$r_{暗k} = \sqrt{kR\lambda_n}$

第23章　光的衍射

23.1 光的衍射和惠更斯-菲涅耳原理

23..2 单缝的夫琅禾费衍射

23.3 光学仪器的分辨本领

23.4 细丝和细粒的衍射

23.5 光栅衍射

23.6 光栅光谱

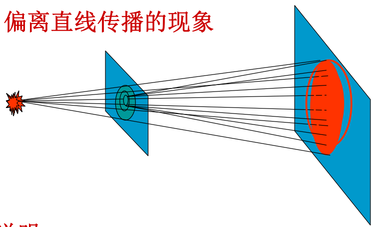
23.7 光盘及其录音与放音

23.8 X射线衍射

§ 23.1 光的衍射和惠更斯——菲涅耳原理

一、光的衍射现象

定义：光在传播过程中能绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象



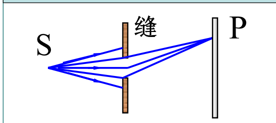
说明：

若孔径与波长相比不是很大，那么屏上图象不再是均匀的，而是明暗相间变化的条纹。

二、衍射分类：(1) 菲涅耳衍射　　近场衍射

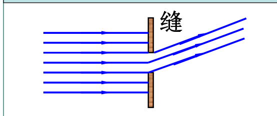
(2) 夫琅禾费衍射　　远场衍射

菲 涅 尔 衍 射



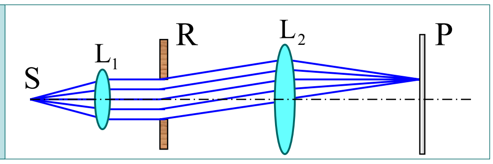
光源和屏(或二者之一)与缝相距有限远

夫 琅 禾 费 衍 射

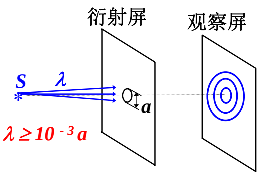


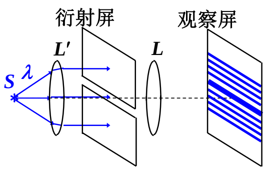
光源和屏都与缝相距无限远

在实验中实现夫琅禾费衍射



练习：判断以下情况属于哪类衍射？



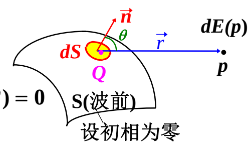


三、 惠更斯——菲涅耳原理

◆波传到的任何一点都是子波的波源，

◆各子波在空间某点的相干叠加，决定该点的波强度。

$dE(p) \propto \frac{a(Q)K(\theta)}{r}dS$

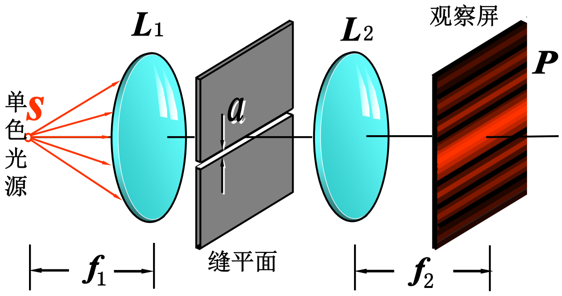


$K(\theta)$随$\theta\uparrow$而$\downarrow$；当$\theta \ge \frac{\pi}{2}$时，$K(\theta)=0$

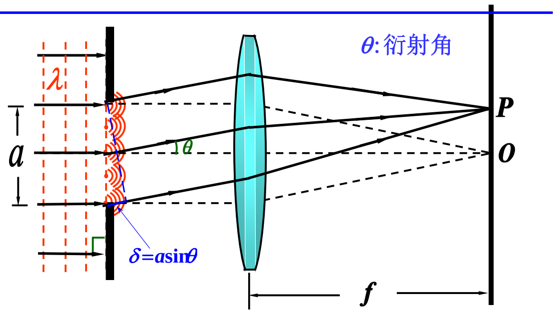
$a(Q)$取决于波前上Q点处的强度

§23.2 单缝的夫琅禾费衍射

一、夫琅禾费单缝衍射实验装置



夫琅禾费单缝衍射基本光路



单缝衍射图样的明暗分布规律，是单缝处的入射波阵面上无数个子波波源在不同方向上的光干涉结果.

