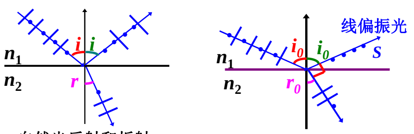
上节课主要内容

反射和折射时光的偏振



自然光反射和折射后产生部分偏振光

起偏振角

布儒斯特定律 $\boxed{\operatorname{tg} i_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}}$

第6章 狭义相对论基础

第6章 狭义相对论基础

§ 6.1 牛顿相对性原理和伽利略变换

一、经典力学的时空观

1、空间两点距离是一个不变量，与参照系的选择及观察者的运动无关；

2、时间的测量和运动无关，是一个不变量；

3、空间和时间是相互独立的、互不相关的，并且独立于运动之外；

4、质量是和运动无关的常量。

在经典力学中，长度、时间及质量都和运动无关，是对观察者不变量——绝对时空

——牛顿力学的基础

惯性参考系之间的时空变换——伽利略变换

⇒绝对时空观的具体体现

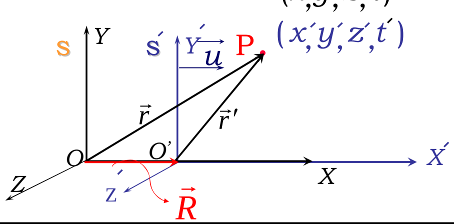
二、伽利略变换

变换：描写同一事件两个参照系时空坐标之间的关系

设惯性系S 、惯性系S′（相对S以u 沿x 匀速运动）

t=0时刻，O、O′重合　　　　t时刻，物体到达P点

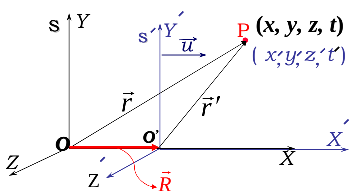
(x,y,z,t)



1、伽利略坐标变换式

$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$

$\vec{R} = \vec{u}t$



写成分量式：

正变换
$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

逆变换
$$\begin{cases} x = x' + ut' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

速度变换与加速度变换

$$\vec{r}=\vec{r}'+\vec{R} \Rightarrow \vec{v}=\vec{v}'+\vec{u} \Rightarrow \vec{v}'=\vec{v}-\vec{u}$$

正

$$v'_x = v_x - u \quad v'_y = v_y \quad v'_z = v_z$$

$$a'_x = a_x - \frac{du}{dt} \quad a'_y = a_y \quad a'_z = a_z$$

逆

$$v_x = v'_x + u \quad v_y = v'_y \quad v_z = v'_z$$

$$a_x = a'_x + \frac{du}{dt'} \quad a_y = a'_y \quad a_z = a'_z$$

u 是恒量

两个都是惯性系

$$a'_x = a_x \quad a'_y = a_y \quad a'_z = a_z$$

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y \quad a_z = a'_z$$

两个惯性系中 $\vec{a}'=\vec{a}$

三、力学相对性原理/牛顿相对性原理

力学规律对一切惯性系都是等价的

S $\quad \vec{F} \quad m \quad \vec{a} \qquad \vec{F} = m\vec{a}$

S' $\quad \vec{F}' \quad m' \quad \vec{a}' \qquad \vec{F}' = m'\vec{a}'$

*在牛顿力学中：　力与参考系无关　　质量与运动无关

牛顿定律在伽利略变换下形式不变

或 牛顿力学规律是伽利略不变式

如：动量守恒定律

$S \quad m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20}$

$S' \quad m'_1\vec{v}'_1 + m'_2\vec{v}'_2 = m'_1\vec{v}'_{10} + m'_2\vec{v}'_{20}$

