

(b) 如果 $\delta_1 \ll 1$ 和 $\delta_2 \ll 1$, 与 $G(\Omega)$ 有关的近似通带和阻带波纹是什么? 应特别指明 $G(\Omega)$ 的通带波纹是大于还是小于 $H(\Omega)$ 的通带波纹。同时指出 $G(\Omega)$ 的阻带波纹是大于还是小于 $H(\Omega)$ 的阻带波纹。

(c) 在(a)和(b)中, 我们曾假定 $H(\Omega)$ 是实数。现在研究具有更一般形式的 $H(\Omega)$

$$H(\Omega) = H_1(\Omega)e^{j\theta(\Omega)}$$

式中 $H_1(\Omega)$ 是实函数, $\theta(\Omega)$ 为一未规定的相位特性。如果 $|H(\Omega)|$ 合理近似于一个理想低通滤波器, 那末, $|G(\Omega)|$ 必然是一个合理近似的理想低通滤波器吗?

(d) 现在假定 $H(\Omega)$ 是一个 FIR 线性相位低通滤波器, 因此 $H(\Omega)$ 具有下面形式,

$$H(\Omega) = H_1(\Omega)e^{jM\Omega}$$

其中 $H_1(\Omega)$ 是实数, M 是整数。试说明怎样改进图 P 6.17—1 中的系统, 使得整个系统近似于一个低通滤波器。

6.18. 在图 P 6.18—1 中, 表示一个连续时间理想微分器频率响应的幅度。一个非理想的微分器应当具有的频率响应为图 P 6.18—1 所示频率响应的某种近似。

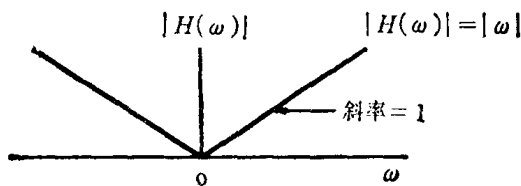


图 P 6.18—1

(a) 研究一个具有频率响应 $G(\omega)$ 的非理想微分器。在所有频率上, 它的 $|G(\omega)|$ 被限制在理想微分器的频率响应幅度的 $\pm 10\%$ 以内, 即

$$-0.1|H(\omega)| \leq |G(\omega)| - |H(\omega)| \leq 0.1|H(\omega)|$$

试用图表示作为 ω 函数的 $|G(\omega)|$ 的曲线范围, 其中 $|G(\omega)|$ 必须满足上述技术条件。

(b) 包括一个 T 秒理想延时的图 P 6.18—2 中的系统, 往往用来近似连续时间微分器。试确定 $T=10^{-2}$ 秒时的频率区域, 在此区域内, 图 P 6.18—2 所示系统的频率响应幅度处于理想微分器频率响应幅度 $\pm 10\%$ 的范围内。

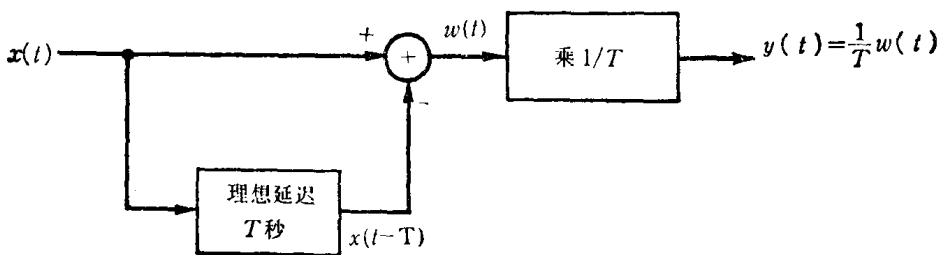


图 P 6.18—2

6.19. 在 6.4.1 节的公式(6.9)中, 我们已研究了下列形式的三点滑动平均滤波器,

$$y[n] = \frac{1}{3}\{x[n-1] + x[n] + x[n+1]\}$$

其频率响应表示在图 6.22 中。一个更一般的称为加权滑动平均值的三点对称滑动平均值具有如下形式,

$$y[n] = b\{ax[n-1] + x[n] + ax[n+1]\}, \quad (\text{P 6.19})$$

(a) 试确定式 (P 6.19) 中作为 a 、 b 函数的三点滑动平均值的频率响应 $H(\Omega)$ 。

(b) 确定比例系数 b , 使得 $H(\Omega)$ 在零频率处具有单位增益。

(c) 在许多时间序列分析中, 一般选择式 (P 6.19) 加权滑动平均值中的系数 a 为 $1/2$, 试

确定并画出所得滤波器的频率响应。

6.20. 研究一个四点滑动平均离散时间滤波器，它的差分方程为

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3]$$

试确定并画出下列每种情况下频率响应的幅度：

(a) $b_0 = b_3 = 0, b_1 = b_2$;

(b) $b_1 = b_2 = 0, b_0 = b_3$;

(c) $b_0 = b_1 = b_2 = b_3$;

(d) $b_0 = -b_1 = b_2 = -b_3$ 。

6.21. 在图 P 6.21—1 中，我们提供了一个由 N 个 LTI 滤波器（冲激响应为 $h_k[n]$ ， $k=0, 1, \dots, N-1$ ）并联组成的离散时间系统。对于任何 k 值， $h_k[n]$ 与 $h_0[n]$ 的关系如下式

$$h_k[n] = e^{j(2\pi nk/N)} h_0[n]$$

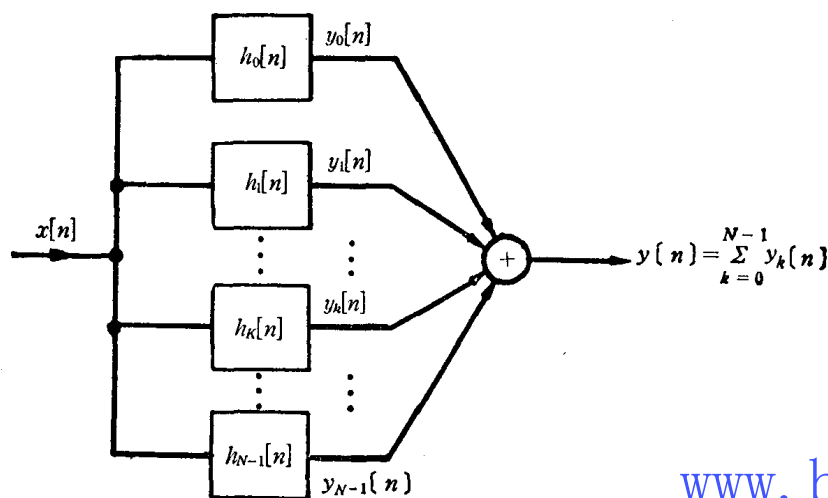


图 P 6.21—1

(a) 如果 $h_0[n]$ 是一个离散时间理想低通滤波器，其频率响应如图 P 6.21—2 所示，试画出 Ω 在 $-\pi < \Omega \leq \pi$ 范围内 $h_1[n]$ 和 $h_{N-1}[n]$ 的傅里叶变换。

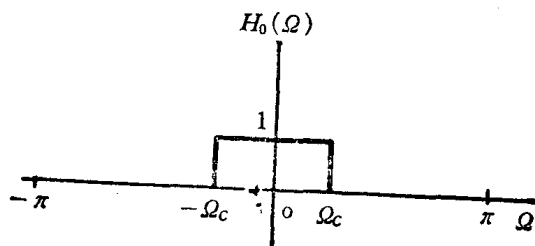


图 P 6.21—2

(b) 试确定图 P 6.21—2 中用 N 表示的截止频率值 Ω_c ($0 < \Omega_c \leq \pi$)。这样使图 P 6.21—1 系统成为一个恒等系统；即，对于所有 n 和任何输入 $x[n]$ ，都有 $y[n] = x[n]$ 。

(c) 假设 $h[n]$ 不再限定为一个理想低通滤波器。如果 $h[n]$ 表示图 P 6.21—1 中输入为 $x[n]$ 和输出为 $y[n]$ 的整个系统的冲激响应，则 $h[n]$ 可表示成如下形式

$$h[n] = r[n] h_0[n]$$

试确定并画出 $r[n]$ 。

(d) 根据 (c) 的结果，试确定关于 $h_0[n]$ 的必要和充分条件，以保证总系统是一个恒等系统（即，使得对任何输入 $x[n]$ ，输出 $y[n]$ 将恒等于 $x[n]$ ）。答案应不包括任何求和运算。

6.22. 在许多滤波应用中，对于滤波器的阶跃响应，往往不希望其最后值中出现过冲。例如，在图像处

理中,一个线性滤波器阶跃响应的过冲量,可能在陡峭的边缘上引起闪烁或亮度增强。然而,使在所有时间里滤波器冲激响应都取正值,则可能消除过冲量。

(a) 证明:如果 $h(t)$ (连续时间 LTI 滤波器的冲激响应)总是大于或等于零 ($h(t) \geq 0$),则该滤波器的阶跃响应是一个单调非下降函数,因而将没有过冲量。

(b) 证明:如果 $h[n]$ (离散时间 LTI 滤波器的冲激响应)总是大于或等于零,则该滤波器的阶跃响应是一个单调非下降函数,因此将没有过冲量。

- 6.23. 用一种特定的滤波器设计方法,设计了一个非理想连续时间低通滤波器,其频率响应为 $H_0(\omega)$,冲激响应为 $h_0(t)$ 和阶跃响应为 $S_0(t)$ 。该滤波器的截止频率在 $\omega = 2\pi \times 10^3$ 弧度/秒处,并且阶跃响应上升时间 τ_r (定义为阶跃响应从它的终值的10%上升到90%所需的时间)为 10^{-3} 秒。根据上述设计,我们可以利用频率刻度改变性质获得一个任意截止频率 ω_c 的新滤波器。于是,最后所得滤波器的频率响应 $H_{lp}(\omega)$ 具有如下形式

$$H_{lp}(\omega) = H_0(a\omega)$$

式中 a 是一个适当的比例因子。

(a) 试确定比例因子 a , 使 $H_{lp}(\omega)$ 具有截止频率 ω_c 。

(b) 试确定用 ω_c 和 $h_0(t)$ 表示的新滤波器的冲激响应 $h_{lp}(t)$ 。

(c) 试确定用 ω_c 和 $S_0(t)$ 表示的新滤波器的阶跃响应 $S_{lp}(t)$ 。

(d) 确定并画出作为截止频率 ω_c 函数的新滤波器的上升时间。

这是在时域和频域特性之间进行折衷选择的一个实例。特别是随着截止频率的减小,上升时间趋于增加。

(e) (d) 的结果依赖于为上升时间所选定的特定定义吗? (上升时间的不同定义在习题4.35中已经论述。)

- 6.24. 在数字滤波器设计中,我们通常总是希望选择一个具有最短时宽的规定幅度特性的滤波器。即,冲激响应 (它是复数频谱的傅里叶变换) 应尽可能窄。假设 $h[n]$ 是实数,我们想要证明,如果与频率响应 $H(\Omega)$ 有关的相位 $\theta(\Omega)$ 为零,则冲激响应的时宽最小。假定该频率响应表示为

$$H(\Omega) = |H(\Omega)|e^{j\theta(\Omega)}$$

并认为参量 D 是有关冲激响应 $h[n]$ 的时宽的量度。其中

$$D = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^2 h^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (nh[n])^2$$

(a) 利用傅里叶变换的导数性质和帕斯维尔关系式以 $H(\Omega)$ 来表示 D 。

(b) 通过用幅度 $|H(\Omega)|$ 和相位 $\theta(\Omega)$ 表示 $H(\Omega)$, 并且利用 (a) 的结果证明:当相位 $\theta(\Omega) = 0$ 时, D 为最小。

- 6.25. 如6.5节中所讨论的那样,连续时间巴特沃兹滤波器频率响应的平方幅度函数为

$$|B(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2N}}$$

我们定义通带边缘频率 ω_p 为这样一种频率,在这个频率以下, $|B(\omega)|^2$ 大于 $\omega=0$ 时其值的1/2,即,

$$|B(\omega)|^2 \geq \frac{1}{2} |B(0)|^2, |\omega| \leq \omega_p$$

并把阻带边缘频率 ω_s 定义为这样的频率,在这个频率以上, $|B(\omega)|^2$ 小于 $\omega=0$ 时其值的 10^{-2} 倍,即,

$$|B(\omega)|^2 \leq 10^{-2} |B(0)|^2, |\omega| > \omega_s$$

因此,过渡带是 ω_p 和 ω_s 之间的频率域,比率 ω_s/ω_p 称为过渡比。

对于固定的 ω_p , 并作合理的近似情况下,试确定和画出作为 N 函数的巴特沃兹低通滤波器的过渡比。

- 6.26. 连续时间巴特沃兹低通滤波器具有式 (6.22) 给出的平方幅度函数。

$$|B(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}}$$

在图 P 6.30 中画出了 $N=1, 2, 4$ 和 8 时 $|B(\omega)|^2$ 的波特图。离散时间巴特沃兹低通滤波器具有式 (6.23) 给出的平方幅度函数:

$$|B(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\tan(\Omega/2)}{\tan(\Omega_c/2)}\right)^{2N}}$$

在通带内, 理想低通滤波器是完全平坦的, 因而一个理想低通滤波器, 在 $\omega=0$ 附近增益的所有导数为零。

(a) 证明: 对于式 (6.22) 中第 N 阶连续时间巴特沃兹滤波器频率响应 $|B(\omega)|^2$, 它前面的 $2N-1$ 阶导数在 $\omega=0$ 处是零。 N 阶传递函数的这种性质称为最大平坦条件。

(b) 试确定第 N 阶离散时间巴特沃兹滤波器是否具有最大平坦条件。

6.27. 连续时间巴特沃兹滤波器和离散时间巴特沃兹滤波器的传递函数的平方幅度由式 (6.22) 和 (6.23) 给出。

(a) 试确定最低阶连续时间巴特沃兹滤波器的参数 ω_c 和 N , 对于 $\omega=2\pi \times 100$ 以下的频率, 它的通带频率响应稳定在 0.75dB 以内, 而对大于 $\omega=2\pi \times 110$ 的频率, 它的阻带衰减至少为 20dB 。应注意 N 必须是整数。

(b) 试确定最低阶离散时间巴特沃兹滤波器的参数 Ω_c 和 N , 对于 $\Omega=0.26\pi$ 以下的频率, 其通带频率响应稳定在 0.75dB 以内, 而在频率范围 $0.4\pi \leq \Omega \leq \pi$ 之内, 它的阻带衰减至少是 20dB 。

6.28. 对于离散时间巴特沃兹低通滤波器, 可用下列平方幅度特性表征

$$|B(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left[\frac{\tan(\Omega/2)}{\tan(\Omega_c/2)}\right]^{2N}}$$

式中 Ω_c 是截止频率(这里我们把它取为 $\pi/2$), N 是滤波器的阶数(这里将它视为 $N=1$), 因此, 有

$$|B(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \tan^2 \Omega/2}$$

www.blogoil.com

(a) 利用三角恒等式, 证明 $|B(\Omega)|^2 = \cos^2 \Omega/2$ 。

(b) 令 $B(\Omega) = a \cos \Omega/2$, a 等于什么复数值时, $|B(\Omega)|^2$ 和 (a) 中一样?

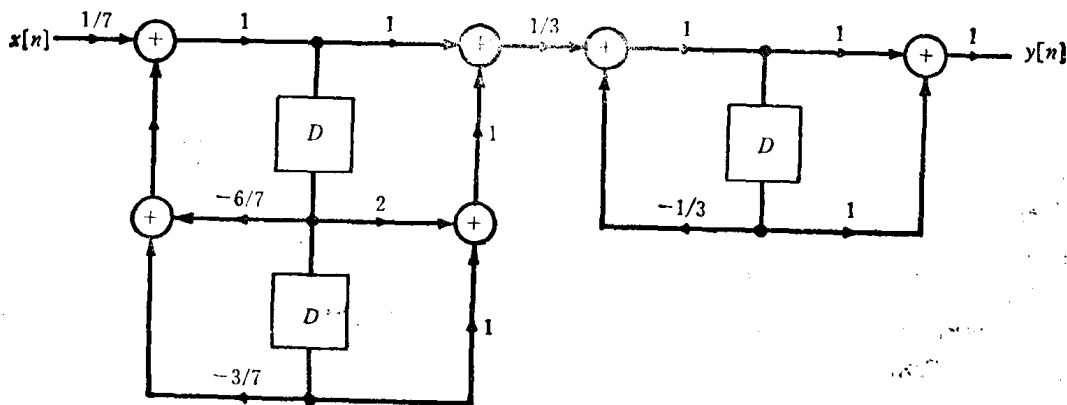
(c) 试证明 (b) 中的 $B(\Omega)$ 对应于下列差分方程的传递函数

$$y[n] = ax[n] + \beta x[n-\gamma]$$

尤其是要求出 a, β 和 γ 。

6.29. 在图 6.32 中, 显示了实现二阶和三阶巴特沃兹滤波器的典型电路, 试确定其中每个电路的频率响应, 并说明它们实际上相当于适当阶数的巴特沃兹滤波器。

6.30. 图 P 6.30 中表示了实现二阶和三阶巴特沃兹滤波器的数字网络。



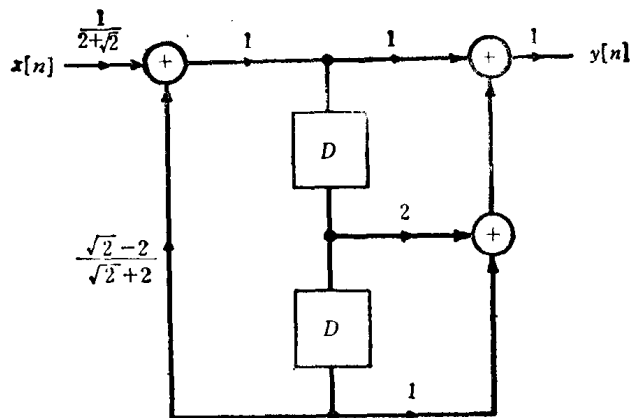


图 P 6.30

(a) 试确定与这两个网络中每一个有关的差分方程。

(b) 试确定每一个网络的频率响应, 并说明它们相当于二阶和三阶巴特沃兹滤波器。

6.31. 研究一个由两个信号 $s[n]$ 和 $g[n]$ 之和组成的离散时间信号 $x[n]$, 即 $x[n]=s[n]+g[n]$, 其中

$$s[n]=A \cos\left(\frac{2\pi n}{2}+\frac{\pi}{8}\right)$$

和

$$g[n]=B(-1)^n$$

假定正弦音调 $s[n]$ 是需要的分量 (信号), $g[n]$ 是不需要的分量 (噪音)。由于 $s[n]$ 和 $g[n]$ 是周期信号, 我们可以把 $x[n]$ 的信/噪比 R_s 定义为 $s[n]$ 的平均功率 P_s 除以 $g[n]$ 的平均功率 P_g 。周期为 N 的周期离散时间信号的平均功率定义为

www.blogoil.com

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f^2[n]$$

如果 $f[n]$ 的傅里叶级数系数是 F_k , 则由帕斯维尔关系式给出

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f^2[n] = \sum_{k=0}^{N-1} |F_k|^2$$

(a) 试确定 $R_s = P_s/P_g$

(b) 为了增加信/噪比, 我们将使 $x[n]$ 通过由下列差分方程表征的 LTI 滤波器,

$$y[n]-ay[n-1]=x[n]$$

设 $y_s[n]$ 表示 $s[n]$ 的输出, 即,

$$y_s[n]-ay_s[n-1]=s[n]$$

设 $y_g[n]$ 表示 $g[n]$ 的输出, 即,

$$y_g[n]-ay_g[n-1]=g[n]$$

因此, 当 $x[n]=s[n]+g[n]$ 时, 有 $y[n]=y_s[n]+y_g[n]$ 。试确定用 R_s 和滤波器参数 a 表示的 $R_y = P_{ys}/P_{yg}$ 。

(c) 试证明: 对于在 $0 < a < 1$ 范围内任何 a 值, 输出信/噪比 R_y 大于输入信/噪比 R_s 。

6.32. 本题中, 我们研究某些典型系统的商品形式中包含的滤波问题。这种典型系统用在大多数现代盒式磁带的走带机构中, 以减少噪声。噪声的主要来源是磁带放音过程中的高频咝咝声, 这种噪声一部分是由于磁带和放音磁头之间摩擦而引起的。假定放音时, 迭加到信号上的咝咝噪声用分贝量度时, 具有图 P 6.32—1 所示的频谱, 并设 0dB 等于 100Hz 处的信号电平。信号频谱 $S(\omega)$ 具有图 P 6.32—2 所示的形状。

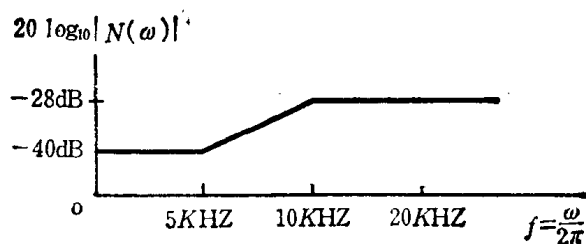


图 P 6.32—1

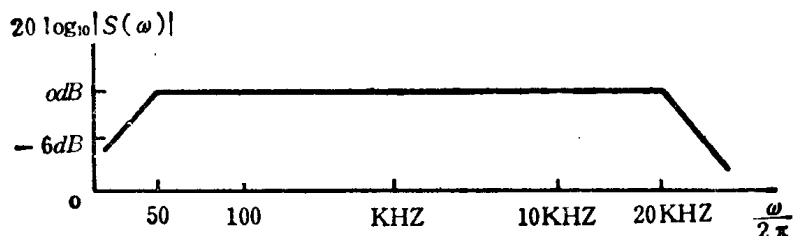


图 P 6.32—2

我们分析的这个系统，具有一个在录音以前用来改善信号 $s(t)$ 的滤波器 $H_1(\omega)$ 。在放音时，噪声 $n(t)$ 加到信号上，图 P 6.32—3 中描绘了该系统的示意图。

