

时间系统两者的基本概念是相同的,故仍将着重研究连续时间情况,而在本节末尾,我们用离散时间系统的例子说明这些概念的应用。

为了确定反馈系统的稳定度余量,假定实际系统如图11.25所示,这里我们已考虑到在反馈支路中可能有增益 K 和负相移 $-\phi$,在我们的标称系统中, K 为1而 ϕ 为零,但在实际系统中,这些量可能有不同的值。因此,感兴趣的是要知道这些量可容许多少变化而不致失去闭环系统的稳定性。特别是将 $\phi=0$ 时,使闭环系统不稳定所需的附加增益 K 的最小量定义为反馈系统的增益余量。类似地,相位余量是在 $K=1$ 时为使系统不稳定所需的附加相移量。习惯上,相位余量表示为一个正的量,也就是说,它等于反馈系统变得不稳定时的附加负相移的大小。

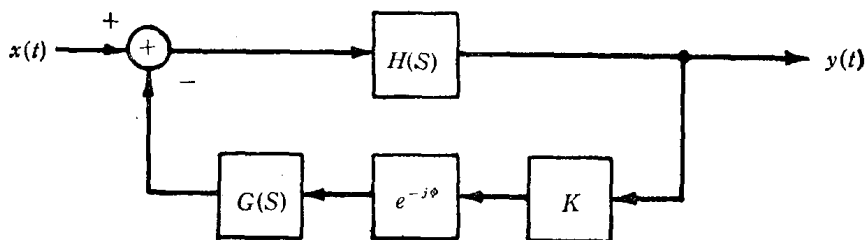


图11.25 反馈系统,与图11.24的标称描述相比较,包含了可能有的增益和相位偏离

由于图11.24的闭环系统是稳定的,当 K 和 ϕ 改变时,仅当至少有一个闭环系统极点穿越 $j\omega$ 轴时,图11.25的系统才变得不稳定。若闭环系统的一个极点位于 $j\omega$ 轴上,例如说, $\omega=\omega_0$,则在这一频率上有

$$1 + K e^{-j\phi} G(j\omega_0) H(j\omega_0) = 0$$

或

$$K e^{-j\phi} G(j\omega_0) H(j\omega_0) = -1 \quad (11.57)$$

注意,在 $K=1$ 和 $\phi=0$ 时,根据我们对图11.24的标称反馈系统的稳定性的假设,不存在满足式(11.57)的 ω_0 值。这个系统的增益余量,是在 $\phi=0$ 时,对于某一频率 ω_0 ,式(11.57)有解为 $K>1$ 的最小值。也就是说,增益余量是当方程

$$K G(j\omega_0) H(j\omega_0) = -1 \quad (11.58)$$

有解时 K 的最小值。类似地,相位余量是当 $K=1$ 时,对于某一 ω_0 值,式(11.57)有解时 ϕ 的最小值。换句话说,相位余量是当方程

$$e^{-j\phi} G(j\omega_0) H(j\omega_0) = -1 \quad (11.59)$$

有解为 $\phi>0$ 的最小值。

为了说明增益余量和相位余量的计算和图形解释,我们考虑下述例子。

例11.9 设

$$G(s)H(s) = \frac{4\left(1 + \frac{1}{2}s\right)}{s(1+2s)[1+0.05s+(0.125s)^2]}$$

这个例子的波特图示于图11.26。注意,像习题4.47中所讨论的, $G(j\omega)H(j\omega)$ 中的因式 $1/j\omega$ 提供了 -90° ($-\pi/2$ 弧度)相移和使 $|G(j\omega)H(j\omega)|$ 每10倍频下降20dB。为确定增益余量,可注意到,在 $\phi=0$ 时,式(11.58)可以满足的唯一频率,是当 $\angle G(j\omega_0)H(j\omega_0) = -\pi$ 时的那个频率。在这一频率处,以分贝为单位的增益余量可由观察图11.26来确定。具体说,首先考察图11.26(b)以决定 ω_1 ,在该频率处,相位角曲线与 $-\pi$ 弧度线相交。在图11.26(a)中,查出与此同频率的点,就可得到 $|G(j\omega_1)H(j\omega_1)|$ 的值。当 $\omega_0=\omega_1$ 时,为要满足式

(11.58), K 必须等于 $1/|G(j\omega_1)H(j\omega_1)|$ 。这个 K 值就是增益余量。如图 11.26(a) 所示, 以分贝表示的增益余量可以认为是使对数幅度曲线与 0dB 线在频率 ω_1 处相交时所需上移的值。

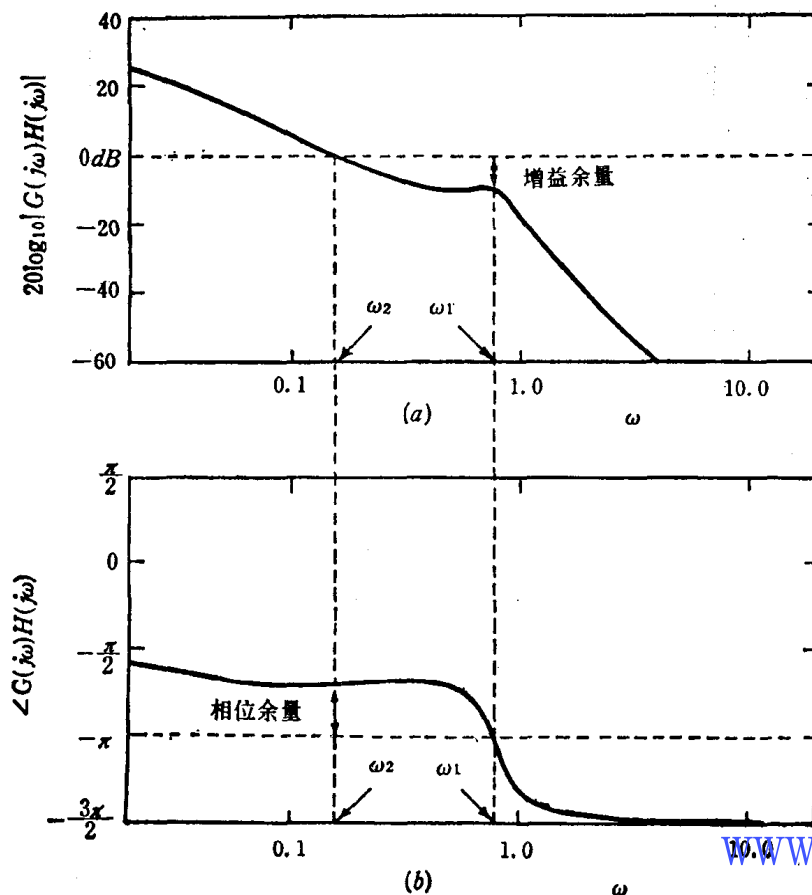


图 11.26 利用波特图以计算例 11.9 中系统的相位和增益余量

按照类似的方式, 可以确定相位余量。首先, 我们注意到, 满足式 (11.59) 的唯一频率是当 $20 \lg |G(j\omega_0)H(j\omega_0)| = 0$ 时的频率。为决定相位余量, 可以先在图 11.26(a) 中找出对数幅度曲线与 0 dB 线相交处的频率 ω_2 。在图 11.26(b) 中, 查出与此同频率的点就得到 $\angle G(j\omega_2)H(j\omega_2)$ 的值。当 $\omega_1 = \omega_2$ 时, 为了满足式 (11.59), 此式左边的角度必须确实为 $-\pi$, 相应于这一点的 ϕ 值就是相位余量。如图 11.26(b) 所示, 相位余量可以认为是使角度曲线与 $-\pi$ 线在频率 ω_2 处相交时角度曲线必须下移的值。

在确定增益余量和相位余量时, 并非总是想弄清楚极点与 $j\omega$ 轴相交时的频率, 而更一般的, 是要从对数幅度——相位图中读出增益和相位余量。例如, 图 11.26 例子的对数幅度——相位图示于图 11.27。图中我们用图形表示当 ω 从 0 到 $+\infty$ 变化时 $20 \lg |G(j\omega)H(j\omega)|$ 与 $\angle G(j\omega)H(j\omega)$ 的函数关系。由于 $G(j\omega)H(j\omega)$ 的共轭对称性, 所以这一曲线图包含了表示 $-\infty < \omega < +\infty$ 时 $\text{Re}\{G(j\omega)H(j\omega)\}$ 与 $\text{Im}\{G(j\omega)H(j\omega)\}$ 关系的奈奎斯特图的同样的信息, 如在图中指出的那样, 相位余量可通过找出对数幅度曲线与 0 dB 线的交点而读出。也就是说, 相位余量就是要移动对数幅相曲线, 以使它恰好在 180° (π 弧度) 相移条件下与 0 dB 线相交时所需的附加的负相移值。类似地, 增益余量可根据对数幅度——相位曲线与 $-\pi$ 弧度相位线的交点直接求出, 而这一增益余量代表使该曲线在 0 dB 幅度处与 $-\pi$ 线相交所需的附加增益。

下面一些例子提供了对数幅度——相位图的其他一些基本的说明。

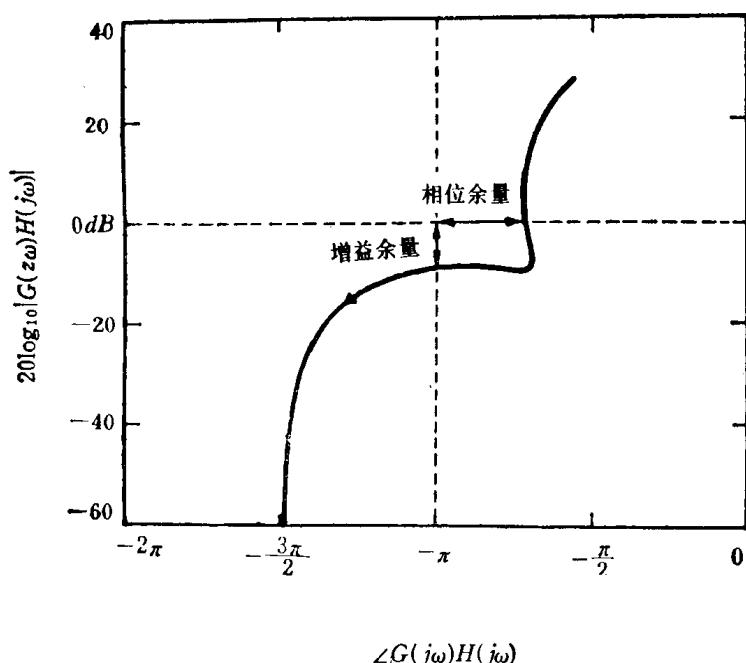


图11.27 例11.19中系统的对数幅度——相位图

例11.9 设有

$$G(s)H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad \tau > 0$$

在此情况下，可得到图11.28中的对数幅度——相位图。这个系统具有 π 的相位余量，由于曲线与 $-\pi$ 线并不相交，系统具有无限大增益余量（即可任意增加增益而保持系统稳定）。这与我们分析图11.29(a)中系统时能得到的结论相一致。具体说，在图11.29(b)中，在 $\phi=0$ 和 $K>0$ 的条件下画出了此系统的根轨迹图。根据此图，显然，对任何正 K 值来说，系统是稳定的。此外，若 $K=1$ 和 $\phi=\pi$ 而使得 $e^{j\phi}=-1$ ，则图11.29(a)中系统的闭环系统函数是 $1/\tau s$ ，因此系统是不稳定的。

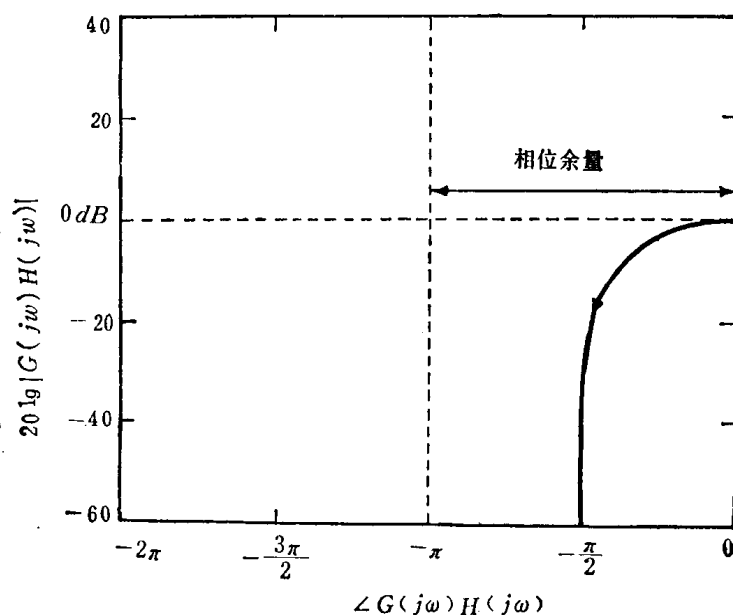


图11.28 例11.10的一阶系统的对数幅度——相位图

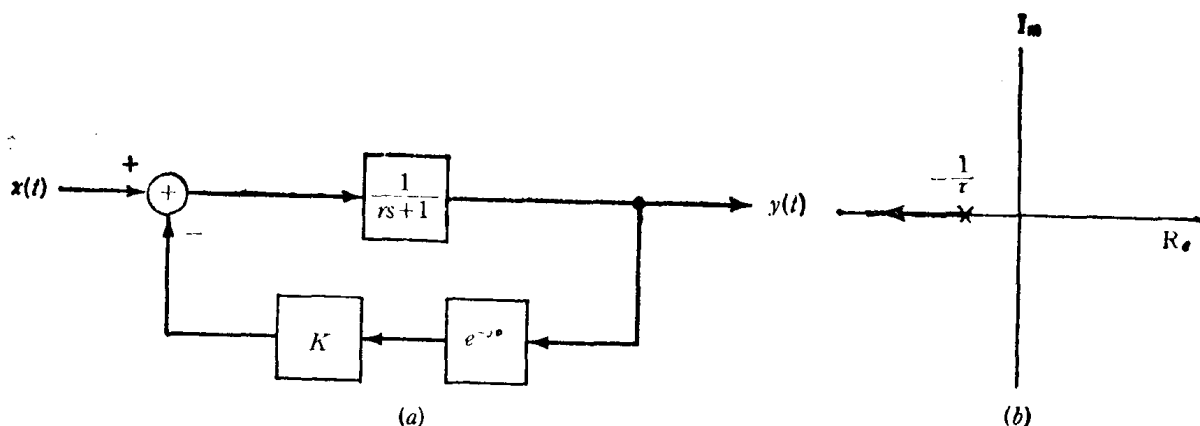


图11.29 (a) 反馈支路中可能具有增益和相位变化的一阶反馈系统;
(b) 在 $\phi=0$ 、 $K>0$ 的条件下, 系统的根轨迹图

例11.10 设我们考虑二阶系统

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}, \quad G(s) = 1 \quad (11.60)$$

系统 $H(s)$ 具有无阻尼自然频率 1 和阻尼系数 0.5, 此系统的对数幅度——相位图如图11.30所示, 由于通过简单的计算可以证明当 $\omega=1$ 时, $|H(j\omega)|=1$, 且在此频率上 $\angle H(j\omega) = -\pi/2$, 故系统仍然有无限的增益余量, 但仅有 $\pi/2$ 的相位余量。

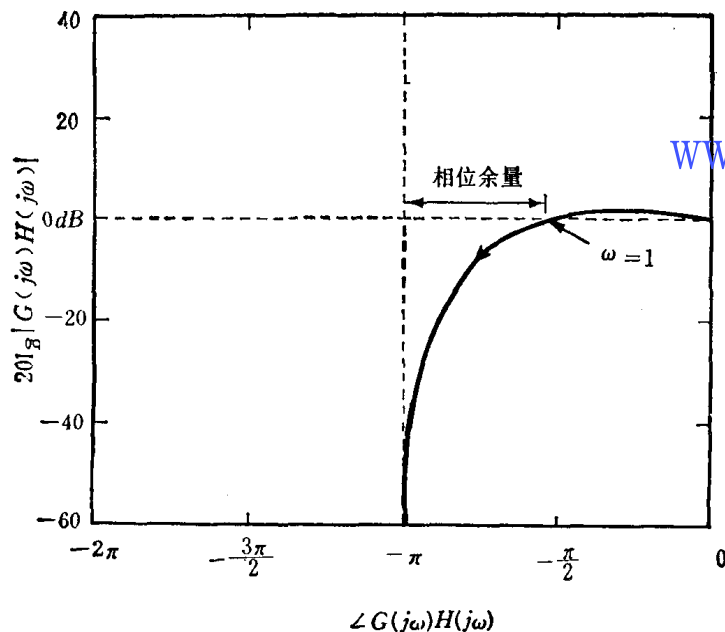


图11.30 例11.11中二阶系统的对数幅度——相位图

用这个例子, 可以说明利用增益余量和相位余量的概念可被求解的问题类型。具体说, 假定由式(11.60)所规定的反馈系统不能实现, 更确切些说, 反馈支路中引入了某些不可避免的时延, 也就是,

$$G(s) = e^{-s\tau}$$

式中 τ 是时间延迟。我们要想知道的是, 为保证闭环系统的稳定性, 这个时间延迟必须小到多少。

要注意的第一点是

$$|e^{-j\omega\tau}|=1$$

故这一时延并不改变 $H(j\omega)G(j\omega)$ 的幅度。另一方面,

$$\angle e^{-j\omega\tau} = -\omega\tau \text{ 弧度}$$

因此, 图 11.30 中曲线上的每一点移向左边, 位移的大小正比于对数幅度——相位曲线上每一点的 ω 值。

根据这一讨论, 可以看到, 一旦相位余量减小到零, 不稳定性就要发生, 而当由时延所引入的相移在 $\omega=1$ 处等于 $-\pi/2$ 时, 就会出现这一情况。也就是, 时延临界值 τ^* 满足

$$\angle e^{-j\tau^*} = -\tau^*\omega = -\frac{\pi}{2}$$

或 (假定 ω 的单位是弧度/秒时)

$$\tau^* \simeq 1.57 \text{ 秒}$$

因此, 对任何时间延迟 $\tau < \tau^*$ 时, 系统就保持稳定。

例 11.12 仍然考虑在 11.25 节中和在例 11.7 中讨论过的声反馈系统。这里, 我们假设图 11.7 的系统已经设计得使 $K_1K_2 < 1$, 因此闭环系统是稳定的。在此情况下 $G(s)H(s) = K_1K_2e^{-(ST+j\pi)}$ 的对数幅度——相位图由图 11.31 所示。从这一图中可以看到, 系统具有无

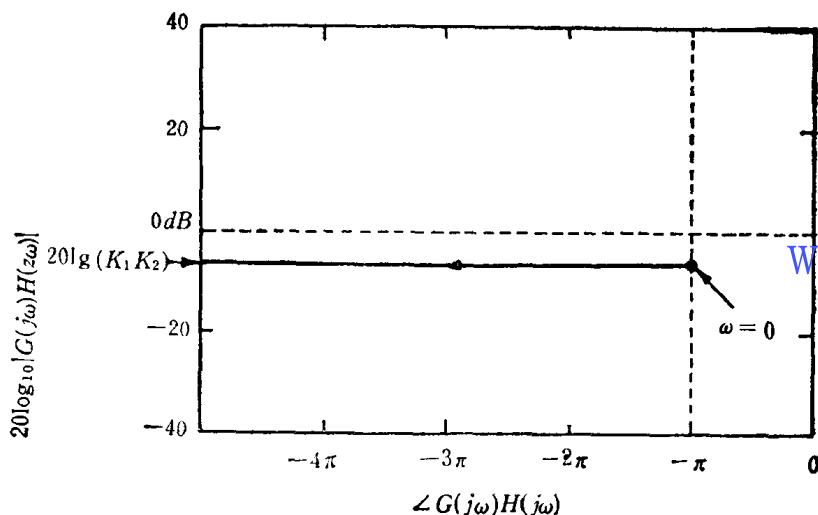


图 11.31 例 11.12 的对数幅度——相位图

穷大相位余量和 $-20 \lg(K_1K_2)$ 分贝的增益余量 (即, 这就是当乘以 K_1K_2 时正好等于 1 的那个增益系数)。

正如本节开头指出的, 离散时间反馈系统的增益和相位余量的定义是相同的。具体说, 若有一稳定的离散时间反馈系统, 增益余量就是要使闭环系统变得不稳定时反馈系统所需附加的最小增益值。类似地, 相位余量就是使反馈系统变成不稳定所需附加的最小负相移值。下列例子说明离散时间反馈系统的相位余量和增益余量的图解算法, 其方法基本上与连续时间系统的相同。