说明不仅牛顿定律在不同惯性系中有相同形式。

能量、动量、角动量守恒定律及由牛顿定律导出的一切力学体系的行为规律在不同惯性系中均有相同形式。

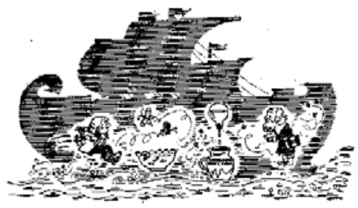
无法用力学实验区分惯性系

匀速直线运动在封闭车厢里竖直上抛一小球，小球最终会落回抛出点。

远洋客轮的室内球场上，网球运动员不能由球的行为知道客轮对水面的运动情况。

力学相对性原理告诉我们：无法借助力学实验的手段确定惯性系自身的运动状态；只能确定两个惯性系的相对运动速度，谈论某一惯性系的绝对运动（或绝对静止）是没有意义的

力学相对性原理

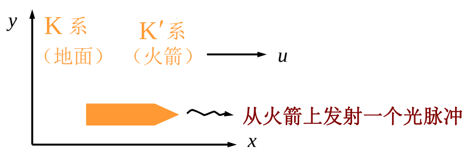


伽利略于1632年描述了匀速前进的萨尔维阿帝大船上的力学现象……都和地面上一样地发生。

四、绝对时空观遇到挑战

电磁理论的建立及对光速的预言

将伽利略变换应用于电磁学和光学，则与实验事实相悖。



火箭沿x轴正向相对于地面以速度u运动，光脉冲相对于火箭速度为c，根据伽利略变换，光脉冲相对于地面速度为$c+u$ 。（与实验不符。）

光速C是普适常数与光源运动无关

——迈克尔逊-莫雷实验

伽利略变换:在相对运动的两个惯性系间，应有光速变换 $\vec{C}'=\vec{C}+\vec{u}$

相对性原理与伽利略变换产生矛盾

若二者皆正确，则只能说电磁理论仅适用于某一静止参照系

爱因斯坦的选择

1922年爱因斯坦访日在即席演讲中有一段话：

"还在学生时代，我就在想这个问题了。 当时，我知道迈克耳逊实验的奇怪结果。 我很快得出结论：如果我们承认迈克耳逊的零结果是事实，那么地球相对以太运动的想法就是错误的。 这是引导我走向狭义相对论的最早的想法。"

爱因斯坦认为：物质世界的规律应该是和谐统一的，麦克斯韦方程组对所有惯性系成立。在任何惯性系中光速都是各向为c，这样就自然地解释了迈克耳逊—莫雷实验的零结果。

§6.2 爱因斯坦相对性原理和光速不变

爱因斯坦狭义相对论基本假设

1. 狭义的相对性原理：一切物理规律在所有惯性系中都相同。
是力学相对性原理的推广

物理定律与惯性系的选择无关，所有惯性系都是等价的。

2. 光速不变原理：在所有惯性系中，自由空间（真空）中的光速具有相同的量值C

不管光源与观察者之间的相对运动如何，在任一惯性系中所测得的真空中的光速都是相等的。

-------相对论建立的基础

讨论

一切物理规律　　力学规律

✶ *Einstein* 的相对性理论 是 *Newton*理论的发展

✸ 光速不变与伽利略变换、伽利略速度变换原理针锋相对

✸ 观念上的变革

牛顿力学	时间标度、长度标度、质量的测量与参考系无关　速度与参考系有关
	（相对性）
狭义相对论力学	光速不变 长度 时间 质量与参考系有关
	（相对性）

§6.5 洛伦兹坐标变换

一、时空坐标的测量

如：测量某时某地发生闪电

测量长度：同时测量两端的空间坐标;

测量时间：用放在事件发生地（同地）的时钟

实质：闪电事件与指针指到某位置事件是同地、同时发生

测量发生在两地事件　　用置于两地的同步校准时钟

实质：对两地事件的测量是不同地、不同钟的时空测量

测量技术：
- 长度测量：同时记录两端点位置间距离
- 时间测量：事件发生时刻由当地钟来标识

二. 洛仑兹变换

两个条件：满足相对性原理及光速不变原理；

质点速度远小于光速时，退化为伽利略变换

正变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

令 $\beta \equiv \dfrac{u}{c}$　　$\gamma \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$　　则

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right) \end{aligned}}$$

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ y'=y,\ z'=z,\ t'=\frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