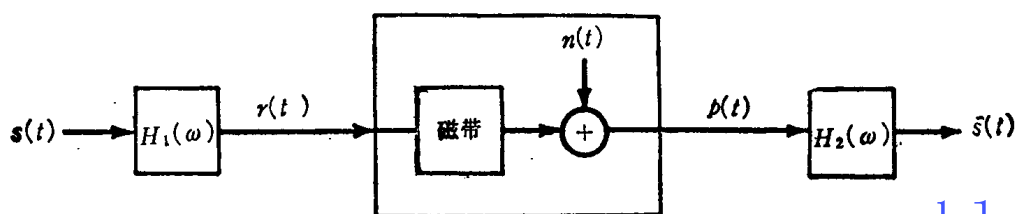


图 P 6.32—3

www.blogoil.com

我们希望整个系统在 $50\text{Hz} < \omega/2\pi < 20\text{KHz}$ 的频率范围内具有 40dB 的信/噪比。

- 试确定滤波器 $H_1(\omega)$ 的传输特性，并画出 $H_1(\omega)$ 的波特图。
- 如果我们倾听信号 $p(t)$ ，假定放音过程无非是把噪声加到信号上，你认为将发出怎样的声音？
- 滤波器 $H_2(\omega)$ 应该具有什么样的传输特性和波特图，才能使信号 $\hat{s}(t)$ 听起来类似于 $s(t)$ ？
- 采用第 3 章和第 4 章所讨论的方法，确定实现 $H_2(\omega)$ 的微分方程。

第七章 调 制

7.0 引 言

在各种各样的工程系统中,调制的概念起着重要的作用。通常,调制系统是这样一种系统,在这种系统中利用一个信号去控制另一个信号的某些参数。在4.8节和5.7节,关于傅里叶变换性质的内容中,我们介绍过一种调制的例子,通常称为幅度调制,它是用一个信号去改变另一个信号的振幅。在本章中我们将进一步详细地讨论幅度调制的原理,并且将看到,在4.8节和5.7节中所阐述的调制性质将起到主要的作用。幅度调制特别重要的一类应用是在通信系统中。任何特定的通信信道一般有它的专用频段,在这个频段中最适合于该信号传输。例如,大气会迅速衰减音频范围内(10Hz到20kHz)的信号,相反,它在传播更高频率范围的信号时可达很远的距离。因此,在依靠大气进行传播的通信信道中,传送音频信号,例如讲话或播放音乐时,通常利用调制系统在更高频率的载波信号中置入要被传输的信号。为此目的,一种常用的调制系统是正弦幅度调制,在这种调制系统中携带有信息的信号,例如讲话或音乐,常用来改变频率在适当范围内的正弦载波信号的振幅。正如我们将看到的,通过被称为多路复用的概念,利用调制系统也可在同一信道上同时传输频谱互相交迭的几路信号。

www.blogoil.com

幅度调制原理的另外一种应用,是利用携带有信息的信号乘上具有相等间隔和幅度的矩形脉冲串的过程,这过程被称作脉冲幅度调制。它除了在通信系统中是一种重要的调制技术以外,还与抽样的概念有紧密联系,利用这一概念,在某种条件下,信号可以用相等间隔时间洋值来表示。抽样是第8章的中心内容,它在连续时间和离散时间信号与系统之间提供一个重要的桥梁。

在本章中我们的基本目的,是利用在第4章第5章和第6章中所讨论的性质和结论来介绍幅度调制的基本概念。贯穿本书,正如我们所见的,在连续时间和离散时间信号与系统的性质之间存在着概念和分析上的极大相似性,本章始终继续强调这些关系。幅度调制系统的主要应用,是在连续时间通信系统的领域中和在连续时间到离散时间信号的变换中。正如任何一种概念当它与各种各样的重要应用紧密联系时,就会有许多论点需要仔细探讨,并且关于这一主题会有许多优秀的著作进行论述^①。正如在第6章中论及滤波器的情况那样,我们的意图是介绍幅度调制的概念。然而,我们对所研究的课题不作深入讨论,应该强调,迄今为止本书所阐述的信号与系统分析的基础,可为详细了解调制系统提供全部的基本方法。

虽然本章的中心是幅度调制,还有其他重要的调制类型,例如,正弦频率或相位调制,

^①例如可参阅,Harold S. Black, Modulation Theory (New York: D. Van Nostrand Company, 1953); Mischa Schwartz, Information Transmission, Modulation and Noise, 3rd ed. (New York: McGraw-Hill Book Company, 1980); J.S. Spilker, Digital Communications by Satellite (Englewood Cliffs, N. J.:Prentice-Hall, Inc, 1977); and Simon Haykin, Communication Systems (New York: John Wiley and Sons, 1978)。

在这些类型的调制中，携带信息的信号是用来改变在中心频率附近的正弦载波的频率，或改变它的相位。频率调制的分析不像幅度调制那样简单明了。然而有些特殊情况比较容易讨论，并可以用来说明这种调制形式的许多基本原理以及它与幅度调制的关系。这些情况在本章的最后来考虑。

我们先从连续时间信号正弦幅度调制的分析和应用开始，接着讨论脉冲幅度调制，在现代通信系统中，这两种调制都起着主要的作用。开始的讨论是在连续时间信号的情况下进行的，然而，所得到的全部基本结果在离散时间信号时都有直接对应关系，并且在7.5节中讨论了这些关系和它们的某些应用。

7.1 连续时间正弦幅度调制

许多系统应用了正弦幅度调制的概念，在这些系统中，复指数信号或正弦信号 $c(t)$ 的幅度乘以（调制）携带信息的信号 $x(t)$ 。信号 $x(t)$ 通常称为调制信号，而信号 $c(t)$ 称为载波信号。正弦幅度调制系统如图7.1所示。

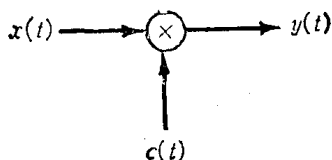


图7.1 幅度调制系统

正弦幅度调制通常有两种形式，一种是载波信号 $c(t)$ 为复指数形式

$$c(t) = e^{j(\omega_c t + \theta_c)} \quad (7.1)$$

而另一种是载波信号为正弦形式

$$c(t) = \cos(\omega_c t + \theta_c) \quad (7.2)$$

在这两种情况中，频率 ω_c 称为载波频率。我们首先讨论复指数载波的情况，为方便起见选择 $\theta_c = 0$ ，这样已调信号 $y(t)$ 为

$$y(t) = x(t)e^{j\omega_c t} \quad (7.3)$$

根据调制性质（4.8节），并用 $X(\omega)$ ， $Y(\omega)$ 和 $C(\omega)$ 分别表示 $x(t)$ ， $y(t)$ 和 $c(t)$ 的傅里叶变换，

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * C(\omega) \quad (7.4)$$

由式（7.1）中给出的复指数信号 $c(t)$ ，

$$C(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_c) \quad (7.5)$$

因此，根据4.5.2节

$$Y(\omega) = X(\omega - \omega_c) \quad (7.6)$$

于是，已调输出 $y(t)$ 的频谱仅仅是在频率上搬移了一个大小等于载波频率 ω_c 的输入频谱。例如，当 $X(\omega)$ 为有限带宽，如图7.2(a)所示，其最高频率 ω_M （而频带宽为 $2\omega_M$ ），输出频谱 $Y(\omega)$ 由图7.2(c)所示。

根据式（7.3），很明显， $x(t)$ 可以由已调信号 $y(t)$ 乘以复指数 $e^{-j\omega_c t}$ 来恢复，即

$$x(t) = y(t)e^{-j\omega_c t} \quad (7.7)$$

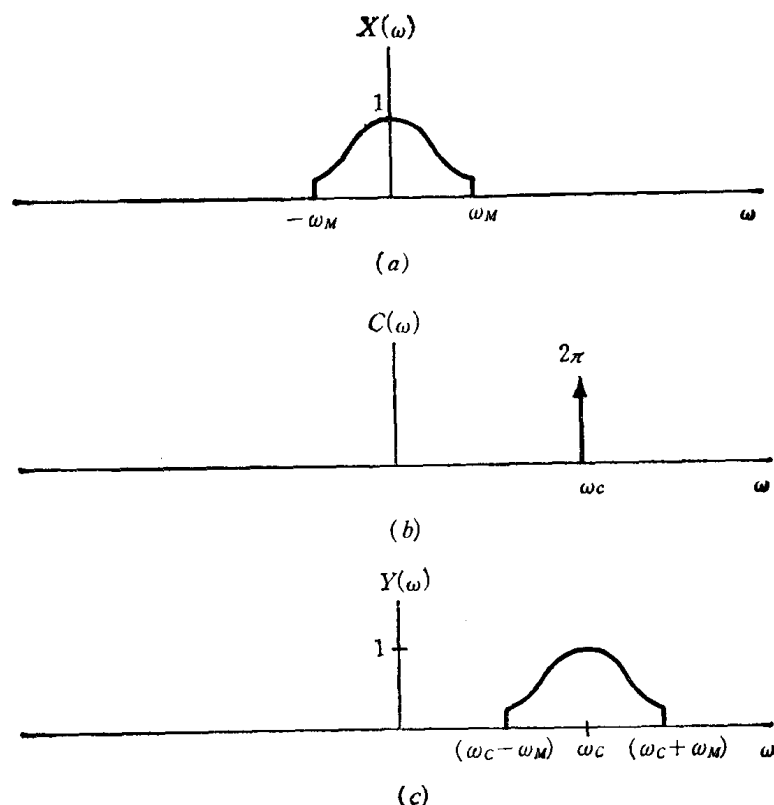


图7.2 复指数载波幅度调制在频域中的作用：(a)调制信号 $x(t)$ 的频谱；(b)载波 $c(t)=e^{j\omega_c t}$ 的频谱；(c)已调幅信号的频谱

在频域中具有将已调信号的频谱搬回到它在频率轴上原来位置的作用。从已调信号中恢复原来信号的过程称为解调。

因为 $e^{j\omega_c t}$ 是复指数信号，式(7.3)可以改写为

$$y(t) = x(t)\cos\omega_c t + jx(t)\sin\omega_c t \quad (7.8)$$

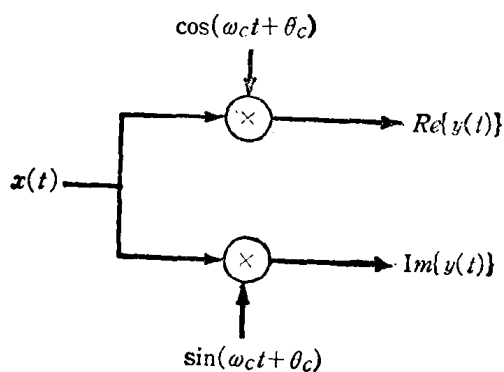


图7.3 有复指数载波幅度调制的实现 $C(t)=e^{j(\omega_c t+\theta_c)}$

当 $x(t)$ 为实数而 $c(t)$ 是式(7.1)形式的复指数信号时，图7.1系统的表示法由图7.3所示。于是，这里需要两个独立的乘法器和有 $\pi/2$ 相位差的两个正弦载波信号。在7.3节我们要研究的一些情况中，应用复指数载波信号保留或传输如图7.3系统所产生 $y(t)$ 的实部和虚部两部分会特别有利的。然而，在多数情况中，通常利用式(7.2)形式的正弦载波更为简便并且

同样有效。实际上，这相当于只保留图7.3输出的实部或虚部。利用正弦载波的系统如图7.4所示。

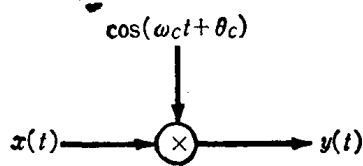


图7.4 具有正弦载波的幅度调制

利用式(7.2)形式正弦载波的正弦振幅调制的作用，可用上述情况中同样的方法来分析。为了方便，我们再次选择 $\theta_c = 0$ 。这时，载波信号的频谱是

$$C(\omega) = \pi[\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] \quad (7.9)$$

因此根据式(7.4)

$$Y(\omega) = \frac{1}{2}[X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)] \quad (7.10)$$

当 $X(\omega)$ 如图7.5(a)所示， $y(t)$ 的频谱如图7.5(c)所示。注意，现在原始信号频谱的复现是以 $+\omega_c$ 和 $-\omega_c$ 两者为中心，与前面所讲的复指数载波情况相比，复指数载波中原始信号频谱的复现仅以 ω_c 为中心。也就是说，用了复指数载波， $x(t)$ 频谱的基本形状对于任意选取的载波频率 ω_c 来说是保存在 $Y(\omega)$ 中，因此，用了复指数载波，对于任意选择的 ω_c ，通过搬移频谱回到它的原来位置， $x(t)$ 总是能够从 $y(t)$ 中恢复出来。另一方面，用了正弦载波如同我们在图7.5中看到的，如果 $\omega_c < \omega_M$ ，则 $X(\omega)$ 的两个复现之间将会有重迭。例如图7.6描绘了 $\omega_c = \omega_M/2$ 时的 $Y(\omega)$ 。显然， $x(t)$ 的频谱不能在 $Y(\omega)$ 中复现。因此，不可能再从 $y(t)$ 中恢复 $x(t)$ 。

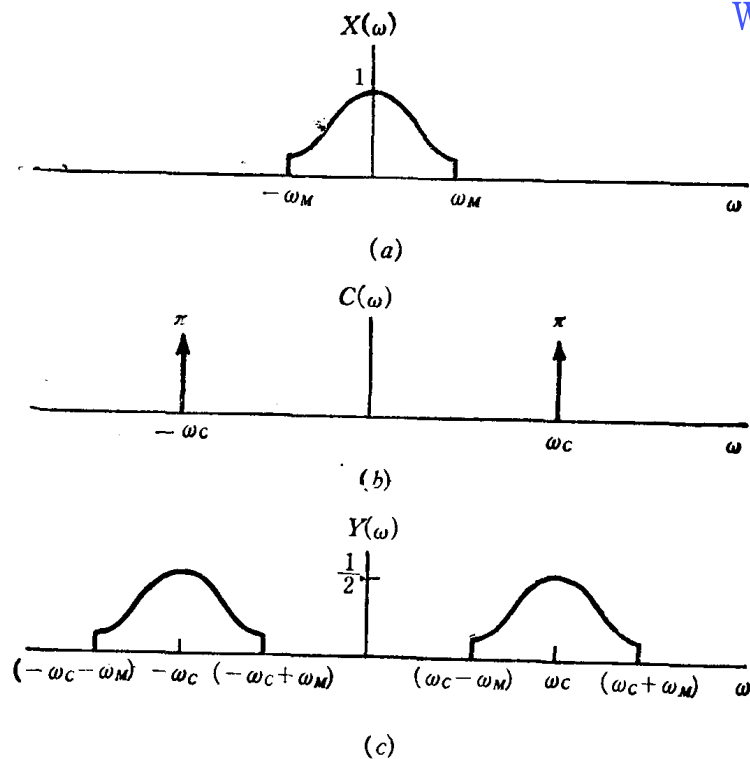


图7.5 正弦载波幅度调制在频域中的作用：(a) 调制信号 $x(t)$ 的频谱，(b) 载波 $c(t) = \cos \omega_c t$ 的频谱；(c) 已调幅信号的频谱

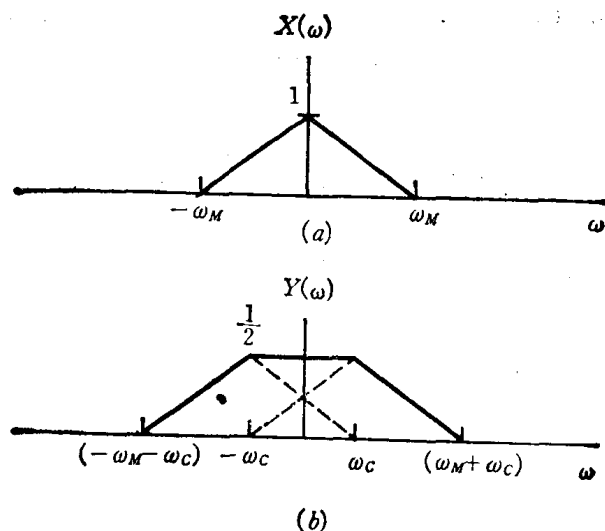


图7.6 具有载波 $\cos \omega_c t$, 当 $\omega_c = \omega_M/2$ 时的正弦幅度调制: (a) 调制信号的频谱; (b) 已调信号的频谱

假设 $\omega_c > \omega_M$ 时正弦载波已调信号的解调是比较明确的。具体说, 设

$$y(t) = x(t) \cos \omega_c t \quad (7.11)$$

如同在例4.23中所提供的, 原始信号可以通过用 $y(t)$ 来调制相同的正弦载波, 并加一个低通滤波器而得到恢复。为此, 设

$$w(t) = y(t) \cos \omega_c t \quad (7.12)$$

图7.7表示了 $y(t)$ 和 $w(t)$ 的频谱, 并且我们看到, $x(t)$ 可以用一个具有两倍增益且截止频率大于 ω_M 而小于 $2\omega_c - \omega_M$ 的理想低通滤波器, 从 $w(t)$ 中恢复出来。低通滤波器的频率响应, 在图7.7(c)中用虚线表示。

利用式(7.12)和低通滤波器解调 $y(t)$ 的基本方法, 也可从代数方法看出, 根据式(7.11)和(7.12)得出

$$w(t) = x(t) \cos^2 \omega_c t$$

利用三角恒等式

$$\cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_c t$$

我们可以改写 $w(t)$ 为

$$w(t) = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos 2\omega_c t \quad (7.13)$$

因此, $w(t)$ 由两项的和组成, 第一项是 $1/2$ 原始信号, 而第二项是用 $1/2$ 原始信号去调制两倍原载波频率 ω_c 的正弦载波。这两项都表示在图7.7(c)的频谱中。把低通滤波器加到 $w(t)$, 相当于保存式(7.13)右边的第一项而抑制第二项。

在图7.8中描绘了利用复指数载波的幅度调制和解调的整个系统, 而在图7.9中描绘了利用正弦载波调制和解调的整个系统。在这些图中我们表示了最普遍的情况, 其中复指数载波和正弦载波两种情况都包含了载波相位 θ_c , 对包含 θ_c 的分析所作的修正是简单的, 并在习题7.1中进行讨论。

在图7.8和7.9的系统中, 假设解调信号在相位上与调制信号同步。让我们考虑一个问题, 当调制器和解调器不同步时, 对于两个系统的解调结果。对于复指数载波的情况, 用

θ_c 表示调制载波的相位，而 ϕ_c 表示解调载波的相位，

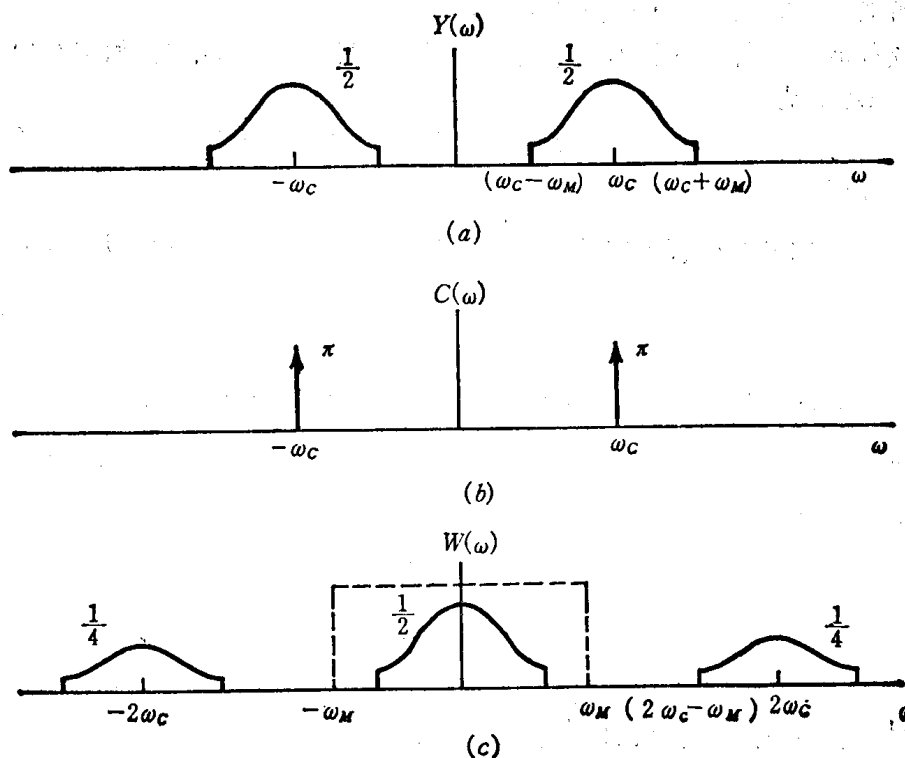


图7.7 用正弦载波调幅信号的解调：(a)已调信号的频谱；(b)载波信号的频谱；(c)已调信号乘上载波的频谱，虚线表示取出解调信号的低通滤波器的频率响应

$$y(t) = e^{j(\omega_c t + \theta_c)} x(t) \quad (7.14a)$$

$$w(t) = e^{-j(\omega_c t + \phi_c)} y(t) \quad (7.14b)$$

www.blogoil.com

或

$$w(t) = e^{j(\theta_c - \phi_c)} x(t) \quad (7.15)$$

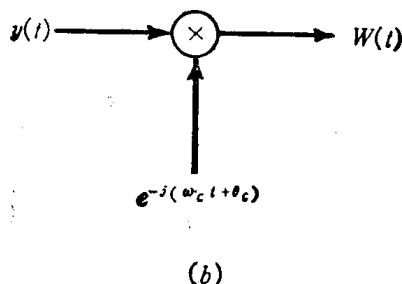
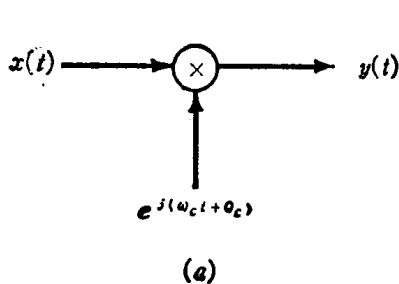


图7.8 利用复指数载波的幅度调制和解调系统：(a)调制；(b)解调

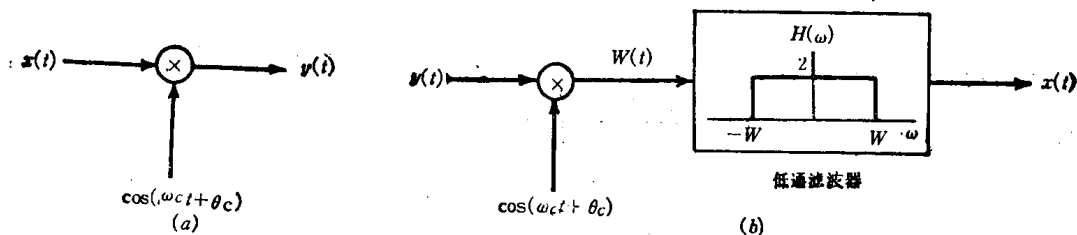


图7.9 用正弦载波的幅度调制和解调：(a)调制系统；(b)解调系统。低通滤波器截止频率 ω 大于 ω_M 而小于 $(2\omega_c - \omega_M)$