例 11.13 在这个例子中, 说明图 11.32 所示的离散时间反馈系统的增益和相位余量的概念, 这里

① 原文 $\angle e^{-j\tau} = -\tau = -\frac{\pi}{2}$ 。——译者注

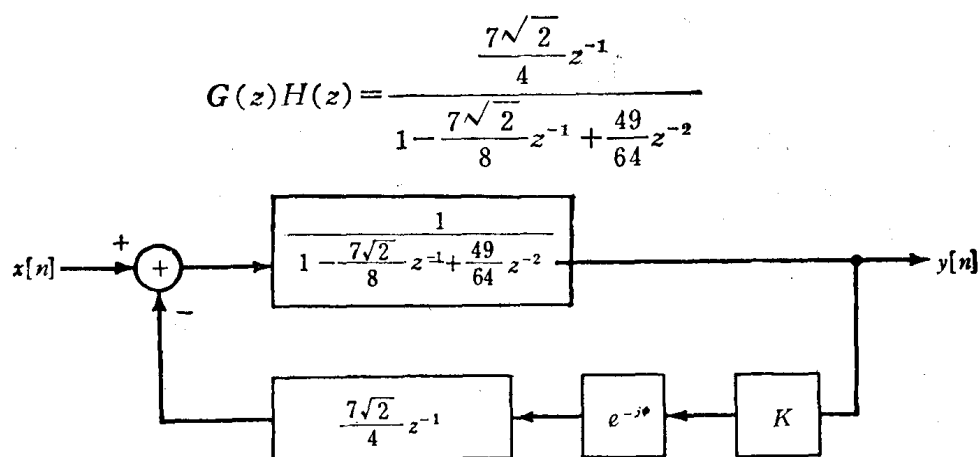


图11.3 例11.13的离散时间反馈系统

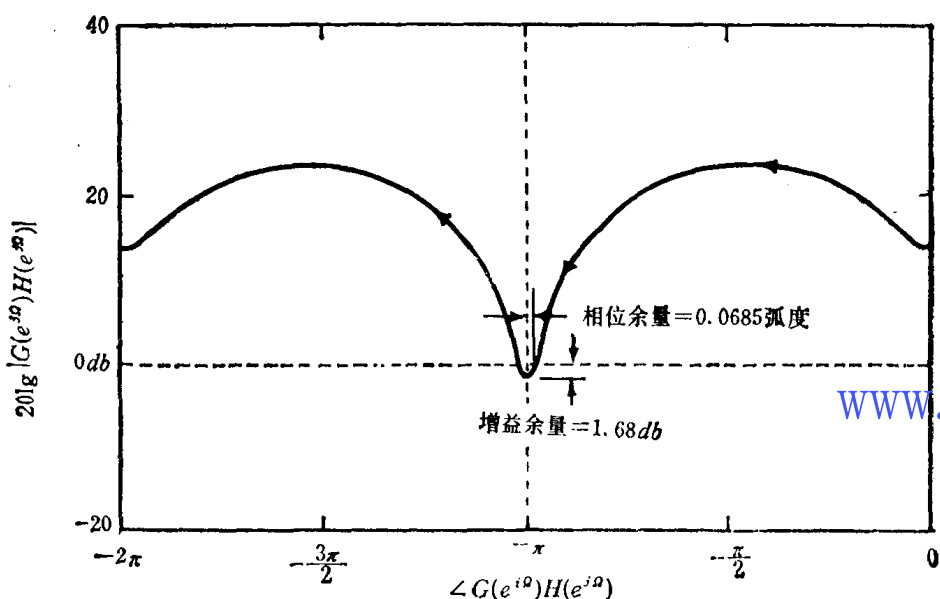


图11.33 例11.13中离散时间反馈系统的对数幅度——相位图

通过直接计算，我们可以验证，当 $K=1$ 和 $\phi=0$ 时，此系统是稳定的。图11.33中示出了此系统的对数幅度——相位图，亦即，绘出了当 Ω 从 0 变化到 2π 时 $20\lg|G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})|$ 与 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 的函数关系。系统具有 1.68dB 的增益余量和 0.0685 弧度 (3.93°) 的相位余量。

在结束这一节时应当强调，增益余量是把一个或多个闭环极点移至 $j\omega$ 轴上，并从而导致系统不稳定的最小增益值。然而，重要的是要注意，这并不意味着对于超过增益余量规定的全部增益值，系统都是不稳定的。例如，像在习题11.37所说明的那样，随着 K 的增加，根轨迹可从左半平面移入右半平面，然后反向穿入左半平面。增益余量可提供的是关于极点首次到达 $j\omega$ 轴前可以增加多少增益的信息，但它并不告诉我们有关在更大的增益值时系统有重新稳定的可能性。为获得这样的信息，就必须或者求助于根轨迹法或者利用奈奎斯特稳定性判据（见习题11.37）^①。

① 对于这个问题以及对于增益余量、相位余量和对数幅度——相位图的详细讨论，可见列于书末的参考书目中有关反馈的教科书。

11.6 小 结

在这一章,考察了反馈系统的若干应用和反馈系统的一些分析方法,特别是,已经看到,利用拉普拉斯变换和 z 变换,怎样使我们能用代数的和图解的方法分析反馈系统。在11.2节中,指出了反馈的一些应用,包括逆系统的设计、不稳定系统的稳定化和跟踪系统的设计。我们也看到如同反馈可使系统稳定一样,反馈也可使系统变得不稳定。

闭环系统的极点位置是增益参数的函数,在11.3节,我们叙述了标绘闭环系统极点曲线的根轨迹法。这里,我们看到,有理拉普拉斯变换或 z 变换的相位的几何求值,使我们对根轨迹的性质有了很深刻的理解。这些性质常常使我们能得到合理精度的根轨迹简图,而不用进行复杂的计算。

与根轨迹法比较起来,11.4节的奈奎斯特判据是一种确定反馈系统稳定性的方法,它仍然作为可变增益的函数,但不用求得闭环极点位置的详细描述。奈奎斯特判据可适用于非有理系统函数,因此,当只有实验测定的频率响应可供利用时,奈奎斯特判据也可以应用。第11.5节中所阐述的增益余量和相位余量的情况也是这样,这些量为反馈系统的稳定度余量提供一种测度,在前向和反馈支路系统函数的估计值与实际值之间不一致时,它使设计人员可以确定系统的可靠程度如何,因此,这对于设计人员来说是重要的。

习 题

11.1. 在本题中,我们说明为什么反馈可用来增加放大器带宽。设有一个放大器,其增益在高频率处下降。具体说,假定此放大器的系统函数为

$$H(s) = \frac{Ga}{s+a}$$

www.blogoil.com

- (a) 放大器的直流增益是多少(即,在零频率处,放大器频率响应的幅度)?
- (b) 系统的时间常数是多久?
- (c) 设定义带宽为放大器频率响应幅度是其直流时幅度 $1/\sqrt{2}$ 倍时的频率,问这个放大器的带宽是多少?
- (d) 假定我们把这放大器放在反馈环路中,如图P 11.1所示,这时闭环系统的直流增益是多少? 闭环系统的时间常数和带宽是多少?

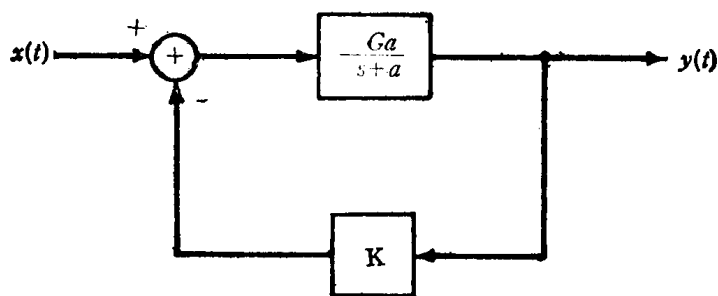


图 P 11.1

- (e) 试求出使闭环带宽恰好是放大器开环带宽两倍时的 K 值, 相应的闭环系统时间常数和直流增益是多少?
- 11.2. 考虑图 P 11.2 的反馈系统, 试求该系统在下列 K 值时的闭环极点和零点:
- (i) $K=0.1$
 - (ii) $K=1$

(iii) $K=10$

(iv) $K=100$

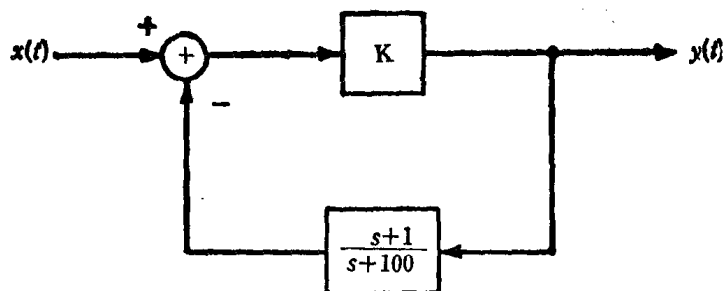


图 P 11.2

11.3. 如在课文中已讲过的, 运算放大器是用来实现反馈系统的一类重要器件, 这种放大器的模型如图 P 11.3—1 所示。放大器的输入是两个电压 $v_2(t)$ 和 $v_1(t)$ 之差, 而输出电压 $v_o(t)$ 是输入电压放大的形式

$$v_o(t) = K[v_2(t) - v_1(t)]$$

(P 11.3-1)

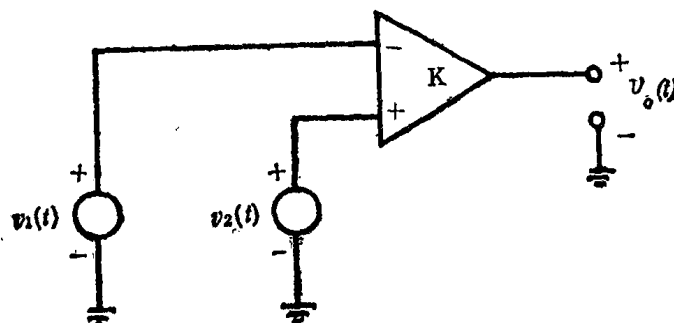


图 P 11.3—1

www.blogoil.com

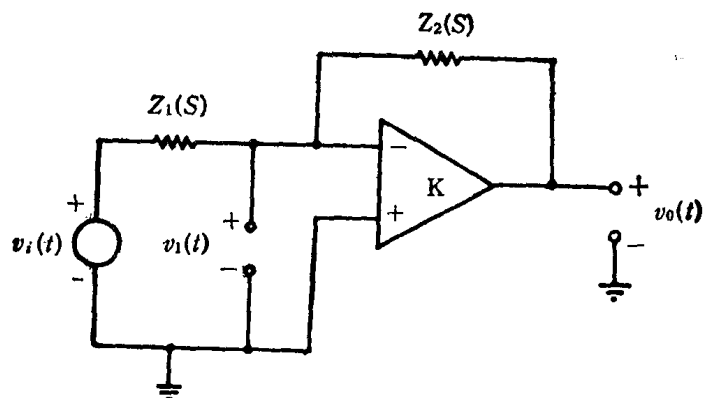


图 P 11.3—2

考虑如图 P 11.3—2 所示的运算放大器电路图, 图中 $z_1(s)$ 和 $z_2(s)$ 是阻抗 (即各为 LTI 系统函数, 其输入是流经阻抗元件的电流, 输出是跨接于元件上的电压)。假设运算放大器的输入阻抗近似为无穷大, 输出阻抗近似为零时, 我们可得到 $V_1(s)$, $V_i(s)$ 和 $V_o(s)$ 间的下述关系, 这里 $V_1(s)$, $V_i(s)$ 和 $V_o(s)$ 分别是 $v_1(t)$, $v_i(t)$ 和 $v_o(t)$ 的拉普拉斯变换:

$$V_1(s) = \left[\frac{z_2(s)}{z_1(s) + z_2(s)} \right] V_i(s) + \left[\frac{z_1(s)}{z_1(s) + z_2(s)} \right] V_o(s)$$

(P 11.3-2)

同样地, 从式(P 11.3-1)和图 P 11.3—2, 可以看到

$$V_o(s) = -KV_1(s)$$

(P 11.3-3)

(a) 试证明：图 P 11.3—2 中电路的系统函数

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

与图 P 11.3—3 中系统的总闭环系统函数相同。

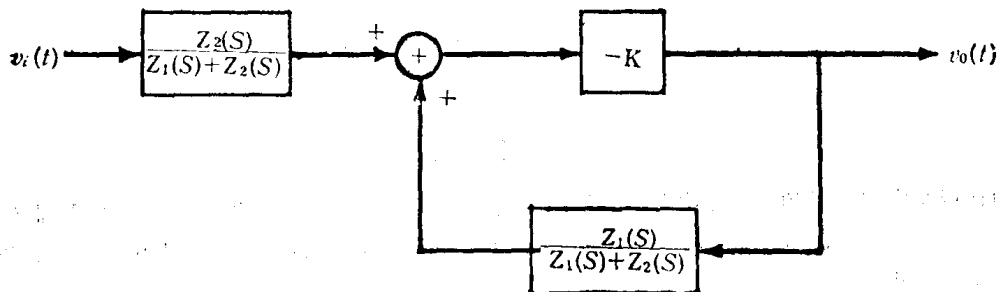


图 P 11.3—3

(b) 试证明：若 $K \gg 1$ ，则

$$H(s) \approx -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

(c) 假定 $z_1(s)$ 和 $z_2(s)$ 均为纯电阻，分别为 R_1 和 R_2 。 R_2/R_1 的典型值在 1 至 10^3 范围内，而典型的 K 值是 10^6 。对于这个 K 值以及 R_2/R_1 等于 1 和 10^3 时，试计算实际的系统函数，并把所得的各个值与 $-R_2/R_1$ 相比较，你可得出关于 (b) 中近似程度优劣的一些概念。

(d) 反馈的重要应用之一，是用来降低参数改变时系统的灵敏度。这对于电路中包含有运算放大器，它的增益很高但可能只知道其近似值时特别重要。

(i) 考虑在 (c) 中讨论过的电路，在 $R_2/R_1 = 10^2$ 时，若 K 从 10^6 变到 5×10^5 ，试问系统闭环增益改变的百分比是多少？

(ii) 仍取 $K_2/K_1 = 10^2$ ，为使 K 值减少 50% 时仅引起闭环增益减小 1%，试问 K 值须多大？

(e) 考虑图 P 11.3—4 的电路，在此情况下，

$$Z_1(s) = R, \quad Z_2(s) = \frac{C}{s}$$

试证明此系统的特性本质上与积分器相同。试问，在什么频率范围（用 K 、 R 和 c 表示），这一近似无效。

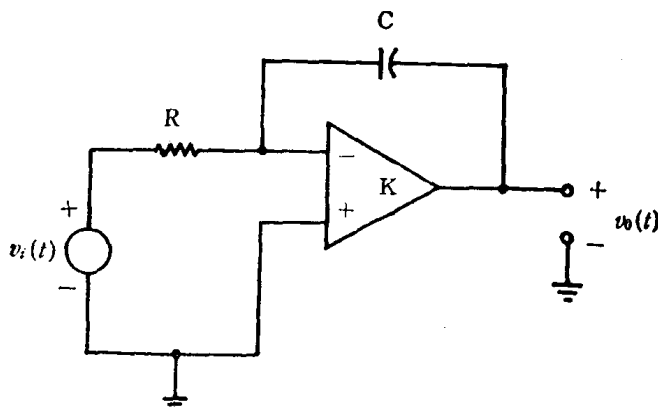


图 P 11.3—4

(f) 考虑图 P 11.3—5 中的电路，图中阻抗 $Z_1(s) = R$ ，而 $Z_2(s)$ 用一个具有指数电流—电压关系的二极管替代。假设这一关系有如下形式

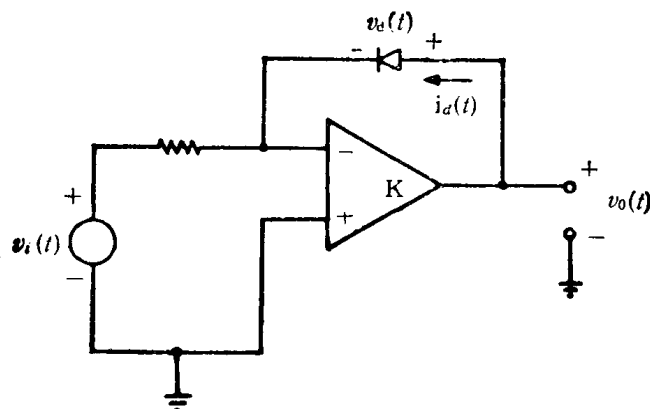


图 P 11.3—5

$$i_d(t) = M e^{q v_d(t) / K T}, \quad (\text{P 11.3-4})$$

式中 M 是与二极管结构有关的常数, q 是电子电荷, K 是布尔兹曼常数, 而 T 是绝对温度。注意, 式 (P 11.3—4) 的理想关系是假定不存在二极管反向电流。而通常是有一些最大值很小的二极管反向电流存在的, 但我们在分析中忽略这一反向电流。

(i) 仍然假定运算放大器的输入阻抗为无穷大, 输出阻抗为零。试证明下列关系成立:

$$v_o(t) = v_d(t) + R i_d(t) + v_i(t) \quad (\text{P 11.3-5})$$

$$v_o(t) = -K[v_o(t) - v_d(t)] \quad (\text{P 11.3-6})$$

(ii) 试证明: 当 K 大时, $v_o(t)$ 和 $v_i(t)$ 间的关系基本上与图 P 11.3—6 的反馈系统中的一样, 图中反馈支路中的系统是一非线性无记忆系统, 其输入为 $v_o(t)$,

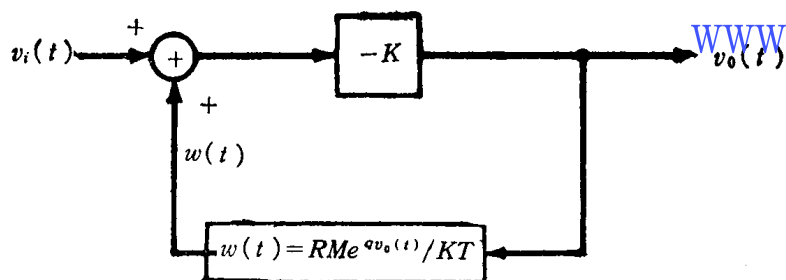


图 P 11.3—6

而输出为

$$w(t) = R M e^{q v_o(t) / K T}$$

(iii) 试证明当 K 大时,

$$v_o(t) \approx \frac{K T}{q} \ln \left(-\frac{v_i(t)}{R M} \right) \quad (\text{P 11.3-7})$$

注意, 式 (P 11.3-7) 仅对负 $v_i(t)$ 有意义, 这与二极管电流不能为负的要求相一致的, 假如所加 $v_i(t)$ 为正, 则电流 $i_d(t)$ 不能与通过电阻的电流平衡。因此, 一个相当大的电流馈入放大器而导致放大器饱和。

11.4. 考虑图 11.3 的基本反馈系统。对于以下指定的每一种前向和反馈支路系统函数, 试求出闭环系统冲激响应:

$$(a) H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}, \quad G(s) = 1$$

$$(b) H(s) = \frac{1}{s+3}, \quad G(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$(c) H(s) = \frac{1}{2}, G(s) = e^{-s/3}$$

$$(d) H(z) = \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, G(z) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6}z^{-1}$$

$$(e) H(z) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6}z^{-1}, G(z) = \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

11.5. (a) 考虑图 P 11.5—1 中的非递归离散时间 LTI 滤波器, 在此非递归滤波器前后加上反馈, 一个递归滤波器就可以实现, 具体说, 考虑图 P 11.5—2 所示的反馈组态, 图中, $H(z)$ 是图 P 11.5—1 中非递归 LTI 系统的系统函数。试求此反馈系统的总系统函数, 并求出联系总系统输入和输出的差分方程。

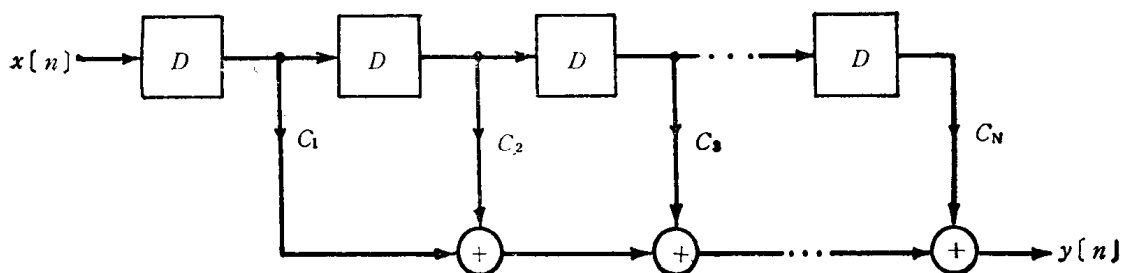


图 P 11.5—1

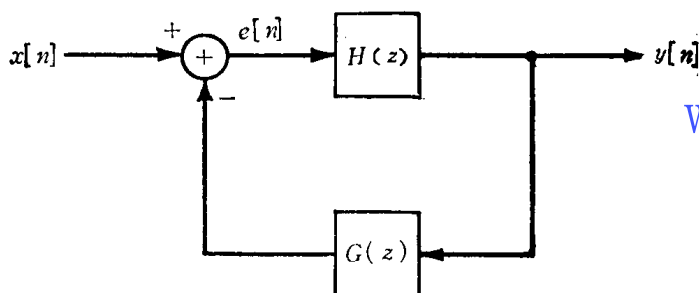


图 P 11.5—2

(b) 现设图 P 11.5—2 中的 $H(z)$ 是一个递归 LTI 系统的系统函数, 具体设为

$$H(z) = \frac{\sum_{i=1}^N c_i z^{-i}}{\sum_{i=1}^N d_i z^{-i}}$$

试证明: 用什么方法可以求出系数 K, c_1, \dots, c_N 和 d_0, \dots, d_N , 以使闭环系统函数是由下式给出,

$$Q(z) = \frac{\sum_{i=0}^N b_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}$$