二、半波带法

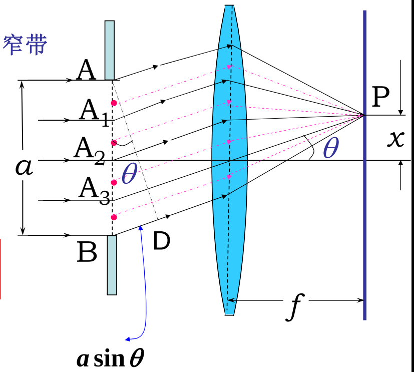
将狭缝分成一系列窄带

相邻带相应位置上光线的光程差 $\frac{\lambda}{2}$

$\overline{AA_1}$ $\overline{A_1A_2}$ $\overline{A_2A_3}\cdots$

——半波带

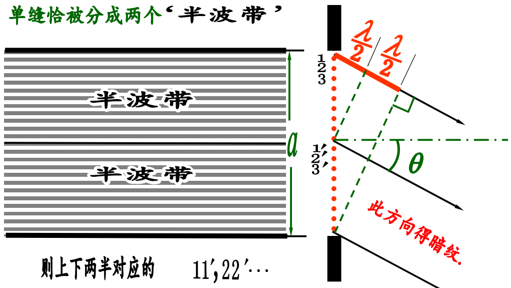
狭缝可分半波带的个数：$\boxed{k = \frac{a\sin\theta}{\lambda/2}}$



引 例

若某 θ 方向，a 两端的子波光程差恰为 $a\sin\theta = \lambda$

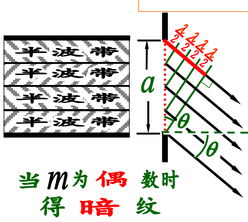
单缝恰被分成两个‘半波带’



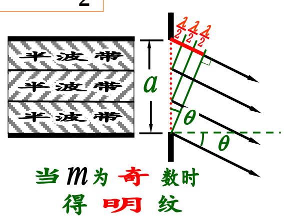
则上下两半对应的 $11', 22'\cdots$

各对子波光程差均为 $\lambda/2$，全部产生相消干涉.

$$\delta = a\sin\theta = m\cdot\frac{\lambda}{2}$$

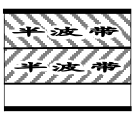


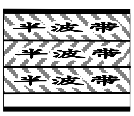
当 m 为 偶 数时
得 暗 纹



当 m 为 奇 数时
得 明 纹

不能被分成整数个半波带的方向

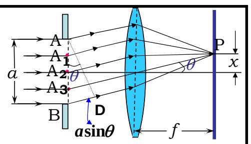




等 得非明非暗

$$k = \frac{a\sin\theta}{\lambda/2}$$

一般情况

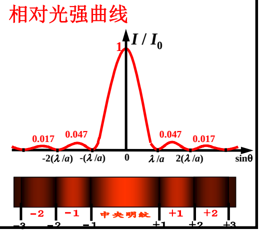


$a\sin\theta = \pm k\lambda$，$k = 1,2,3\cdots$ ——暗纹

$a\sin\theta = \pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2}$，$k' = 1,2,3\cdots$ ——明纹(中心)(近似)

$a\sin\theta = 0$ ——中央明纹(中心)

相对光强曲线

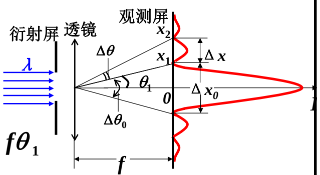


上述暗纹和中央明纹(中心)位置是准确的，其余明纹中心的位置较上述表示稍有偏离。

三、 条纹宽度

1.中央明纹:

θ很小时，$\sin\theta_1 \approx \theta_1$



角宽度 $\Delta\theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f\cdot \mathrm{tg}\,\theta_1 = 2f\theta_1$

$= 2f\dfrac{\lambda}{a} \propto \dfrac{\lambda}{a}$ ——衍射反比定律

2. 其他明纹宽度(次极大)

$$\Delta x \approx f\Delta\theta \approx \frac{f\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0$$