因此, 如果 $\theta_c \neq \phi_c$, $w(t)$ 含有复数振幅因子。对于 $x(t)$ 是正的特殊情况, $x(t) = |w(t)|$, 因此通过取解调信号的绝对值可以恢复 $x(t)$ 。

对于正弦载波, 再次分别令 θ_c 和 ϕ_c 代表调制和解调载波的相位, 如图7.10所示。低通滤波器的输入 $w(t)$ 是

$$w(t) = x(t) \cos(\omega_c t + \theta_c) \cos(\omega_c t + \phi_c) \quad (7.16)$$

或利用三角恒等式

$$\cos(\omega_c t + \theta_c) \cos(\omega_c t + \phi_c) = \frac{1}{2} \cos(\theta_c - \phi_c) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t + \theta_c + \phi_c) \quad (7.17)$$

我们得到

$$w(t) = \frac{1}{2} \cos(\theta_c - \phi_c) x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos(2\omega_c t + \theta_c + \phi_c) \quad (7.18)$$

而低通滤波器的输出则是 $x(t)$ 乘上振幅因子 $\cos(\theta_c - \phi_c)$ 。如果调制器和解调器中的振荡器同相即 $\theta_c = \phi_c$, 则低通滤波器的输出是 $x(t)$ 。另一方面, 如果这些振荡器存在 $\pi/2$ 的相位差, 则输出将是零。通常, 对于最大输出信号来说, 两个振荡器应当同相。更为重要的, 两个振荡器间的相位关系在时间上必须保持不变, 这样振幅因子 $\cos(\theta_c - \phi_c)$ 就不会变。这要求在调制器和解调器之间严格同步, 这通常是困难的, 特别在通信系统中, 它们在地域上分开是常有的事。不仅在调制器和解调器的相位之间, 而且在两者载波信号的频率之间有同步的需要和相应的影响, 这在习题7.3中要详细研究。

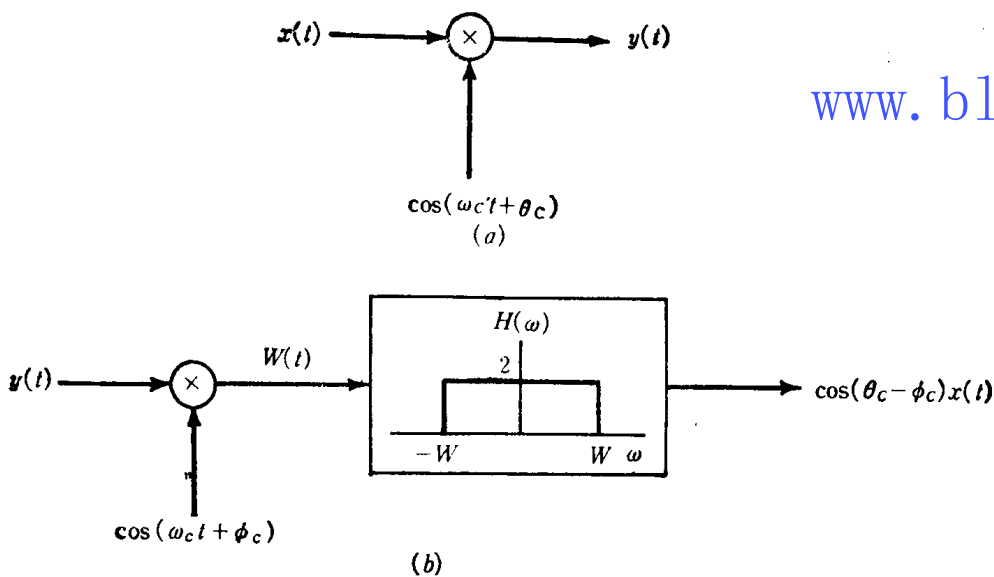


图7.10 在调制器和解调器中的载波信号是不同步的正弦幅度调制和解调系统: (a)调制器; (b)解调器

7.1.1 非同步解调

利用一个载波信号在相位上与调制器载波同步的解调, 称为同步解调。在许多采用正弦幅度调制的系统中, 另一种可用的解调方法称为非同步解调。一般, 利用非同步解调, 可避免在调制器和解调器之间的同步要求。假设 $x(t)$ 总是正的, 而且载波频率 ω_c 比调制信号最高频率 ω_M 高得多。已调信号 $y(t)$ 将有如图7.11中所示的一般形式。特别, $y(t)$ 的包络线,

即连接 $y(t)$ 的一系列峰顶的平滑曲线，可以认为是 $x(t)$ 的比较好的近似。因此，通过利用跟踪这些峰顶取出包络线的系统， $x(t)$ 可以近似地被恢复，这种系统称为包络检波器。作为包络检波器的简单电路例子，如图7.12 (a) 所示。这个电路通常再加上低通滤波器来减小因载波频率引起的变化，这个变化在图7.12 (b) 中是明显的，它通常存在于如图7.12 (a) 所示类型的包络检波器的输出中。

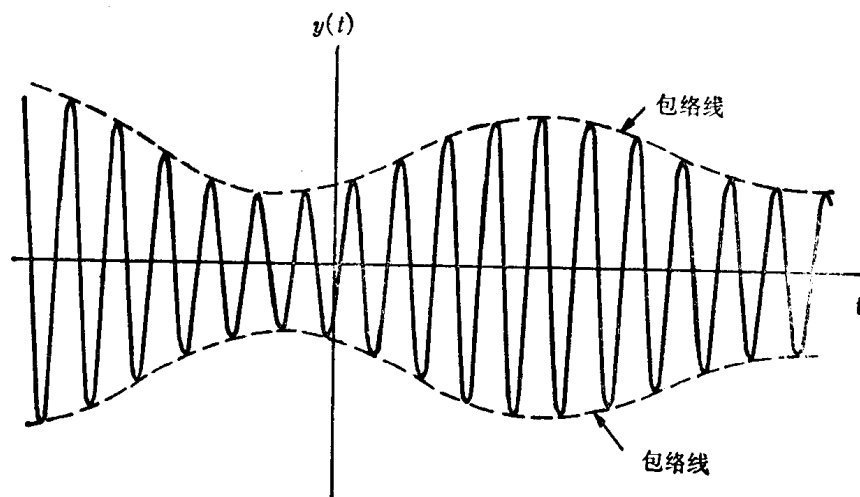
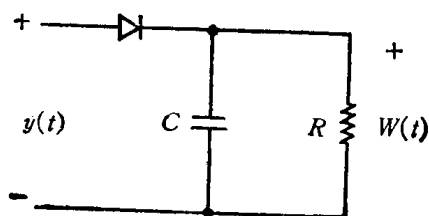


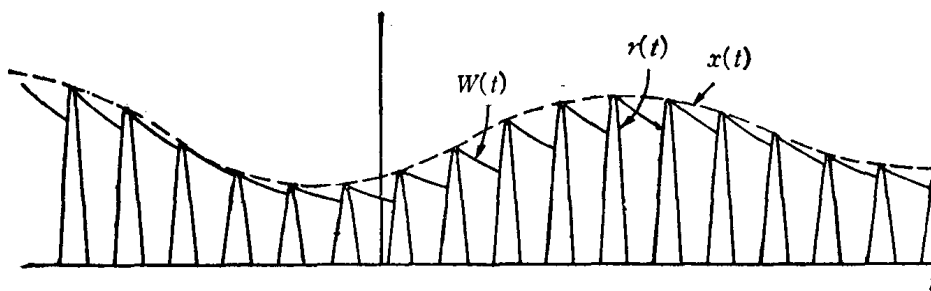
图7.11 调制信号为正时的调幅信号
虚线表示已调信号的包络线

对于非同步解调的两个基本假设，要求 $x(t)$ 是正的，并且 $x(t)$ 与 ω_c 相比变化是缓慢的，以便包络线容易跟踪。这第二个条件，如在无线电 (RF) 频段中传输音频时是能满足的。这里存在于 $x(t)$ 中的最高频率一般是 $15 \sim 20 \text{ kHz}$ ，而 $\omega_c/2\pi$ 则在 $500 \sim 2000 \text{ kHz}$ 范围中。第一个条件， $x(t)$ 为正，可简单地在 $x(t)$ 中加上一个合适的恒定值，或等效地在调制器中通过简单的变换即可满足，如图7.13所示。包络检波器的输出则近似于 $x(t) + A$ ，由此， $x(t)$ 是容易得到的。

为了利用包络检波器来解调，我们要求 A 足够大，以便 $x(t) + A$ 为正的。设 K 表示 $x(t)$ 的最大幅度，即 $|x(t)| \leq K$ 。当 $x(t) + A$ 为正时，我们需要 $A > K$ 。比值 K/A 通常称为调制指数 m 。以百分数表示，称为调制百分数。当 $x(t)$ 是正弦的，而 m 的两个值，具体说， $m=0.5$ (50% 调制) 及 $m=1$ (100% 调制) 时，图7.13调制器输出的图形如图7.14所示。



(a)



(b)

图7.12 通过包络检波解调：(a)利用半波整流的包络检波电路；(b)和(a)中的包络检波器有关的波形： $r(t)$ 是被半波整流的信号， $x(t)$ 是真实的包络线，而 $w(t)$ 是从(a)中电路获得的包络线。为了说明在 $x(t)$ 和 $w(t)$ 之间的相互关系，在(b)中适当加以扩大。在实际的非同步解调系统中， $w(t)$ 通常较图中的更接近于 $x(t)$

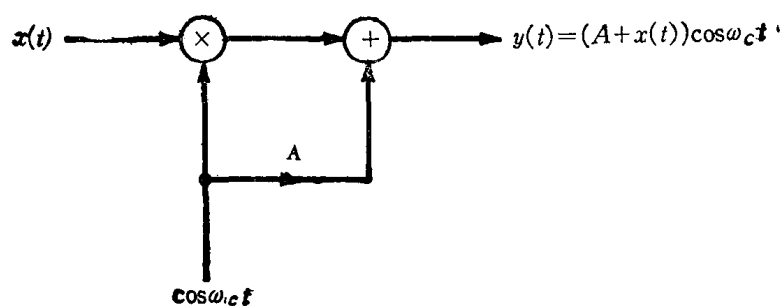
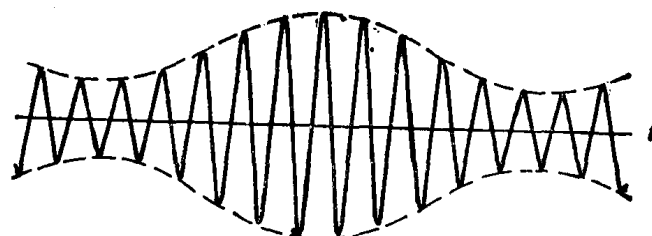
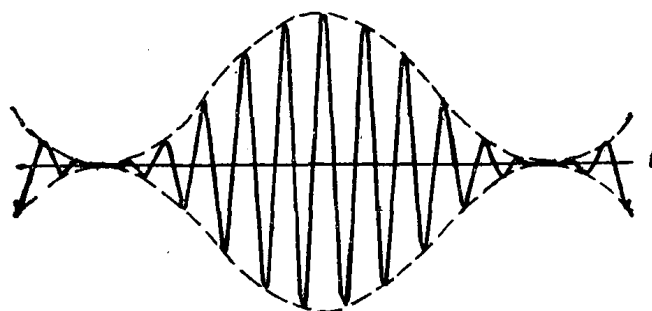


图7.13 非同步调制/解调系统的调制器

www.blogoil.com



(a)



(b)

图7.14 图7.13的幅度调制系统的输出：(a)调制指数 $m=0.5$ ，
(b)调制指数 $m=1.0$

在图7.15中,我们描述了利用同步解调和非同步解调时,已调信号有关频谱的比较。特别要注意,图7.13中非同步调制器的输出有一附加分量 $A\cos\omega_c t$,在同步系统中这一附加分量是不存在也是不必要的。这在图7.15(c)的频谱中以 $+\omega_c$ 和 $-\omega_c$ 上出现的冲激来表示。若最大调制信号幅度 K 固定不变,则随着 A 的减小调制指数 m 增大,存在于已调输出中载波的相对大小下降。因为在输出中载波分量不包含信息,它的存在表示效率低,例如在传输已调信号所需总的功率中,在某种意义上最好是取 m 尽可能大。另一方面,如图7.12中,为跟踪包络线并取出 $x(t)$ 的简单包络检波器的性能,将随着调制指数的减小而得到改善。因此,根据调制器的输出功率,系统的效率和已解调信号的“质量”之间有一个权衡的选择。

图7.12和图7.13非同步调制—解调系统与图7.9的同步系统相比较,各有优点和缺点。同步系统要求有更为复杂的解调器,因为解调器中的振荡器必须与调制器中的振荡器在相位和频率两方面均同步。另一方面,非同步调制器比同步调制器一般要求有更大的输出功率,因为要使包络检波器能正常工作,而包络线必须是正的,或等效地说在被传输的信号中必须有一载波分量。例如,公用无线电广播,通常选用非同步调制系统比较好,在这种情况下,是希望在适当的费用下成批生产大量接收机(解调器)。在发射功率中所增加的费用,是通过接收机费用的节省而得到补偿。另一方面,在某种情况中,例如卫星通信中发射机的需用功率非常宝贵,使用一个较复杂的同步式接收机的代价是合算的。

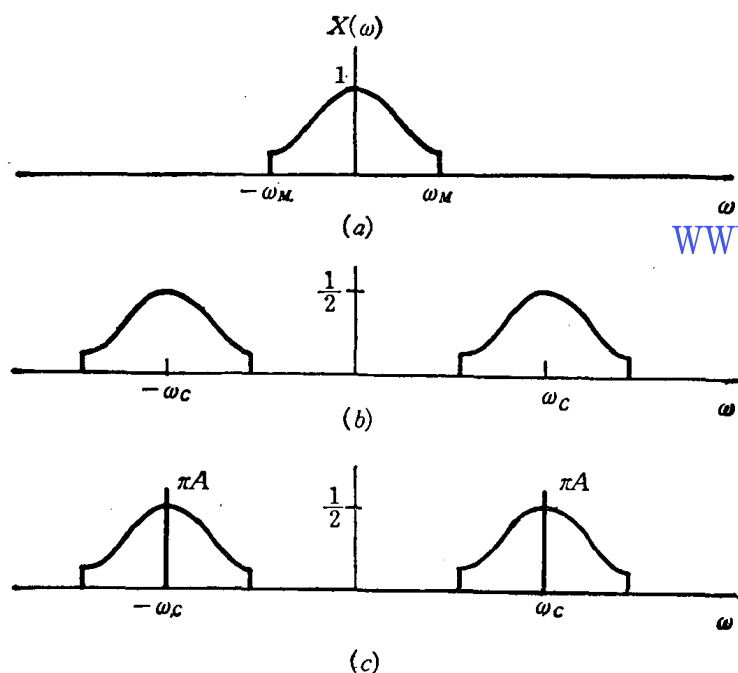


图7.15 同步和非同步正弦幅度调制系统频谱的比较: (a)调制信号频谱; (b)表示同步系统中已调信号 $x(t)\cos\omega_c t$ 的频谱; (c)表示非同步系统中已调信号 $[x(t)+A]\cos\omega_c t$ 的频谱

7.2 正弦幅度调制的某些应用

7.2.1 可变中心频率的频率选择滤波器

调制的一个重要应用,是在于可变中心频率带通滤波器的实现。采用像电阻、电感、电容之类的元件构成频率选择带通滤波器时,其中心频率取决于一些元件的值,所有这些元件

值必须用适当的方法同时改变，这和构成一个特性不变的滤波器比较，通常是困难而且不方便的。改变滤波器特性的另一个方法是利用一个固定频率选择滤波器，并用7.1节中所讨论的正弦幅度调制原理来适当地搬移信号的频谱。

例如，设如图7.16所示的系统，信号 $x(t)$ ， $y(t)$ ， $w(t)$ 和 $f(t)$ 的频谱绘于图7.17中。我们发现，图7.16的整个系统可以等效于一个中心频率为 $-\omega_c$ 而频带宽度为 $2\omega_0$ 的理想带通滤波器，如图7.18所示。随着复指数振荡器频率 ω_c 的改变，带通滤波器的中心频率也改变。

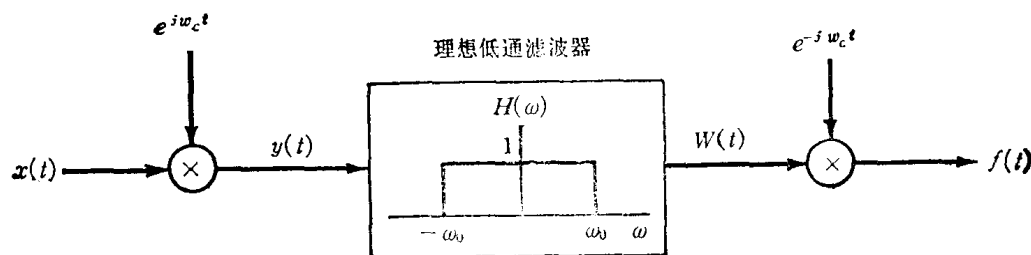


图7.16 利用复指数载波幅度调制的带通滤波器的实现

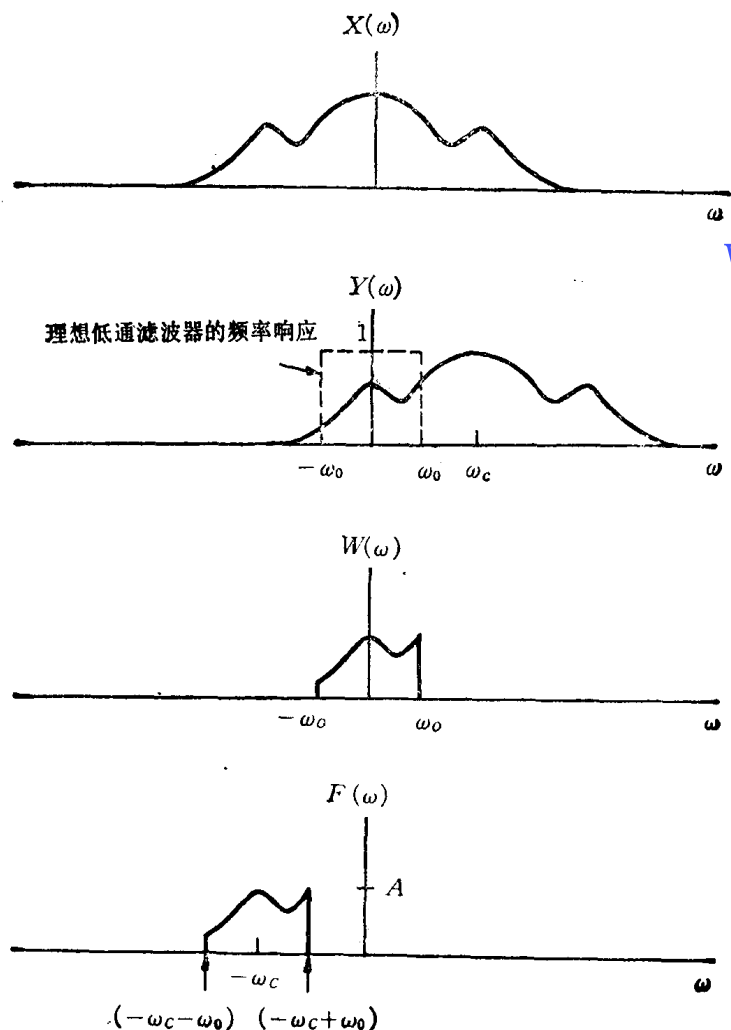


图7.17 在图7.16的系统中信号的频谱

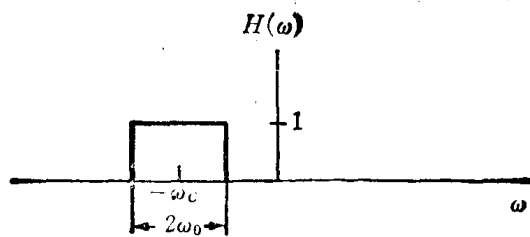


图7.18 图7.16的等效带通滤波器

在图7.16的系统中, $x(t)$ 为实数时, 信号 $y(t)$, $w(t)$ 和 $f(t)$ 都是复数。如果我们只保留 $f(t)$ 的实数部分, 所得到的频谱如图7.19所示, 并且等效带通滤波器应有以 ω_c 和 $-\omega_c$ 为中心频率的两个频带, 如图7.20所示。在一定条件下, 也可以利用正弦调制而不用复指数调制来实现图7.20的系统, 这将在习题7.12中作进一步研究。

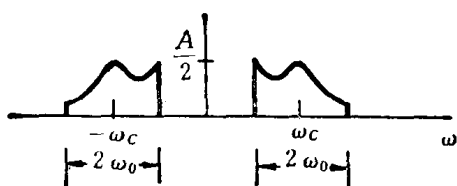


图7.19 与图7.16有关的 $\text{Re}\{f(t)\}$ 的频谱

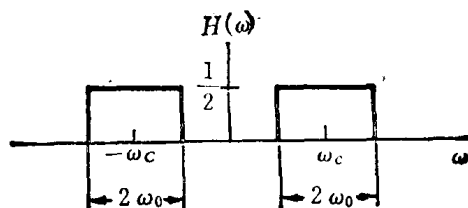


图7.20 在图7.19中关于 $\text{Re}\{f(t)\}$ 的等效带通滤波器

7.2.2 通信用的正弦幅度调制: 频分复用

正弦幅度调制应用最广的领域之一, 是在通信和信息传输系统中。对调制的基本需要来自两个原因。通常用作信号传输的不同传输介质, 适合于一定的频率范围, 它和被传输信号的频率范围可能是不一致的。例如, 在电话传输系统中, 远距离传输通常可以用微波或卫星接力线路。各种语音信号是在 $200\text{Hz} \sim 4\text{kHz}$ 频率范围内, 而微波接力通信要求信号在 $300\text{兆赫 (MHz)} \sim 300\text{千兆赫 (GHz)}$ 的频率范围, 而通信卫星接力线路工作在 $1.5 \sim 20\text{GHz}$ 频率范围。因此, 在这些信道中传输时, 语音信号必须被调制在这些较高频率的载波上。

