

自觉遵守考试规则，诚信考试，谢绝作弊

北京科技大学 2013-2014 学年第二学期

高等数学 AII 期中试卷

院（系）_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____ 考试教室_____

题号	一	二	三	四	课程考核成绩
得分					
评阅					

- 说明：1、要求正确的写出主要的计算或推倒过程，过程有错或只写答案者不得分；
- 2、考场、学院、班级、学号、姓名均需全写，不写全的试卷为废卷；
- 3、涂改学号以及姓名的试卷为废卷；
- 4、请在试卷上作答，在其它纸上解答一律无效.

得 分

一、填空题（本题共 36 分，每小题 4 分）

1. 设 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 2)$, 以 \vec{a} 和 \vec{b} 为邻边的平行四边形的面积为_____.
2. 设 D 是 xOy 平面上圆心在原点, 半径为 $a(a > 0)$ 的圆域, 则 $\iint_D (a - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy =$ _____.
3. 设 $z = f(x + y, \frac{x}{y}, x)$, 其中 f 具有一届的连续偏导数, 则 $dz =$ _____.
4. $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{3}\pi$, 向量 $\vec{u} = k\vec{a} + 2\vec{b}$ 和 $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ 垂直, 则 $k =$ _____.
5. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 在点 $(1, 2, 3)$ 处的切平面的方程为_____.

6. 设 $f(x)$ 为连续的函数, $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$, 则 $F'(2) =$ _____.
7. 函数 $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$ 在点 $A(1, 0, 1)$ 处沿点 A 指向点 $B(3, -2, 2)$ 方向的方向导数是_____.
8. 两曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 与 $z = 3 - 2x^2 - y^2$ 的交线 C 在 xOy 面上的投影曲线的方程为_____.
9. 曲线 $\Gamma: \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9 \\ z^2 = 3x^2 + y^2 \end{cases}$ 在点 $(1, -1, 2)$ 的法平面的方程为_____.

得 分

二、选择题（本题共 36 分，每小题 4 分）

10. 已知 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的偏导数存在, 则 ()
- A $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续 B $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 可微
- C $f(x, y_0)$ 在点 x_0 连续 D $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 有任意方向的方向导数
11. 设有闭区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$, 则二重积分 $\iint_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2} dx dy$ 的值等于 ()
- A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{2} \ln 2$ C $\frac{\pi}{2} \ln 3$ D $\ln 2$
12. 函数 $u = xy^2z$ 在点 $(1, -1, 2)$ 处的最大方向导数的值为 ()
- A $\sqrt{21}$ B $2\sqrt{21}$ C $3\sqrt{21}$ D $4\sqrt{21}$
13. 曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $2x + 4y - z = 0$ 平行的切平面的方程为 ()
- A $2x + 4y - z = 5$ B $4x + 2y - z = 5$
- C $2x - 4y + z = 5$ D $2x - 4y - z = 5$

14. 已知函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处的某邻域内有定义, 且 $f(0, 0) = 0$, $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{f(x, y)}{x^2 + y^2} = 1$, 则 $f(x, y)$

在点 $(0, 0)$ 处 ()

A 极限存在但不连续

B 连续但偏导数不存在

C 偏导数存在但不可微

D 可微

15. 设函数 $f(x, y)$ 连续, 则二次积分 $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$ 等于 ()

A $\int_0^1 dx \int_0^{x-1} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

B $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x, y) dy$

C $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta + \sin\theta}} f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) d\rho + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta \int_0^1 f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) d\rho$

D $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta + \sin\theta}} f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) \rho d\rho + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta \int_0^1 f(\rho \cos\theta, \rho \sin\theta) \rho d\rho$

16. 设 $I_1 = \iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, $I_2 = \iint_D \cos(x^2 + y^2) d\sigma$, $I_3 = \iint_D \cos(x^2 + y^2)^2 d\sigma$, 其中

$D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则有 ()

A $I_1 > I_2 > I_3$

B $I_3 > I_2 > I_1$

C $I_2 > I_1 > I_3$

D $I_3 > I_1 > I_2$

17. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微的一个充分条件是 ()

A $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} (f(x, y) - f(0, 0)) = 0$

B $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x, 0) - f(0, 0))}{x} = 0$ 或 $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{(f(0, y) - f(0, 0))}{y} = 0$

C $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{f(x, y) - f(0, 0) - f_x(0, 0)x - f(0, 0)y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$

D $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} [f(x, y) - f(0, 0) - f_x(0, 0)x - f(0, 0)y] = 0$

18. 函数 $u = xy + \frac{z}{y}$ 在点 $(2, 1, 1)$ 处的梯度为 ()

A $(1, -1, -1)$

B $(1, 1, -1)$

C $(1, -1, 1)$

D $(1, 1, 1)$

得 分

三、解答题 (每题 10 分, 满分 20 分)

19. 设 a, b 为正常数, $D = \{(x, y) | -a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b\}$, 计算 $I = \iint_D e^{\max\{b^2 x^2, a^2 y^2\}} dx dy$.

20. 求二元函数 $f(x, y) = x^2(2 + y^2) + y \ln y$ 的极值.

得 分

三、证明题（满分 8 分）

21. 设 $u = f(x, y, xyz)$ ，函数 $z = z(x, y)$ 有方程 $\int_{xy}^z g(xy + z - t)dt = e^{xyz}$ 确定，其中

f 可微， g 连续，证明 $x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = x f_1' - y f_2'$.

参考答案

一、填空题

1. $3\sqrt{5}$ 2. $\frac{\pi a^3}{3}$ 3. $(f_1'+\frac{1}{y}f_2'+f_3')dx+(f_1'-\frac{x}{y^2}f_2')dy$ 4. -40 5. $x+2y+3z-14=0$
6. $f(2)$ 7. $\frac{1}{2}$ 8. $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$ 9. $8x+10y+7z-12=0$

二、选择题

10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	A	A	D	D	B	C	D

三、解答题

19. $I=\frac{4}{ab}(e^{a^2b^2}-1).$
20. 有极小值 $-\frac{1}{e}$ ，无极大值.
21. 略.