$a\sin\theta = \pm k\lambda,$

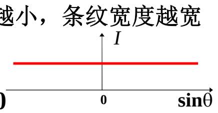
$k = 1,2,3\cdots$

3. 波长对条纹宽度的影响 $\Delta x \propto \lambda$ 波长越长,条纹越宽

4. 缝宽变化对条纹的影响

$\Delta x = \dfrac{1}{2}\Delta x_0 = f\dfrac{\lambda}{a}$ 缝宽越小，条纹宽度越宽

1）当$\dfrac{a}{\lambda} \to 0$时 屏幕是一片亮



2）当 $\dfrac{\lambda}{a} \to 0$时，则：$\Delta x \to 0$

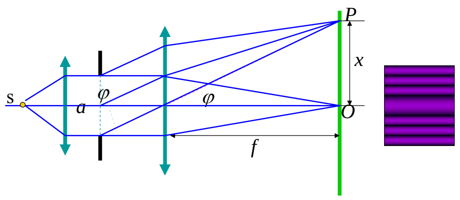
只显出单一的明条纹—单缝的几何光学像(直线传播)

∴几何光学是波动光学在 $\lambda/a \to 0$ 时的极限情形

四、 干涉和衍射的联系与区别

关于单缝衍射的分析

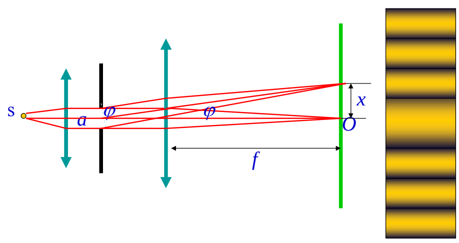
• 光波波长对衍射条纹的影响：



中央明纹的宽度：$\Delta x = 2\dfrac{f}{a}\lambda$ ⇒ $\Delta x \propto \lambda$

关于单缝衍射的分析

• 缝宽对衍射条纹的影响：

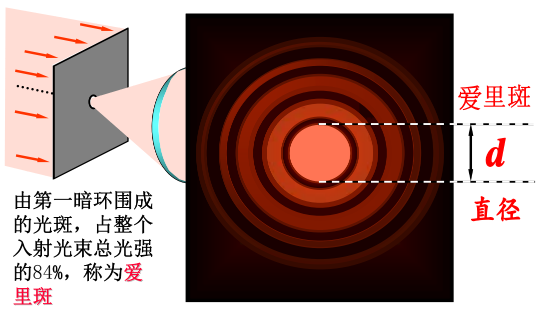


中央明纹的宽度：$\Delta x = 2\dfrac{f}{a}\lambda$ ⇒ $\Delta x \propto \dfrac{1}{a}$

---

§23.3 圆孔的夫琅禾费衍射 光学仪器分辨本领

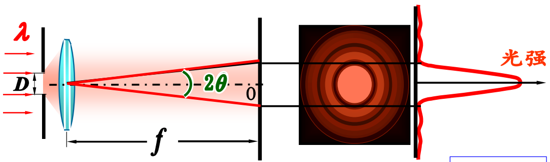
一、圆孔的夫琅禾费衍射



由第一暗环围成的光斑，占整个入射光束总光强的84%，称为爱里斑

圆孔的夫朗和费衍射

第一级暗环(即爱里斑的边沿)的角位置 θ 的实验规律



圆孔半径 R 直径 D

单缝：$\sin\theta_1 \approx \dfrac{\lambda}{a}$

单孔衍射第一级暗环的衍射角满足：$\boxed{\sin\theta \approx 1.22\dfrac{\lambda}{D}}$

$\left.\begin{matrix} D\uparrow \\ \lambda\downarrow \end{matrix}\right\}$爱里斑变小

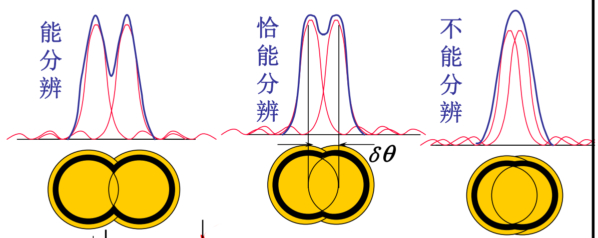
二、光学仪器的分辨本领

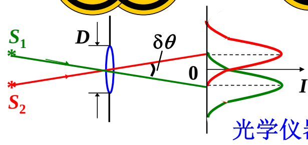
几何光学： 物点(经透镜) ⇒ 象点
物(物点集合) ⇒ 象(象点集合)

波动光学： 物点(经透镜) ⇒ 象斑
物(物点集合) ⇒ 象(象斑集合)

瑞利判据:

对于两个等光强的非相干物点，如果其一个象斑的中心恰好落在另一象斑的边缘(第一暗纹处)，则此两物点被认为是刚刚可以分辨。

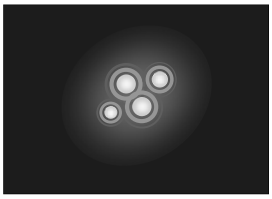


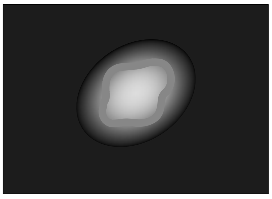


最小分辨角δθ (角分辨率)

θ = 爱里斑角半径 $\delta\theta \approx 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

光学仪器分辨本领 $R \equiv \dfrac{1}{\delta\theta} = \dfrac{D}{1.22\lambda}$





如果用望远镜观察到在视场中靠得很近的四颗星星恰能被分辨。

若将该望远镜的物镜孔径限制得更小，则可能分辨不出这是四颗星星。

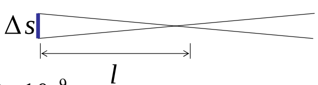
例1. 由惠更斯—菲涅耳原理，已知光在某时刻的波阵面为S，则S的前方某点P的光强决定于波阵面S上各点发出的子波传到P点的（D）

（A）振动振幅之和； （B）光强之和；

（C）振动振幅之和的平方； （D）振动的相干叠加。

例2. 通常亮度下，人眼的瞳孔直径为3mm，

问：人眼最小分辨角为多大？（λ=550nm）如果窗纱上两根细丝之间的距离为2.0mm，问：人在多远恰能分辨。



解： $\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

$$= 1.22 \times \frac{550\times10^{-9}}{3\times10^{-3}}\text{rad} = 2.24\times10^{-4}\text{rad}$$

$$\theta_0 = \frac{\Delta s}{l} \Rightarrow \quad l = \frac{\Delta s}{\theta_0} = \frac{2.0\times10^{-3}}{2.24\times10^{-4}}\text{m} = 8.9\text{m}$$

上次课主要内容

1、迈克尔逊干涉仪 $\Delta d = N\cdot\dfrac{\lambda}{2}$

2、惠更斯——菲涅耳原理

$$dE(p) \propto \frac{a(Q)K(\theta)}{r}dS$$

波传到的任何一点都是子波的波源，

各子波在空间某点的相干叠加，决定该点的波强度。

上次课主要内容

3、夫琅禾费衍射

单缝衍射 $a\sin\theta=\pm k\lambda$ （暗纹）

单孔衍射 $\sin\theta\approx 1.22\dfrac{\lambda}{D}=0.61\dfrac{\lambda}{R}$

4、光学仪器分辨本领（瑞利判据）

$R\equiv\dfrac{1}{\delta\theta}=\dfrac{D}{1.22\lambda}$ 光学仪器最小分辨角 $\delta\theta$ $\delta\theta\approx 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

= 爱里斑角半径

§ 23.5~23.6 光栅衍射 光栅光谱

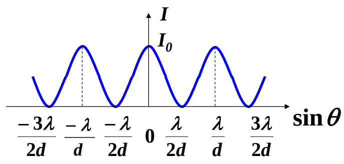
一、衍射对双缝干涉的影响

不考虑衍射时，双缝干涉的光强分布图：

$d\sin\theta=k\lambda$

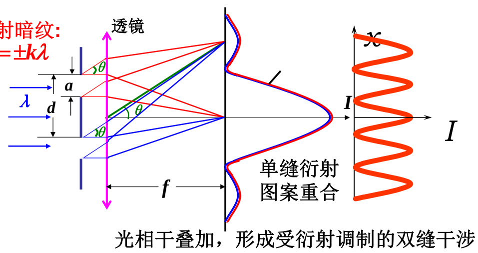
$d\sin\theta=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$=k\lambda+\dfrac{\lambda}{2}$