在信号的传输中调制所起的作用, 是基于用来作为信号传输的许多系统提供的频带宽度比任一信号所要求的更宽。例如, 典型的微波接力线路有几千兆赫的总带宽, 它明显地大于一个语音信道所要求的带宽。如果各个语音信号, 它们在频率上是重迭的, 通过正弦幅度调制来搬移其频率值, 使已调信号的频谱不再重迭, 它们就可以在一个宽带信道中同时进行传输。这一概念称为频分复用 (FDM)。利用正弦载波的频分复用, 如图7.21所示。被传输的各个信号假定是

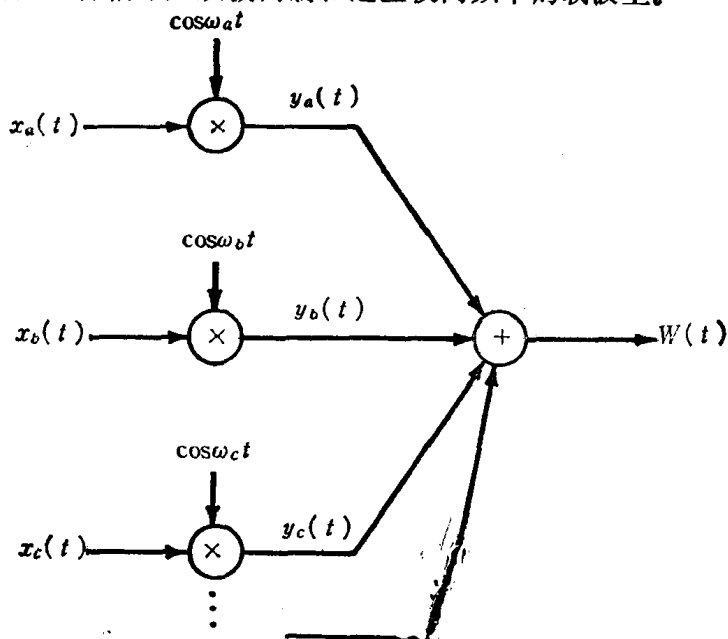


图7.21 利用正弦幅度调制的频分复用

有限带宽的，并且用不同的载波频率调制。然后将已调信号相加，在同一个通信信道中同时传输。各个分支信道和多路复用信号的频谱，如图7.22所示。经过这个多路复用过程，各个输入信号被分配在频带不同的区域上。在信号分离过程中，为了恢复各个信道，有两个基本的步骤：用带通滤波取出与专用信道相对应的已调信号，接着用解调恢复原始信号。在图7.23中图示说明恢复了信道 a ，并假设是同步解调。

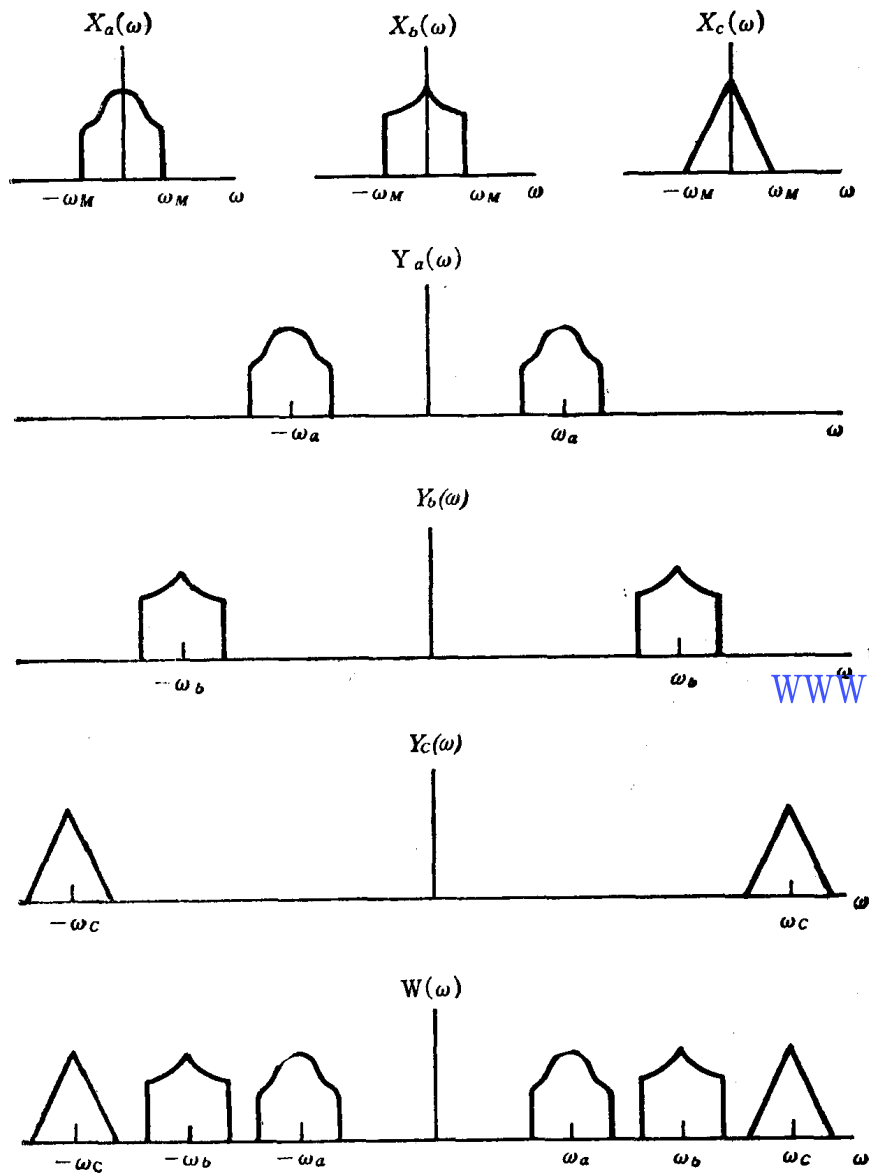


图7.22 图7.21的频分复用系统的有关频谱

电话通信是频分复用的一个重要的应用。另外，在无线电频段 (RF) 中，信号通过大气层传输的。在美国，对信号传输中覆盖范围 10 kHz~275GHz 内这些频率的使用，是由美国联邦通信委员会控制的，对频率范围内不同的频段安排不同的用途。现行的频率分配如图7.24所示。如所指出，在 1MHz 附近的频率区域是分配给 AM 广播频段，而 AM 指定专门用于正弦幅度调制。各个 AM 无线电台在 AM 频带内规定了专用的频率，因此，利用频分复用许多电台可以同时广播。原则上在接收机中，对各个无线电台可以用如图7.23所表示的

多路信号分离和解调方法来选择。接收机上的调谐度盘，用来控制带通滤波器中心频率和解调振荡器的频率。实际上，对于公用广播中，为了简化接收机和减少费用，使用非同步调制和解调。此外，在图7.23中多路信号分离时，要求具有可变中心频率的锐截止带通滤波器。如同在7.2.1节中所讨论的，可变频率选择滤波器是难以实现的，因此用固定滤波器来代替，并且采用了调制和滤波的中间级（在无线电接收机中称为中频级（IF））。类似于7.2.1节中所讨论的步骤，利用调制来搬移信号频谱，使它通过一个固定的带通滤波器来代替可变带通滤波器。这个基本的过程包含在一般家用AM无线电接收机中。一些更详细的有关论述在习题7.17中考虑。

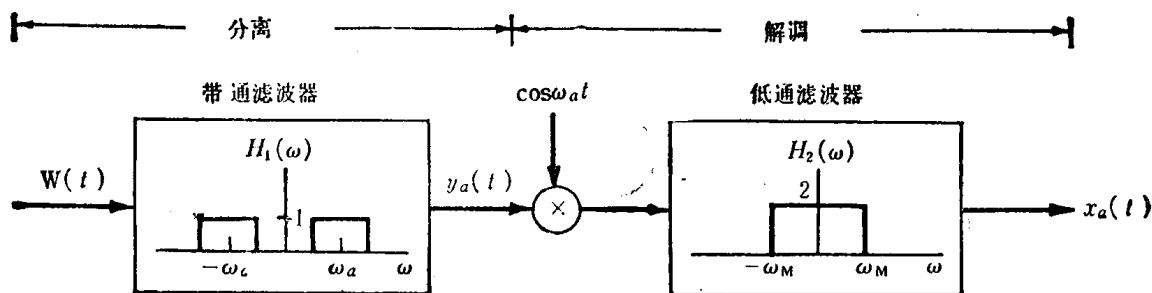


图7.23 频分复用信号的分离和解调

如图7.22所示，在图7.21的频分复用系统中，每个独立信号的频谱是在正和负的两个频率中重现，因此已调信号占用了两倍的基带带宽，这表示带宽的利用率差。在下一节里，我们讨论正弦幅度调制的另一个可采用形式，它以更为复杂的调制和解调系统的代价换取带宽的更有效利用。

www.blogoil.com

7.3 单边带幅度调制

在7.2节中所讨论的正弦幅度调制系统，原始信号 $x(t)$ 的总带宽为 $2\omega_M$ ，包括正和负两侧的频率，这里 ω_M 是存在于 $x(t)$ 中的最高频率。如果利用复指数载波，该频谱就移动到 ω_c ，并且，整个有信号能量的频带宽度仍然是 $2\omega_M$ ，不过已调信号现为复数。另一方面，用正弦载波时，信号频谱被搬移到 $+\omega_c$ 和 $-\omega_c$ ，因此要求两倍带宽。这提示了在正弦载波的已调信号中有基本的多余部分。采用所谓单边带调制的技术，这多余部分可以去掉。

$x(t)$ 的频谱如图7.25(a)所示，图中用不同的影线画出正和负的频率分量。图7.25(b)中的频谱是用正弦载波调制的结果。这里我们可以识别中心处在 $+\omega_c$ 和 $-\omega_c$ 的频谱部分的上边带和下边带。比较图7.25(a)和(b)，很显然，如果仅仅保留正和负频率的上边带，或反之，只保留正和负频率的下边带，就可以恢复 $X(\omega)$ 。若只保留上边带，得到的频谱如图7.25(c)所示；又若只保留下边带，得到的频谱如图7.25(d)所示。 $x(t)$ 变换到与图7.25(c)或(d)相对应的形式，称为单边带调制 (SSB)，相应图7.25(b)称为双边带调制，在这种调制中保留了上、下两个边带。

这里有几种方法可以得到单边带信号。一种方法是用锐截止带通或高通滤波去掉图7.25(b)双边带信号中不需要的边带，如图7.26所示。第二种方法是利用相移的方法，保留下边带的系统，如图7.27所示。系统 $H(\omega)$ 是一个“90°相移网络”，其形式为

$$H(\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases} \quad (7.19)$$

低干 10KHz 不分配	
AM	FM
CC	TV
0.39	1.55
S	X
ALT 52	CC 109 CC
K	Q
36	46
56	100
275GHz	不分配

频率范围	名称	波长范围	应用	传播方式	信道特征
30~300kHz	ELF (极低频)	$10^4 \sim 10^3 \text{ km}$	长波水下通信	兆米波	通过地面和海水传播
0.3~3kHz	VF (语音频)	1000~100km	数据终端, 电话		
3~30kHz	VLF (甚低频)	100~10km	航行, 电话, 电报, 频率和定时标准	表面波(地波)	低衰减, 小衰落, 相位和频率非常稳定, 天线尺寸大
30~300kHz	LF (低频)	10~1km	工业的(电源线), 通信, 航空, 港口, 远距离航行	主要表面波	少量衰减, 大气噪声大
0.3~3MC	MF (中频)	1kM~100m	移动通信, AM无线电台广播, 业余, 公共安全	表面波和电离层反射(空间波)	衰减增大但是传播可靠
3~30MC	HF (高频)	100~10m	军用通信, 航空, 汽车, 国际定位, 业余和市民波段, 工业的	电离层反射, 天波(空间波) 50~400km 高空层	断续的和频造衰减, 多途径传播
30~300MC	VHF (甚高频)	10~1m	FM和TV广播, 陆地运输(出租汽车, 公共汽车, 铁路运输)	天波(电离层散射)和对流层散射	衰减, 散射和多途径传播
0.3~3GHz	UHF (超高频)	1m~10cm	UHF TV, 空间遥测技术, 雷达, 军用	超越地平线对流层散射和视频中继	
3~30GHz	SHF (特高频)	10~1cm	卫星和空间通信, 公共载波(CC), 微波	视线, 穿越电离层	穿透电离层, 大气层外的噪声, 高方向性
30~300GHz	EHF (极高频)	1cm~1mm	搜索, 管理机构, 射电天文	视线	水蒸气和氧气吸收

图7.24 RF 频谱的频率分配。根据W. David Gregg, Analog and Digital Communication(New York, John Wiley & Sons, Inc 1977)。

$x(t)$, $y_1(t) = x(t) \cos \omega_c t$, $y_2(t) = x_p(t) \sin \omega_c t$ 及 $y(t)$ 的频谱如图7.28所示。如在习题7.20中所讨论的, 保留的不是下边带而是上边带, $H(\omega)$ 的相位特性则相反, 即

$$H(\omega) = \begin{cases} j, & \omega > 0 \\ -j, & \omega < 0 \end{cases} \quad (7.20)$$

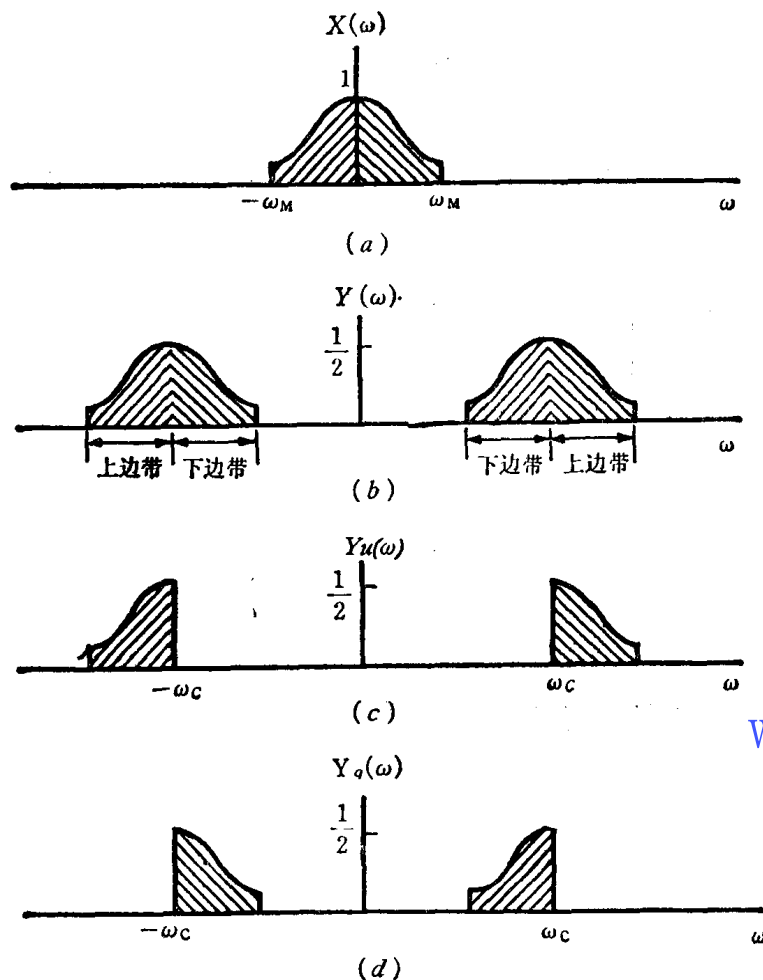


图7.25 双边带和单边带调制: (a)调制信号的频谱; (b)用正弦载波调制后的频谱; (c)只有上边带时的频谱; (d)只有下边带时的频谱

如在习题7.21中所研究的, 单边带系统的同步解调, 可用双边带系统同步解调相同的方法来实现。至于单边带系统提高效率所付出的代价, 是使调制器的复杂性增加了。

总的说来, 从7.1到7.3节中, 我们研究了正弦幅度调制的一些演变。在已调输出中可包含载波信号, 对传输来说它要求有更大的功率, 但是解调器较简单。另一方面, 在已调输出中可以只保留上边带或下边带, 它使得频带和发射机功率的利用更为有效, 但需要一个更为复杂的解调制器。具有两个边带并且有载波存在的正弦幅度调制通常缩写为AM-DSB/WC(双边带幅度调制/有载波), 而当载波被抑制或不存在时缩写为AM-DSB/SC(双边带幅度调制/抑制载波)。相应的单边带系统缩写为AM-SSB/WC和AM-SSB/SC。