讨论

※ 洛仑兹变换是爱因斯坦狭义相对论两个基本假定的必然结果

※ 时间(t，t')与空间(x,x')、速度(u)相关，非独立

※ u<<c 时，退化为宏观低速物体遵循的伽利略变换

※ $u > c$变换无意义 速度有极限

※ 四维时空间隔的平方对洛仑兹变换是不变量

$$ds^2=(c\Delta t)^2-(\Delta x)^2-(\Delta y)^2-(\Delta z)^2=$$
$$=ds'^2=(c\Delta t')^2-(\Delta x')^2-(\Delta y')^2-(\Delta z')^2$$

空间间隔与时间间隔

由洛仑兹变换可以得到两个事件在不同惯性系中的时间间隔，空间间隔之间的变换关系

正变换
$$\begin{cases}\Delta x' = \dfrac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}}\\[2ex] \Delta t' = \dfrac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}}\end{cases}$$

逆变换
$$\begin{cases}\Delta x = \dfrac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}\\[2ex] \Delta t = \dfrac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\beta^2}}\end{cases}$$

对于两个事件的时间间隔和空间间隔在不同的惯性系中是不同的，即是相对的。洛仑兹变换得到了实验的证实。

例1 甲乙两人所乘飞行器沿ox 轴作相对运动。甲测得两个事件的时空坐标为$x_1=6\times10^4$m ， $y_1=z_1=0$ ，$t_1=2\times10^{-4}$ s； $x_2=12\times10^4$m， $y_2=z_2=0$， $t_2=1\times10^{-4}$ s，若乙测得这两个事件同时发生于t'时刻，问：

（1）乙对于甲的运动速度是多少？

解：（1）设乙对甲的运动速度为 u ，由洛仑兹变换

$$t_2'-t_1'=\frac{(t_2-t_1)-\frac{u}{c^2}(x_2-x_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}=0 \qquad \Rightarrow u=-\frac{c}{2}$$

例1 甲乙两人所乘飞行器沿ox 轴作相对运动。甲测得两个事件的时空坐标为$x_1=6\times10^4$m ， $y_1=z_1=0$ ，$t_1=2\times10^{-4}$ s； $x_2=12\times10^4$m， $y_2=z_2=0$， $t_2=1\times10^{-4}$ s，若乙测得这两个事件同时发生于t'时刻，问：

（2）乙所测得的两个事件的空间间隔是多少？

解：(2) 根据洛仑兹变换

$$x_2'-x_1'=\frac{(x_2-x_1)-u(t_2-t_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$
$$=5.20\times10^4\,\text{m}$$

例2 一宇宙飞船相对地球以0.8c的速度飞行。一光脉冲从船尾传到船头，飞船上的观察者测得飞船长90m,地球上的观察者测得光脉冲从船尾到达船头两个事件的空间间隔为多少？

解：S系(地球) $\Delta x = x_2 - x_1 = ?$ $u = 0.8c$

S'系(飞船) $\Delta x' = x_2' - x_1' = 90m$

$$\Delta t' = \frac{\Delta x'}{c} = \frac{90}{3\times10^8} = 3\times10^{-7}s$$

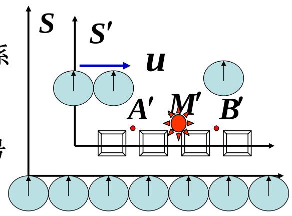
$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') = 270m$$

§6.3～6.4 狭义相对论的时空观

（同时性的相对性和时间延缓，长度收缩）

一、同时的相对性 -- 光速不变原理的直接结果

爱因斯坦火车



S' 火车参考系 S 地面参考系

A',B'分别放置信号接收器

M'放置光信号发生器

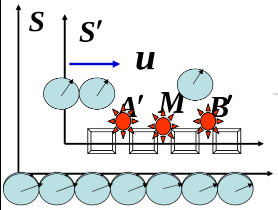
$t = t' = 0$ M' 发一光信号

事件1 A' 接收到闪光

事件2 B' 接收到闪光

研究的问题

两事件发生的时间间隔



S' 发出的闪光光速为C

$\because \overline{A'M'} = \overline{B'M'}$

同时接收到光信号

事件1、事件2 同时发生

S 发出的闪光光速为C

A' B' 随 S' 运动

A'迎光，比B'早接收

事件1、事件2 不同时发生

讨论

★ 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果

✸当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同

✸ 时间测量与参照系相关，是相对的，由同地钟指示时刻

不存在与参照系无关的绝对时间标准

时间的度量是相对的

二、时序与因果律

时序：两个事件发生时间的先后

在S中， 先开枪，后鸟死

在 s′中： 是否能发生先鸟死，后开枪？

即：两事件的时序是否会颠倒？

开枪

事件1：

(x_1, t_1)