双缝的每个缝宽均为a，光照射下发生夫琅禾费衍射

单缝衍射暗纹: $a\sin\theta=\pm k\lambda$



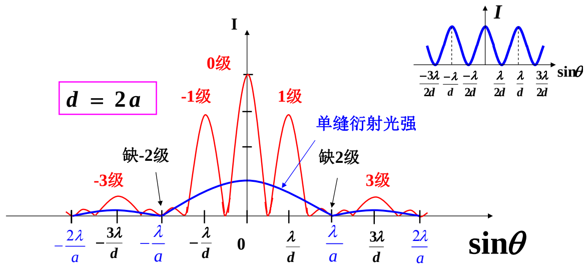
光相干叠加，形成受衍射调制的双缝干涉

衍射的影响：双缝干涉的主极大位置没有变化；

但双缝干涉条纹各级主极大的强度不再相等，而是受到了衍射的调制。

$d=2a$ 时，双缝干涉光强受衍射调制如下图

$d=2a$



干涉明纹位置： $d\sin\theta=\pm k\lambda,\ \ k=0,1,2,\cdots$

衍射暗纹位置： $a\sin\theta'=\pm k'\lambda,\ \ k'=1,2,3,\cdots$

干涉明纹位置： $d\sin\theta=\pm k\lambda,\ \ k=0,1,2,\cdots$

衍射暗纹位置： $a\sin\theta'=\pm k'\lambda,\ \ k'=1,2,3,\cdots$

- 明纹缺级现象 $\dfrac{d}{a}=\dfrac{k}{k'}$ 时，$\theta=\theta'$ 出现缺级。

干涉明纹缺级级次 $k=\dfrac{d}{a}k'$

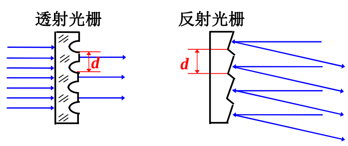
如：d=2a， 缺 ±2,±4,±6,…

$d/a=3/2$， 缺 ±3,±6,±9,…

二、光栅

大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件

1. 种类：



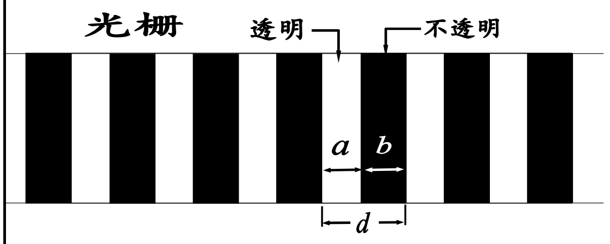
2. 光栅常数

a是透光（或反光）部分的宽度

b 是不透光(或不反光)部分的宽度

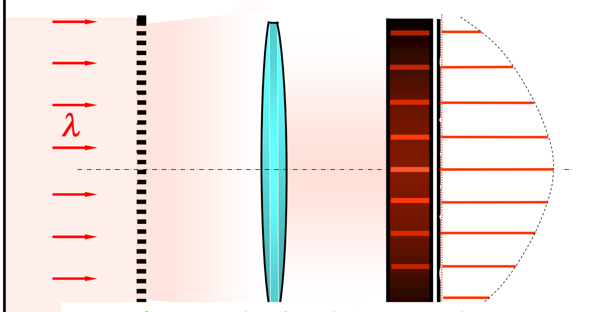
$d=a+b$ — 光栅常数 $10^{-5}\sim10^{-6}$ m

N是光栅的总缝数



光栅常数： $d=(a+b)$

光栅衍射包含单缝衍射和缝间子波相互干涉两种因素



缝数很多，缝间干涉形成一系列很细的干涉明纹，各明纹的极值受单缝衍射因素的调制.

三、光栅衍射

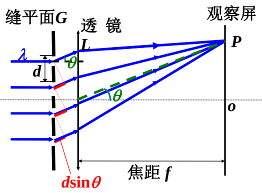
单缝衍射+多光束干涉

1. 多光束干涉：沿θ方向的相邻衍射光光程差： $\delta = d\sin\theta$

明纹(主极大)条件：

$\boxed{d\sin\theta = \pm k\lambda}$

$k = 0,1,2,3\ldots$ 光栅方程

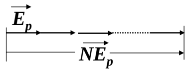


设每个缝发的光在衍射角θ方向的P点引起的光振动为E_p

相邻两缝沿θ方向的衍射光在P点引起的光振动的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi$$ 若：P点为主极大,则：$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$