本章前面几节介绍了关于正弦幅度调制的许多基本原理。许多有关细节和实现方式上的变化, 请读者参考进一步研究这课题的一些专著。

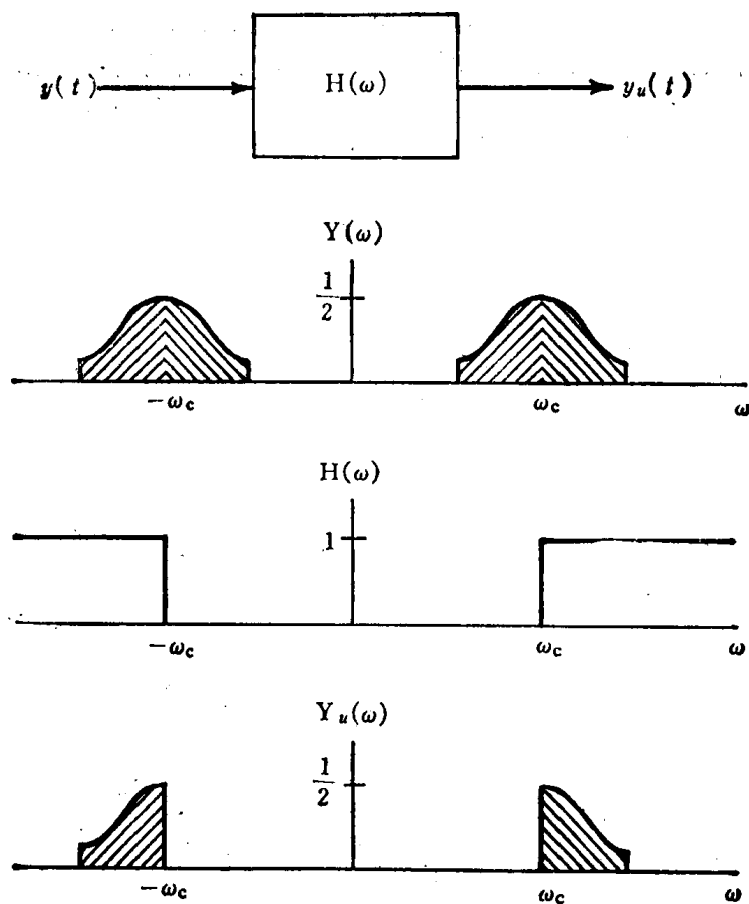


图7.26 利用理想高通滤波器保留上边带的系统

www.blogoil.com

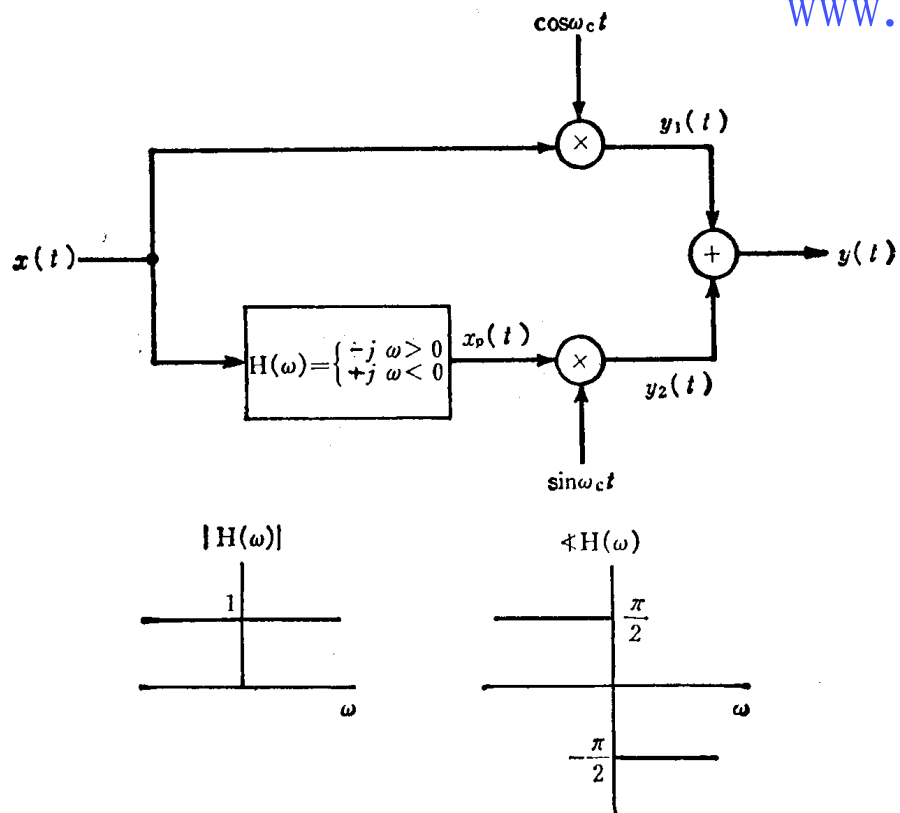


图7.27 只保留下边带的单边带幅度调制系统

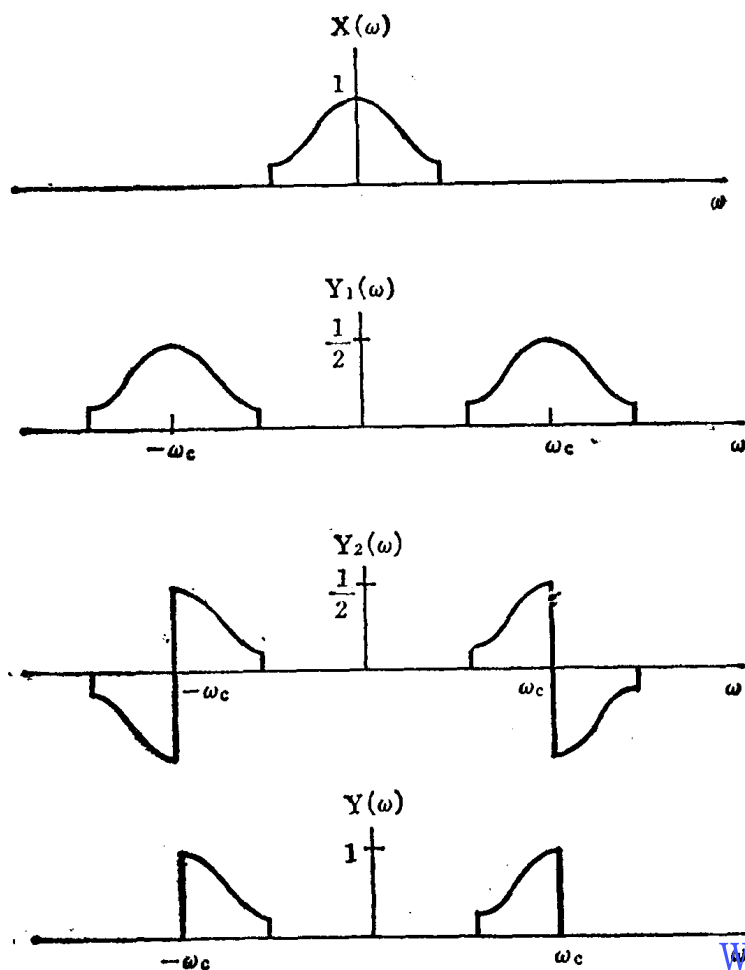


图7.28 与图7.27单边带系统有关的频谱

7.4 脉冲幅度调制和时分复用

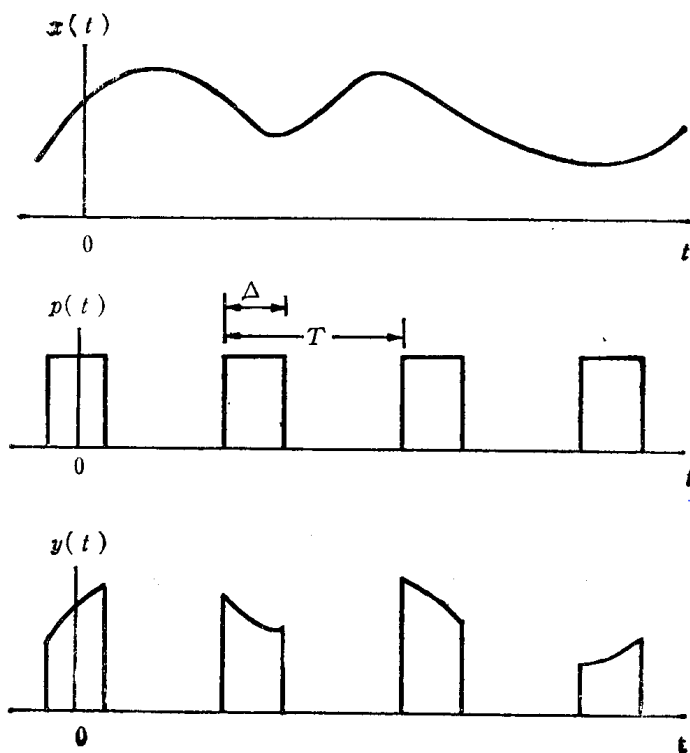
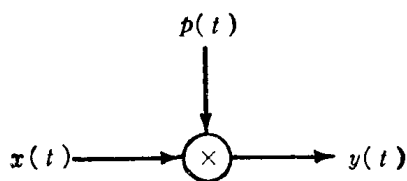
在前面几节中，我们研究了用正弦载波的幅度调制。另一类重要的幅度调制技术所采用的载波信号是一个脉冲串，如图7.29所示，这种类型的振幅调制称为脉冲幅度调制(PAM)。脉冲幅度调制的重要应用之一，是用于单个信道中传送几个信号。如图7.29所示，已调输出信号 $y(t)$ 只在载波信号 $p(t)$ “接通”（即，不为零）时是非零。在断开的间隔期间，能传送其他的脉冲调幅信号。在图7.30中表示了这种过程的两个等效表示法。用这种技术，在一个信道中传送几个信号，每个信号实际上分配了一组以每 T 秒重复一次，宽度为 Δ 的时隙，并且它与其他信号分配的时隙不重叠。 Δ/T 的比值越小，在信道中可传送的信号数量越大。这过程称为时分复用(TDM)。而在7.2.2节中讨论的频分复用，对各个信号分配了不同的频率间隙，时分复用对各个信号分配了不同的时间间隙。通过时间选通，选择与每个信号有关的特定时隙，可做到使各个 PAM 信号从图7.30复合信号中分离出来。

通常，我们不期望任何的连续时间信号在脉冲幅度调制以后可以恢复。然而，意料之外的，在某些条件下通过低通滤波可以完全恢复原始信号 $x(t)$ 。为研究这些条件，我们注意到在用正弦幅度调制时，若

$$y(t) = x(t)p(t)$$

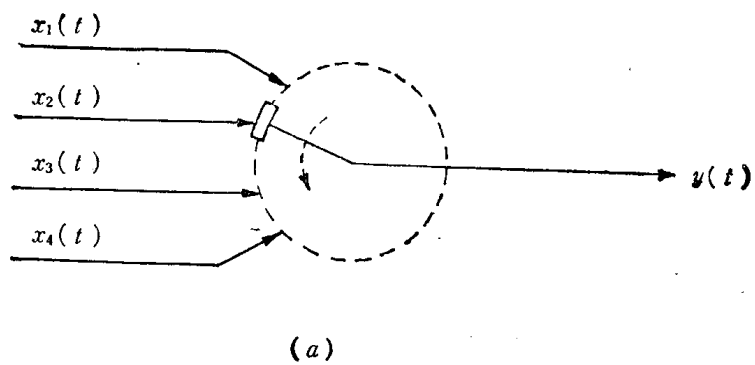
则

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * P(\omega) \quad (7.21)$$



www.blogoil.com

图7.29 脉冲幅度调制



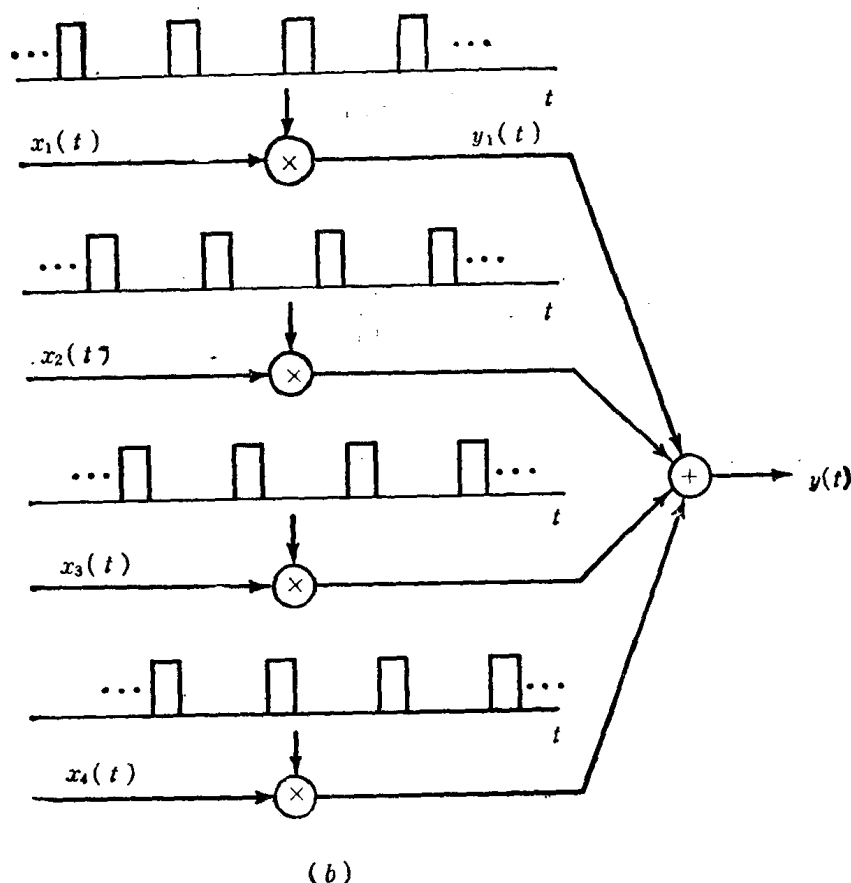


图7.30 时分复用

www.blogoil.com

因为 $p(t)$ 是周期为 T 的周期信号, $P(\omega)$ 是由频率间隔为 $2\pi/T$ 的冲激组成, 即

$$P(\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_p) \quad (7.22)$$

式中 $\omega_p = 2\pi/T$, 而系数 a_k 是 $p(t)$ 的傅里叶级数系数, 根据例4.13是

$$a_k = \frac{\sin\left(k\omega_p \frac{\Delta}{2}\right)}{\pi k} \quad (7.23)$$

因此 $p(t)$ 的频谱如图 7.31(b) 所示。当 $x(t)$ 的频谱如图 7.31(a) 所示时, 得到的 PAM 信号 $y(t)$ 的频谱如图 7.31(c) 所示。通常, 根据式 (7.21) 和 (7.22), $Y(\omega)$ 就是在频率中经过搬移的 $X(\omega)$ 按比例重现的和, 即,

$$Y(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k X(\omega - k\omega_p) \quad (7.24)$$

根据图 7.31(c) 和式 (7.24), 显然, $X(\omega)$ 能从 $Y(\omega)$ 中分离出来, 相当于 $x(t)$ 可以从 $y(t)$ 中恢复出来, 只要

$$(\omega_p - \omega_M) > \omega_M \quad (7.25a)$$

或

$$\omega_p > 2\omega_M \quad (7.25b)$$

这里当 $|\omega| > \omega_M$ 时, $X(\omega)$ 为零, 式 (7.25) 给载波的周期 T 和输入信号带宽之间的关系上加了一个约束。若满足这个约束, 则利用截止频率大于 ω_M 并且小于 $\omega_p - \omega_M$ 的低通滤波器,

就可以从 $y(t)$ 中恢复 $x(t)$ 。

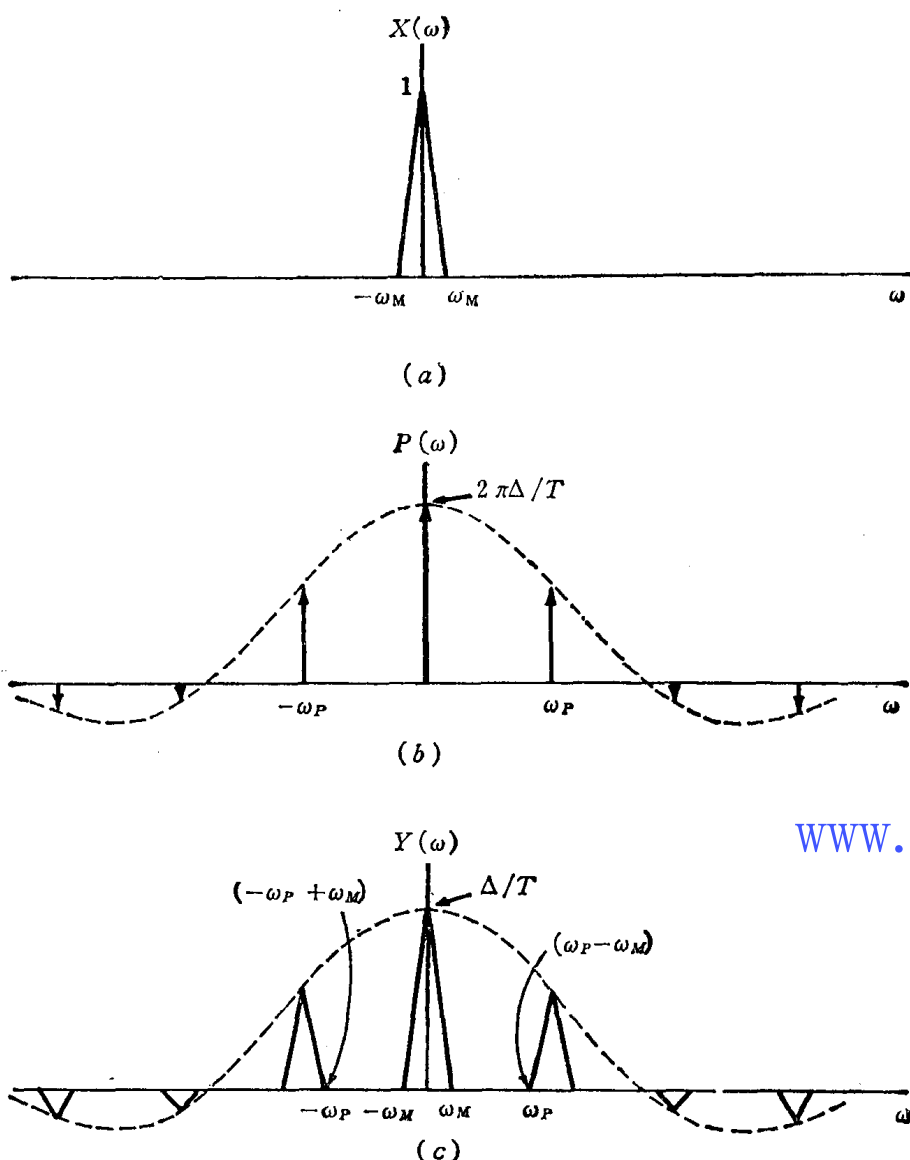


图7.31 与脉冲幅度调制有关的频谱

值得注意的是式 (7.25) 中的约束, 规定了从 $y(t)$ 中恢复 $x(t)$ 的能力只取决于周期 T , 而与持续时间 Δ 无关 (即, 载波在每个周期中 “接通” 时间的长度)。因此, 只要满足式 (7.25 b), 在用来恢复 $x(t)$ 的低通滤波器中, 我们乐意提供必要的放大 (T/Δ), 原则上可以选择 $x(t)$ 的时间间隙任意狭窄。实际上, 当时间间隙的宽度减小时, $p(t)$ 的幅度通常是增加的。因此, 脉冲已调幅信号在一个信道上传输时, 对遇到的差错和干扰不很敏感。在极限情况下, 当 Δ 趋向于零, $p(t)$ 的幅度按 $1/\Delta$ 的比例增加时, $p(t)$ 变成周期性的冲激串, 而 $x(t)$ 在周期性的时间瞬间上, 用瞬时值或样值来表示。这种特殊情况属于第 8 章的内容。

7.5 离散时间幅度调制

在前几节中所讨论的关于连续时间信号幅度调制的原理,也适用于离散时间信号。幅度调制最广泛的应用,是在通信系统中。在许多通信系统中,通过抽样的原理将连续时间信号变换为离散时间信号,这已在7.4节中作了简单的介绍,并将在第8章中作更详细的研究。因此,在这些系统中调制可以在离散时间中实现。此外,在许多离散时间通信系统中,需要完全在离散时域内将频分复用变换成时分复用,或相反。这样的离散时间系统,称为变换复用或变换调制系统,它代表了离散时间幅度调制的一种非常重要的应用。这也在第8章中讨论了连续时间和离散时间信号与系统间的关系之后,再进行研究。关于离散时间幅度调制的第二个重要应用,和连续时间幅度调制的情况一样,是在实现可变中心频率的频率选择带通滤波器上。

离散时间幅度调制系统如图7.32所示,图中 $c[n]$ 是载波信号, $x[n]$ 是调制信号。对于连续时间幅度调制分析的基础是傅里叶变换的调制性质。具体说,实际上是由时域中的乘法运算导出频域中的卷积。如同在5.7节中所讨论的,对于离散时间信号有对应的性质。具体说,假设

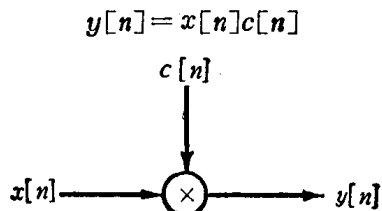


图7.32 离散时间幅度调制

www.blogoil.com

用 $X(\Omega)$ 、 $Y(\Omega)$ 和 $C(\Omega)$ 分别表示 $x[n]$ 、 $y[n]$ 和 $c[n]$ 的傅里叶变换时, $Y(\Omega)$ 是与 $X(\Omega)$ 和 $C(\Omega)$ 的周期卷积成比例的,即,

$$Y(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta) C(\Omega - \theta) d\theta \quad (7.26)$$

因为 $X(\Omega)$ 和 $C(\Omega)$ 是周期为 2π 的周期信号,积分可在持续时间 2π 的任意频率间隔内进行。

首先考虑用复指数载波的正弦幅度调制,因此

$$c[n] = e^{j\Omega_c n} \quad (7.27)$$

如同我们在5.4.2节中所研究的, $c[n]$ 的傅里叶变换是周期性冲激串,即,

$$C(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi \delta(\Omega - \Omega_c + k2\pi) \quad (7.28)$$

因此, $C(\Omega)$ 如图7.33(b)所示。 $X(\Omega)$ 如图7.33(a)所示时,已调信号的频谱将如图7.33(c)所示。特别,我们注意到 $Y(\Omega) = X(\Omega - \Omega_c)$ 。这是与图7.2相对应的离散时间频谱,并且再次说明,当 $x[n]$ 为实数时,已调信号将是复数。通过乘以 $e^{-j\Omega_c n}$,从而在频率轴上搬移频谱回到它原来位置,即可实现解调,即,

$$x[n] = y[n] e^{-j\Omega_c n} \quad (7.29)$$

当 $\Omega_c = \pi$ 时, $c[n]$ 是序列 $(-1)^n$,而且在 $x[n]$ 中的高频和低频分量在 $y[n]$ 中交换了位置,如图7.34所示。对于 $c[n]$ 的这种特定选取,通过改变当 n 为奇数值时 $x[n]$ 值的代数符号就得到 $y[n]$,而解调相当于改变当 n 为奇数值时 $y[n]$ 值的代数符号。

经常用到 $\Omega_c = \pi$ 的幅度调制的一个例子，是利用低通滤波器来完成高通滤波，或相反。达到这种目的的系统，如图7.35所示。用载波 $(-1)^n$ 进行调制，高频被搬移到低频，在低通滤波以后，信号就被解调。

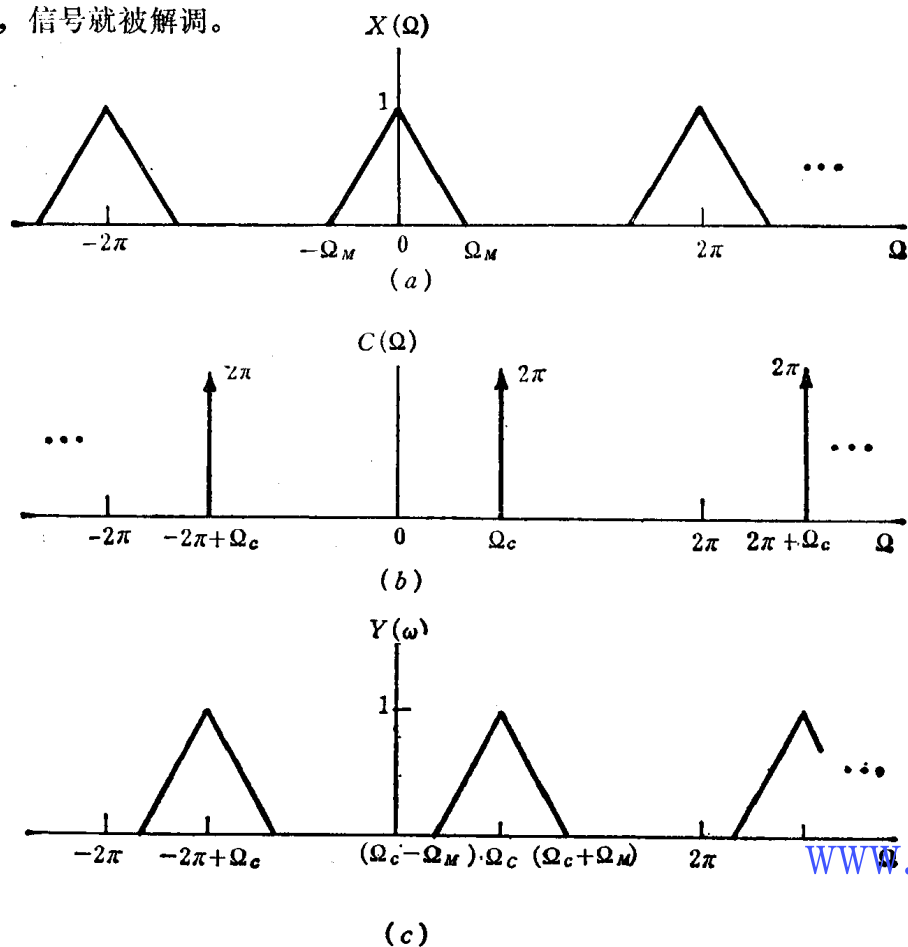


图7.33 (a) $x[n]$ 的频谱, (b) $c[n] = e^{j\Omega_c n}$ 的频谱, (c) $y[n] = x[n]c[n]$ 的频谱