式中 a_i 和 b_i 为规定的系数。

在本题中已经看到, 反馈的采用, 为我们提供了由线性常系数差分方程所规定的 LTI 系统的另一种实现。在非递归系统前后之间加反馈, 所组成的 (a) 中的实现特别有用, 因为有些生产工艺非常适用于实现抽头延迟线的结构 (即, 由抽头延时链组成的系统, 在每一延时处其输出被加权然后相加)。

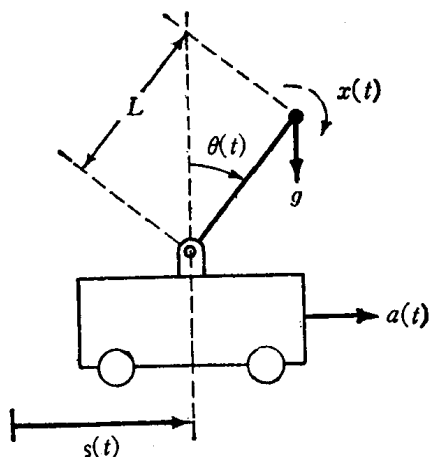


图 P 11.6

- 11.6. 考虑如图 P 11.6 中所画的安装在可移动小车上一个倒置摆，图中采用长为 L 的无质量小杆和加于杆顶的质量 m 来模拟倒置摆。变量 $\theta(t)$ 表示摆偏离垂线的角度， g 是重力加速度， $s(t)$ 是小车相对于某个参考点的位置， $a(t)$ 是小车的加速度， $x(t)$ 表示由任何干扰(例如阵风)引起的角加速度。

本题的目的是要分析倒置摆的动态特性，更具体地说，是研究通过适当选择小车的加速度 $a(t)$ ，以达到摆的平衡问题。联系 $\theta(t)$ 、 $a(t)$ 和 $x(t)$ 的微分方程是

$$L \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} = g \sin[\theta(t)] - a(t) \cos[\theta(t)] + L x(t) \quad (\text{P 11.6-1})$$

这个关系仅是使质量沿与杆垂直方向的实际加速度与沿此方向的外加加速度(重力、由 $x(t)$ 引起的干扰加速度和小车加速度)相等。

注意，式(P 11.6-1)是一个联系 $\theta(t)$ 、 $a(t)$ 的非线性微分方程。为得到摆的动态特性的详细而精确的分析，就要求我们研究这一非线性方程；然而，通过采用线性化分析，就可获得对于倒置摆动态特性的非常深刻的认识。具体说，设我们考察摆接近垂直时的动态特性(即当 $\theta(t)$ 较小时)，在此情况下，我们可作以下近似

$$\begin{aligned} \sin \theta(t) &\approx \theta(t) \\ \cos \theta(t) &\approx 1 \end{aligned} \quad (\text{P 11.6-2})$$

- (a) 假定小车是不动的(即 $a(t)=0$)，并考虑由式(P 11.6-1)及(P 11.6-2)的近似关系式共同描述的具体有输入 $x(t)$ 和输出 $\theta(t)$ 的因果 LTI 系统。试求此系统的系统函数，并证明它在右半平面有一极点，这意味着此系统是不稳定的。

(a) 中的结果所指明的是：若小车是不动的，由 $x(t)$ 引起的任何微小的角度扰动，将导致偏离垂线的角度增大。显然，在某个位置，这些偏离将变得足够大，以致式(P 11.6-2)的近似不再适用，在这个位置上，线性化分析不再正确。但对小的角位移来说，线性化分析是正确的，因为小的角位移将会增大而不是缩小，这一事实，使我们得出这个垂直平衡位置是不稳定的结论。

- (b) 现在，我们来考虑通过以合适的方式移动小车，使摆的垂直位置保持稳定的问题。假设我们试用比例反馈

$$a(t) = K \theta(t)$$

若 $\theta(t)$ 相当小，以致式(P 11.6-2)的近似能够成立。试画出线性化系统的方框图，用 $\theta(t)$ 作为输出， $x(t)$ 作为外部输入和 $a(t)$ 作为反馈信号。试证明所得到的闭环系统是不稳定的。并求 K 值，使得在 $x(t)=\delta(t)$ 时，摆将以无阻尼振荡的形式前后摆动。

- (c) 考虑用比例加导数(PD)反馈

$$a(t) = K_1 \theta(t) + K_2 \frac{d\theta(t)}{dt}$$

(P 11.6-3)

$$g = 9.8 \text{ 米/秒}^2 \quad L = 0.5 \text{ 米}$$

11.7. 考虑画于图 P 11.7 中的因果离散时间系统。

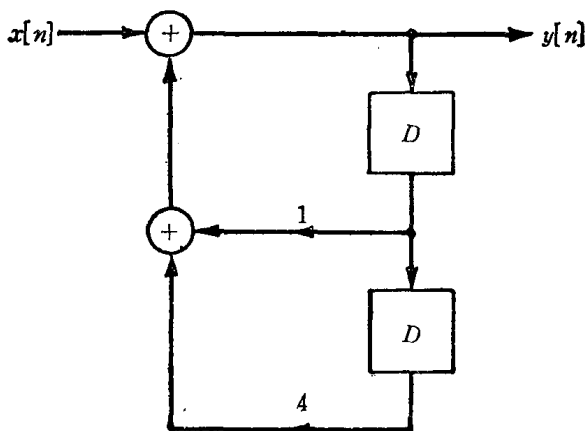


图 P 11.7

- (a) 试证明这不是一个稳定系统。
(b) 假设允许用一个单位延时提供反馈，也就是设，

$$x[n] = x_e[n] - Ky[n-1]$$

式中 $x_e[n]$ 是一外加信号，它现在是总闭环系统的输入。用这种形式的反馈是否能使系统稳定？如果能，试求使系统稳定的最大 K 值范围。

- (c) 假若不用(b)中的具有单位延迟的反馈,而允许具有两个单位延迟的反馈,因此,

$$x[n] = x_e[n] - Ky[n-2]$$

试确定使系统稳定的整个 K 值范围（设若有这种值存在）。

11.8. 正如以前已经看到的，拉普拉斯变换和 z 变换的系统函数的代数运算，使我们可根据各部分系统的系统函数，比较容易地确定 LTI 系统的互连系统函数。为要说明这一点，考虑如图 P 11.8 所示

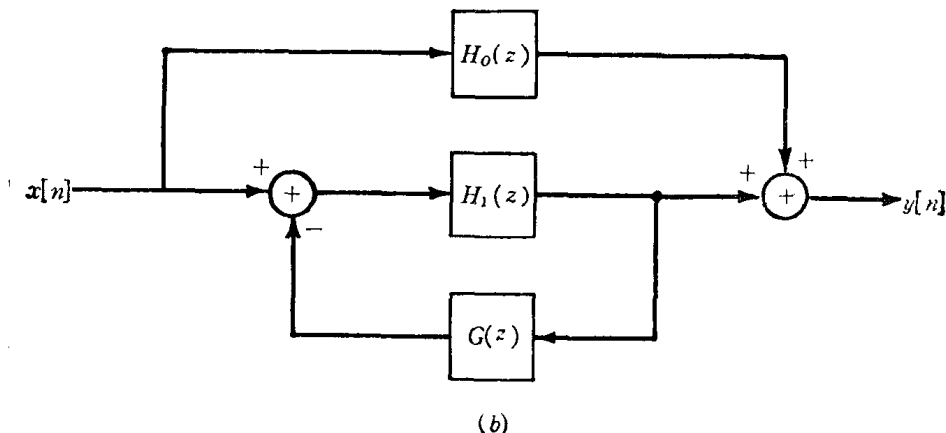
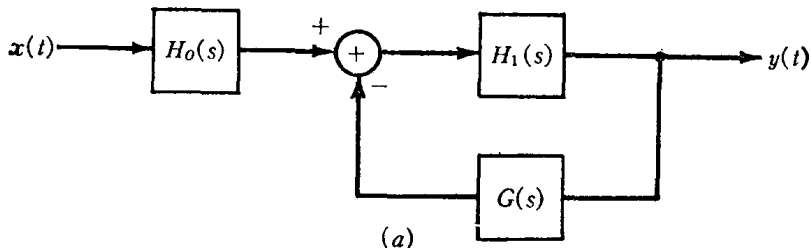
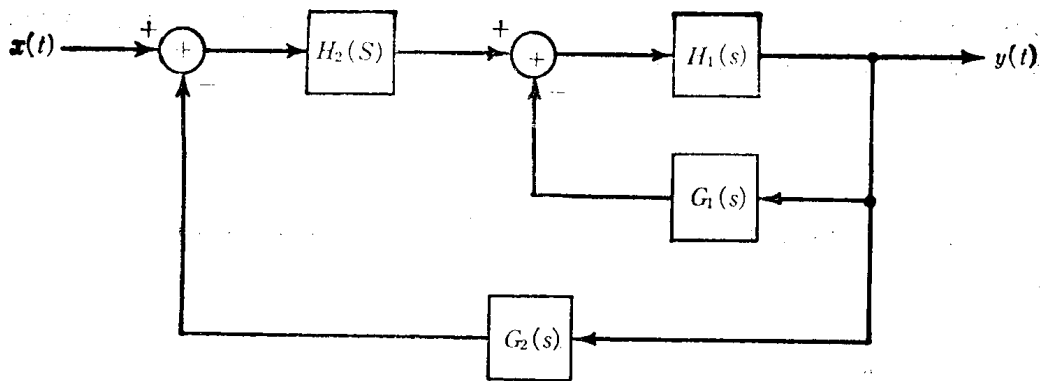


图 P 11.8



(c)

图 P 11.8 (续)

的互连反馈系统，试求出其中每个系统从输入到输出的总系统函数。

- 11.9. 本题要研究跟踪系统设计的某些例子，考虑图 P 11.9 所示的系统，图中 $H_p(s)$ 是其输出要被控制的系统，而 $H_c(s)$ 是要设计的补偿器。我们选择 $H_c(s)$ 的目的，是想要使输出 $y(t)$ 跟踪输入 $x(t)$ ，具体说，除了使系统稳定以外，我们还要想使该系统设计得在某种规定输入时，误差 $e(t)$ 衰减到零。

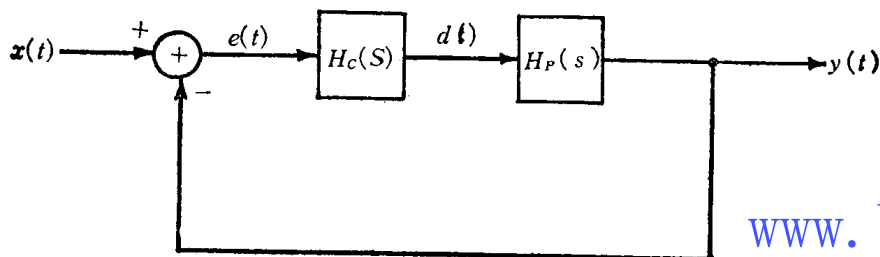


图 P 11.9

www.blogoil.com

(a) 假定

$$H_p(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \quad \alpha \neq 0 \quad (\text{P 11.9-1})$$

试证明当 $H_c(s) = K$ 时（称作比例控制或 P 控制），我们可选择 K 值而使系统稳定，并因此，若 $x(t) = \delta(t)$ ，则 $e(t) \rightarrow 0$ 。试证明，若 $x(t) = u(t)$ ，我们就不能使 $e(t) \rightarrow 0$ 。

- (b) 仍然设 $H_p(s)$ 如式 (P 11.9-1)，并假定我们采用比例加积分 (PI) 控制，

$$H_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s}$$

试证明：我们可以选择 K_1 和 K_2 ，而使系统稳定，并且若 $x(t) = u(t)$ ，仍然可使 $e(t) \rightarrow 0$ 。因此，这个系统可以跟踪一个阶跃。实际上，这说明了反馈系统设计中的一个基本而重要的事实：为跟踪阶跃输入 $[X(s) = 1/s]$ ，在反馈系统中需要一个积分器 ($1/s$)。这一结论的一个推广在下个题目中研究。

(c) 假定

$$H_p(s) = \frac{1}{(s-1)^2}$$

试证明不能用一个 PI 控制器稳定此系统，但若我们采用比例加积分加微分 (PID) 控制，

$$H_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s$$

则就可使系统稳定，并使它跟踪阶跃。

11.10. 在习题 11.9 中, 我们讨论了在反馈系统中加积分器, 可使系统在跟踪阶跃输入信号时, 稳态误差为零。本题中, 我们推广这个概念。具体说, 考虑图 P 11.10 所示反馈系统, 并假定整个闭环系统是稳定的, 还假定 $H(s)$ 为如下形式

$$H(s) = \frac{K \prod_{k=1}^m (s - \beta_k)}{s^l \prod_{k=1}^{n-l} (s - \alpha_k)}$$

式中 α_k 和 β_k 已给定为非零的数, 而 l 是正整数。图 P 11.10 的反馈系统, 通常作为 l 型反馈系统。

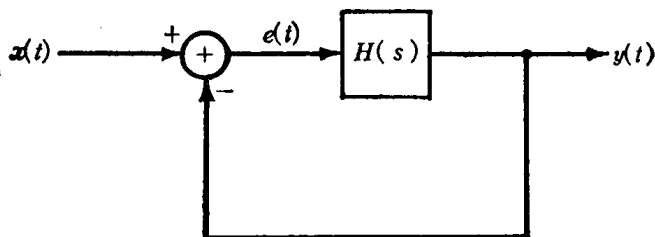


图 P 11.10

(a) 利用终值定理(9.5.9 节), 证明一个 l 型反馈系统可跟踪阶跃输入, 也就是

$$e(t) \rightarrow 0, \text{ 当 } x(t) \rightarrow u(t)$$

(b) 类似地, 试证明一个 l 型系统不能跟踪斜坡信号, 而是

$$e(t) \rightarrow \text{有限常数}, \text{ 当 } x(t) = u_{-2}(t).$$

(c) 试证明: 对于 l 型系统, 若

$$x(t) = u_{-k}(t)$$

在 $k > 2$ 时, 产生无界误差。

(d) 更加一般地, 试证明对于 l 型系统,

- (i) $e(t) \rightarrow 0$, 当 $x(t) = u_{-k}(t)$ 在 $k \leq l$ 时;
- (ii) $e(t) \rightarrow \text{有限常数}$, 当 $x(t) = u_{-(l+1)}(t)$ 时;
- (iii) $e(t) \rightarrow \infty$, 当 $x(t) = u_{-k}(t)$, $k > l+1$ 时。

11.11. (a) 考虑图 11.11 的离散时间反馈系统, 假定

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)\left(z + \frac{1}{2}\right)}$$

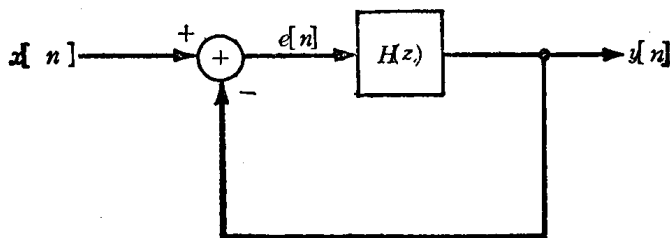


图 P 11.11

试证明: 这一系统可在如下条件时跟踪单位阶跃输入, 若 $x[n] = u[n]$, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e[n] = 0 \quad (\text{P 11.11-1})$$

(b) 更加一般地, 考虑图 P 11.11 的反馈系统, 并假设闭环系统是稳定的。假定 $H(z)$ 在 $z=1$ 处有一个极点, 试证明系统可跟踪单位阶跃输入 [提示: 用 $H(z)$ 和 $u[n]$ 的变换来表示 $e[n]$ 的变换 $E(z)$; 解释为什么 $E(z)$ 的全部极点位于单位圆内]。

(a)和(b)的结果,是题11.19和11.10中讨论过的连续时间系统的结果在离散时间系统时的对应。在离散时间情况下,我们也可以考虑跟踪系统的设计,使它在有限步数以后精确地跟踪规定的输入。这样的系统称作阻尼反馈系统,这种系统的一些例子在本题的余下部分说明。

(c)考虑图P 11.11的离散时间系统,若

$$H(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

试证明整个闭环系统具有在一步以后严格跟踪阶跃输入信号的特性,也就是,

若 $x[n]=u[n]$, 则 $e[n]=0, n \geq 1$ 。

(d)试证明:图P 11.11的反馈系统在

$$H(z) = \frac{\frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}}{\left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)(1-z^{-1})}$$

的情况下,当经过有限的几步以后,系统的输出具有精确跟踪单位阶跃的特性,从那一节拍开始误差 $e[n]$ 稳定为零?

(e)更加一般地,考虑图11.11的反馈系统,试求 $H(z)$ 以使 $y[n]$ 在 $n \geq N$ 时完善地跟踪单位阶跃,实际上使得

$$e[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \delta[n-k] \quad (\text{P 11.11-2})$$

式中 a_i 为指定的常数。

提示:当输入为单位阶跃而 $e[n]$ 由式(P 11.11-2)给出时,利用 $H(z)$ 和 $E(z)$ 间的关系。

(f)考虑图P 11.11的系统,在

$$H(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2} - z^{-3}}{(1+z^{-1})(1-z^{-1})^2}$$

www.blogoil.com

的情况下,试证明在两个时间节拍后,系统能精确地跟踪斜坡信号 $x[n]=(n+1)u[n]$ 。

11.12.对以下每个系统,试描出 $K>0$ 和 $K<0$ 时的根轨迹简图。

(a) $G(s)H(s) = \frac{1}{s+1}$;

(b) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s-1)(s+3)}$;

(c) $G(z)H(z) = \frac{z-1}{z^2 - \frac{1}{4}}$;

(d) $G(z)H(z) = \frac{2}{z^2 - \frac{1}{4}}$;

(e) $G(z)H(z) = \frac{z^{-1}(1+z^{-1})}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}$;

(f) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$;

(g) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s^2}$;

(h) $G(z)H(z) = z^{-1} - z^{-2}$;

(i) $G(z)H(z)$ 是由以下差分方程描述的因果 LTI 系统的系统函数,

$$y[n] - 2y[n-1] = x[n-1] - x[n-2]$$

$$(j) G(s)H(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3},$$

$$(k) G(s)H(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2(s-1)},$$

$$(l) G(s)H(s) = \frac{(s+1)(s-1)}{s(s^2 + 2s + 2)},$$

$$(m) G(s)H(s) = \frac{1-s}{(s+2)(s+3)}.$$

11.13. 考虑一反馈系统, 系统函数为

$$G(s)H(s) = \frac{(s-a)(s-b)}{s(s+3)(s+6)}$$

对以下给出的 a 和 b 值, 试画出 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时的根轨迹。

$$(a) a=1, b=2;$$

$$(b) a=-2, b=2;$$

$$(c) a=-4, b=2;$$

$$(d) a=-7, b=2;$$

$$(e) a=-1, b=-2;$$

$$(f) a=-4, b=-2;$$

$$(g) a=-7, b=-2;$$

$$(h) a=-5, b=-4;$$

$$(i) a=-7, b=-4;$$

$$(j) a=-7, b=-8.$$

11.14. 本题中, 我们研究抽样数据反馈系统的某些特性, 并说明它们的应用。回忆11.2.3节, 在抽样数据反馈系统中, 连续时间系统的输出被抽样, 所得到的样值序列用一离散时间系统处理, 再把它输出转换为连续时间信号, 这个连续时间信号反馈至输入端, 与外部输入相减, 形成连续时间系统的实际输入。

显然, 因反馈系统因果性的约束, 使离散时间反馈信号到连续时间信号的变换过程要受到限制(例如, 理想低通滤波或其他任何非因果近似是不允许的)。最常用的变换系统之一是零阶保持(8.1.2节中介绍的), 包含一个零阶保持的抽样数据反馈系统的结构, 如图P 11.14(a)所示, 图中有一个连续时间 LTI 系统, 其系统函数为 $H(s)$, 其输出被抽样后产生一个离散时间序列

$$g[n] = y[nT] \quad (\text{P 11.14-1})$$

然后, 序列 $g[n]$ 由一个系统函数为 $G(z)$ 的离散时间 LTI 系统处理, 而得出的输出通过零阶保持以形成连续时间信号

$$z(t) = d[n], \quad \text{对于 } nT \leq t < (n+1)T \quad (\text{P 11.142})$$

这个信号与外部输入 $x(t)$ 相减而得到 $e(t)$ 。

为简化以后的分析, 我们假定在长度为 T 的区间上 $x(t)$ 是常数, 也就是,

$$x(t) = r[n], \quad \text{对于 } nT < t < (n+1)T \quad (\text{P 11.4-3})$$

式中 $r[n]$ 是一个离散时间序列。实际上, 当抽样频率足够高, 以致在长度 T 的时间间隔内 $x(t)$ 没有显著的改变时, 这一近似常常是有效的。而且在许多应用中, 外部输入本身, 实际上是离散时间序列用零阶保持处理而产生的。例如, 在许多系统中(比如先进的飞行器), 外部输入代表操纵人员的指令, 它本身首先经数字处理, 然后再变回至连续时间输入信号。由于零阶保持的线性性质, 当 $x(t)$ 由式(P 11.14-3)给出时, 图P 11.14(a)的反馈系统等效于图P 11.14(b)的系统。