其矢量图：

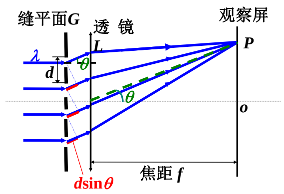


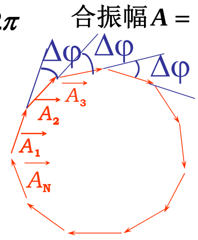
$$I_p \propto N^2E_p^2 = N^2I_1$$

$$\delta = d\sin\theta$$

暗纹条件： 若$N\Delta\varphi = 2\pi$

由多边形的性质可知：$\sum\Delta\varphi = 2\pi$　　合振幅$A = 0$





主极大 $\boxed{d\sin\theta = \pm k\lambda}$

暗纹条件：$N\Delta\varphi = \pm 2k'\pi\cdots(1)$　　$k' = 1,2,\cdots \neq Nk$

又 $$\Delta\varphi = \frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}\cdot 2\pi\cdots(2)$$

由(1)、(2)得　$d\cdot\sin\theta = \dfrac{\pm k'}{N}\lambda$　$(k' \neq Nk, k' \neq 0)$

相邻主极大间有$N-1$个暗纹和$N-2$个次极大

暗纹间距= $\dfrac{\text{双缝干涉相邻主极大间距}}{N}$

则主极大宽度变窄，成为又亮又细的条纹；

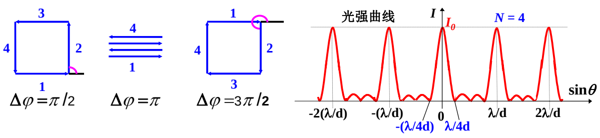
且N越大，主极大条纹越细越亮。

如 $N=4$，有三个极小　　$\boxed{d\cdot\sin\theta = \dfrac{\pm k'}{N}\lambda}$

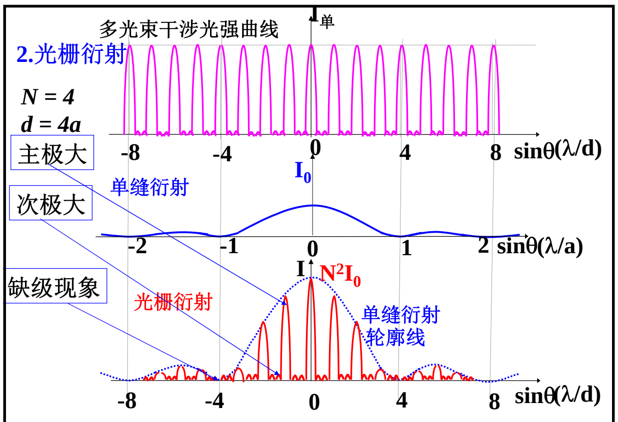
$$\sin\theta = \frac{1}{4}\cdot\frac{\lambda}{d}\ ,\ \frac{2}{4}\cdot\frac{\lambda}{d}\ ,\ \frac{3}{4}\cdot\frac{\lambda}{d}$$

$(k'=1),(k'=2),(k'=3)$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\ ,\ \pi\ ,\ \frac{3\pi}{2}$$