$\vec{v}$

子弹

鸟死

事件2：

(x_2, t_2)

在 s 中： $t_2 > t_1$

设两物理事件： $I[(x_1 y_1 z_1 t_1)(x_1' y_1' z_1' t_1')]$；$II[(x_2 y_2 z_2 t_2)(x_2' y_2' z_2' t_2')]$

$$t_1' = \frac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t_2' = \frac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \boxed{\beta = \frac{u}{c}}$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1)[1 - u(x_2 - x_1)/c^2(t_2 - t_1)]}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

已知$t_2>t_1$, 假定$x_2>x_1$，三种情况 ——均可发生

$[1 - \dfrac{u\ (x_2 - x_1)}{c^2(t_2 - t_1)}] > 0$ $\quad t_2'-t_1' > 0$ 时序不变

$[1 - \dfrac{u(x_2 - x_1)}{c^2(t_2 - t_1)}] = 0$ $\quad t_2'-t_1' = 0$ 同时发生

$[1 - \dfrac{u(x_2 - x_1)}{c^2(t_2 - t_1)}] < 0$ $\quad t_2'-t_1' < 0$ 时序颠倒

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1)\left[1 - \dfrac{u(x_2 - x_1)}{c^2(t_2 - t_1)}\right]}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

若$x_2=x_1$，同地发生， $t_2 - t_1 > 0 \Rightarrow t_2'-t_1' > 0$ 时序不变

因果事件 $\upsilon = \dfrac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}$ 子弹平均速度

信号传递速度

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1)(1 - uv/c^2)}{\sqrt{1-\beta^2}} > 0$$

因为：$uv < c^2$ $\quad \therefore t_2' - t_1'$与$t_2 - t_1$同号

所以由因果率联系的两事件的时序不会颠倒。

在 S' 中： $t_1' = \dfrac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\qquad t_2' = \dfrac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1)\left(1 - \dfrac{u}{c^2}\boxed{\dfrac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{(t_2 - t_1)(1 - \dfrac{uv}{c^2})}{\sqrt{1-\beta^2}} > 0$$

子弹速度

$\upsilon = \dfrac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}$

信号传递速度

因为 $u\upsilon < c^2$ 所以 $t_2' > t_1'$

在 S' 中：仍然是开枪在前，鸟死在后。

由因果率联系的两事件的时序不会颠倒！！

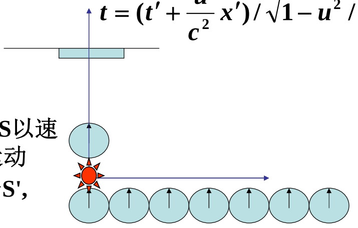
三、时间膨胀效应或钟慢效应

洛仑兹时间变换

$$t' = \left(t - \frac{u}{c^2}x\right) / \sqrt{1-u^2/c^2}$$

$$t = \left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right) / \sqrt{1-u^2/c^2}$$