(a) 考虑图P 11.4(b)中虚线内的系统, 这是一个离散时间系统, 其输入为 $e[n]$, 输出为 $g[n]$, 试证明: 这是一个 LTI 系统, 如在图中所示, 用 $F(z)$ 表达这一系统的系统函数。

(b) 试证明: 系统函数为 $F(z)$ 的离散时间系统, 是通过阶跃不变法的变换而与系统函数为 $H(s)$ 的连续时间系统相联系。也就是说, 若 $s(t)$ 是连续时间系统的阶跃响应, 而 $q[n]$ 是离散时间系统的阶跃响应, 则有

$$q[n] = s(nT), \quad \text{对全部 } n.$$

(c) 假定

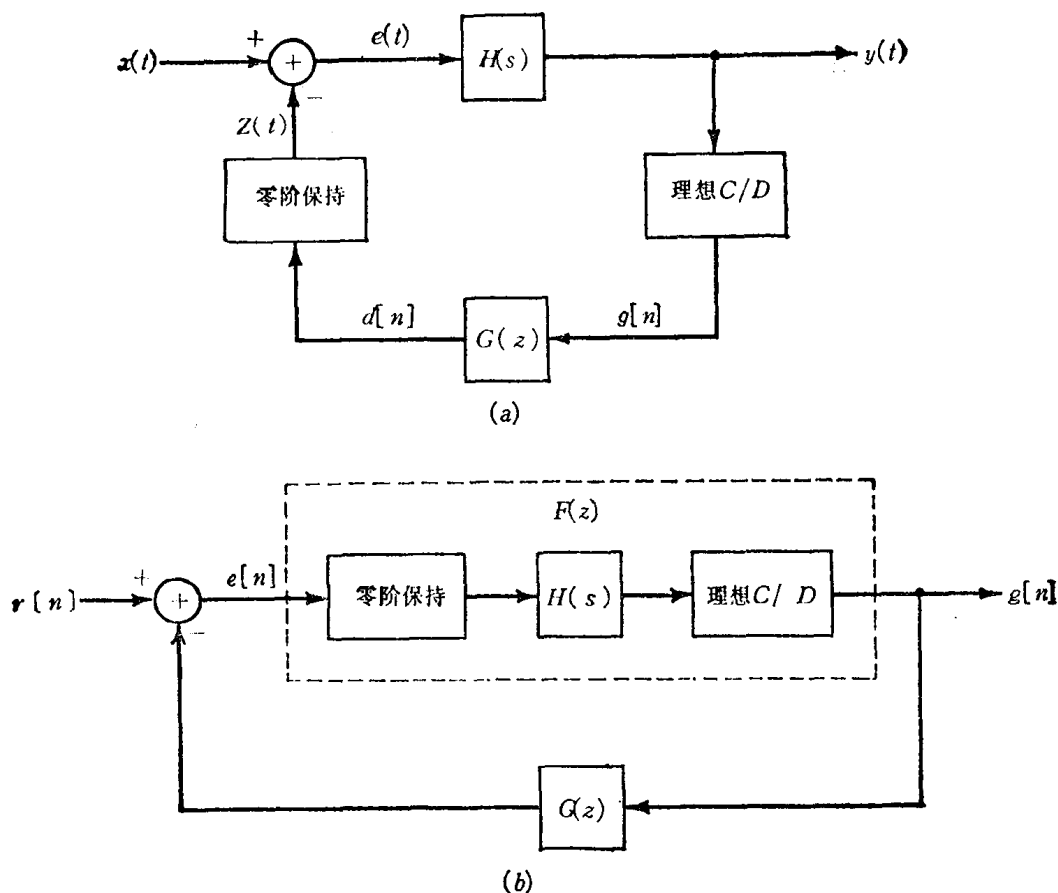


图 P 11.14

www.blogoil.com

$$H(s) = \frac{1}{s-1}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > 1,$$

试证明:

$$F(z) = \frac{(e^T - 1)z^{-1}}{1 - e^T z^{-1}}, \quad |z| > e^T.$$

(d) 假定 $H(s)$ 如 (c) 中一样, 并设 $G(z) = K$ 。试求当图 P 11.14 (b) 的闭环离散时间系统稳定时的 K 值范围。

(e) 假定

$$G(z) = \frac{K}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

T 在什么条件下, 我们可以找到使整个系统稳定的 K 值? 试求能给出稳定闭环系统的一对特定的 K 值和 T 值。

提示: 检查根轨迹并找出极点进入或离开单位圆时的 K 值。

11.15. 研究图 P 11.15 的反馈系统, 它的系统函数为

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, \quad G(z) = K. \quad \text{P 11.15-1)}$$

(a) 画出当 $K > 0$ 时的根轨迹曲线。

(b) 画出 $K < 0$ 时的根轨迹曲线 (注意: 要细心的画这一根轨迹。对实轴应用角度判据可以发现, 若 K 从零减小, 闭环极点沿正实轴趋向 $z = +\infty$ 然后沿负实轴从 $z = -\infty$ 处返回。试验

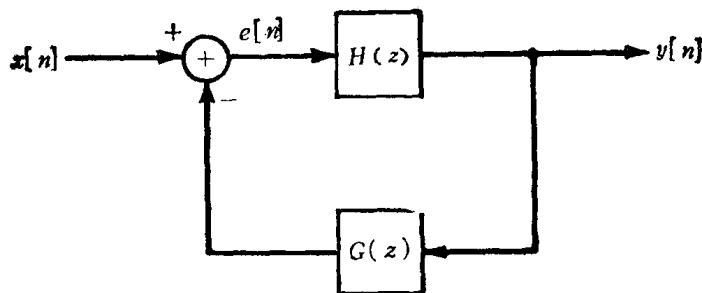


图 P 11.15

证：这实际上是直接解出闭环系统极点与 K 的函数关系的情形。 K 值为多少时极点位于 $|z|=\infty$ 。

- (c) 求出闭环系统稳定时的 K 值的整个范围。
- (d) 从(b)中所看到的现象，是由于在这个例子中 $G(z)H(z)$ 的分子和分母具有相同阶数这一事实的直接结果。当这种情况出现于离散时间反馈系统时，就意味着存在一个无时延环路。也就是，在某一给定时刻的输出被反馈送回，并且它又影响其本身在同一时刻的数值。为要看出这就是目前例子的情况，写出联系 $y[n]$ 和 $e[n]$ 的差分方程，然后用反馈系统的输入和输出 $e[n]$ ，把这一结果与系统函数为

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, \quad G = Kz^{-1} \quad (\text{P 11.15-2})$$

的结果相对照。

具有无时延环路时的主要影响是，这种反馈系统不能用所画的反馈形式来实现。例如，对于式(P 11.15-1)的系统，因为 $e[n]$ 与 $y[n]$ 有关，所以就不能先计算 $e[n]$ 而后再计算 $y[n]$ 。但应注意，对于式(P 11.15-2)的系统，因为 $e[n]$ 是与 $y[n-1]$ 有关，故可以作这样的计算。

- (e) 试证明：除了闭环极点在 $|z|=\infty$ 处的 K 值以外，式(P 11.15-1)的反馈系统表示一个因果系统。

11.16. (a) 考虑图11.9(b)的反馈系统，其系统函数为

$$H(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)}, \quad G(s) = \frac{N_2(s)}{D_2(s)}. \quad (\text{P 11.16-1})$$

假定乘积 $G(s)H(s)$ 中没有极点—零点对消，试证明：闭环系统函数的零点由 $H(s)$ 的零点和 $G(s)$ 的极点组成。

- (b) 利用(a)的结果以及适当的根轨迹性质，进一步证明，在 $K=0$ 时闭环系统的零点是 $H(s)$ 的零点，而闭环极点是 $H(s)$ 的极点。
- (c) 虽则式(P 11.16-1)中的 $H(s)$ 和 $G(s)$ 通常是约简形式[即多项式 $N_1(s)$ 和 $D_1(s)$ 没有公因式，对于 $N_2(s)$ 和 $D_2(s)$ 也是这样]，但 $N_1(s)$ 和 $D_2(s)$ 有公因式以及(或者) $N_2(s)$ 和 $D_1(s)$ 具有公因式的情况可能发生。为了解若这样的公因式存在时会发生什么情况，令 $p(s)$ 表示 $N_1(s)$ 和 $D_2(s)$ 的最大公因式，而令 $q(s)$ 表示 $N_2(s)$ 和 $D_1(s)$ 的最大公因式，也就是

$$\frac{N_1(s)}{p(s)} \text{ 和 } \frac{D_2(s)}{p(s)}$$

两者都是没有公因式的多项式。类似地，

$$\frac{N_2(s)}{q(s)} \text{ 和 } \frac{D_1(s)}{q(s)}$$

也是没有公因式的多项式。试证明反馈系统的闭环系统函数可以写成

$$Q(s) = \frac{p(s)}{q(s)} \left[\frac{\hat{H}(s)}{1 + K \hat{G}(s) \hat{H}(s)} \right] \quad (\text{P11.16-2})$$

式中

$$\hat{H}(s) = \frac{N_1(s)/p(s)}{D_1(s)/q(s)}$$

和

$$\hat{G}(s) = \frac{N_2(s)/q(s)}{D_2(s)/p(s)}$$

因此, 从式(P11.16-2)和本题的(a), 可以看出 $Q(s)$ 的零点为 $p(s)$ 的零点, $\hat{H}(s)$ 的零点和 $\hat{G}(s)$ 的极点, 而 $Q(s)$ 的极点是 $q(s)$ 的零点和下式的解

$$1 + K \hat{G}(s) \hat{H}(s) = 0 \quad (\text{P11.16-3})$$

根据函数的构造, 在乘积 $\hat{G}(s) \hat{H}(s)$ 中没有极点与零点对消, 因此, 可运用在11.3节中描述过的根轨迹法, 来描绘当 K 变化时式(P11.16-3)的解的位置。

(d) 在如下系统函数时,

$$H(s) = \frac{s+1}{(s+4)(s+2)}, \quad G(s) = \frac{s+2}{s+1},$$

试利用(c)中概述的方法, 以求出闭环零点、任何其位置与 K 无关的闭环极点, 以及当 $K > 0$ 时的其余闭环极点轨迹。

(e) 若系统函数如下, 试重复(d),

$$H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}, \quad G(z) = \frac{z^{-1}}{1+z^{-1}}.$$

(f) 设

$$H(z) = \frac{z^2}{(z-2)(z+2)}, \quad G(z) = \frac{1}{z^2}$$

(i) 描出 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时的根轨迹图;

(ii) 求出当整个系统稳定时的全部 K 值;

(iii) 当 $K=4$ 时, 求出闭环系统的冲激响应。

11.17. 考虑图11.19(a)的反馈系统, 并假设

$$G(s)H(s) = \frac{\prod_{k=1}^m (s - \beta_k)}{\prod_{k=1}^n (s - \alpha_k)}$$

式中 $m > n$ ^①。在此情况下, $G(s)H(s)$ 具有 $m-n$ 个极点位于无穷远处(见第9章)。我们可采用课文中给出的根轨迹规则, 注意到: (1) 存在有 m 条根轨迹分支, (2) 当 $K=0$ 时, 根轨迹的所有分支从 $G(s)H(s)$ 的极点开始, 其中 $m-n$ 条分支是从无穷远处开始的, 而且, 当 $|K| \rightarrow \infty$ 时, 这些分支收敛于 $G(s)H(s)$ 的 m 个零点, 亦即 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ 。试利用这些结论, 以帮助你描出(当 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时)下列每种情况的根轨迹曲线:

(a) $G(s)H(s) = s-1$;

(b) $G(s)H(s) = (s+1)(s+2)$;

①注意, 对于连续时间系统, 条件 $m > n$ 意味着系统函数为 $G(s)H(s)$ 的系统包含有输入的微分[实际上, $G(s)H(s)$ 的逆变换包含有高达 $m-n$ 阶的奇异函数]。在离散时间情况下, 若写成 z 多项式之比的 $G(z)H(z)$ 当 $m > n$ 时, 它必定是非因果系统的系统函数[实际上, $G(z)H(z)$ 的逆变换在时间 $n-m < 0$ 处具有非零值]。因此, 本题中所考虑的问题, 实际上仅对连续时间系统有用。

$$(c) \quad G(s)H(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{s-1}.$$

11.18. 考虑一反馈系统有

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+2s+4}, \quad G(s) = K,$$

- (a) 描出 $K > 0$ 时的根轨迹曲线;
- (b) 描出 $K < 0$ 时的根轨迹曲线;
- (c) 试求当闭环冲激响应不出现任何振荡现象时的最小正 K 值。

11.19. 考虑图 11.3 的反馈系统有

$$H(z) = \frac{Kz^{-1}}{1-z^{-1}}$$

和

$$G(z) = 1 - az^{-1}$$

- (a) 当 $a = 1/2$ 时, 试描出此系统在 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时根轨迹曲线;
- (b) 当 $a = -1/2$ 时, 重复 (a);
- (c) 在 $a = -1/2$ 情况下, 试求当闭环冲激响应形式为

$$(A + Bn)a^n$$

时的 K 值。其中 A, B, a 为某些常数, 并有 $|a| < 1$

提示: 在此情况下闭环系统函数分母应是何种形式。

11.20. 考虑图 P 11.20 所示离散时间反馈系统, 前向支路中的系统的阻尼不是很好, 我们想要选择反馈系

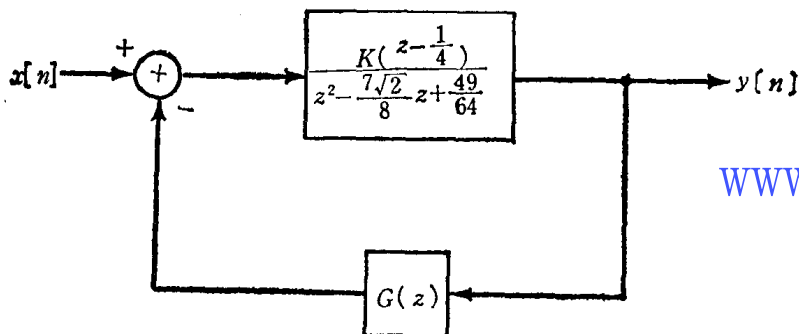


图 P 11.20

统函数以改善总的阻尼。利用根轨迹法, 试证明: 这可以用

$$G(z) = 1 - \frac{1}{2}z^{-1}$$

来实现。具体说, 希描出 $K > 0$ 时的根轨迹图, 并确定系统阻尼获得显著改善时的增益 K 值。

- 11.21. 在 11.3 节导出了在确定反馈系统根轨迹时有用的一些性质。在本题中要研究另外一些性质。设通过连续时间系统来导出这些性质, 但正如所有根轨迹的性质一样, 对离散时间系统的根轨迹来说, 它们同样成立。为了讨论这些性质, 我们参照闭环极点应满足的基本方程:

$$G(s)H(s) = -\frac{1}{K}, \quad (\text{P 11.21-1})$$

式中

$$\begin{aligned} G(s)H(s) &= \frac{\prod_{k=1}^m (s - \beta_k)}{\prod_{k=1}^n (s - \alpha_k)} \\ &= \frac{\sum_{k=1}^m b_k s^k}{\sum_{k=1}^n a_k s^k} \end{aligned} \quad (\text{P 11.21-2})$$

在本题中始终假定 $m \leq n$ 。

(a) 根据性质 2, 可以知道 $n-m$ 条根轨迹的分支趋向 $G(s)H(s)$ 位于无穷远处的零点。在这一小题中, 我们来证明, 确定这些根轨迹分支趋向无穷远时的角度是简单的。具体说, 考察 s 平面的远区 (即 $|s|$ 非常大且远离 $G(s)H(s)$ 的任何零点和极点的区域), 这在图 P11.21 中说明, 利用此图的几何关系与 $K>0$ 和 $K<0$ 时的角度判据一起, 试推断:

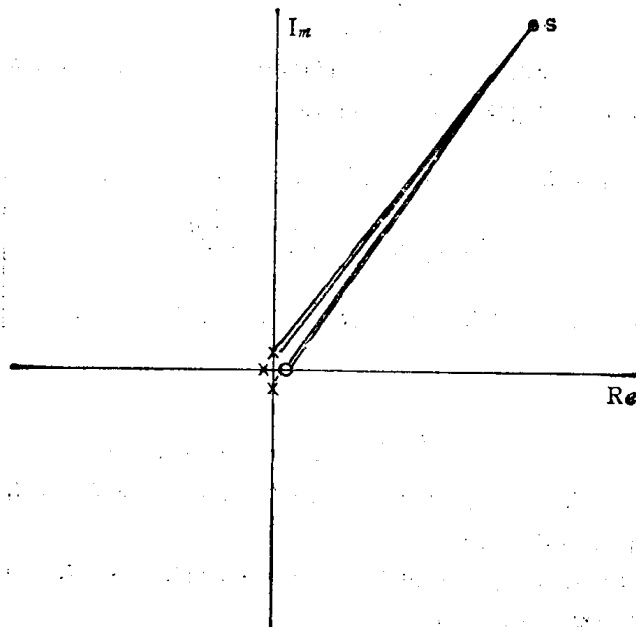


图 P11.21

- 当 $K>0$, $n-m$ 条根轨迹分支以角度 $\frac{(2k+1)\pi}{n-m}$, $k=0, 1, \dots, n-m-1$ 趋向无穷远。
- 当 $K<0$, $n-m$ 条根轨迹分支以角度 $\frac{2k\pi}{n-m}$, $k=0, 1, \dots, n-m-1$ 趋向无穷远。

于是, 根轨迹各分支就在确定的角度上趋向无穷远, 这些角度的排列是对称的。例如, 当 $n-m=3$ 且 $K>0$ 时, 可以看出, 渐近角度为 $\pi/3$, π , 和 $5\pi/3$ 。(a) 中的结论和另外一个根轨迹规律一起, 能使我们画出趋向无穷远根轨迹分支的渐近线。确切地说, $n-m$ 条渐近线全部相交于实轴上的一个唯一的点, 这一结论在本题下面部分导出。

(b)(i) 第一步, 考虑一般多项式方程

$$s^r + f_{r-1}s + \dots + f_0 = (s - \xi_1)(s - \xi_2) \dots (s - \xi_r) = 0,$$

试证明:

$$f_{r-1} = -\sum_{i=1}^r \xi_i$$

(ii) 对 $1/G(s)H(s)$ 实行长除法可写出

$$\frac{1}{G(s)H(s)} = s^{n-m} + \gamma_{n-m-1}s^{n-m-1} + \dots \quad (\text{P11.21-3})$$

试证明:

$$\gamma_{n-m-1} = a_{n-1} - b_{m-1} = \sum_{k=1}^m \beta_k - \sum_{k=1}^n \alpha_k$$

【见式 (P11.21-2)】。

(iii) 试论证: 对大的 s , 式 (P 11.21-1) 的解近似地为以下方程的解。

$$s^{n-m} + \gamma_{n-m-1}s^{n-m-1} + \gamma_{n-m-2}s^{n-m-2} + \cdots + \gamma_0 + K = 0$$

(iv) 试利用 (i)~(iii) 的结果, 推断 $n-m$ 个趋向无穷远的闭环极点的和渐近地等于

$$b_{m-1} - a_{n-1}$$

于是, 这 $n-m$ 个极点的重心是

$$\frac{b_{m-1} - a_{n-1}}{n-m}$$

它与 K 无关。因此, 我们有 $n-m$ 个以均匀间隔角度趋向 $|s| = \infty$ 的闭环极点, 并且它们有一个与 K 无关的重心。根据这一点, 可以推断:

趋于无穷远的 $n-m$ 条根轨迹分支的渐近线相交于点

$$\frac{b_{m-1} - a_{n-1}}{n-m} = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k - \sum_{k=1}^m \beta_k}{n-m}$$

对于 $K > 0$ 和 $K < 0$ 的情况, 渐近线交点是同一点。

(c) 假设

$$G(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

(i) 当 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时, 趋向无穷远的闭环极点的渐近角度是什么?

(ii) 渐近线的交点是什么?