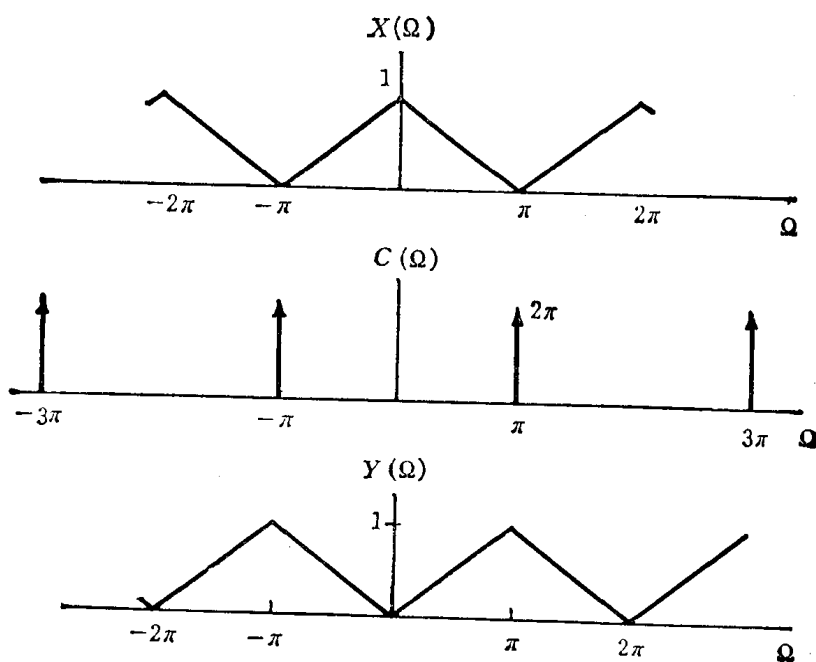


图7.34 用载波 $e^{jn\pi} = (-1)^n$ 的幅度调制频谱

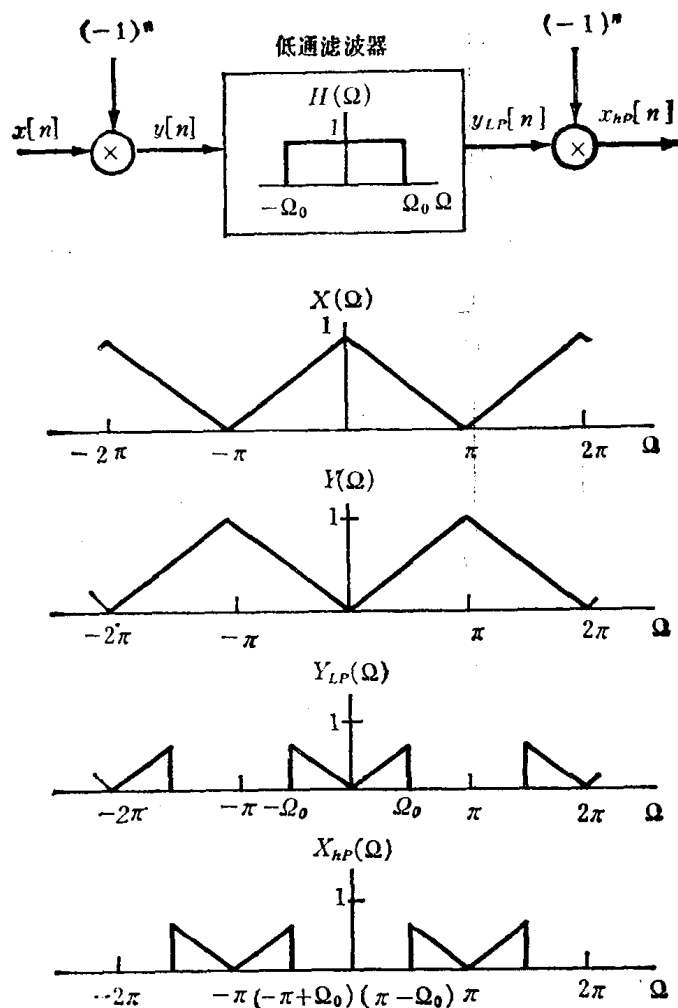


图7.35 利用调制和低通滤波实现高通滤波器

我们可以采用正弦载波来代替复指数载波,在这种情况下,若 $x[n]$ 是实数,已调信号 $y[n]$ 也将是实数。如果 $c[n] = \cos \Omega_c n$, 则载波的频谱由 $\Omega = \pm \Omega_c + k2\pi$ 上周期性重复的冲激对组成,如图7.36(b)所示。如果 $X(\Omega)$ 如图7.36(a)所示,所得到的已调信号的频谱如图7.36(c)所示,特别是相当于在频率 $\Omega = \pm \Omega_c + k2\pi$ 上重复出现的 $X(\Omega)$,为了使各个重复的 $X(\Omega)$ 不重叠,我们要求

$$\Omega_c > \Omega_M \quad (7.30)$$

和

$$2\pi - \Omega_c - \Omega_M > \Omega_c + \Omega_M$$

或等效于,

$$\Omega_c < \pi - \Omega_M \quad (7.31)$$

第一个条件与7.1节中的连续时间正弦幅度调制相同,而第二个条件由离散时间频谱的固有周期性形成。合并式(7.30)和(7.31),用正弦载波时,我们限制 Ω_c ,以使

$$\Omega_M < \Omega_c < \pi - \Omega_M \quad (7.32)$$

解调可以用连续时间中所用到的类似方法来实现。具体如图7.37所示, $y[n]$ 与调制器中所用到的同样载波相乘,产生了原始信号频谱的几个重现,其中之一以 $\Omega = 0$ 为中心。通过低通滤波滤去 $X(\Omega)$ 的多余重现,便得到被解调的信号。

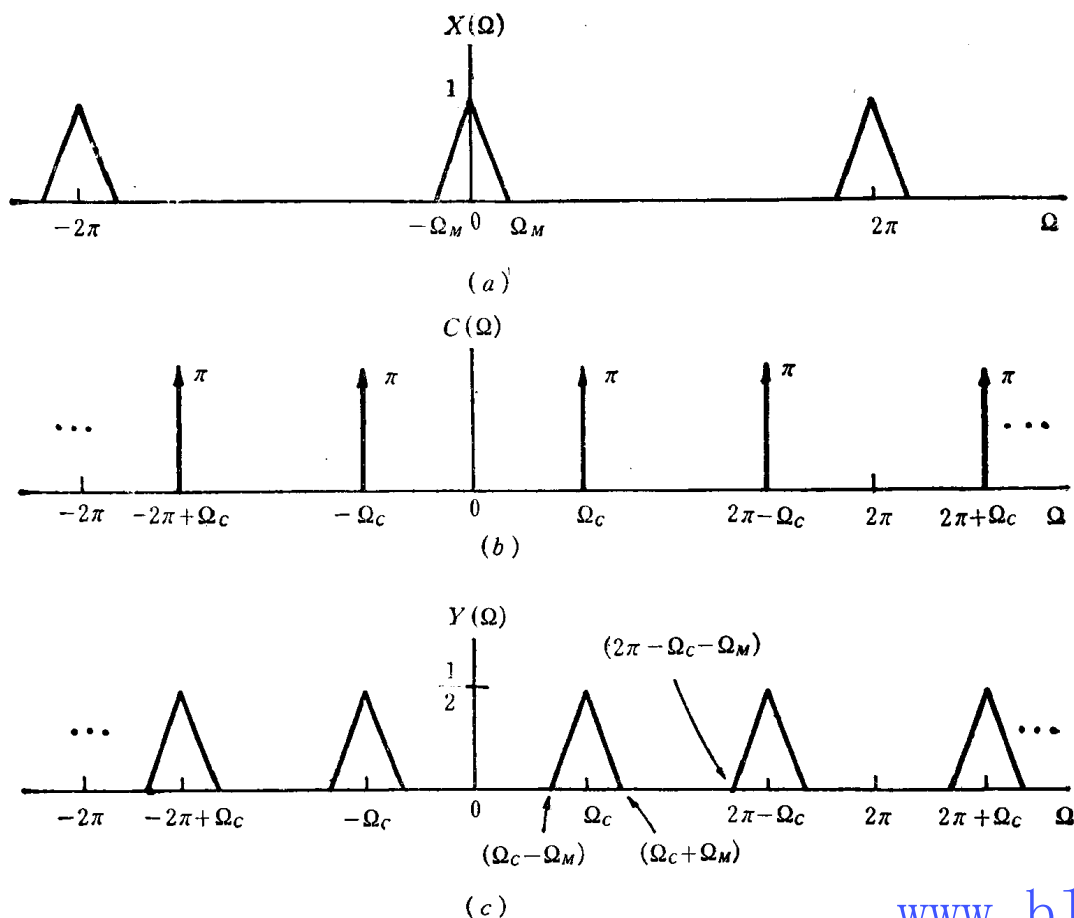


图7.36 采用正弦载波离散时间幅度调制的频谱

根据上述讨论,很明显,离散时间幅度调制的分析,采用类似于连续时间振幅调制的方法进行,只有微小的不同。例如,如同题7.24中讨论的,在同步调制和解调系统中,调制器和解调器中正弦载波之间的相位和频率差异的影响,在离散时间和连续时间两种情况下是相同的。

与7.4节一样,我们也可以讨论离散时间脉冲幅度调制和时分复用。这种系统的单个信道,如图7.38所示。图中在间隔 N 的每个周期中,保留了 $x[n]$ 的 $(M+1)$ 个相继的值。该系

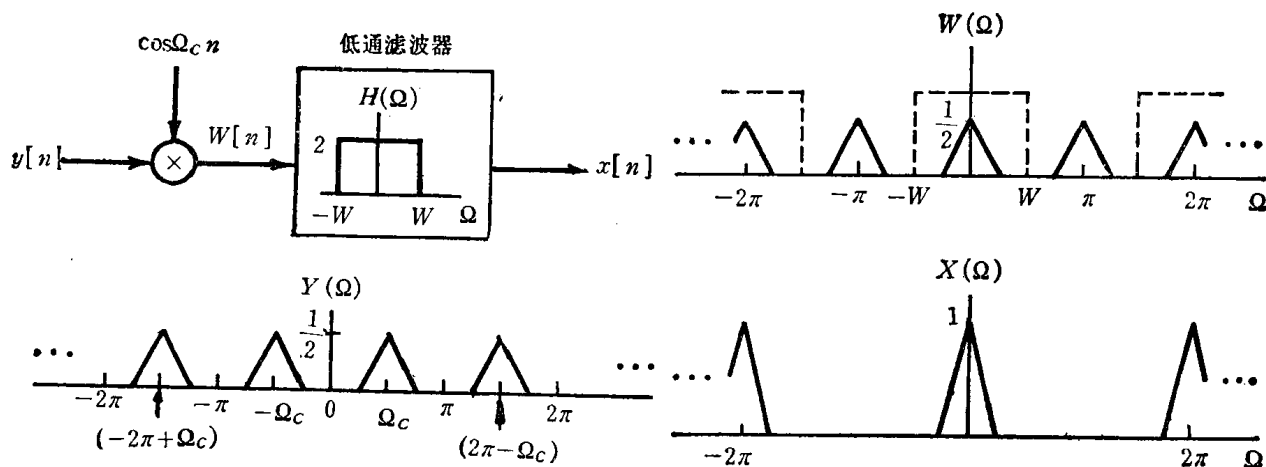


图7.37 离散时间同步调制系统和有关频谱

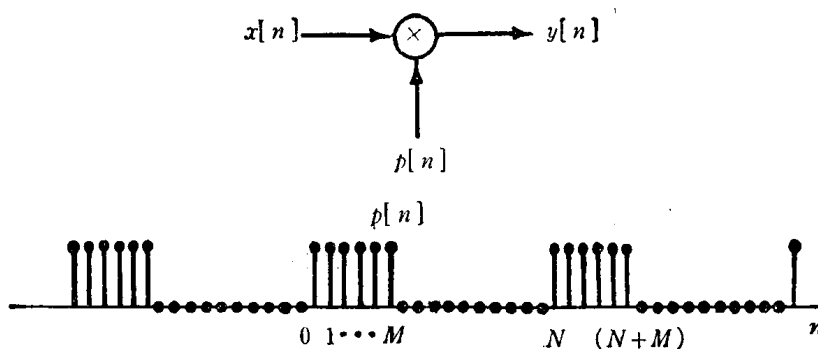


图7.38 离散时间脉冲幅度调制

统的分析十分类似于连续时间情况，并在题 7.33 中作更详细的讨论。在该题中证明，若 $X(\Omega)$ 的带宽与 $p[n]$ 的基频 $2\pi/N$ 相比是足够小的话，则通过低通滤波就能从 $y[n]$ 恢复 $x[n]$ 。和连续时间情况一样，这个结论只取决于 N 和 $X(\Omega)$ 的带宽，而与每个脉冲的持续时间 $M+1$ 无关。例如，我们可取 $M=0$ 的情况（即我们可以考虑每个周期传送 $x[n]$ 的单个样值），若满足带宽的约束，通过低通滤波即可恢复全部的 $x[n]$ 。这是在离散时间抽样后基本的结果，这一问题和连续时间抽样一起，将在第 8 章中研究。

7.6 连续时间频率调制

在前面几节中，我们讨论了一些具体的幅度调制系统，在这些系统中，利用调制信号改变正弦或脉冲载波的振幅。如同我们已经看到，这些系统可以用前几章中已讨论过的频域技术作详细分析。调制技术的另一种重要类型称为角调制，在这种调制中，调制信号用来控制正弦载波的频率或相位。这类调制系统和正弦幅度调制相比有许多优点。例如，已调信号有恒定的峰幅，因此发射机始终能在峰值功率下工作。此外，在传输信道中，由于附加的干扰或衰减引起的振幅变化，大部分能在接收机中被消除。为此，在公共广播以及各种其他的范围中，频率调制 (FM) 接收一般比 AM 接收好。另一方面，我们将会看到，频率调制通常比正弦幅度调制需要更宽的频带。

角调制系统是明显非线性的，因此不像前几节中讨论的幅度调制系统那样易于分析。然而，已经讨论过的频域法，能使我们对角调制系统的性质和效果得到某些了解。为了介绍角调制的分析方法，假设正弦载波 $c(t)$ 用下面形式表示

$$c(t) = A \cos(\omega_c t + \theta_c) \quad (7.33)$$

式中 ω_c 是载波的频率， θ_c 是载波的相位。通常，角调制相当于用调制信号去改变角度 $\theta(t) = \omega_c t + \theta_c$ 。有时，这种调制采取的另一种形式是利用调制信号 $x(t)$ 去改变相位 θ_c ，因此，已调信号 $y(t)$ 取如下形式

$$y(t) = A \cos[\omega_c t + \theta_c(t)] \quad (7.34)$$

现在式中 θ_c 是时间的函数，具体形式为

$$\theta_c(t) = \theta_0 + k_p x(t) \quad (7.35)$$

例如，如果 $x(t)$ 是常数时，则 $y(t)$ 的相位也将是常数，并和 $x(t)$ 的振幅成比例。式(7.34)形式的角调制称为相位调制。角调制的另一种形式，相当于随着调制信号线性地改变角的导数，即，

$$y(t) = A \cos \theta(t) \quad (7.36)$$

式中

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_c + k_f x(t) \quad (7.37)$$

当 $x(t)$ 常数时, $y(t)$ 是频率与 $x(t)$ 的幅度成比例的正弦信号。为此, 式(7.36)和(7.37)形式的角调制通常称为频率调制。

虽然相位调制和频率调制是角调制的不同形式, 但差别是不显著的, 因为它们很容易联系起来。具体说, 根据式(7.34)和(7.35), 对于相位调制, 有

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_c + k_p \frac{dx(t)}{dt} \quad (7.38)$$

因此, 式(7.37)和(7.38)相比较, $x(t)$ 的相位调制等于 $x(t)$ 导数的频率调制。同样, $x(t)$ 的频率调制等于 $x(t)$ 积分的相位调制。相位调制和频率调制的图解说明, 表示在图7.39(a)和(b)中。在两种情况下, 调制信号是 $x(t) = tu(t)$ (即, 当 $t > 0$ 时, 随着时间线性增加)。在图7.39(c)中, 表示了用阶跃(斜坡信号的导数)作为调制信号[即, $x(t) = u(t)$]时频率调制的一个例子。图7.39(a)和(c)之间的一致应该是明显的。用阶跃信号调频时, 相当于在 $t=0$, $x(t)$ 值改变时, 正弦载波的频率从一个值到另一个值的瞬时改变。如同在频率调节作瞬时转换时, 正弦振荡器的频率改变那样。当频率调制是斜坡信号, 如图7.39(b)所示时, “频率”随时间作线性变化。这种时变频率的概念, 通常最好用瞬时频率的概念来表示。 $y(t)$ 为如下形式

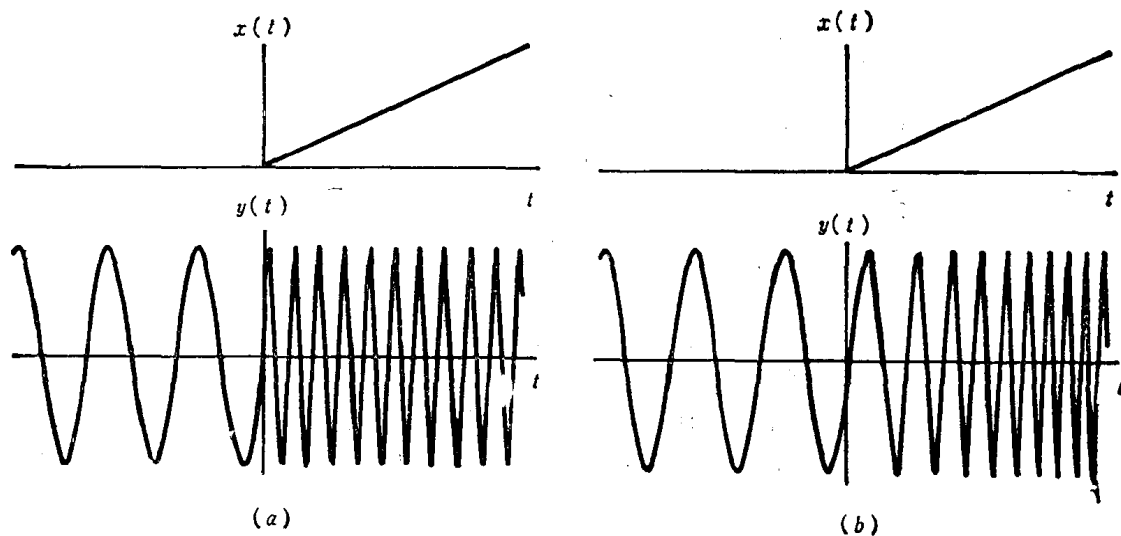
$$y(t) = A \cos \theta(t) \quad (7.39)$$

正弦的瞬时频率 ω_i 定义为

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (7.40)$$

因此, 正如我们所预料的, 当 $y(t)$ 确实是正弦波形时[即, $\theta(t) = \omega_c t + \theta_0$], 其瞬时频率为 ω_c 。对于式(7.34)和(7.35)表示的相位调制, 瞬时频率是 $\omega_c + k_p [dx(t)/dt]$, 而如式(7.36)和(7.37)表示的频率调制, 瞬时频率是 $[\omega_c + k_f x(t)]$ 。

因为频率调制和相位调制是很容易联系起来的, 我们将只对其中的一种, 明确说是对频率调制, 再作继续讨论。为了深入了解调制信号 $x(t)$ 对已调频信号频谱的影响, 考虑两种情况是有益的, 在这两种情况中, 调制信号足够简单, 可使频率调制的某些基本性质变得更为明确。



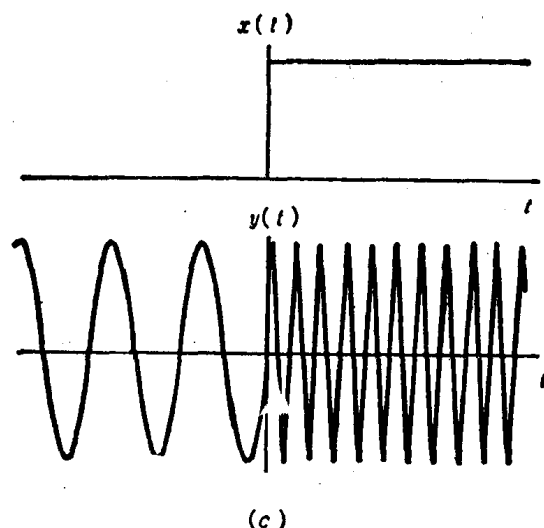


图7.39 相位调制, 频率调制和它们的关系: (a) 用斜坡信号作为调制信号的相位调制; (b) 用斜坡信号作为调制信号的频率调制; (c) 用阶跃 (斜坡信号的导数) 作为调制信号的频率调制

7.6.1 窄带频率调制

我们来讨论用正弦形式 $x(t)$ 的频率调制情况

$$x(t) = A \cos \omega_m t \quad (7.41)$$

根据式(7.40), 瞬时频率是

$$\omega_i(t) = \omega_c + k_f A \cos \omega_m t \quad (7.42)$$

特别是它在 $\omega_c + k_f A$ 和 $\omega_c - k_f A$ 之间作正弦变化, 当 $\Delta\omega$ 定义为

$$\Delta\omega = k_f A$$

我们得到

$$\omega_i(t) = \omega_c + \Delta\omega \cos \omega_m t$$

和

$$\begin{aligned} y(t) &= \cos \left[\omega_c t + k_f \int x(t) dt \right] \\ &= \cos \left(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin \omega_m t + \theta_0 \right) \end{aligned} \quad (7.43)$$

式中 θ_0 是积分常数。为了方便, 选择 $\theta_0 = 0$, 因此

$$y(t) = \cos \left[\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin \omega_m t \right] \quad (7.44)$$

用 m 表示因子 $\Delta\omega/\omega_m$, 定义为频率调制的调制指数。FM 系统的性质往往是不同的, 这取决于调制指数 m 的大小。 m 小的情况称为窄带调频。通常, 式(7.44)可改写为

$$y(t) = \cos (\omega_c t + m \sin \omega_m t) \quad (7.45a)$$

或

$$y(t) = \cos \omega_c t \cos (m \sin \omega_m t) - \sin \omega_c t \sin (m \sin \omega_m t) \quad (7.45b)$$

当 m 足够小时 ($\ll \frac{\pi}{2}$), 可作下列近似

$$\cos (m \sin \omega_m t) \approx 1 \quad (7.46a)$$

$$\sin (m \sin \omega_m t) \approx m \sin \omega_m t \quad (7.46b)$$

因此式(7.45)变为

$$y(t) \approx \cos \omega_c t - m (\sin \omega_m t)(\sin \omega_c t) \quad (7.47)$$