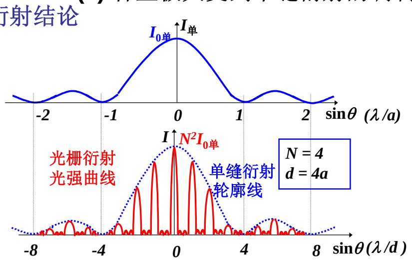


2.光栅衍射



3. 光栅衍射结论

(1) 各主极大受到单缝衍射的调制



(2) $\dfrac{d}{a}$ 为整数比时，会出现缺级 $\boxed{k = \dfrac{d}{a}k'}$

主极大位置 $\boxed{d\cdot\sin\theta = \pm k\lambda}$

暗纹位置 $\boxed{d\cdot\sin\theta = \dfrac{\pm k'}{N}\lambda}$

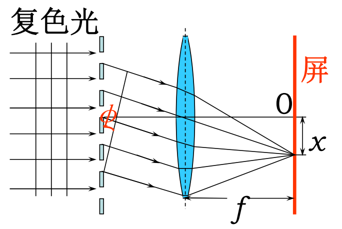
$(k' \neq Nk,\quad k' \neq 0)$

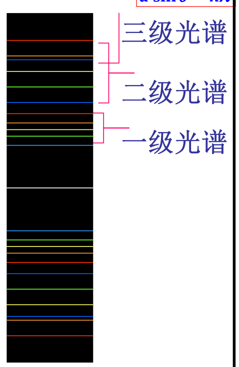
相邻主极大间有$N-1$个暗纹和$N-2$个次极大。

四、光栅光谱

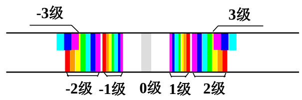
$\boxed{d\sin\theta = k\lambda}$

如果有几种单色光同时投射在光栅上，在屏上将出现光栅光谱。



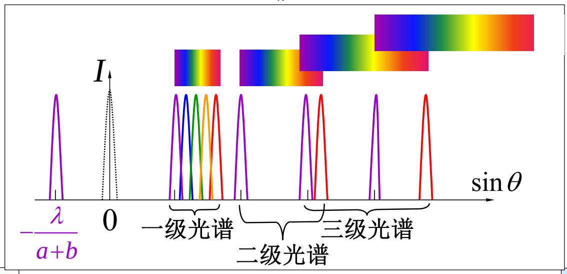


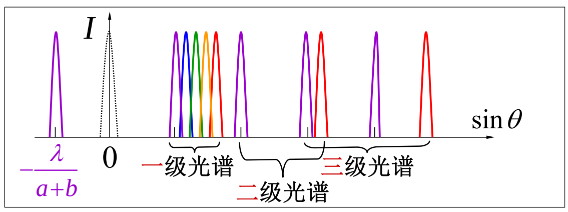
光栅光谱有多级



白光的光栅光谱

入射光为白光时，λ不同，θ_k不同，按波长分开形成光谱.





例如 二级光谱重叠部分光谱范围

$$\begin{cases}(a+b)\sin\theta = 3\lambda_{紫}\\ (a+b)\sin\theta = 2\lambda\end{cases}$$

$$\lambda = \frac{3}{2}\lambda_{紫} = 600\text{nm}$$

$\lambda = 400 \sim 760\text{nm}$

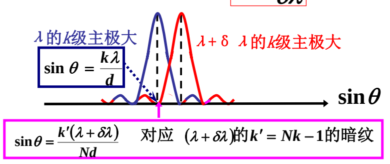
二级光谱重叠部分:

$600 \sim 760\text{nm}$

五、光栅的分辨本领

设入射波长为λ 和$\lambda+\delta\lambda$ 时，二者的谱线刚能分辨开

定义：光栅分辨本领 $\boxed{R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}}$



$$d\sin\theta = k\lambda$$

$$d\sin\theta = \frac{k'}{N}\lambda$$

$$\frac{k}{d}\cdot\lambda = \frac{Nk-1}{Nd}\cdot(\lambda+\delta\lambda) \qquad R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=Nk-1\approx Nk \quad (k\neq 0)$$

$(N >>1)$

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx Nk} \quad \left.\begin{matrix}\uparrow N\\ \uparrow k\end{matrix}\right\} \to \uparrow R$$

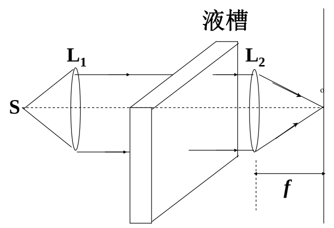
例如对Na双线：

λ_1 =5890Å ，λ_2 =λ +$\delta\lambda$=5896Å

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{5890}{6} \approx 982 = Nk$$

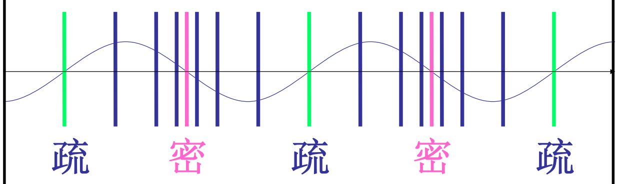
（k=2, N=491），（k=3, N=327）都可分辨开Na双线

如图所示，利用超声波在液体中形成驻波而产生周期性的疏密间隔，可等效地将其看作一平面光栅



驻波疏处相当于光栅狭缝

光栅常数 $d = \lambda$



例1、用每厘米有5000条的光栅,观察钠光谱线 λ= 5893 Å

问：1. 光线垂直入射时；2. 光线以30度角倾斜入射时，最多能看到几级条纹？

解： 1. 由光栅方程： $d\sin\theta = k\lambda$

$$k = \frac{d\sin\theta}{\lambda} < \frac{d}{\lambda} = 3.39$$

$$d = 1\times10^{-2}/5000 = 2\times10^{-6}(m)$$

$\therefore k_{max} = 3$ 最多能看到3级条纹。

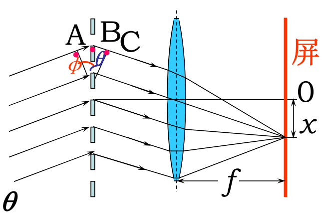
---

2. 倾斜入射

$\phi = 30^{\circ}$

相邻狭缝的光线在进入光栅之前有一附加光程差**AB**

$$\delta = \overline{AB} + \overline{BC} = d\sin\phi + d\sin\theta$$



光栅方程：$\boxed{d(\sin\phi + \sin\theta) = k\lambda}$

$$k = \frac{d(\sin\phi+\sin\theta)}{\lambda} < \frac{d(1+\sin\phi)}{\lambda} = 5.09$$