(iii) 试画出这些渐近线, 并利用它们的帮助以画出 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时的根轨迹曲线。

(d) 对以下每一种情况, 重复 (c):

(i) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s(s+2)(s+4)}$,

(ii) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^4}$,

(iii) $G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)(s+6)}$,

(iv) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s+2)^2(s-1)^2}$,

(v) $G(s)H(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s^2+2s+2)}$,

(vi) $G(s)H(s) = \frac{s+3}{(s+2)^2(s^2+2s+2)}$,

(vii) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{(s+100)(s-1)(s-2)}$ 。

(e) 利用 (a) 的结果, 解释为什么以下叙述是正确的: 对于由式 (P 11.21-2) 给定的 $G(s)$

$H(s)$ 的连续时间反馈系统, 若 $n-m \geq 3$, 经选择足够大的 $|K|$, 可使闭环系统不稳定。

(f) 对由下式规定的离散时间反馈系统:

$$G(z)H(z) = \frac{z^{-3}}{(1-z^{-1})\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)}$$

试重复 (c)。

(g) 试说明为什么以下叙述是正确的: 对于

$$G(z)H(z) = \frac{z^m + b_{m-1}z^{m-1} + \cdots + b_0}{z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \cdots + a_0}$$

的任何离散时间反馈系统, 若 $n > m$, 经选择足够大的 $|K|$, 可使闭环系统不稳定。

11.22. (a) 考虑一反馈系统,

$$H(z) = \frac{z+1}{z^2+z+\frac{1}{4}}, \quad G(z) = \frac{K}{z-1},$$

(i) 试写出闭环系统函数, 其形式为两个多项式之比的显函数 (分母多项式应有与 K 有关的系数);

(ii) 试证明闭环极点之和与 K 无关。

(b) 更一般地, 考虑一反馈系统, 其系统函数为

$$G(z)H(z) = K \frac{z^m + b_{m-1}z^{m-1} + \dots + b_0}{z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_0}$$

试证明若 $m \leq n-2$, 闭环极点之和与 K 无关。

11.23. (a) 设仍然考虑例11.2的反馈系统:

$$G(s)H(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s+2)}$$

$K > 0$ 时的根轨迹由图11.13 b 所示, 对某个 K 值, 两个闭环极点位于 $j\omega$ 轴上。通过考察方程

$$G(j\omega)H(j\omega) = -\frac{1}{K}$$

的虚部和实部, 解出 K 值和相应的闭环极点位置。若点 $s = j\omega$ 位于任何给定 K 值的根轨迹上时, 上式必须满足。利用这个结果再加上例11.2中的分析, 求出使闭环系统稳定的全部 K 值范围 (正的和负的)。

(b) 注意当 $|K|$ 足够大时, 此系统是不稳定的。对 $G(s)H(s)$ 有一零点在右半平面的连续时间反馈系统, 以及对 $G(z)H(z)$ 有一零点在单位圆外的离散时间反馈系统来说, 试说明, 为什么说这一结论通常是正确的。

11.24. 再一次考虑例11.3的离散时间反馈系统

$$G(z)H(z) = \frac{z}{\left(z - \frac{1}{2}\right)\left(z - \frac{1}{4}\right)}$$

其 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时的根轨迹画于图11.15中。

(a) 考虑 $K > 0$ 时的根轨迹。在此情况下, 当闭环极点之一小于或等于 -1 时, 系统就成为不稳定的, 试求点 $z = -1$ 为闭环极点时的 K 值。

(b) 考虑 $K < 0$ 时的根轨迹。在此情况下, 当闭环极点之一大于或等于 1 时, 系统变得不稳定, 试求点 $z = 1$ 为闭环极点时的 K 值。

(c) 使得闭环系统稳定时, K 值的全部范围是什么?

11.25. 设有连续时间反馈系统

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}, \quad (\text{P11.25-1})$$

(a) 试画出 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时的根轨迹。

提示: 这里可利用习题11.21的结果。

(b) 假如你已正确地画出根轨迹, 当 $K > 0$ 时, 你可看到两条根轨迹分支穿过 $j\omega$ 轴从左半平面进入右半平面。因此, 可以断定, 当 $0 < K < K_0$ 时, 闭环系统是稳定的, 此处 K_0 是两条根轨迹分支与 $j\omega$ 轴相交时的增益值。要注意, 根轨迹并不告诉我们 K_0 是什么值, 也不告诉我们支路穿过 $j\omega$ 轴的确切位置。如题11.23那样, 试通过求解由式

$$G(j\omega)H(j\omega) = -\frac{1}{K_0} \quad (\text{P11.25-2})$$

的实部和虚部所得到的一组方程而确定 K_0 值。试确定相应的两个 ω 的值 (因为极点以复共轭成对出现, 它们是彼此符号相反的)。

从(a)中所画的根轨迹图中,可以注意到,两个极点间的一段实轴是在 $K > 0$ 时的根轨迹上,而另一段在 $K < 0$ 时的根轨迹上。在这两种情况下,根轨迹都在某点处折离实轴。本题的下一小题,要说明如何计算这些分离点。

(c) 考虑确定闭环极点的方程

$$G(s)H(s) = -\frac{1}{K} \quad (\text{P11.25-3})$$

利用式(P11.25-1),试证明闭环极点的等效方程为

$$P(s) = s^3 + 3s^2 + 2s = -K \quad (\text{P11.25-4})$$

考虑在0和-1间的一段实轴,这段实轴当 $K \geq 0$ 时位于根轨迹上,当 $K = 0$ 时,两条根轨迹分支从0和-1出发并随着 K 增大而互相接近。

(i) 利用上述论据连同式(P11.25-4)一起试解释:当 $-1 \leq s \leq 0$ 时为什么函数 $p(s)$ 具有如图P11.25(a)所示的形式,且函数出现最小值时的点 S_+ 是分离点(亦即, $K > 0$ 时的两条根轨迹分支折离-1与0间的实轴的点)。类似地,考虑 $K < 0$ 时的根轨迹,更加具体说,点-1和-2之间的那段实轴,是这一根轨迹的一部分。当 $K = 0$ 时,两条根轨迹分支从-1和-2开始,随着 K 值减小,这些极点互相接近。

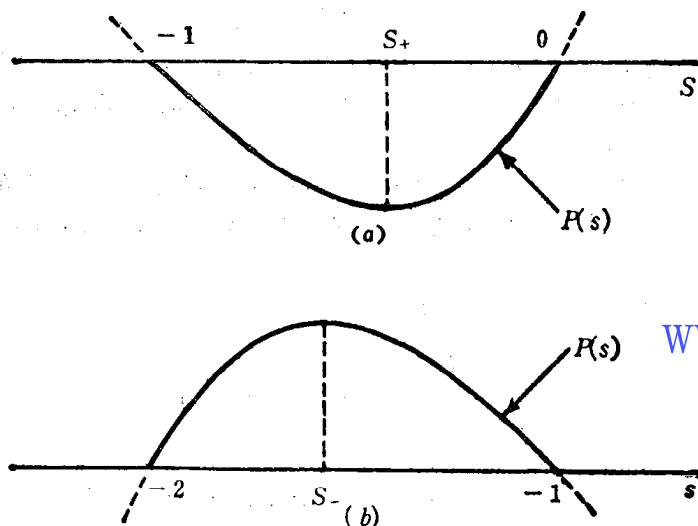


图 P 1.25

(ii) 按照与(i)类似的方式,试解释为什么函数 $p(s)$ 有图P11.25(b)所示的形式,为什么函数出现最大值时的点 S_- 是当 $K < 0$ 时的分离点。

于是,分离点对应于 s 在负实轴上变化时 $p(s)$ 的极大和极小值处。

(iii) 位于 $p(s)$ 具有极大和极小值时的那些点,是方程

$$\frac{dp(s)}{ds} = 0$$

的解。

试根据这一点以求出分离点 S_+ 和 S_- ,然后利用方程(P11.25-4)以求出分离点为闭环极点时的增益值。

除了在(c)中说明的方法以外,还有另外一种确定分离点的部分解析部分图解的方法。利用类似于(c)中说明过的方法以确定“插入”点也是可能的,在插入点处,两条根轨迹分支并入实轴。这些方法以及刚才说明过的一种方法,都在如列于书末参考书目中的那些高等教科书中叙述。

11.26. 考虑一离散时间反馈系统,其系统函数为

$$G(z)H(z) = \frac{1}{z(z-1)}$$

(a) 当 $K > 0$ 和 $K < 0$ 时, 试画出根轨迹图。

(b) 若已正确地画出 $K > 0$ 时的根轨迹, 可以看到, 两条根轨迹分支与单位圆相交并离开单位圆。

因此, 可得出结论, 当 $0 < K < K_0$ 时, 闭环系统是稳定的, 其中 K_0 是两条分支与单位圆相交时的增益值。两条分支在哪一点离开单位圆 K_0 的值是什么?

11.27. 考虑一反馈系统, 它可能是连续时间的或者是离散时间的, 并假设系统的奈奎斯特图穿过点 $-1/K$ 。对于这一增益值, 反馈系统稳定否? 对你的答案作出解释。

11.28. 对下列每一种 $G(s)H(s)$, 试画出奈奎斯特图, 并试用连续时间奈奎斯特判据以确定闭环系统稳定时的 K 值范围 (若有这样的范围存在的话)。[注意: 在画奈奎斯特图时, 你会发现首先画出相应的波特图是有用的。求出 $G(j\omega)H(j\omega)$ 是实数时的 ω 值, 也是有帮助的]。

(a) $G(s)H(s) = \frac{1}{s+1}$,

(b) $G(s)H(s) = \frac{1}{s-1}$,

(c) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)\left(\frac{s}{10}+1\right)}$,

(d) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2-1}$,

(e) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$,

(f) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$,

(g) $G(s)H(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$,

(h) $G(s)H(s) = \frac{1-s}{(s+1)^2}$,

(i) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{(s-1)^2}$,

(j) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s^2-4}$,

(k) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2+2s+2}$,

(l) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s^2-2s+2}$,

(m) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{(s+100)(s-1)^2}$,

(n) $G(s)H(s) = \frac{s^2}{(s+1)^3}$ 。

11.29. 对下列每一种 $G(z)H(z)$, 试画出奈奎斯特图, 并利用离散时间奈奎斯特判据以决定闭环系统稳定时的 K 值范围 (若有这样的范围存在)。[注意: 在画奈奎斯特图时, 你会发现, 先画出幅度、相位与频率的函数关系, 或者至少计算在一些点上的 $|G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})|$ 和 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 值是有意义的, 确定 $G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 是实数时的 Ω 值也是有帮助的。]

(a) $G(z)H(z) = \frac{1}{z - \frac{1}{2}}$,

(b) $G(z)H(z) = \frac{1}{z-2}$,

(c) $G(z)H(z) = z^{-1}$,

(d) $G(z)H(z) = z^{-2}$,

(e) $G(z)H(z) = z^{-3}$,

(f) $G(z)H(z) = \frac{1}{\left(z + \frac{1}{z}\right)\left(z - \frac{3}{2}\right)}$,

(g) $G(z)H(z) = \frac{z - \sqrt{3}}{z\left(z + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$

(h) $G(z)H(z) = \frac{1}{z^2 - z + \frac{1}{3}}$,

(i) $G(z)H(z) = \frac{z - \frac{1}{2}}{z(z-2)}$,

(j) $G(z)H(z) = \frac{(z+1)^2}{z^3}$ 。

11.30. 如在11.4节所述, 连续时间奈奎斯特判据可以推广应用于 $G(s)H(s)$ 的极点在 $j\omega$ 轴上的情况。在本题中, 要通过一些例子来说明一般的方法。考虑一连续时间反馈系统, 有

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (\text{P 11.30-1})$$

当 $G(s)H(s)$ 在 $s=0$ 处有极点时, 可以修改图11.18的围线以避免原点。为此, 我们通过加上

一个半径 ϵ 为无穷小的半圆，使围线凹入右半平面，如图 P11.30-1 所示。于是仅有一小部分右半平面未被已修改的围线包围，并且当我们令 $\epsilon \rightarrow 0$ 时，这个小面积趋于零。因此，若 $M \rightarrow \infty$ ，围线将包围整个右半平面。如在课文中那样，沿无穷大半径上 $G(s)H(s)$ 是一常数（且在此情况下为零）。因此，为要绘制沿围线的 $G(s)H(s)$ 曲线图，仅需对由 $j\omega$ 轴和无穷小半圆组成的部分围线作图。

(a) 试证明：

$$\angle G(j0^+)H(j0^+) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\angle G(j0^-)H(j0^-) = \frac{\pi}{2}$$

式中 $s=j0^-$ 是恰好在原点下面的无穷小半圆与 $j\omega$ 轴的交点，而 $s=j0^+$ 是恰好在原点上方的相应的点。

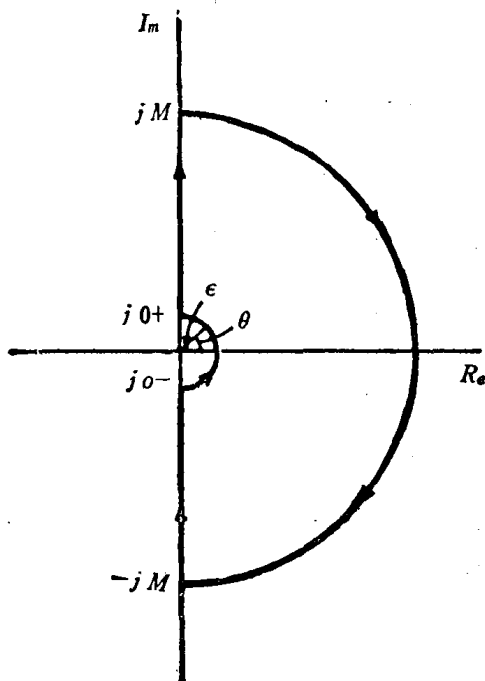


图 P11.30-1

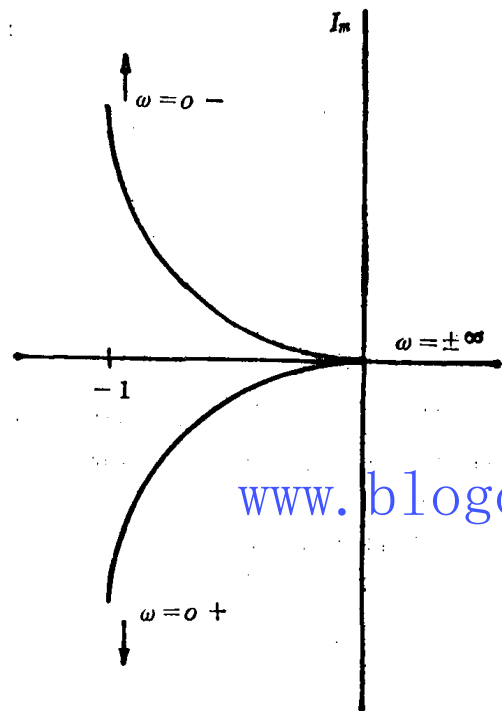


图 P11.30-2

- (b) 试利用(a)中的结果连同式(P11.30-1)一起，以验证图 P11.30-2 是沿 $-j\infty$ 至 $j0^-$ 和 $j0^+$ 至 $j\infty$ 这部分围线 $G(s)H(s)$ 的准确示意图。特别，希核对图中所画 $\angle G(j\omega)H(j\omega)$ 和 $|G(j\omega)H(j\omega)|$ 的形状特点。
- (c) 剩下来要做的工作，是确定沿着以 $s=0$ 为圆心的小半圆的 $G(s)H(s)$ 曲线。注意，当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时，沿此围线的 $G(s)H(s)$ 的幅度趋向无穷大。试证明：当 $\epsilon \rightarrow 0$ ， $s=-1$ 处的极点对于沿半圆的 $\angle G(s)H(s)$ 的贡献为零。其次证明：当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时，

$$\angle G(s)H(s) = -\theta$$

式中的 θ 在图 P11.30-1 中定义。因此，由于 θ 以逆时针从 $s=j0^-$ 处的 $-\pi/2$ 改变到 $s=j0^+$ 处的 $+\pi/2$ 时， $\angle G(s)H(s)$ 必定以顺时针方向从 $s=j0^-$ 处的 $+\pi/2$ 到 $s=j0^+$ 处的 $-\pi/2$ ，所得到的图是图 P11.30-3 所示的完整奈奎斯特图。

- (d) 试利用图 P11.30-3 的奈奎斯特图，求出闭环系统为稳定时的 K 值范围。注意：如在课文中所给出的那样，连续时间奈奎斯特判据指出，为使闭环系统稳定，对点 $-1/K$ 的顺时针方向包围的净次数，必须等于 $G(s)H(s)$ 的右半平面极点数的负值。在现在这个例子中，要注

意, 在 $s=0$ 处 $G(s)H(s)$ 的极点是在已修正围线以外。因此, 它不包括在右半平面 $G(s)H(s)$ 的极点计数之内[亦即, 在应用奈奎斯特判据时, 仅计数严格位于右半平面内的 $G(s)H(s)$ 的极点]。从而在这种情况下, 由于 $G(s)H(s)$ 没有极点严格地位于右半平面以内, 故为了闭环系统稳定, 必须没有对点 $s=-1/K$ 的包围。

(c) 试仿照在(a)~(c)中概述的步骤, 画出以下每个系统的奈奎斯特简图。

(i) $G(s)H(s) = \frac{\frac{s}{10} + 1}{s(s+1)}$,

(ii) $G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$,

(iii) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2}$, [计算沿无穷小半圆的 $\angle G(s)H(s)$ 时要仔细],

(iv) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s(1-s)}$, [计算当 ω 改变时的 $\angle G(j\omega)H(j\omega)$ 时, 注意一定要考虑到分母中的负号],

(v) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s^2}$, [同 (iii) 的注]。

在每一种情况下, 试用奈奎斯特判据来求出闭环系统稳定时的 K 值范围(若有这样的值时)。此外, 用另一种方法(根轨迹或闭环极点与 K 的函数关系的直接算法), 以核对你的答案, 从而为奈奎斯特图的正确性提供部分验算。

注意: 在画奈奎斯特图时, 你会发现, 先画出 $G(s)H(s)$ 的波特图是有用的, 确定 $G(j\omega)H(j\omega)$ 为实数时的 ω 值, 也可能是有帮助的。

(f) 重复(e), 当

(i) $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2+1}$,

(ii) $G(s)H(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$ 。

注意: 在这些情况下, 在虚轴上有两个极点, 你应当利用图 P 11.30—1 那样的无穷小半圆来修正图 11.18 的围线, 以避免每一个极点。

11.31. 在本题中, 要说明题 11.30 中所述方法的离散时间情况的对应方法。具体说, 离散时间奈奎斯特判据可以推广到适用于单位圆上 $G(z)H(z)$ 的极点。

考虑一离散时间反馈系统, 其系统函数为

$$G(z)H(z) = \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}} = \frac{1}{z(z-1)} \quad (\text{P 11.31-1})$$

在这种情况下, 可修改计算 $G(z)H(z)$ 的围线, 如图 P 11.31—1 所示那样。

(a) 试证明:

$$\angle G(e^{j0^+})H(e^{j0^+}) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\angle G(e^{j2\pi^-})H(e^{j2\pi^-}) = \frac{\pi}{2}$$

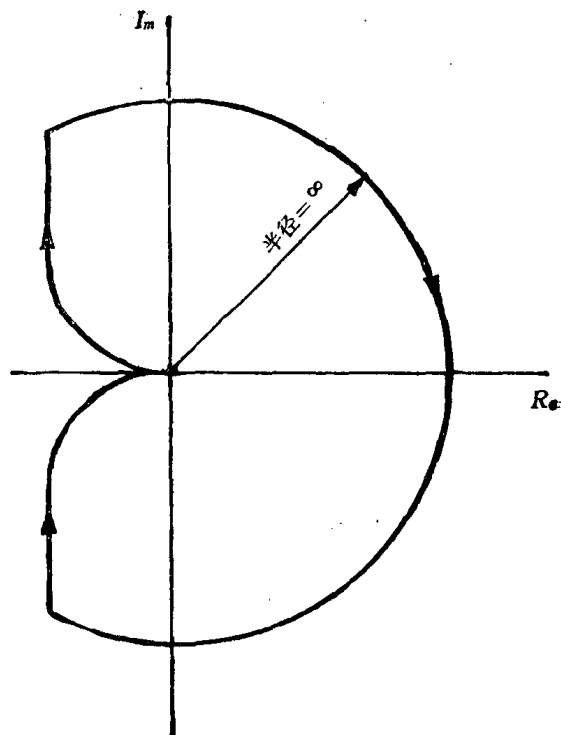
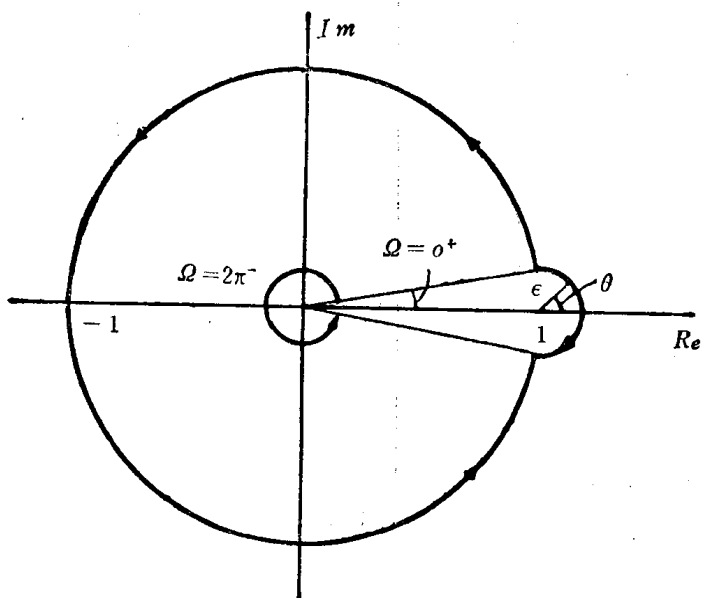