根据这个近似式的 $y(t)$ 的频谱表示在图7.40中。注意它在以下方面与 AM-DSB/WC 类似，在频谱中，存在载波频率，并且有表示调制信号频谱的边带。然而，在 AM-DSB/WC 中引入的附加载波和已调载波同相，而对窄带 FM 的情况，如式(7.47)所见到，载波信号相对于调幅载波有 $\pi/2$ 的相位差。对应于 AM-DSB/WC 和 FM 的波形也是很不相同的。图7.41 (a) 表示对应于式(7.47)的窄带 FM 时间波形。为便于比较，在图7.47(b)中表示了 AM-DSB/WC 信号

$$y_2(t) = \cos \omega_c t + m (\cos \omega_m t)(\cos \omega_c t) \quad (7.48)$$

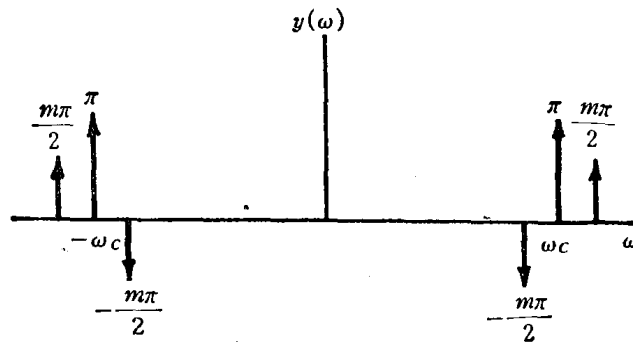
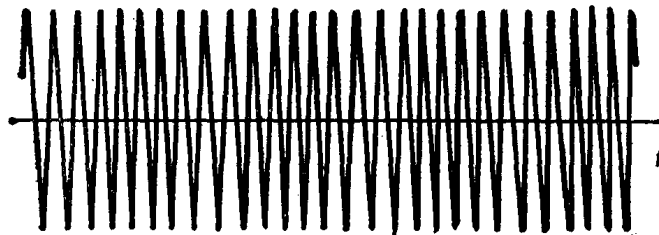
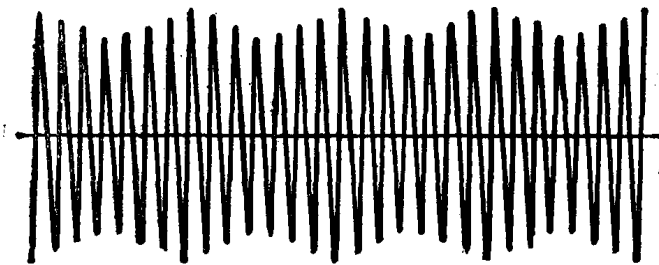


图7.40 窄带 FM 的近似频谱



(a)



(b)

图7.41 窄带 FM 与 AM-DSB/WC 的比较：(a)窄带FM；(b)AM-DSB/WC

式(7.47)的窄带 FM 信号，边带的带宽等于调制信号的带宽，详细说，虽然式(7.47)的近似是基于 $m \ll \frac{\pi}{2}$ 的假设，但边带的带宽则与调制指数 m 无关（即，它只取决于调制信号的带宽，而不取决于它的幅度）。同样的论点适合于采用更一般的调制信号时的窄带 FM。

7.6.2 宽带频率调制

当 m 大时, 导出式(7.47)的近似不再适用, $y(t)$ 的频谱取决于调制信号 $x(t)$ 的幅度和频谱两个因素。在用式(7.45)的形式表示 $y(t)$ 时, 我们注意到 $\cos[m \sin \omega_m t]$ 和 $\sin[m \sin \omega_m t]$ 项是具有基频 ω_m 的周期信号。因此, 这些信号中每一个的傅里叶变换是一冲激串, 它具有 ω_m 整数倍的冲激, 并且其幅度与傅里叶级数系数成比例。这两个周期信号的傅里叶级数系数所涉及的一类函数, 称为第一类贝塞尔函数。式7.45(b)中的第一项, 相当于 $\cos \omega_c t$ 形式的正弦载波用周期信号 $\cos[m \sin \omega_m t]$ 调幅, 第二项表示 $\sin \omega_c t$ 形式的正弦载波由周期信号 $\sin[m \sin \omega_m t]$ 调幅。信号与载波相乘在频域中的作用, 是将式7.45(b)的频谱变换到载波频率 ω_c 上。在图7.42(a)和(b)中, 画出了式(7.45)中两个单独项的频谱, 图7.42(c)中表示已调信号 $y(t)$ 的复合频谱。特别是, $y(t)$ 的频谱由频率 $\pm \omega_c + n\omega_m, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 的冲激组成, 严格地说, 频带并不是被限于 $\pm \omega_c$ 附近。然而, $\cos[m \sin \omega_m t]$ 和 $\sin[m \sin \omega_m t]$ 的傅里叶级数系数的特点是, 当 $|n| > m$ 时 n 次谐波的幅度可考虑被忽略, 因此, 以 $+\omega_c$ 和 $-\omega_c$ 为中心的各边带的总带宽 B , 实际上被限制在 $2m\omega_m$, 即,

$$B \approx 2m\omega_m \quad (7.49)$$

或, 用 k_f 和 A 表示, 因为 $m = k_f A / \omega_m = \Delta\omega / \omega_m$

$$B \approx 2k_f A = 2\Delta\omega \quad (7.50)$$

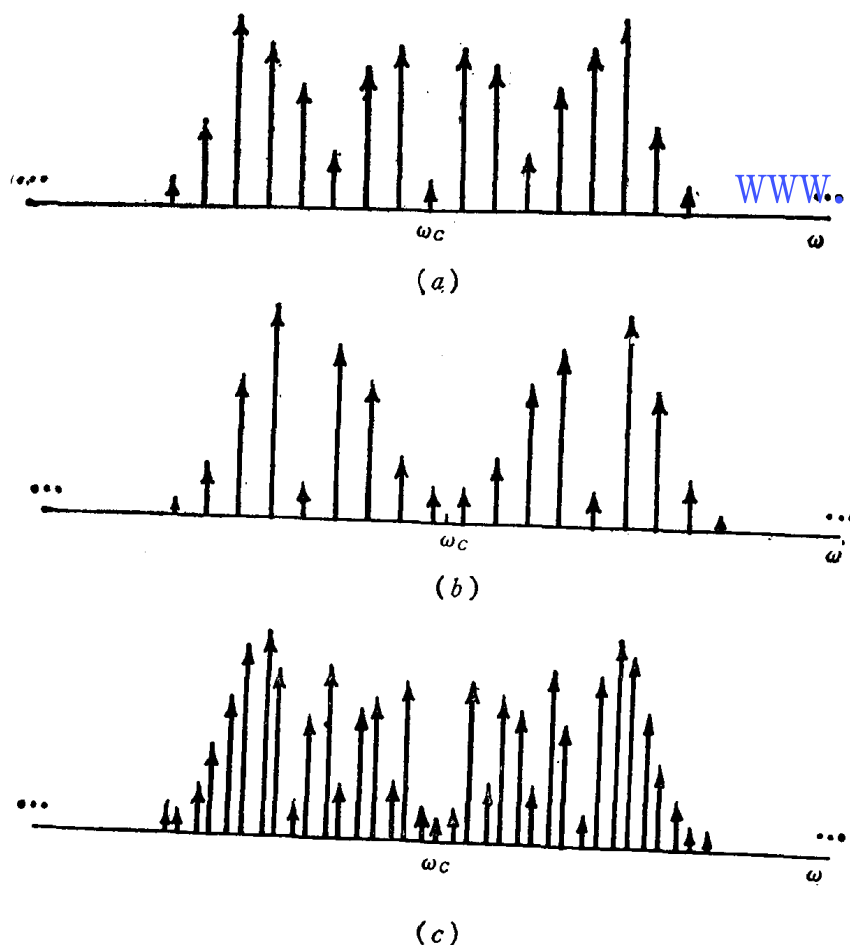


图7.42 $m=12$ 时宽带频率调制的频谱: (a) $\cos \omega_c t \cos[m \sin \omega_m t]$ 的调制频谱; (b) $\sin \omega_c t \sin[m \sin \omega_m t]$ 的频谱; (c) $\cos[\omega_c t + m \sin \omega_m t]$ 的复合频谱

特别是, 将式(7.42)和(7.50)比较, 注意到每个边带的有效带宽等于载波频率附近的瞬时频率总偏移。因此, 对宽带 FM, 因为我们假设 m 是大的, 已调信号的带宽比调制信号的带宽宽得多, 与窄带情况相比, 在宽带 FM 中被传输信号的带宽直接与调制信号的幅度和增益系数 k_f 成比例。

7.6.3 周期性方波调制信号

有助于深入了解频率调制性质的另一个例子, 其调制信号是周期性方波。参考式(7.42), 设 $k_f=1$, 因此 $\Delta\omega=A$, 并设 $x(t)$ 由图7.43给出。

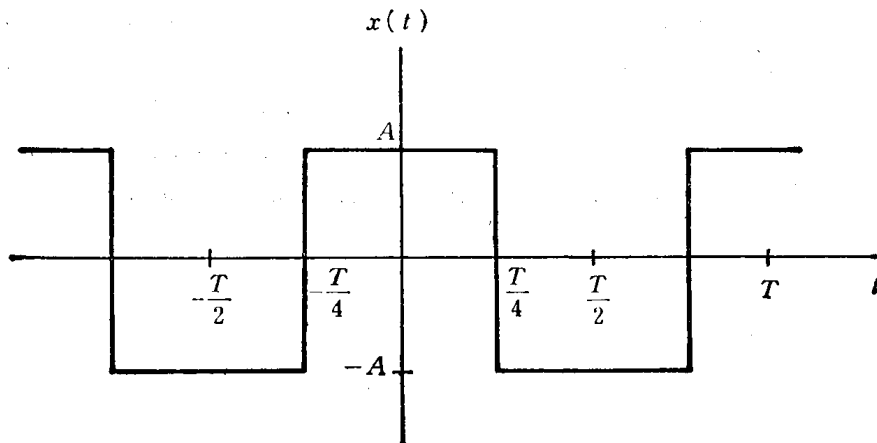


图7.43 对称的周期性方波

已调信号 $y(t)$ 如图7.44所示, 当 $x(t)$ 为正时, 瞬时频率是 $\omega_c + \Delta\omega$; 当 $x(t)$ 为负时, 瞬时频率是 $\omega_c - \Delta\omega$ 。因此, $y(t)$ 也可写成

www.blogoil.com

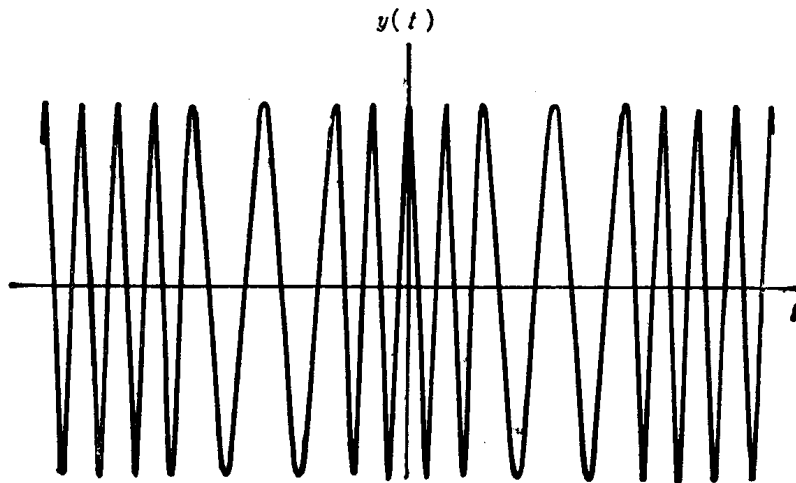


图7.44 用周期性方波调制信号的频率调制

$$y(t) = r(t) \cos(\omega_c + \Delta\omega)t + r\left(t - \frac{T}{2}\right) \cos(\omega_c - \Delta\omega)t \quad (7.51)$$

式中 $r(t)$ 是如图7.45所示的对称方波。因此, 对于这种特殊的调制信号, 我们可将确定 FM 信号 $y(t)$ 的频谱问题, 改变为确定式(7.51)中两个 AM 信号和的频谱问题。具体说,

$$Y(\omega) = \frac{1}{2} [R(\omega + \omega_c + \Delta\omega) + R(\omega - \omega_c - \Delta\omega)] \quad (7.52)$$

$$+\frac{1}{2}[R_T(\omega+\omega_c-\Delta\omega)+R_T(\omega-\omega_c+\Delta\omega)]$$

式中 $R(\omega)$ 是图7.45中周期性方波 $r(t)$ 的傅里叶变换, 而 $R_T(\omega)$ 是 $r(t-T/2)$ 的傅里叶变

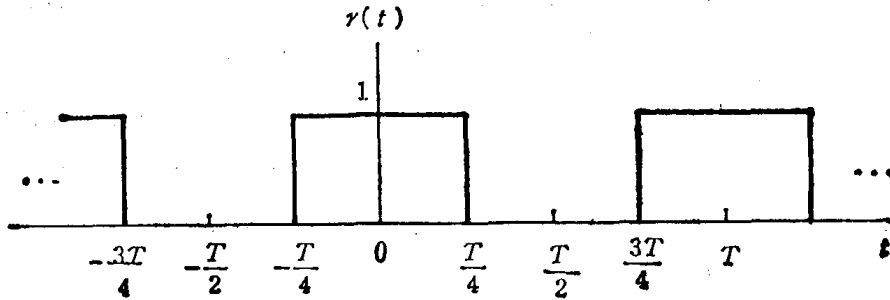


图7.45 式(7.51)中对称方波项

换。从例4.13 可知

$$R(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2}{2k+1} (-1)^k \delta\left[\omega - \frac{2\pi(2k+1)}{T}\right] + \pi\delta(\omega) \quad (7.53)$$

和

$$R_T(\omega) = R(\omega)e^{-j\omega T/2} \quad (7.54)$$

$Y(\omega)$ 的频谱如图7.46所示。和宽带 FM 一样, 频谱有以 $\omega_c \pm \Delta\omega$ 为中心的两个边带的常见外形图, 它在 $\omega < \omega_c - \Delta\omega$ 和 $\omega > \omega_c + \Delta\omega$ 时频谱衰减。FM 信号的解调系统一般有两种类型, 一种相当于通过微分把 FM 信号变换为 AM 信号, 而第二种相当于直接跟踪已调信号的相位和频率。

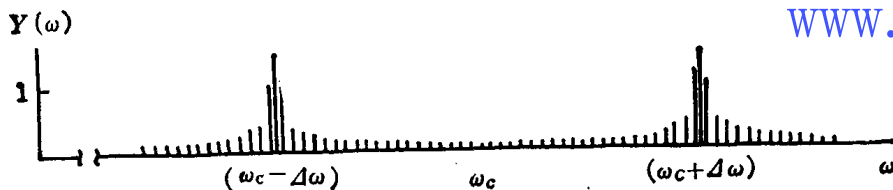


图7.46 在 $\omega_c > 0$ 时, 对应于以周期性方波为调制信号的调频频谱

上述讨论只对频率调制的特性作一简单的介绍, 而且我们再次看到前面几章中所讨论的基本方法, 怎样用来深入分析和讨论这类重要的系统。

7.7 小 结

在本章中, 我们介绍了幅度调制的原理, 并讨论了它的一些应用。通过第4章和第5章中所讨论的傅里叶变换的调制性质, 很容易在频域中说明有关连续时间和离散时间两种情况下幅度调制的性质的。用复指数或正弦载波的幅度调制, 通常可用来搬移信号的频谱, 例如, 在通信系统中, 把信号频谱安置在适合于传输的频率范围中, 以实现频分复用。讨论了关于各种的正弦幅度调制, 例如, 对非同步系统和单边带, 双边带系统载波信号的加入。讨论了关于脉冲幅度调制, 例如, 应用在时分复用系统中, 当脉冲宽度变小时, 使脉冲串接近冲激串, 脉冲幅度调制就相当于瞬时时间抽样。

本章也简单地介绍了频率调制和相位调制的原理。虽然这些调制形式很难在细节上分析, 但它可通过频域法得到深入了解。

习 题

7.1. 在7.1节中, 我们分析了图7.9的正弦幅度调制和解调系统, 假设载波信号的相位 θ_0 为零,

(a) 如图7.9中若相位 θ_0 是任意的一般情况, 试证明: 解调系统中的信号 $w(t)$ 可表示为

$$w(t) = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos(2\omega_0 t + 2\theta_0)$$

(b) 若 $x(t)$ 的频谱在 $|\omega| \geq \omega_M$ 时为零, 为使低通滤波器的输出与 $x(t)$ 成比例, 试确定 W [在图7.9(b)中理想低通滤波器的截止频率]、 ω_0 (载波频率) 和 ω_M 之间应有的关系。答案与载波相位 θ_0 是否有关?

7.2 图P7.2-1表示了具有输入信号 $x(t)$ 和输出信号 $y(t)$ 的系统, 输入信号有如图P7.2-2所示的傅里叶变换频谱 $X(\omega)$, 试确定并画出 $y(t)$ 的频谱 $Y(\omega)$ 。

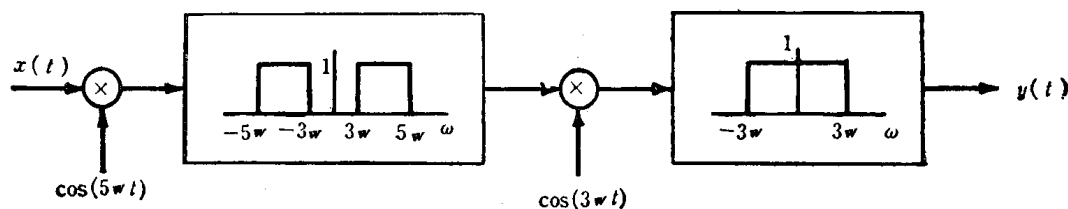


图 P 7.2-1

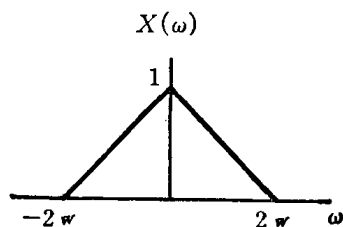


图 P 7.2-2

7.3. 在7.1节中, 我们讨论了在正弦幅度调制中的调制器和解调器, 在它们的载波信号之间的相位同步和失步的影响。具体说, 解调器的输出按相位差的余弦衰减, 特别当调制器和解调器有 $\pi/2$ 的相位差时, 解调器的输出为零。正如本题中所证明的, 调制器和解调器之间的频率同步是很重要的。

考虑图7.9中的幅度调制和解调系统, 它的 $\theta_0 = 0$, 并且在解调器中的载波频率发生变化, 因此,

$$w(t) = y(t) \cos \omega_d t$$

式中

$$y(t) = x(t) \cos \omega_c t$$

用 $\Delta\omega$ 表示调制器和解调器之间的频率差 (即, $\omega_d - \omega_c = \Delta\omega$)。并假设 $x(t)$ 是有限带宽, 当 $|\omega| \geq \omega_M$ 时 $X(\omega) = 0$, 同时假设在解调器中的低通滤波器的截止频率 W 满足不等式

$$\omega_M + \Delta\omega < W < 2\omega_c + \Delta\omega - \omega_M$$

(a) 试证明: 解调器中低通滤波器的输出与 $x(t) \cos(\Delta\omega t)$ 成比例,

(b) 若 $x(t)$ 的频谱如图P7.3所示, 试画出解调器输出的频谱。

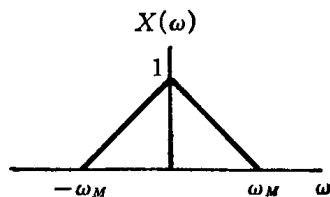


图 P 7.3

- 7.4. 在讨论幅度调制系统时, 调制和解调是利用乘法器来实现的。因为乘法器通常难于实现, 所以许多实际的系统利用非线性来实现。在本题中我们说明其基本的原理。

在图 P 7.4 中表示了一个这样的振幅调制系统, 该系统由调制信号与载波和的平方组成, 然后经带通滤波器获得已调幅信号。

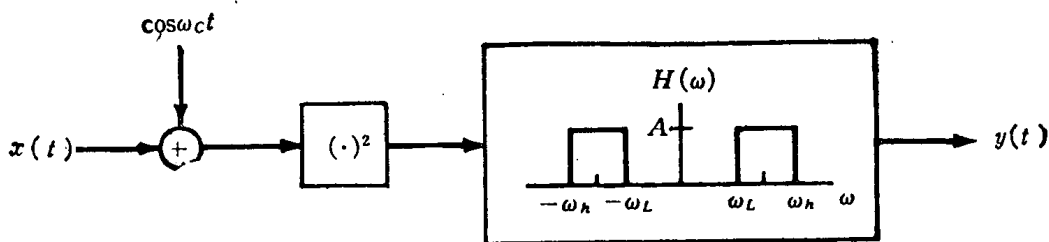


图 P 7.4

假设 $x(t)$ 为有限带宽, 所以 $|\omega| > \omega_M$ 时, $X(\omega) = 0$ 。要使 $y(t)$ 成为 $x(t)$ 的已调幅形式 [即, 要使 $y(t) = x(t) \cos \omega_c t$], 试确定带通滤波器的参数 A , ω_L 和 ω_H 。如果对 ω_c 和 ω_M 存在必要的约束, 请具体说明。

- 7.5. 建议用下面所示线路来实现幅度调制。输入信号 $x(t)$, 与载波信号 $\cos \omega_c t$ 相加, 然后通过一个非线性部件, 因此输出 $z(t)$ 与输入的关系为

$$z(t) = e^{y(t)} - 1$$

$$y(t) = x(t) + \cos \omega_c t$$

这表示在图 P 7.5—1 中, 这种非线性关系可通过二极管的电流/电压特性来实现, 这里 $i(t)$ 和 $v(t)$ 分别为二极管的电流和电压,

$$i(t) = I_0 e^{a v(t)} - 1, \quad (a \text{ 为实数})。$$

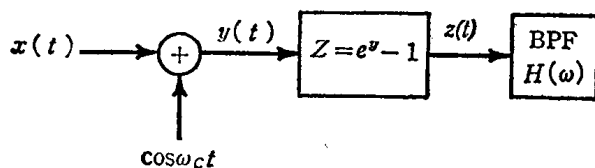


图 P 7.5—1

为了研究这一非线性的影响, 可分析 $z(t)$ 的频谱以及它如何联系到 $X(\omega)$ 和 ω_c 。为达到这个目的, 用 e^y 的幂级数展开, 即

$$e^y = 1 + y + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6}y^3 + \dots$$

- (a) 若 $x(t)$ 的频谱由图 P 7.5—2 给出, 并且若 $\omega_c = 100\omega_1$, 利用幂级数 e^y 的前四项, 画出并标明 $z(t)$ 的频谱 $Z(\omega)$ 。
- (b) 带通滤波器 (BPF) 有如图 P 7.5—3 所示的参数。试确定 α 和 β 的范围, 使 $r(t)$ 成为 $x(t)$ 的已调幅形式。