例2、 一个平面光栅，当用光垂直照射时，能在30^0角的衍射方向上得到600nm的第二级主极大，并能分辨$\Delta\lambda$=0.05nm的两条光谱线，但不能得到400nm的第三级主极大。计算此光栅的透光部分的宽度a和不透光部分的宽度b以及总缝数。

解：(1) $(a+b)\sin 30° = 2\times 600$ $a+b = 2400nm$

(2) $2N = \dfrac{600}{0.05}$ $N = 6000$

(3) $k_{缺级} = k'\dfrac{a+b}{a} = 3$ $a+b = 3a = 2400$

$a = 800nm$

$b = 2a = 1600nm$

§ 23.8 X射线衍射

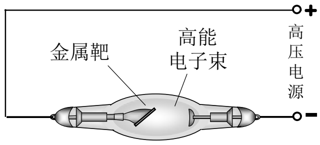
伦 琴

W. K. Röntgen

(1845~1923)

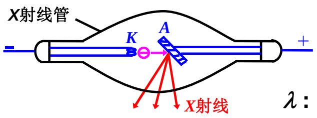
1901年获首届诺贝尔物理学奖

1895年，德国物理学家伦琴在研究阴极射线管的过程中，发现了一种穿透力很强的射线。



由于未知这种射线的实质（或本性），将它称为X射线。

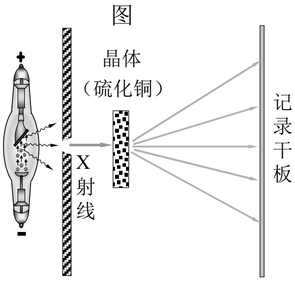
一、X 射线的产生

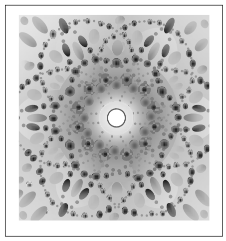


λ : 10^{-1}—10^{2}Å

X射线由高速电子撞击物体时产生的一种穿透性很强的射线，它在本质上和可见光一样，是一种电磁波。

劳厄的 X 射线衍射实验原理图

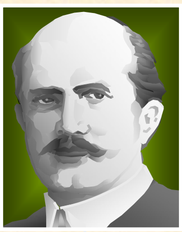




衍射斑纹（劳 厄 斑）

晶体中有规则排列的原子，可看作一个立体的光栅。原子的线度和间距大约为10^{-10} m 数量级，根据前述可见光的光栅衍射基本原理推断，只要入射X射线的波长与此数量级相当或更小些，就可能获得衍射现象。

1912年，英国物理学家布喇格父子提出X射线在晶体上衍射的一种简明的理论解释布喇格定律，又称布喇格条件。



亨·布 喇 格

W. H. Bragg

(1862~1942)

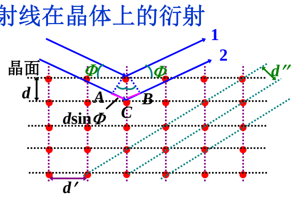
劳·布 喇 格

W. L. Bragg

(1890~1971)

1915年布喇格父子获诺贝尔物理学奖，小布喇格当年25岁。

二、X射线在晶体上的衍射



Φ : 掠射角

d : 晶面间距（晶格常数）

每个原子都是散射子波的子波源

面间散射光的干涉 $\delta = \overline{AC} + \overline{CB} = 2d\cdot\sin\Phi$

散射光干涉加强条件： $2d\cdot\sin\Phi = k\lambda \quad (k = 1,2,\cdots)$

——布拉格公式

三、应用

•若已入射X射线波长，可通过测 Φ 求晶面间距及晶体结构— X射线晶体结构分析

•若已知晶体结构，可通过测 Φ 求入射X射线的波长及波谱— X射线光谱分析