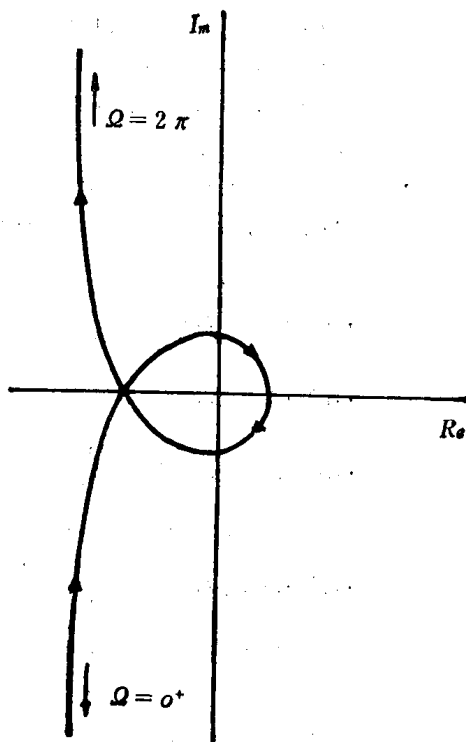
图 P 11.30—3

式中 $z=e^{j2\pi^-}$ 是小半圆与单位圆在实轴下方的交点, 而 $z=e^{j0^+}$ 是在实轴上方的相应交点。

- (b) 试利用(a)中的结果连同式(P11.31-1)一起, 以验证图P11.31-2是当 Ω 从 0^+ 到 $2\pi^-$ 以逆时针方向变化时 $G(z)H(z)$ 沿 $z=e^{j\Omega}$ 部分围线的确切简图。尤其是, 试检验 $G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 的角度变化是如图所示。



图P11.31-1



图P11.31-2

- (c) 试求 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega}) = -\pi$ 时的 Ω 值, 并在这一点上验算

$$|G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})| = 1$$

提示: 利用计算 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 的几何方法, 以及一些初等几何学, 以确定 Ω 的值。

- (d) 其次, 考虑沿以 $z=1$ 为圆心的小半圆的 $G(z)H(z)$ 曲线。注意, 当 $\epsilon \rightarrow 0$, 沿此围线的 $G(z)H(z)$ 的幅度趋向无穷大。试证明: 当 $\epsilon \rightarrow 0$, 在 $z=0$ 处的极点对沿此半圆的 $\angle G(z)H(z)$ 的贡献为零。从而, 试证明: 当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时,

$$\angle G(z)H(z) = -\theta$$

式中 θ 由图P11.31-1定义。

于是, 由于 θ 以逆时针方向从 $-\pi/2$ 改变至 $\pi/2$, 所得结果就是画于图P11.31-3中的完整奈奎斯特图。

- (e) 利用图P11.31-3的奈奎斯特图, 试求闭环系统稳定时的 K 值范围。

注意: 因为 $G(z)H(z)$ 在 $z=1$ 处的极点位于已修正围线以内, 它不包括在单位圆外 $G(z)H(z)$ 极点的计数内。也就是, 在应用奈奎斯特判据时, 只要计数严格位于单位圆外的极点。于是, 在这种情况下, 因为 $G(z)H(z)$ 没有严格位于单位圆外的极点, 为了闭环系统的稳定, 对点 $z=-1/K$ 必须没有包围。

- (f) 试仿照在(a)、(b)和(d)中概述的步骤, 画出以下每一个系统的奈奎斯特图。

(i) $\frac{z + \frac{1}{2} + \sqrt{3}}{z-1}$;

(ii) $\frac{1}{(z-1)(z + \frac{1}{2} + \sqrt{3})}$;

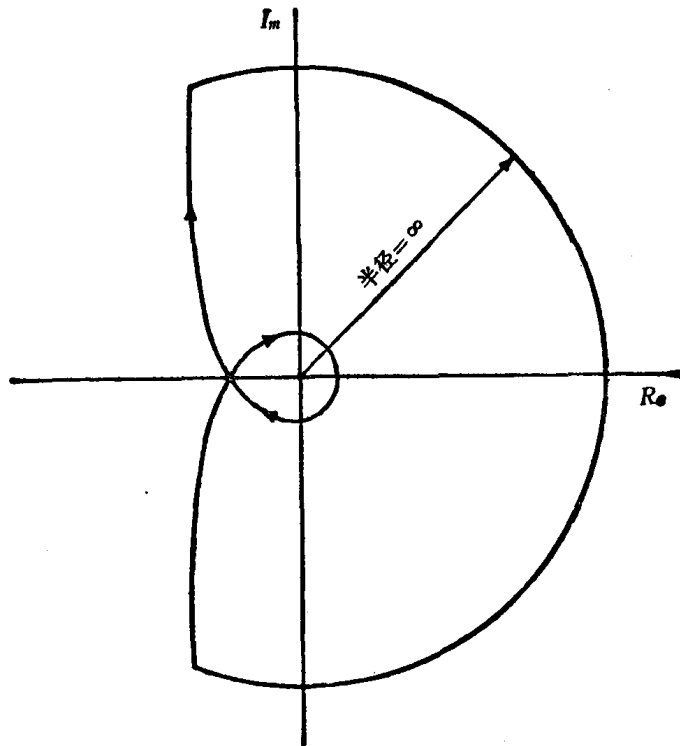


图 P 11.31—3

(iii) $\frac{z+1}{z(z-1)}$,

(iv) $\frac{z-1/\sqrt{3}}{(z-1)^2}$ 。(在计算沿无穷小半圆的 $\angle G(z)H(z)$ 时要仔细)

对于以上每个系统，试用奈奎斯特判据确定闭环系统稳定时的 K 值范围（若存在这样的值时）。此外，希再用别的方法（根轨迹法或闭环极点与 K 的函数关系的直接计算法）核对你的答案，从而对奈奎斯特图的正确性提供一种部分的验算。注意：在画奈奎斯特图时，你会发现，先画出幅度、相位与频率的函数关系曲线，或至少在若干点上算出 $|G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})|$ 和 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 的值是有益的。同样，求出 $G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 为实数时的 Ω 值也是有帮助的。

(g) 对如下系统函数，重复 (f)，

$$G(z)H(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$$

在此情况下，单位圆上有两个极点，因此，必须用包含一个延伸至单位圆外的无穷小半圆的办法，来改变每一极点附近的围线，从而置极点于围线内。

11.32. 考虑一系统，其系统函数为

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s-2)}$$

因为这一系统是不稳定的，我们希望找出某些使它稳定的方法。

(a) 首先考虑一种由图 P 11.32—1 所示的串联补偿方案。

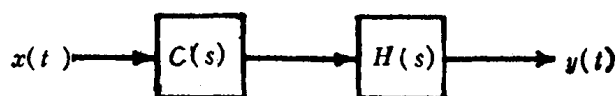


图 P 11.32—1

试证明：若系统函数 $C(s)$ 取为

$$C(s) = \frac{s-2}{s+3}$$

时，此图的整个系统是稳定的。实际上，并不认为这是一种使系统稳定的特别有用的方法，试解释这是为什么？

- (b) 假设，我们用如图 P 11.32—2 所示的反馈系统替代，利用一恒定增益作为补偿元件以稳定这一系统是可能的，也就是，

$$C(s) = K$$

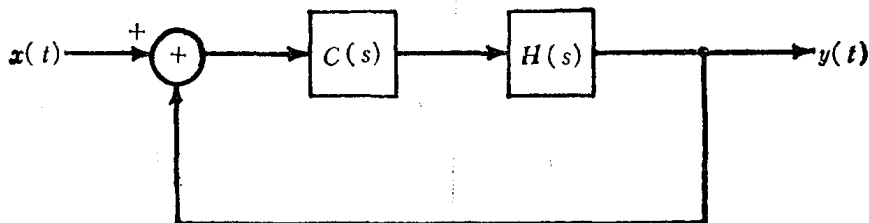


图 P 11.32—2

试用奈奎斯特法证明你的答案是正确的。

- (c) 试证明：若 $C(s)$ 是一个比例加微分系统

$$C(s) = K(s+a)$$

则图 P 11.32—2 的系统可被稳定，试考虑 $0 < a < 1$ 和 $a > 1$ 两种情况。

- (d) 假设

$$C(s) = K(s+2)$$

试选择 K 值，以使闭环系统有一对阻尼系数为 $\xi = \frac{1}{2}$ 的复数极点。

提示：在此情况下，当某大于零的 ω_n 值时，闭环系统函数必有如

$$s^2 + \omega_n s + \omega_n^2$$

形式的分母。

- (e) 纯粹的微分补偿是不可能存在的，并且在实践中也是不希望的。因为任何实际系统都在某种程度上受到高频干扰，微分补偿所要求对任意高频率的放大既不能达到也是不可取的。于是，假定我们考虑如下形式的补偿器

$$C(s) = K \left(\frac{s+a}{s+b} \right), \quad (a, b > 0) \quad (\text{P 11.32-1})$$

当 $b > a$ 时，系统称为滞后网络，因为对全部 $\omega > 0$ ，可以验证有 $\angle C(j\omega) < 0$ ，所以此系统输出的相位滞后于输入的相位。当 $b < a$ 时，对全部 $\omega > 0$ ，有 $\angle C(j\omega) > 0$ ，而这种系统称为超前网络。

- (i) 试证明：若超前补偿器

$$C(s) = K \frac{s + \frac{1}{2}}{s + 2} \quad (\text{P 11.32-2})$$

的 K 选得足够大，则利用它来稳定系统是可能的。

- (ii) 试证明：利用滞后网络

$$C(s) = K \frac{s+3}{s+2}$$

来使图 P 11.32—2 反馈系统稳定是不可能的。

提示：在画根轨迹时，利用习题 11.21 的结果，然后求出根轨迹位于 $j\omega$ 轴上的点，并求出对应于这些点为闭环极点时的 K 值。利用这一点，来推断没有一个 K 值是全部闭环极点在左半平面中的。

11.33. 试图用反馈使一个系统稳定或改善其性能时,此系统未被模拟在内的某些方面的可能影响,是系统设计人员常常必须考虑的问题。本题中要提供有关这种情况的一个例子。考虑一连续时间反馈系统,并假设

$$H(s) = \frac{1}{(s+10)(s-2)} \quad (\text{P 11.33-1})$$

和

$$G(s) = K \quad (\text{P 11.33-2})$$

(a) 试用根轨迹法证明,当 K 选得足够大时,闭环系统是稳定的。

(b) 假设我们试图用反馈使其稳定的系统实际上具有如下系统函数

$$H(s) = \frac{1}{(s+10)(s-2)(10^{-3}s+1)} \quad (\text{P 11.33-3})$$

所增加的因式,可设想为表示与式(P 11.31-1)的系统级联的一阶系统。注意,此系统的时间常数非常小,因此,仿佛有一个几乎是瞬时的阶跃响应。为此,人们常常忽略这样的因式,以便得到一个比较简单、更加容易处理的集中了系统重要特性的模型。然而,在得到的一个有用的反馈设计中,人们仍然必须记住这些忽略了的动态特性。为要弄清楚为什么是这种情况,试证明:若 $G(s)$ 由式(P 11.33-2)给出,而 $H(s)$ 如式(P 11.33-3)所示,则当 K 选得太大时,闭环系统就是不稳定的。

提示:见习题11.21。

(c) 试用根轨迹法以证明:若

$$G(s) = K(s+100)$$

则当 $H(s)$ 由式(P 11.33-1)或式(P 11.33-3)给出时,对足够大的全部 K 值来说,反馈系统将是稳定的。

11.34. 考虑图P 11.34(a)所示的连续时间反馈系统,

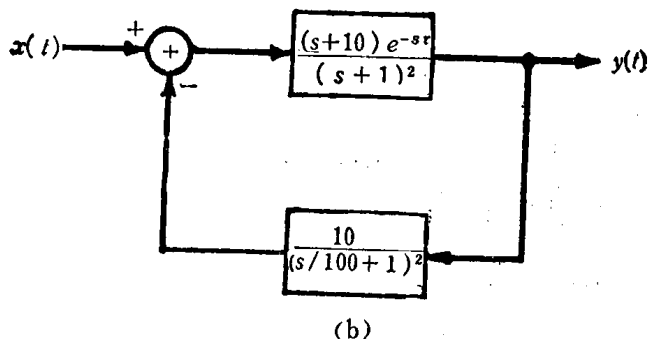
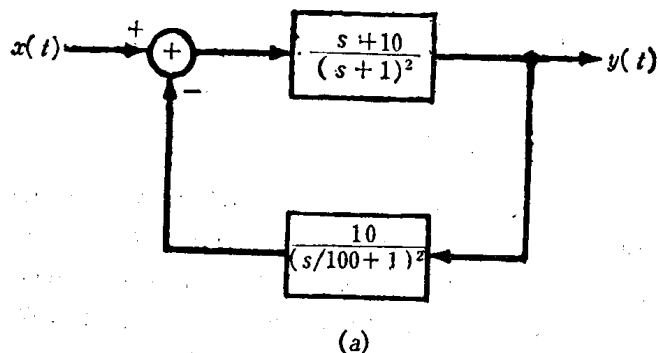


图 P 11.34

(a) 试采用第4章描述的波特图直线近似法,以求得此系统的对数幅度——相位曲线的简图。试根据此曲线求出相位余量和增益余量的估计值。

(b) 假定在反馈系统内存在一个未知延时, 使得实际的反馈系统是如图 P 11.34 (b) 所示。在反馈系统变得不稳定之前, 可容许的近似最大延迟 τ 是多少? 试用 (a) 中的结果来进行这一计算。

(c) 试计算更加精确的相位余量和增益余量值, 并把这些值与 (a) 中的结果相比较, 这可给你一些有关采用近似波特图时所引起误差大小的概念。

11.35. 考虑图 P 11.3 (a) 的基本连续时间反馈系统。试对以下每种 $H(s)$ 和 $G(s)$ 的选择方案, 描出对数幅度——相位曲线图, 并粗略地确定增益余量和相位余量。你会发现, 利用第 4 章中研究的波特图直线近似法, 有助于画出对数幅度——相位图。然而, 当有欠阻尼二次项存在时, 要仔细考虑实际频率响应在接近转折频率处怎样偏离其近似特性 (见 4.12 节)。

$$(a) H(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}, G(s)=1,$$

$$(b) H(s) = \frac{10s+1}{s^2+s+1}, G(s)=1,$$

$$(c) H(s) = \frac{\frac{s}{10}+1}{s^2+s+1}, G(s)=1,$$

$$(d) H(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+10)}, G(s)=100,$$

$$(e) H(s) = \frac{1}{(s+1)^3}, G(s) = \frac{1}{s+1},$$

$$(f) H(s) = \frac{1-s}{(s+1)(s+10)}, G(s)=1,$$

$$(g) H(s) = \frac{1-\frac{s}{100}}{(s+1)^2}, G(s) = \frac{10s+1}{\frac{s}{10}+1},$$

$$(h) H(s) = \frac{1}{s(s+1)}, G(s) = \frac{1}{s+1}.$$

注意: 对于 (h), 曲线图应当反映当 $\omega \rightarrow 0$ 时, 这个反馈系统的 $|G(j\omega)H(j\omega)| \rightarrow \infty$ 的情况; 当 $\omega = 0^+$, 即当 ω 是一个大于 0 的无穷小量时, $G(j\omega)H(j\omega)$ 的相位是什么?

11.36. 考虑图 11.3 (b) 的基本离散时间反馈系统, 试对以下每种 $H(z)$ 和 $G(z)$ 的选择方案, 画出其对数幅度——相位图, 并粗略地确定它们的相位和增益余量。你会发现, 求出无论是 $|G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})|=1$ 还是 $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega}) = -\pi$ 时的 Ω 值, 都是有用的。

$$(a) H(z) = z^{-1}, G(z) = \frac{1}{2},$$

$$(b) H(z) = \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, G(z) = \frac{1}{2},$$

$$(c) H(z) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)}, G(z) = z^{-2},$$

$$(d) H(z) = \frac{2}{z-2}, G(z) = 1,$$

$$(e) H(z) = \frac{1}{z + \frac{1}{2}}, G(z) = \frac{1}{z - \frac{3}{2}},$$

①原文为 $\angle G(e^{j\Omega})$ 。——译者注

$$(f) H(z) = \frac{1}{z + \frac{1}{2}}, G(z) = 1 - \frac{3}{2}z^{-1},$$

$$(g) H(z) = \frac{\frac{1}{2}}{z^2 - \frac{1}{3}}, G(z) = 1,$$

$$(h) H(z) = \frac{1}{z-1}, G(z) = \frac{1}{4}z^{-1}.$$

注意: (h) 的曲线图应当反映 $G(z)H(z)$ 在 $z=1$ 处有一个极点, 当 $e^{j\Omega}$ 恰好位于点 $z=1$ 的两侧时, $\angle G(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$ 的值是什么?

- 11.37. 如在 11.5 节末所述, 相位余量和增益余量的概念, 是保证一个稳定反馈系统保持稳定的充分条件。具体说, 增益余量所要表明的是, 当增益增高直至达到由增益余量规定的极限前, 一稳定反馈系统仍然保持稳定。这并不意味着 (a) 反馈系统不能通过降低增益而使系统不稳定, 或者 (b) 对大于增益余量极限的全部增益值系统都是不稳定的。在本题中, 我们来说明这两点。

(a) 考虑一连续时间反馈系统, 有

$$G(s)H(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)(s+3)}$$

试描出 $K > 0$ 时此系统的根轨迹简图。利用课文和题 11.21 中叙述过的根轨迹性质, 以帮助你正确地画出根轨迹。若画好以后, 就可看到在小的增益 K 值时, 系统是不稳定的。对于比较大的 K 值, 系统是稳定的。而对于更大的 K 值, 则系统又成为不稳定的。试求出当系统是稳定时的 K 值范围。

提示: 利用与例 11.2 和题 11.23 同样的方法, 来决定根轨迹支线通过原点以及与 $j\omega$ 轴相交时的 K 值。

若我们把增益置于刚才已求出的稳定区内的某个数值, 则可稍微增加一点增益而保持稳定, 但增益增加充分大时会使系统变为不稳定。这个闭环系统刚刚变为不稳定时的最大增益增加量就是增益余量。也要注意, 若降低增益太多, 也会引起不稳定。

- (b) 考虑 (a) 中的反馈系统, 在其增益 K 值设定为 7 时, 试证明闭环系统是稳定的, 试描出此系统的对数幅度——相位图, 并说明存在两个 $\angle G(j\omega)H(j\omega) = \pi$ 的非负 ω 值。进一步证明: 对其中一个 ω 值, 有 $7|G(j\omega)H(j\omega)| < 1$, 而对另一个 ω 值有 $7|G(j\omega)H(j\omega)| > 1$ 。这里第一点给出了通常的增益余量, 亦即, 倍数 $1/|7G(j\omega)H(j\omega)|$, 我们可以按这个倍数增加增益而刚刚引起不稳定; 而由第二点给出的倍数 $1/|7G(j\omega)H(j\omega)|$, 我们可按这一倍数降低增益而刚刚引起不稳定。

(c) 考虑反馈系统, 有

$$G(s)H(s) = \frac{\left(\frac{s}{100} + 1\right)^2}{(s+1)^3}$$

试描出 $K > 0$ 时的根轨迹图。试证明根轨迹的两条支线始于左半平面, 并随着 K 值增加而移入右半平面, 然后又返回左半平面。可通过分析方程

$$G(j\omega)H(j\omega) = -\frac{1}{K}$$

来进行以上证明, 具体说, 令此方程的实部和虚部相等, 试证明存在两个 $K \geq 0$ 的值, 其闭环极点位于 $j\omega$ 轴上。

因此, 若我们设定增益为足够小的值, 以致系统是稳定的, 则我们可增加增益直至根轨迹的两条分支与 $j\omega$ 轴相交。对于超过这一点的增益范围, 闭环系统是不稳定的。然而, 若我们继续增加增益, 当 K 足够大时系统又将变得稳定。

(d) 描出(c)中系统的奈奎斯特图,并应用奈奎斯特判据进一步证实(c)中得到的结论(正确地计数对点 $-1/K$ 包围的净次数)。

如像在本题(c)和(d)中所研究的系统,通常称作条件稳定系统,因为当增益变化时,这种系统的稳定性可能变化好几次。

www.blogoil.com

附 录

部分分式展开式

A.0 引言

本附录的目的是要介绍部分分式展开的方法。这种方法在信号和系统研究中是很有价值的,特别,在傅里叶、拉普拉斯或 z 变换求逆变换和在分析由线性常系数微分方程或差分方程描述的LTI系统时,都非常有用。部分分式展开法,是把一个形为多项式之比的函数展开为同一形式较简单项的线性组合。这一线性组合中系数的确定,是求解部分分式展开式时要解决的基本问题。我们会看到,这是一个比较简单,刻板,可以很有效求解的代数问题。