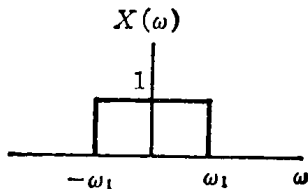


图 P 7.5—2

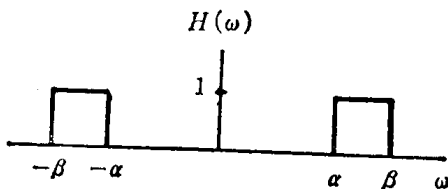


图 P 7.5—3

- 7.6. 图 P 7.6 表示用作正弦幅度调制的系统, 图中 $x(t)$ 为具有最高频率 ω_M 的有限带宽信号, 因此 $|\omega| > \omega_M$ 时, $X(\omega) = 0$ 。如图所示, 信号 $s(t)$ 是周期为 T 的周期性冲激串, 并且与 $T=0$ 有 Δ 的偏

移, 系统中 $H(\omega)$ 是带通滤波器。

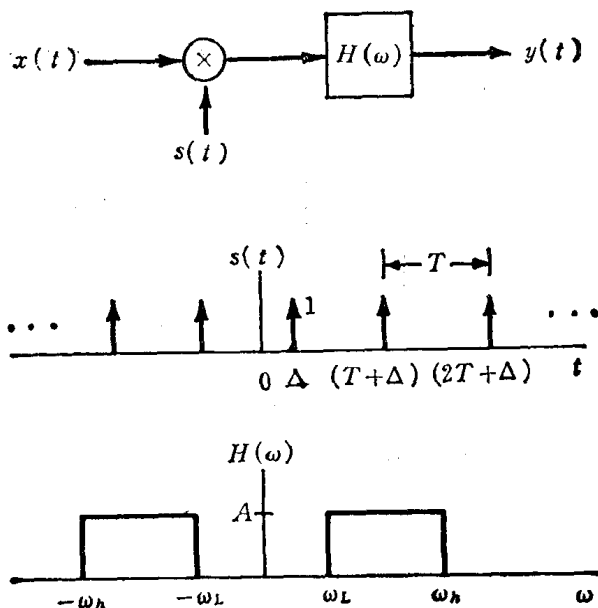


图 P 7.6

(a) 若 $\Delta=0$, $\omega_M=\pi/2T$, $\omega_L=\pi/T$, $\omega_h=3\pi/T$, 试证明: $y(t)$ 与 $x(t)\cos\omega_0 t$ 成比例, 式中 $\omega_0=2\pi/T$ 。

(b) 若 ω_M , ω_L 和 ω_h 与 (a) 中给出的相同, 但 Δ 未必是零, 试证明: $y(t)$ 与 $x(t)\cos(\omega_0 t + \theta_0)$ 成比例, 并把 ω_0 和 θ_0 表示为 T 和 Δ 的函数。

(c) 为使 $y(t)$ 与 $x(t)\cos(\omega_0 t + \theta_0)$ 成比例, 确定与 T 相对应的 ω_M 最高容许值。

7.7. 下面提出的调制、解调方案, 除了用一个与 $\cos\omega_c t$ 有相同过零点的方波来完成解调之外, 其余与正弦幅度调制相同。该系统如图 P 7.7—1 所示, 图中 $\cos\omega_c t$ 和 $p(t)$ 之间的关系如图 P 7.7—2 所示。设输入信号 $x(t)$ 为具有最高频率 $\omega_M < \omega_c$ 的有限带宽信号, 如图 P 7.7—3 所示。

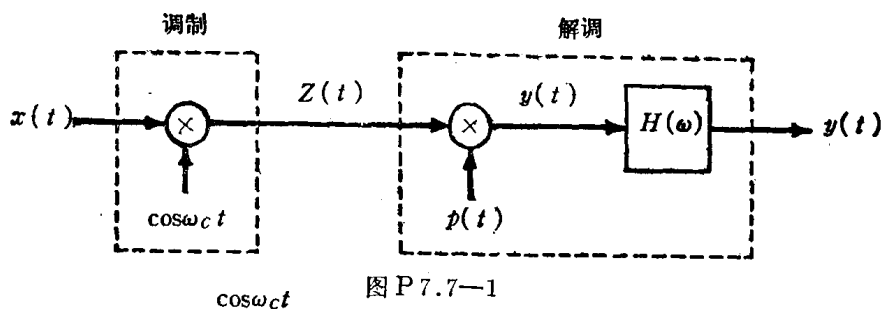


图 P 7.7—1

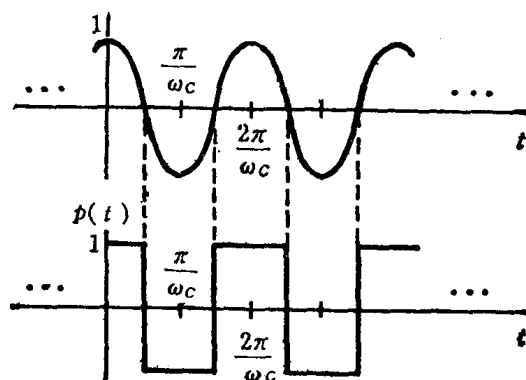


图 P 7.7—2

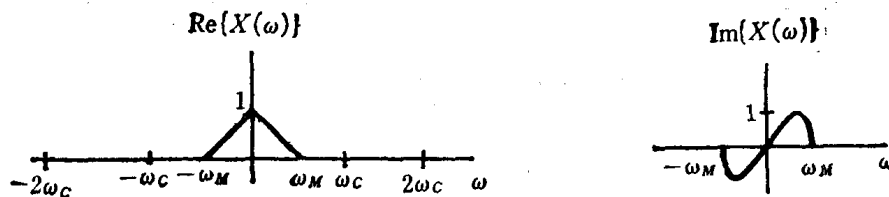


图 P7.7-3

(a) 分别画出并标明 $z(t)$, $p(t)$ 和 $y(t)$ 的傅里叶变换 $Z(\omega)$, $P(\omega)$ 和 $Y(\omega)$ 的实部和虚部。

(b) 为使 $v(t)=x(t)$, 画出并标明滤波器 $H(\omega)$ 。

7.8. 在图 P7.8-1 中, 表示了把有限带宽信号 $x(t)$ 转变为高频能量周期性短脉冲的通信系统。假设 $|\omega| > \omega_M$ 时, $X(\omega)=0$ 。对于调制信号 $m(t)$, 考虑有两种可能的选择, 我们用 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 来表

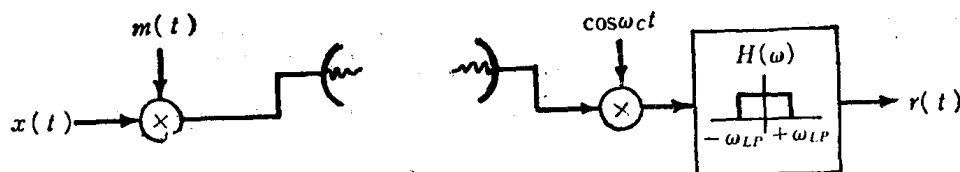


图 P7.8-1

示。 $m_1(t)$ 是周期性的正弦脉冲串, 每个脉冲串的持续时间为 D , 如图 P7.8-2 所示, 即

$$m_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t-kT)$$

式中

$$p(t) = \begin{cases} \cos \omega_c t, & |t| < \frac{D}{2} \\ 0, & |t| > \frac{D}{2} \end{cases}$$

www.blogoil.com

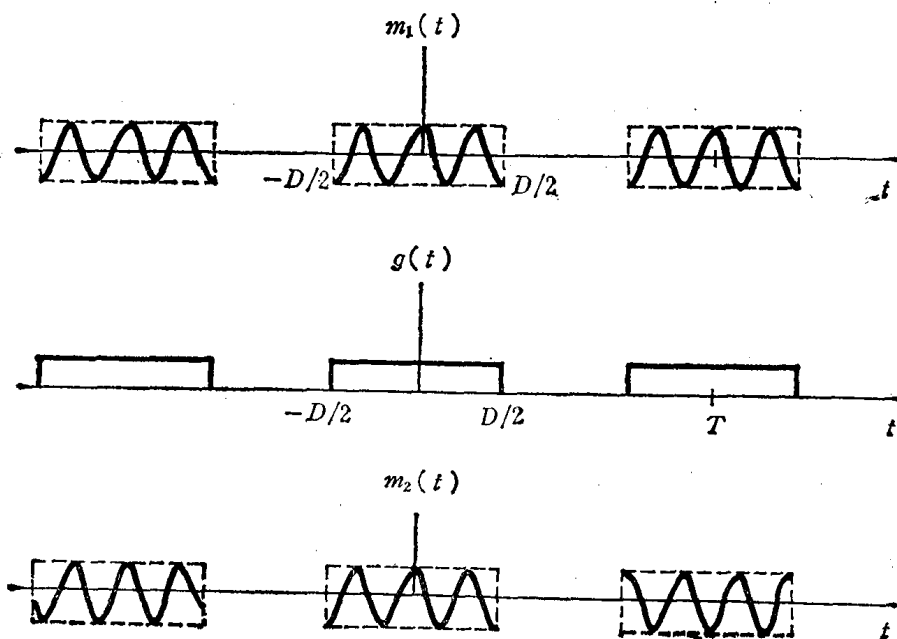


图 P7.8-2

$m_2(t)$ 是周期性断开或接通的 $\cos\omega_c t$, 就是说, $m_2(t) = g(t)\cos\omega_c t$, 式中 $g(t)$ 表示在图 P7.8—2 中。

假设参数 T , D , ω_c 和 ω_M 之间有下列关系:

$$D < T$$

$$\omega_c \gg \frac{2\pi}{D}$$

$$\frac{2\pi}{T} > 2\omega_M$$

又, 假设当 $x \gg 1$ 时, $\sin c(x)$ 可忽略。

试确定是否对 ω_{lp} 的某种选取, 可使 $m_1(t)$ 或 $m_2(t)$ 产生一个与信号 $x(t)$ 成比例的被解调信号 $r(t)$, 对于你认为是肯定的每一种情况, 试为 ω_{lp} 确定一个容许的范围。

- 7.9. 在 7.1.1 节中, 讨论了 $y(t) = [x(t) + A]\cos(\omega_c t + \theta_c)$ 形式的 AM 信号非同步解调时包络检波器的应用。图 P7.9 表示了另一种解调系统方框图, 这个系统也不要求相位同步, 但要求频率同步, 图中两个低通滤波器的截止频率为 ω_c 。 $y(t)$ 的形式是 $y(t) = [x(t) + A]\cos(\omega_c t + \theta_c)$, θ_c 是未知的常数。 $x(t)$ 是有限带宽信号, 当 $|\omega| > \omega_M$ 并且 $\omega_M < \omega_c$ 时, $X(\omega) = 0$ 。正如采用包络检波器时所要求的, 对所有的 t , $x(t) + A > 0$ 。

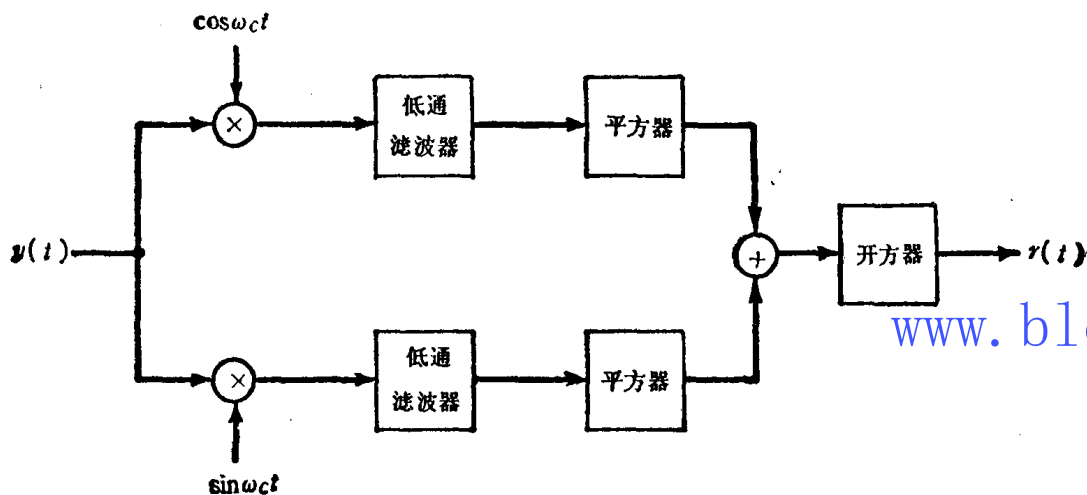


图 P7.9

试证明: 如果不知道调制器的相位 θ_c , 可利用图 P7.9 中的系统从 $y(t)$ 中恢复 $x(t)$ 。

- 7.10. 如同在 7.1.1 节中所讨论的, 非同步调制—解调要求加入载波信号, 以使已调信号有如下的形式

$$y(t) = [A + x(t)]\cos(\omega_c t + \theta_c) \quad (\text{P7.10})$$

式中对于所有的 t , $A + x(t) > 0$ 。载波的存在意味着要求更大的传输功率, 表示系统效率低。

- (a) 设 $x(t)$ 为 $x(t) = \cos\omega_M t$, 当 $\omega_M < \omega_c$, $A + x(t) > 0$ 时, 对于周期为 T 的周期信号 $y(t)$, 其时间平均功率 P_y 定义为 $p_y = (1/T) \int_T y^2(t) dt$ 。试确定并画出在式 (P7.10) 中 $y(t)$ 的 P_y 。将你的答案表示为调制指数 m 的函数, m 定义为 $x(t)$ 的最大绝对值除以 A 。

- (b) 调幅信号的传输效率, 定义为信号的边带中的功率对信号总功率的比, 当 $x(t) = \cos\omega_M t$, 并且 $\omega_M < \omega_c$ 和 $A + x(t) > 0$ 时, 试确定并画出作为调制指数 m 函数的已调信号效率。

- 7.11. 图 P7.11 中的系统, 是由两个低通滤波器和一个振荡器综合而成的带通滤波器。设输入信号是具有图 P7.11 所示频谱 $X(\omega)$ 的有限带宽信号, 图中我们用阴影区表示负频区, 使它和正频区有区别。

当 $\omega_M < \omega_c$, $\omega_1 < \omega_c$, 和 $\omega_2 > \omega_c - \omega_1$ 时, 画出 $r_1(t)$, $r_2(t)$, $r_3(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱。特别是证明整个系统等效于带通滤波器, 并用 ω_c , ω_1 和 ω_2 来确定带通滤波器的上、下截止频率。

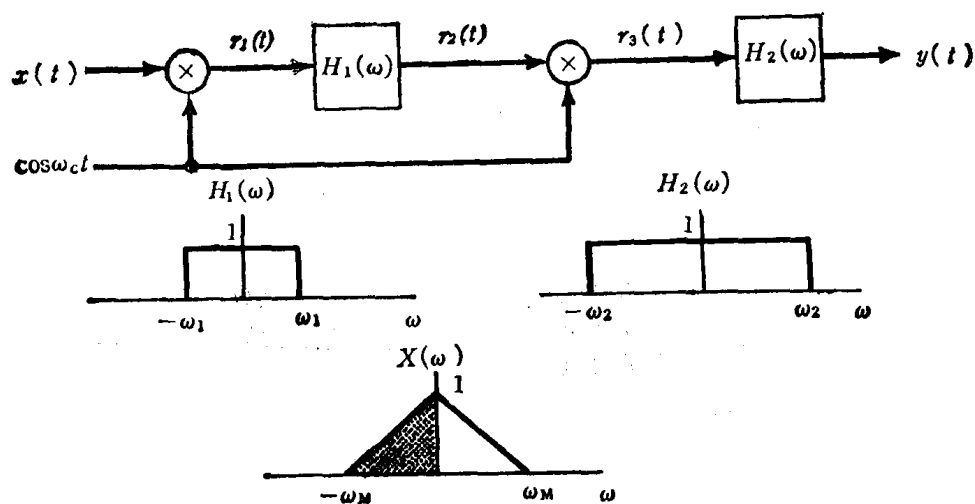


图 P 7.11

7.12. 在7.2.1节中, 讨论了利用复指数载波的幅度调制, 来实现带通滤波器。具体的系统如图7.16所示, 若只保留 $f(t)$ 的实数部分, 等效的带通滤波器如图7.20所示。

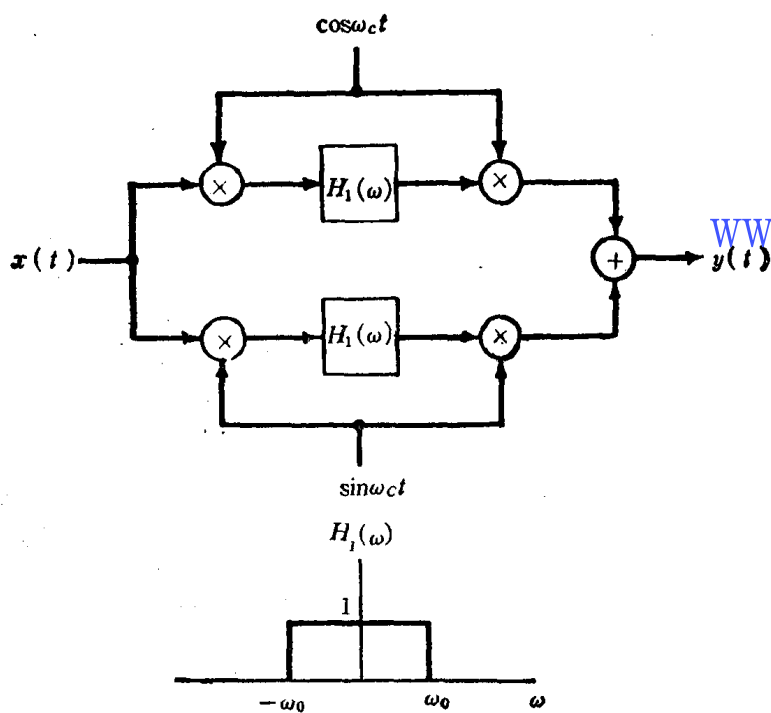


图 P 7.12

在图 P 7.12 中, 表示了利用正弦调制和低通滤波器来实现带通滤波器。试证明: 该系统的输出 $y(t)$ 和图7.16 中只保留 $\text{Re}\{f(t)\}$ 所得到的输出相同。

7.13. 图 P 7.13—1 中所示的系统, 是用来实现低通滤波器的。系统 $H(\omega)$ 是理想的“90°移相器”, 它的频率响应是

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{+j(\pi/2)} (=j), & \omega > 0, \\ e^{-j(\pi/2)} (= -j), & \omega < 0. \end{cases}$$

系统的输出 $y(t)$ 是复数信号 $r_s(t)$ 的虚数部分。

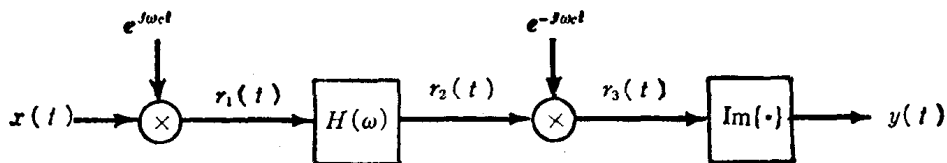


图 P7.13—1

- (a) 当 $X(\omega)$ 是实数并如图 P7.13—2 所示时, 画出 $r_1(t)$, $r_2(t)$, $r_3(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱。特别希证明系统实现了一个理想低通滤波器, 并希确定低通滤波器的截止频率, 这一截止频率应表示为调制频率 ω_c 的函数。

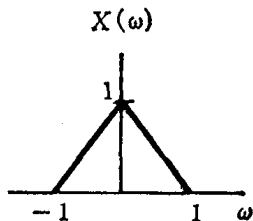


图 P7.13—2

- (b) 试证明: 图 P7.13—3 中的系统等效于图 P7.13—1 的系统, 其中系统 $H(\omega)$ 在两种情况下相同, 并且 $x(t)$ 是实数。

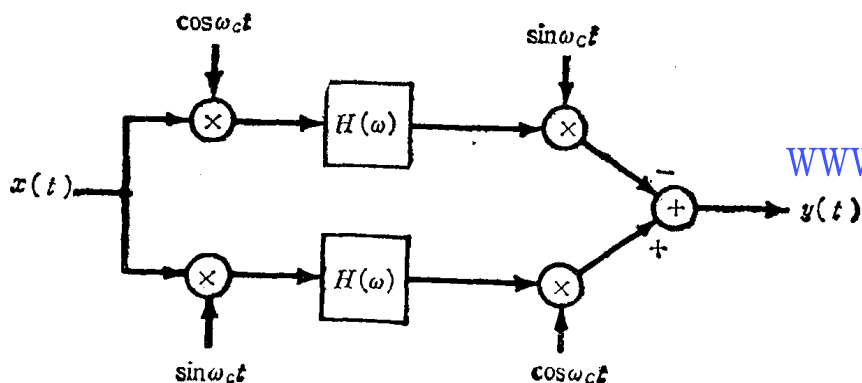


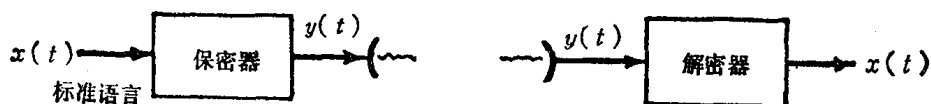
图 P7.13—3

- 7.14. 在语言通信中, 通常用来保持秘密的系统是语言保密器。如图 P7.14—1 所示, 输入到系统的是正常的语言信号 $x(t)$, 而输出的是加密以后的 $y(t)$, 信号 $y(t)$ 被传送, 然后在接收机中解密。

假设加到保密器的全部输入是实数, 并且带限到频率 ω_M , 也就是当 $|\omega| > \omega_M$ 时, $X(\omega) = 0$ 。给出任意这样的输入, 我们所提出的保密器把输入信号的频谱变换到不同的频带。此外, 输出信号也是实数, 并带限到相同的频带, 即是, 当 $|\omega| > \omega_M$ 时, $Y(\omega) = 0$ 。保密器的具体置换算法为:

$$Y(\omega) = X(\omega - \omega_M), \quad \omega > 0,$$

$$Y(\omega) = X(\omega + \omega_M), \quad \omega < 0,$$



P7.14—1

- (a) 若 $X(\omega)$ 的频谱由图 P7.14—2 所示, 画出已加密信号 $y(t)$ 的频谱。