为说明部分分式展开的基本概念及其作用,考虑4.12节中已经做过的二阶连续时间LTI系统的分析,此系统由如下微分方程表示

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 x(t) \quad (\text{A.1})$$

利用第4章中研究过的方法,我们知道此系统的频率响应为

$$H(\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\xi\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} \quad (\text{A.2})$$

或者,可把分母因式分解

$$H(\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega - c_1)(j\omega - c_2)} \quad (\text{A.3})$$

式中

$$\begin{aligned} c_1 &= -\xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \\ c_2 &= -\xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

有了 $H(\omega)$,就能够回答有关这个系统的许多问题。例如,求系统的冲激响应,回顾在 $\text{Re}\{\alpha\} < 0$ 时的任何 α 值,式

$$x_1(t) = e^{\alpha t}U(t) \quad (\text{A.5a})$$

的傅里叶变换为

$$X_1(\omega) = \frac{1}{j\omega - \alpha}, \quad (\text{A.5b})$$

而若
则

$$x_2(t) = te^{\alpha t}U(t), \quad (\text{A.6a})$$

$$X_2(\omega) = \frac{1}{(j\omega - \alpha)^2}. \quad (\text{A.6b})$$

因此,若可以把 $H(\omega)$ 展开为形如式(A.5b)或式(A.6b)的各项之和,我们就可由观察决定 $H(\omega)$ 的逆变换。例如,在4.12节,我们注意到当 $c_1 \neq c_2$ 时,式(A.3)中的 $H(\omega)$ 可以写成如下形式

$$H(\omega) = \left(\frac{\omega_n^2}{c_1 - c_2} \right) \frac{1}{j\omega - c_1} + \left(\frac{\omega_n^2}{c_2 - c_1} \right) \frac{1}{j\omega - c_2} \quad (\text{A.7})$$

在这种情况下, 由式(A.5)的傅里叶变换对, 我们可直接写出 $H(\omega)$ 的逆变换为

$$h(t) = \left[\frac{\omega_n^2}{c_1 - c_2} e^{c_1 t} + \frac{\omega_n^2}{c_2 - c_1} e^{c_2 t} \right] u(t)$$

虽则我们是通过连续时间傅里叶变换来作上述讨论的, 但在离散时间傅里叶分析和在拉普拉斯变换和 z 变换的应用中, 也出现类似的概念。明确地说, 在所有这些变换中, 我们遇到重要的一类为有理变换, 即变换为某个变量的多项式之比。此外, 在每一种变换的有关课文内容中, 可发现把这样的变换展开为式(A.7)那样的简单项之和的一些原因。在这一节里, 为推导计算这种展开式的一般方法, 设考虑一个变量为 v 的一般形式的有理函数, 即考察如下形式的函数

$$H(v) = \frac{\beta_m v^m + \beta_{m-1} v^{m-1} + \cdots + \beta_1 v + \beta_0}{\alpha_n v^n + \alpha_{n-1} v^{n-1} + \cdots + \alpha_1 v + \alpha_0} \quad (\text{A.8})$$

对连续时间傅里叶分析来说, $(j\omega)$ 担当 v 的角色, 而对拉普拉斯变换来说, v 的角色由复变量 s 担当。在离散时间傅里叶变换分析中, 通常 v 取作 $e^{-j\Omega}$, 而对 z 变换, 可采用 z^{-1} 或者 z 。在推导了部分分式展开的基本方法之后, 将说明它在连续时间和离散时间 LTI 系统分析中的应用。

A.1 部分分式展开式和连续时间信号与系统

在我们的推导中, 把有理函数看作为两种标准形式之一是方便的。其中第二种是经常用于离散时间信号与系统的, 以后将作简短的讨论。第一种标准形式由下式给出

$$G(v) = \frac{b_{n-1} v^{n-1} + b_{n-2} v^{n-2} + \cdots + b_1 v + b_0}{v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \cdots + a_1 v + a_0} \quad (\text{A.9})$$

在这种形式里, 分母的最高次项的系数是 1, 而分子的次数至少比分母的次数小 1 (若 $b_{n-1} = 0$, 则分子的次数将小于 $n-1$)。

若已有式(A.8)形式的 $H(v)$, 我们可通过两次简单的计算而得到式(A.9)形式的有理函数。第一步, 用 α_n 同时除 $H(v)$ 的分子和分母, 这就得出

$$H(v) = \frac{\gamma_m v^m + \gamma_{m-1} v^{m-1} + \cdots + \gamma_1 v + \gamma_0}{v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \cdots + a_1 v + a_0} \quad (\text{A.10})$$

式中

$$\gamma_m = \frac{\beta_m}{\alpha_n}, \quad \gamma_{m-1} = \frac{\beta_{m-1}}{\alpha_n}, \quad \dots$$

$$a_{n-1} = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}, \quad a_{n-2} = \frac{\alpha_{n-2}}{\alpha_n}, \quad \dots$$

若 $m < n$, $H(v)$ 称为真有理函数, 这种情况下, 在确证 $b_0 = \gamma_0, b_1 = \gamma_1, \dots, b_m = \gamma_m$, 及其余的 b 均为零的情况下。式(A.10)中的 $H(v)$ 就已经是式(A.9)的形式。在本书研究有理函数的大多数讨论中, 主要涉及到真有理函数。然而, 若 $H(v)$ 不是真有理函数 (即若 $m \geq n$), 我们可进行预先的计算, 以便把 $H(v)$ 写成 v 的多项式和一个真有理函数的和。即,

$$H(v) = c_{m-n} v^{m-n} + c_{m-n-1} v^{m-n-1} + \cdots + c_1 v + c_0$$

$$+ \frac{b_{n-1} v^{n-1} + b_{n-2} v^{n-2} + \cdots + b_1 v + b_0}{v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \cdots + a_1 v + a_0} \quad (\text{A.11})$$

系数 c_0, c_1, \dots, c_{m-n} 和 b_0, b_1, \dots, b_{n-1} 可通过令式(A.10)和(A.11)相等, 然后等式两边用分母

遍乘来求得，这就得出

$$\begin{aligned} \gamma_m v^m + \cdots + \gamma_1 v + \gamma_0 &= b_{n-1} v^{n-1} + \cdots + b_1 v + b_0 \\ &+ (c_{n-n} v^{m-n} + \cdots + c_0)(v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \cdots + a_0) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

通过式 (A.12) 两边 v 的同次幂系数相等，我们可根据各个 a 和 γ 求出各个 c 和 b 。例如，若 $m=2$ 和 $n=1$ ，因此，

$$H(v) = \frac{\gamma_2 v^2 + \gamma_1 v + \gamma_0}{v + a_1} = c_1 v + c_0 + \frac{b_0}{v + a_1}$$

于是方程 (A.12) 为

$$\begin{aligned} \gamma_2 v^2 + \gamma_1 v + \gamma_0 &= b_0 + (c_1 v + c_0)(v + a_1) \\ &= b_0 + c_1 v^2 + (c_0 + a_1 c_1)v + a_1 c_0 \end{aligned}$$

由上式中 v 的同次幂系数相等，可得到以下各式

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= c_1 \\ \gamma_1 &= c_0 + a_1 c_1 \\ \gamma_0 &= b_0 + a_1 c_0 \end{aligned}$$

第一个方程得出 c_1 的值，于是可用于第二个等式以求得 c_0 ， c_0 又可用于第三个等式以求得 b_0 。其结果为

$$\begin{aligned} c_1 &= \gamma_2 \\ c_0 &= \gamma_1 - a_1 \gamma_2 \\ b_0 &= \gamma_0 - a_1(\gamma_1 - a_1 \gamma_2) \end{aligned}$$

式 (A.12) 的一般情况可按类似方式求解。

现在把目标集中在式 (A.9) 的真有理函数 $G(v)$ ，并把它展开为比较简单的真有理函数的和。为弄清楚怎样做到这一点，考察 $n=3$ 的情况，式 (A.9) 简化为

$$G(v) = \frac{b_2 v^2 + b_1 v + b_0}{v^3 + a_2 v^2 + a_1 v + a_0}$$

第一步，对 $G(v)$ 的分母因式分解，结果可以写出下式，

$$G(v) = \frac{b_2 v^2 + b_1 v + b_0}{(v - \rho_1)(v - \rho_2)(v - \rho_3)} \quad (\text{A.13})$$

假定此时分母的根 ρ_1, ρ_2 和 ρ_3 都是不等根，我们拟把 $G(v)$ 展开为如下形式之和，

$$G(v) = \frac{A_1}{v - \rho_1} + \frac{A_2}{v - \rho_2} + \frac{A_3}{v - \rho_3} \quad (\text{A.14})$$

于是，问题是要决定常数 A_1, A_2 和 A_3 。一种办法是令式 (A.13) 和 (A.14) 式相等，并用分母遍乘等号两边。在此情况下，可求得方程

$$\begin{aligned} b_2 v^2 + b_1 v + b_0 &= A_1(v - \rho_2)(v - \rho_3) + A_2(v - \rho_1)(v - \rho_3) + A_3(v - \rho_1)(v - \rho_2) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

通过展开式 (A.15) 右边，然后令 v 的同次幂的系数相等，得到一组可以解出 A_1, A_2 和 A_3 的线性方程组。

虽然这种方法常常使用，但还有一种更容易的方法。考察式 (A.14) 并假定我们要计算 A_1 ，于是，用 $(v - \rho_1)$ 遍乘，可得

$$(v - \rho_1)G(v) = A_1 + \frac{A_2(v - \rho_1)}{v - \rho_2} + \frac{A_3(v - \rho_1)}{v - \rho_3} \quad (\text{A.16})$$

因为 ρ_1, ρ_2 和 ρ_3 是不同的，当 $v = \rho_1$ 时，式 (A.16) 的右边的后两项为零。因此，

$$A_1 = [(v - \rho_1)G(v)]|_{v=\rho_1} \quad (\text{A.17})$$

或者利用式(A.13),

$$A_1 = \frac{b_2\rho_1^2 + b_1\rho_1 + b_0}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)} \quad (\text{A.18})$$

类似地,

$$A_2 = [(v - \rho_2)G(v)]|_{v=\rho_2} = \frac{b_2\rho_2^2 + b_1\rho_2 + b_0}{(\rho_2 - \rho_1)(\rho_2 - \rho_3)} \quad (\text{A.19})$$

$$A_3 = [(v - \rho_3)G(v)]|_{v=\rho_3} = \frac{b_2\rho_3^2 + b_1\rho_3 + b_0}{(\rho_3 - \rho_1)(\rho_3 - \rho_2)} \quad (\text{A.20})$$

现在假定 $\rho_1 = \rho_2 \neq \rho_3$, 即

$$G(v) = \frac{b_2v^2 + b_1v + b_0}{(v - \rho_1)^2(v - \rho_2)} \quad (\text{A.21})$$

在这种情况下, 我们期望找到如下形式的展开式

$$G(v) = \frac{A_{11}}{v - \rho_1} + \frac{A_{12}}{(v - \rho_1)^2} + \frac{A_{21}}{v - \rho_2} \quad (\text{A.22})$$

这里, 当我们在最小公分母范围内集项时, 为求得正确的分母, 在此, 式(A.22)中需要 $1/(v - \rho_1)^2$ 项, 但一般来说, 也需要包括 $1/v - \rho_1$ 项。要弄清楚这一点, 可考虑使式(A.21)和(A.22)相等, 并用式(A.21)的分母遍乘等式两边,

$$b_2v^2 + b_1v + b_0 = A_{11}(v - \rho_1)(v - \rho_2) + A_{12}(v - \rho_2) + A_{21}(v - \rho_1)^2 \quad (\text{A.23})$$

若仍然令 v 的同次幂的系数相等, 可得到三个方程 (对于 v^0, v^1 和 v^2 项的系数)。但若在式(A.22)中省略 A_{11} 项, 则就会得到有两个未知数的三个方程, 这个方程组一般是无解的。而通过包括了这一项, 我们就总能求得解答。然而, 在这种情况下也有一个非常简单的方法。考察式(A.22), 并用 $(v - \rho_1)^2$ 遍乘各项:

$$(v - \rho_1)^2 G(v) = A_{11}(v - \rho_1) + A_{12} + \frac{A_{21}(v - \rho_1)^2}{v - \rho_2} \quad (\text{A.24})$$

从前面的例子, 可立即看出如何来决定 A_{12} :

$$A_{12} = [(v - \rho_1)^2 G(v)]|_{v=\rho_1} = \frac{b_2\rho_1^2 + b_1\rho_1 + b_0}{\rho_1 - \rho_2} \quad (\text{A.25})$$

至于 A_{11} , 假设我们把式(A.24)关于 v 求导:

$$\frac{d}{dv} [(v - \rho_1)^2 G(v)] = A_{11} + A_{21} \left[\frac{2(v - \rho_1)}{v - \rho_2} - \frac{(v - \rho_1)^2}{(v - \rho_2)^2} \right] \quad (\text{A.26})$$

于是, 当 $v = \rho_1$ 时, 式(A.26)的最后一项显然为零, 因此,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left[\frac{d}{dv} (v - \rho_1)^2 G(v) \right] |_{v=\rho_1} \\ &= \frac{2b_2\rho_1 + b_1}{\rho_1 - \rho_2} - \frac{b_2\rho_1^2 + b_1\rho_1 + b_0}{(\rho_1 - \rho_2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

最后, 以 $(v - \rho_2)$ 乘式(A.22), 可得到

$$A_{21} = [(v - \rho_2)G(v)]|_{v=\rho_2} = \frac{b_2\rho_2^2 + b_1\rho_2 + b_0}{(\rho_2 - \rho_1)^2} \quad (\text{A.28})$$

这个例子说明了一般情况下部分分式展开所含的基本概念。尤其是, 假定式(A.9)中 $G(v)$ 的分母有重数为 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ 的不等根 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_r$, 即

$$G(v) = \frac{b_{n-1}v^{n-1} + \dots + b_1v + b_0}{(v-\rho_1)^{\sigma_1}(v-\rho_2)^{\sigma_2}\dots(v-\rho_r)^{\sigma_r}} \quad (\text{A.29})$$

在此情况下, $G(v)$ 有如下部分分式展开式

$$\begin{aligned} G(v) &= \frac{A_1}{v-\rho_1} + \frac{A_{12}}{(v-\rho_1)^2} + \dots + \frac{A_{1\sigma_1}}{(v-\rho_1)^{\sigma_1}} \\ &\quad + \frac{A_{21}}{v-\rho_2} + \dots + \frac{A_{2\sigma_2}}{(v-\rho_2)^{\sigma_2}} + \dots \\ &\quad + \frac{A_{r1}}{v-\rho_r} + \dots + \frac{A_{r\sigma_r}}{(v-\rho_r)^{\sigma_r}} \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{\sigma_i} \frac{A_{ik}}{(v-\rho_i)^k} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

式中 A_{ik} 从下式算出^①

$$A_{ik} = \frac{1}{(\sigma_i - k)!} \left\{ \frac{d^{\sigma_i - k}}{dv^{\sigma_i - k}} \left[(v - \rho_i)^{\sigma_i} G(v) \right] \right\} \Big|_{v = \rho_i} \quad (\text{A.31})$$

这个结果可完全像在例子中那样进行校核: 用 $(v - \rho_i)^{\sigma_i}$ 乘式 (A.30) 两边并重复微分直至 A_{ik} 不再与 $(v - \rho_i)$ 的幂相乘, 然后令 $v = \rho_i$ 。

例A.1 在例4.26中, 我们分析了由微分方程描述的 LTI 系统

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) \quad (\text{A.32})$$

从例4.26, 此系统的频率响应为

$$H(\omega) = \frac{j\omega + 2}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 3} \quad (\text{A.33})$$

为要求此系统的冲激响应, 可把 $H(\omega)$ 展开为一些简单项的和, 各项的傅里叶逆变换可由观察得到。用 v 替代 $j\omega$, 可得如下函数:

$$G(v) = \frac{v+2}{v^2+4v+3} = \frac{v+2}{(v+1)(v+3)} \quad (\text{A.34})$$

于是, $G(v)$ 的部分分式展开为

$$G(v) = \frac{A_{11}}{v+1} + \frac{A_{21}}{v+3} \quad (\text{A.35})$$

式中

$$A_{11} = [(v+1)G(v)]|_{v=-1} = \frac{-1+2}{-1+3} = \frac{1}{2} \quad (\text{A.36})$$

$$A_{21} = [(v+3)G(v)]|_{v=-3} = \frac{-3+2}{-3+1} = \frac{1}{2} \quad (\text{A.37})$$

因而,

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{2}}{j\omega+1} + \frac{\frac{1}{2}}{j\omega+3} \quad (\text{A.38})$$

由式 (A.38) 逆变换求得的系统冲激响应为

$$h(t) = \frac{1}{2}e^{-t}u(t) + \frac{1}{2}e^{-3t}u(t) \quad (\text{A.39})$$

^① 此处用阶乘记号 $r!$ 表示乘积 $r(r-1)(r-2)\dots 2 \cdot 1$, 量 $0!$ 定义为 1。

这个例子也可用第9章研究过的拉普拉斯变换法分析。这时系统的系统函数为

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+3} \quad (\text{A.40})$$

而若我们用 v 替代 s ，可以得到式(A.34)同样的 $G(v)$ 。因而，部分分式展开的步骤完全像式(A.35)~(A.37)一样，有如下的结果

$$H(s) = \frac{\frac{1}{2}}{s+1} + \frac{\frac{1}{2}}{s+3} \quad (\text{A.41})$$

对此式逆变换，也可得到如同在式(A.39)中给出的冲激响应。

例A.2 现在，举例说明在分母中存在重因式时部分分式展开的方法。在例4.27中，当输入为

$$x(t) = e^{-t}u(t) \quad (\text{A.42})$$

时，我们得到由式(A.32)描述的系统的响应。

从例4.27，系统输出的傅里叶变换为

$$Y(\omega) = \frac{j\omega+2}{(j\omega+1)^2(j\omega+3)} \quad (\text{A.43})$$

用 v 替代 $j\omega$ ，可得有理函数

$$G(v) = \frac{v+2}{(v+1)^2(v+3)} \quad (\text{A.44})$$

这个函数的部分分式展开式为

$$G(v) = \frac{A_{11}}{v+1} + \frac{A_{12}}{(v+1)^2} + \frac{A_{21}}{v+3} \quad (\text{A.45})$$

式中，根据式(A.31)有

$$A_{11} = \frac{1}{(2-1)!} \frac{d}{dv} [(v+1)^2 G(v)] \Big|_{v=-1} = \frac{1}{4} \quad (\text{A.46a})$$

$$A_{12} = \{(v+1)^2 G(v)\} \Big|_{v=-1} = \frac{1}{2} \quad (\text{A.46b})$$

$$A_{21} = \{(v+3) G(v)\} \Big|_{v=-3} = -\frac{1}{4} \quad (\text{A.46c})$$

因此，

$$Y(\omega) = \frac{\frac{1}{4}}{j\omega+1} + \frac{\frac{1}{2}}{(j\omega+1)^2} - \frac{\frac{1}{4}}{j\omega+3} \quad (\text{A.47})$$

而取逆变换得

$$y(t) = \left\{ \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{2}te^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t} \right\} u(t) \quad (\text{A.48})$$

此外，这种分析还可以用拉普拉斯变换实现，且其代数运算仍然与式(A.44)~(A.46)相同。

A.2 部分分式展开式和离散时间信号与系统

如前所述，在进行离散时间傅里叶变换或 z 变换的部分分式展开时，使用稍为不同的有理函数形式，常带来更多方便。具体地说，现在假定有如下形式的有理函数

$$G(v) = \frac{d_{n-1}v^{n-1} + \cdots + d_1v + d_0}{f_nv^n + \cdots + f_1v + 1} \quad (\text{A.49})$$

这种 $G(v)$ 的形式可以用 a_0 除式 (A.9) 中 $G(v)$ 的分子和分母而得到。

在给定 $G(v)$ 如式 (A.49) 情况下, $G(v)$ 分母相应的因式分解为下列形式

$$G(v) = \frac{d_{n-1}v^{n-1} + \dots + d_1v + d_0}{(1-\rho_1^{-1}v)^{\sigma_1}(1-\rho_2^{-1}v)^{\sigma_2}\dots(1-\rho_r^{-1}v)^{\sigma_r}} \quad (\text{A.50})$$

而其部分分式展开式为

$$G(v) = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{\sigma_i} \frac{B_{ik}}{(1-\rho_i^{-1}v)^k} \quad (\text{A.51})$$

B_{ik} 可用以前类似的方法算出:

$$B_{ik} = \frac{1}{(\sigma_i - k)!} (-\rho_i)^{\sigma_i - k} \left\{ \frac{d^{\sigma_i - k}}{dv^{\sigma_i - k}} [(1-\rho_i^{-1}v)^{\sigma_i} G(v)] \right\} \Big|_{v=\rho_i} \quad (\text{A.52})$$

像以前一样, 式 (A.52) 的正确性可通过以下过程证明, 即以 $(1-\rho_i^{-1}v)^{\sigma_i}$ 乘式 (A.51) 的两边, 然后关于 v 重复求导直至 B_{ik} 不再与 $(1-\rho_i^{-1}v)$ 的幂相乘, 最后令 $v=\rho_i$ 。

例A.3 考虑用差分方程表征的因果性 LTI 系统

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = 2x[n] \quad (\text{A.53})$$

这个系统是例5.18研究过的, 根据这个例子, 则由式 (A.53) 所描述的 LTI 系统的频率响应为

$$H(\Omega) = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}e^{-j\Omega} + \frac{1}{8}e^{-2j\Omega}} \quad (\text{A.54})$$

对于这种离散时间变换, 用 v 替代 $e^{-j\Omega}$ 最为方便。通过这种替代, 可得到有理函数为

$$G(v) = \frac{2}{1 - \frac{3}{4}v + \frac{1}{8}v^2} = \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{2}v\right)\left(1 - \frac{1}{4}v\right)} \quad (\text{A.55})$$

利用由式 (A.50)~式 (A.52) 所给的部分分式展开, 我们得到

$$G(v) = \frac{B_{11}}{1 - \frac{1}{2}v} + \frac{B_{21}}{1 - \frac{1}{4}v} \quad (\text{A.56})$$

$$B_{11} = \left[\left(1 - \frac{1}{2}v\right) G(v) \right] \Big|_{v=\frac{1}{2}} = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4 \quad (\text{A.57})$$

$$B_{21} = \left[\left(1 - \frac{1}{4}v\right) G(v) \right] \Big|_{v=\frac{1}{4}} = \frac{2}{1 - 2} = -2 \quad (\text{A.58})$$

于是,

$$H(\Omega) = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{4}e^{-j\Omega}} \quad (\text{A.59})$$

取式 (A.59) 的逆变换, 可得到单位冲激响应为:

$$h[n] = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 2\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \quad (\text{A.60})$$

在10.6节,我们导出了研究由线性常系数差分方程规定的离散时间 LTI 系统时所用的 z 变换分析方法。在这个例子中应用这些方法,我们发现系统函数可根据式(A.53)通过观察来决定:

$$H(z) = \frac{2}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}} \quad (\text{A.61})$$

于是,用 v 替代 z^{-1} ,就可求得 $G(v)$ 如同式(A.55)一样。因此,利用式(A.56)~(A.58)中部分分式展开的计算结果,可得

$$H(z) = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} \quad (\text{A.62})$$

当对上式逆变换时,也可得出式(A.60)的单位脉冲的响应。

例 A.4 假设在例 A.3 中研究过的系统的输入为

$$x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

则从例5.19,输出的傅里叶变换为

$$Y(\Omega) = \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1 - \frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)^2} \quad (\text{A.63})$$

用 v 替代 $e^{-j\Omega}$,可得

$$G(v) = \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{2}v\right)\left(1 - \frac{1}{4}v\right)^2} \quad (\text{A.64})$$

于是,利用式(A.51)利用(A.52),可得到部分分式展开式为

$$G(v) = \frac{B_{11}}{1 - \frac{1}{4}v} + \frac{B_{12}}{\left(1 - \frac{1}{4}v\right)^2} + \frac{B_{21}}{1 - \frac{1}{2}v} \quad (\text{A.65})$$

式中

$$B_{11} = (-4) \left[\frac{d}{dv} \left(1 - \frac{1}{4}v\right)^2 G(v) \right] \Big|_{v=4} = -4 \quad (\text{A.66})$$

$$B_{12} = \left[\left(1 - \frac{1}{4}v\right)^2 G(v) \right] \Big|_{v=4} = -2 \quad (\text{A.67})$$

$$B_{21} = \left[\left(1 - \frac{1}{2}v\right) G(v) \right] \Big|_{v=2} = 8 \quad (\text{A.68})$$

因此,

$$Y(\Omega) = -\frac{4}{1 - \frac{1}{4}e^{-j\Omega}} - \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)^2} + \frac{8}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}} \quad (\text{A.69})$$

利用表5.3的傅里叶变换对,可由观察得到逆变换:

$$y[n] = \left\{ -4\left(\frac{1}{4}\right)^n - 2(n+1)\left(\frac{1}{4}\right)^n + 8\left(\frac{1}{2}\right)^n \right\} u[n] \quad (\text{A.70})$$

例A.5 在离散时间系统分析时, 经常遇到非真有理函数。为了说明这一点, 也为了表明非真有理函数如何能用本附录中导出的方法来分析, 我们来考察用差分方程表征的因果LTI系统

$$\begin{aligned} y[n] + \frac{5}{6}y[n-1] + \frac{1}{6}y[n-2] \\ = x[n] + 3x[n-1] + \frac{11}{6}x[n-2] + \frac{1}{3}x[n-3] \end{aligned}$$

这个系统的频率响应由下式给出

$$H(\Omega) = \frac{1 + 3e^{-j\Omega} + \frac{11}{6}e^{-j2\Omega} + \frac{1}{3}e^{-j3\Omega}}{1 + \frac{5}{6}e^{-j\Omega} + \frac{1}{6}e^{-j2\Omega}} \quad (\text{A.71})$$

用 v 替代 $e^{-j\Omega}$, 得

$$G(v) = \frac{1 + 3v + \frac{11}{6}v^2 + \frac{1}{3}v^3}{1 + \frac{5}{6}v + \frac{1}{6}v^2} \quad (\text{A.72})$$

这个有理函数可写作多项式和真有理函数的和:

$$G(v) = c_0 + c_1v + \frac{b_1v + b_0}{1 + \frac{5}{6}v + \frac{1}{6}v^2} \quad (\text{A.73})$$

令式(A.72)和(A.73)相等, 并用 $1 + \frac{5}{6}v + \frac{1}{6}v^2$ 乘等式两边, 我们得到 www.blogoil.com

$$\begin{aligned} 1 + 3v + \frac{11}{6}v^2 + \frac{1}{3}v^3 \\ = (c_0 + b_0) + \left(\frac{5}{6}c_0 + c_1 + b_1\right)v + \left(\frac{1}{6}c_0 + \frac{5}{6}c_1\right)v^2 + \frac{1}{6}c_1v^3 \end{aligned} \quad (\text{A.74})$$

令各项系数相等时, 就可看出

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}c_1 &= \frac{1}{3} & \Rightarrow c_1 &= 2 \\ \frac{1}{6}c_0 + \frac{5}{6}c_1 &= \frac{11}{6} & \Rightarrow c_0 &= 1 \\ \frac{5}{6}c_0 + c_1 + b_1 &= 3 & \Rightarrow b_1 &= \frac{1}{6} \\ c_0 + b_0 &= 1 & \Rightarrow b_0 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.75})$$

因而

$$H(\Omega) = 1 + 2e^{-j\Omega} + \frac{\frac{1}{6}e^{-j\Omega}}{1 + \frac{5}{6}e^{-j\Omega} + \frac{1}{6}e^{-j2\Omega}} \quad (\text{A.76})$$

同样地, 我们可利用在本附录中导出的方法展开式(A.73)的真有理函数:

$$\frac{\frac{1}{6}v}{1+\frac{5}{6}v+\frac{1}{6}v^2} = \frac{\frac{1}{6}v}{\left(1+\frac{1}{3}v\right)\left(1+\frac{1}{2}v\right)} = \frac{B_{11}}{\left(1+\frac{1}{3}v\right)} + \frac{B_{21}}{\left(1+\frac{1}{2}v\right)}$$

系数 B_{11} 和 B_{21} 给出为

$$B_{11} = \left(\frac{\frac{1}{6}v}{1+\frac{1}{2}v} \right) \Big|_{v=-3} = 1$$

$$B_{21} = \left(\frac{\frac{1}{6}v}{1+\frac{1}{3}v} \right) \Big|_{v=-2} = -1$$

因此, 我们得到

$$H(\Omega) = 1 + 2e^{-j\Omega} + \frac{1}{1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}} - \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}} \quad (\text{A.77})$$

而由观察, 可确定这个系统的冲激响应:

$$h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^n - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right] u[n] \quad (\text{A.78})$$

www.blogoil.com

参 考 书 目

B.0 引言

本参考书目是为读者提供信号与系统分析各种专题的其他的资料以及更进一步论述的原始文献,但决不意味着这是一个完整无遗的目录,只是打算指出进一步研究的方向和各个方向上的某些参考书。

我们把参考书目划分为十二个不同的学科范围,其中有一些是涉及到本书中介绍过的信号与系统一些专题的更加透彻和专门的论述(滤波,抽样和数字信号处理,调制和通信以及反馈和自动控制)。另外有一些是专门论及应用于信号与系统分析中的数学方法(基础数学包括微分方程、差分方程及复变函数;傅里叶级数和傅里叶变换;拉普拉斯变换和 z 变换理论;以及广义函数),还包括了有关信号与系统的其他基础书籍的目录。此外,我们还提供了三个非常重要专题的有关参考书目(状态空间法,随机信号和非线性系统),这些专题,对于有志于扩充信号与系统各种方法有关知识的读者作进一步研究是当然要有的。最后,我们还包括了关于信号与系统分析的具体应用方面的参考书目,尽管这里仅是各种方法的应用中所选取的少量例子,但对本书中阐明的各种概念适用的实际应用问题的范围,可以让读者得到一定的了解。

B.1 基础数学

Birkhoff, Garrett, and Rota, Gian-Carlo. *Ordinary Differential Equations*. 3rd ed. New York: John Wiley, 1978.

Churchill, Ruel V. *Complex Variables and Applications*. 3rd ed. New York, McGraw-Hill, 1974.

Hildebrand, Francis B. *Advanced Calculus for Applications*. 2nd. ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1976.

Levy, H., and Lessman, F. *Finite Difference Equations*. New York, Macmillan, 1961.

Thomas, George B., JR., and Finney Ross L. *Calculus and Analytic Geometry*. 5th ed. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1979.

B.2 傅里叶级数及傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换

Bracewell, Ronald N. *The Fourier Transform and Its Applications*. 2nd ed. McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series. New York, McGraw-Hill, 1978.

Davis, Harry F. *Fourier Series and Orthogonal Functions*. Boston: Allyn and Bacon, 1963.

Doetsch, Gustav. *Introduction to the Theory and Application of the Laplace Transformation, with a Table of Laplace Transformations*. Translated by Walter Nader. Berlin and New York: Springer-Verlag, 1974.

Dym, H., and McKean, H. P. *Fourier Series and Integrals*. New York: Academic Press, 1972.

Franks, L.E. *Signal Theory*. Prentice-Hall Electrical Engineering Series. Englewood Cliffs N.J.: Prentice-Hall, 1969.

Jury, E.I. *Theory and Application of the z -Transform Method*. New York: John Wiley, 1964.

Papoulis, Athanasios. *The Fourier Integral and Its Applications*. New York, McGraw-Hill, 1962.

Rainville, Earl David. *The Laplace Transform: An Introduction*. New York, Macmillan, 1963.

B.3 滤波

Christian, Erich, and Eisenmann, Egon. *Filter Design Tables and Graphs*. New York: John Wiley, 1966.

Daniels, Richard William. *Approximation Methods for Electronic Filter Design*. New York: McGraw-Hill, 1974.

Huelsman, Lawrence P., and Allen, P. E. *Introduction to the Theory and Design of Active Filters*. New York: McGraw-Hill, 1980.

Humpherys, D. S. *The Analysis, Design, and Synthesis of Electrical Filters*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1970.

Johnson, David E. *Introduction to Filter Theory*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1976.

Johnson, David E.; Johnson, J. R.; and Moore, H. P. *A Handbook of Active Filters*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1980.

Zverev, Anatol I. *Handbook of Filter Synthesis*. New York: John Wiley, 1967.

B.4 调制和通信

Black, Harold S. *Modulation Theory*. Bell Telephone Laboratory Series. New York, Van Nostrand, 1953.

Carlson, A. Bruce. *Communications Systems*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1975.

Haykin, Simon S. *Communication Systems*. New York: John Wiley, 1978.

Lindsey, William C. *Synchronization Systems in Communication and Control*. Prentice-Hall Series in Information and System Sciences. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1972.

McMullen, C. W. *Communication Theory Principles*. New York, MacMillan, 1968.

Schwartz, Mischa. *Information Transmission, Modulation, and Noise; A Unified Approach to Communication Systems*. 3rd ed. McGraw-Hill Series in Electrical Engineering. New York: McGraw-Hill, 1980.

Simpson, Richard S., and Houts, Ronald C. *Fundamentals of Analog and Digital Communication Systems*. Boston: Allyn and Bacon, 1971.

Stremmler, Ferrel G. *Introduction to Communication Systems*. Addison-Wesley Series in Electrical Engineering. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1977.

Taub, Herbert, and Schilling, Donald L. *Principles of Communication Systems*. McGraw-Hill Series in Electrical Engineering. New York: McGraw-Hill, 1971.

Thomas, John Bowman. *An Introduction to Statistical Communication Theory*. New York: John Wiley, 1969.

Wozencraft, John M., and Jacobs, Irwin Mark. *Principles of Communication Engineering*. New York: John Wiley, 1965.

B.5 数字信号处理

Antoniou, Andreas. *Digital Filters: Analysis and Design*. McGraw-Hill Series, 612.

- in Electrical Engineering. New York: McGraw-Hill, 1979.
- Gold, Bernard, and Radér, Charles M. *Digital Processing of Signals*. Lincoln Laboratory Publications. New York: McGraw-Hill, 1969.
- Hamming, Richard Wesley. *Digital Filters*. Prentice-Hall Signal Processing Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1977.
- Oppenheim, Alan Victor, and Schafer, Ronald W. *Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975.
- Peled, Abraham, and Liu, B. *Digital Signal Processing: Theory, Design, and Implementation*. New York: John Wiley, 1976.
- Rabiner, Lawrence Richard, and Gold, Bernard. *Theory and Application of Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975.
- Tretter, Steven A. *Introduction to Discrete-Time Signal Processing*. New York: John Wiley, 1976.

B. 6 反馈和自动控制

- Anderson, B. D.O., and Moore, J. B. *Linear Optimal Control*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1971.
- Bryson, Arthur Earl, and Ho, Yu-Chi. *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*. Waltham, Mass.: Blaisdell Publishing Company, 1969.
- Clark, R. N. *Introduction to Automatic Control Systems*. New York: John Wiley, 1962.
- D'azzo, John J., and Houpsis, Constantine H. *Linear Control System Analysis and Design: Conventional and Modern*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1981.
- Gupta, Someshwar Chander, and Hasdorff, Lawrence. *Fundamentals of Automatic Control*. New York: John Wiley, 1970.
- Jury, Eliahu Ibrahim. *Sampled-Data Control Systems*. New York: John Wiley, 1958.
- Kuo, Benjamin C. *Automatic Control Systems*. 2nd ed. Prentice-Hall Electrical Engineering Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1967.
- Melsa, James Louis, and Schultz, Donald G. *Linear Control Systems*. McGraw-Hill Series in Electronic Systems. New York: McGraw-Hill, 1969.
- Ragazzini, John Ralph, and Franklin, Gene F. *Sampled-Data Control Systems*. McGraw-Hill Series in Control Systems Engineering. New York: McGraw-Hill, 1958.
- Roberge, James Kerr. *Operational Amplifiers: Theory and Practice*. New York: John Wiley, 1975.

B. 7 信号与系统基础

- Cooper, George R., and McGillem, Clare D. *Methods of Signal and System Analysis*. Holt, Rinehart and Winston Series in Electrical Engineering, Electronics, and Systems. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1967.
- Cruz, Jose Bejar, and Van Valkenburg, M.E. *Signals in Linear Circuits*. Boston: Houghton Mifflin Company, 1974.
- Gabel, Robert A., and Roberts, Richard A. *Signals and Linear Systems*. New York:

- John Wiley, 1973.
- Lathi, Bhagwandas Pannalal. *Signals, Systems and Communication*. New York, John Wiley, 1965.
- Liu, Chung Laung, and Liu, Jane W.S. *Linear Systems Analysis*. New York, McGraw-Hill, 1975.
- Lynn, Paul A. *An Introduction to the Analysis and Processing of Signals*. New York, MacMillan, 1973.
- McGillem, Clare D., and Cooper, George R. *Continuous and Discrete Signal and System Analysis*. Holt, Rinehart and Winston Series in Electrical Engineering, Electronics, and Systems. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1974.
- Papoulis, Athanasios. *Signal Analysis*. New York, McGraw-Hill, 1977.
- Papoulis, Athanasios. *Circuits and Systems*. Holt, Rinehart and Winston Series in Electrical Engineering, Electronics, and Systems. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1980.

B. 8 状态空间模型和方法

- Brockett, Roger W. *Finite Dimensional Linear Systems*. New York, John Wiley, 1970.
- Chen, Chi-Tsong. *Introduction to Linear System Theory*. Holt, Rinehart and Winston Series in Electrical Engineering, Electronics and Systems. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1970.
- Derusso, Paul M., Roy, Rob J., and Close, Charles M. *State Variables for Engineers*. New York, John Wiley, 1965.
- Gupta, S.C. *Transform and State Variable Methods in Linear Systems*. New York, John Wiley, 1966.
- Kailath, Thomas. *Linear Systems*. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1980.
- Zadeh, Lotfi Asker, and Desoer, Charles A. *Linear System Theory: The State Space Approach*. McGraw-Hill Series in System Science. New York, McGraw-Hill, 1963.

B. 9 系统和随机信号

- Davenport, Wilbur B., JR. *Probability and Random Processes, An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. New York, McGraw-Hill, 1970.
- Drake, Alvin W. *Fundamentals of Applied Probability Theory*. McGraw-Hill Series in Probability and Statistics. New York, McGraw-Hill, 1967.
- Gelb, Arthur. *Applied Optimal Estimation*. Cambridge, Mass., The M. I. T. Press, 1974.
- Laning, J. Halcombe, JR., and Battin, Richard H. *Random Processes in Automatic Control*. New York, McGraw-Hill, 1956.
- Newton, George C., Gould, Leonard A., and Kaiser, James F. *Analytical Design of Linear Feedback Controls*. New York, John Wiley, 1957.
- Papoulis, Athanasios. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. New York, McGraw-Hill, 1956.
- Van Trees, Harry L. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part 1. Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory*. New York, John Wiley, 1968.

B. 10 广义函数

- Arsac, J. *Fourier Transforms and the Theory of Distributions*. Translated by Allen Nussbaum and Gretchen C. Heim. Prentice-Hall Applied Mathematics Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1966.
- Gelfand, I.M., et al. *Generalized Functions*. 5 vols. Translated by E. Saletan, et al. New York: Academic Press, 1964-68.
- Lighthill, M.J., Sir. *Introduction to Fourier Analysis and Generalized Functions*. Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics. Cambridge, 1958.
- Zemanian, A.H. *Distribution Theory and Transform Analysis, An Introduction to Generalized Functions, with Applications*. International Series in Pure and Applied Mathematics. New York, McGraw-Hill, 1965.

B 11 非线性系统

- Chua, Leono. *Introduction to Nonlinear Network Theory*. McGraw-Hill Series in Electronic Systems. New York: McGraw-Hill, 1969.
- Gelb, Arthur, and Vander Velde, Wallace E. *Multiple-input Describing Functions and Nonlinear System Design*. McGraw-Hill Electronic Sciences Series. New York: McGraw-Hill, 1968.
- Grahm, Dunstan, and McRuer, Duane. *Analysis of Nonlinear Control Systems*. New York: Dover, 1971.
- Holtzman, Jack M. *Nonlinear System Theory, A Functional Analysis Approach*. Prentice-Hall Electrical Engineering Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1970.
- Hsu, Jay C., and Meyer, Andrew U. *Modern Control Principles and Applications*. New York: McGraw-Hill, 1968.
- Lefschetz, Solomon. *Stability of Nonlinear Control Systems*. Mathematics in Science and Engineering, no. 13. New York: Academic Press, 1965.
- Vidyasager, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice-Hall Network Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1978.

B. 12 应用

- Bath, Markus. *Spectral Analysis in Geophysics*. Developments in Solid Earth Geophysics, vol. 7. New York: American Elsevier, 1974.
- Box, George E.P., and Jenkins, Gwilym M. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Rev. ed. Holden-Day Series in Time Series Analysis. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- Gonzalez, Rafael C., and Wintz, Paul. *Digital Image Processing*. Applied Mathematics and Computation. no. 13. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1977.
- Muslim, J.H. *Biological Control Systems Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1966.
- Oppenheim, A.V., ed. *Applications of Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1978.
- Papoulis, Athanasios *Systems and Transforms with Applications in Optics*. McGraw-Hill Series in Systems Science. New York: McGraw-Hill 1968.
- Pratt, William. *Digital Image Processing*. New York: John Wiley, 1978.

- Rabiner, Lawrence R., and Schafer, Ronald W. *Digital Processing of Speech Signals*. Prentice-Hall Signal Processing Series. Englewood Cliffs, N. J.; Prentice-Hall, 1978.
- Robinson, Enders A., and Treitel, Sven. *Geophysical Signal Analysis*. Prentice-Hall Signal Processing Series. Englewood Cliffs, N. J.; Prentice-Hall, 1980.
- Van Trees, Harry L. *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part 3. Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise*. New York; John Wiley, 1971.
- Woodward, P. M. *Probability and Information Theory, with Applications to Radar*. 2nd ed. International Series of Monographs on Electronics and Instrumentation, vol. 3. Oxford, England; Pergamon Press, 1964.

www.blogoil.com