理想实验



S'系相对于S以速度u沿x轴运动

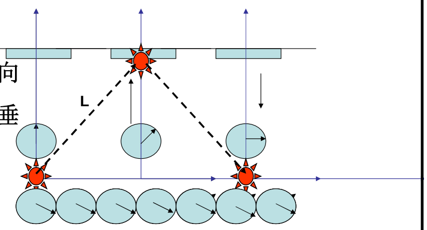
反射镜置于S'，高为d

t=t'=0，oo'重合时光信号向反射镜发出

S'： 同地事件

光信号经垂直方向射向反射镜后沿垂直方向返回

经历时间 $\Delta t' = t' - 0 = \dfrac{2d}{C}$



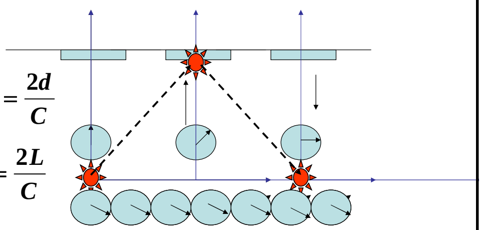
S: (o')在运动，光信号经虚线方向射向反射镜后沿虚线方向返回（折线） 经历时间 $\Delta t = t - 0 = \dfrac{2L}{C}$

事件：1）信号发出；2）信号接收

时刻由当地钟测得　　异地事件

$$\Delta t' = t' - 0 = \frac{2d}{C}$$

$$\Delta t = t - 0 = \frac{2L}{C}$$



关系：

s′相对s沿x轴运动，故y方向长度测量两系相同

S系： $L = \sqrt{d^2 + (u\Delta t/2)^2}$ 　代入上式解Δt:

$$\Delta t = \frac{2d}{c}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}^{-1} = \Delta t'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}^{-1}$$

即：$\Delta t > \Delta t'$

亦可由洛仑兹时间变换： $t = \left(t' + \dfrac{u}{c^2}x'\right) / \sqrt{1-u^2/c^2}$

事件1：信号发出；事件2：信号接收

	事件1	事件2
S系：	$(0, 0)$	(x, t)
S'系：	$(0, 0)$	$(0, t')$

$$\Delta t = t - 0 = \frac{(t'-0) + \frac{u}{c^2}(0-0)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > \Delta t'$$

$\Delta t'$由同一地的同一钟测得，称固有时　　钟慢效应

Δt 由异地两钟测得　　时间膨胀

说明：

1. 由相对原理，惯性系等价，固有时最短

2. 当u<<c时， Δt= Δt'，相对论效应消失

3. 是时空的一种属性，源于光速不变

★ 双生子效应

孪生兄弟过完30岁生日后，弟弟乘宇宙飞船（98%光速）飞往25光年外的织女星。弟弟回地球后，发现兄弟俩不一样大。

飞船上的时间比地球上的时间慢5倍

根据飞船上的钟，弟弟从出发算起，过去了10年，现在40岁而哥哥却等待了50年，现已80岁

"阿波罗号"上的宇航员飞行8天，比地球上的同事衰老的过程慢十万分之一秒！

说 明

在相对静止与相对运动参照系中测量的时间间隔的关系为：

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

从上式可见$t_2 - t_1$可能大于也可能小于 $t_2' - t_1'$

对于同一地点发生的两个事件可以套用时间膨胀公式，而对于不同地点发生的两个事件要用洛仑兹坐标变换式进行计算

例1、观察者甲测得同一地点发生的两个事件的时间间隔为4秒。乙相对甲以0.6c的速度运动。则乙观察这两个事件的时间间隔为

（A）4秒；（B）6.25秒； (C)5秒 (D)2.56秒

[c]

解：甲测得的时间为固有时Δt，

则：乙观察这两个事件的时间间隔$\Delta t'$为：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{4}{\sqrt{1-(0.6c)^2/c^2}} = 5s$$

例2、观测者甲和乙分别静止于两个惯性参照系K和K'中，甲测得在同一地点发生的两个事件的时间间隔为4 s，而乙测得这两个事件的时间间隔为5 s，求：

（1）K'相对于K的运动速度____0.6c____。

（2）乙测得这两个事件发生的地点之间的距离数值为-----------3c---------。

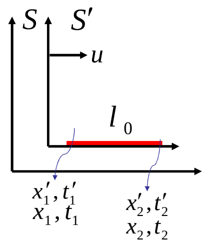
$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{-u\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

四、长度缩短

对运动长度的测量问题

1、原长：相对棒静止的参照系上测得的长度称为静长（或原长、固有长度）



如图：棒静止在 S'系中，l_0为原长

S'系上测量：$x_2' - x_1' = l_0$

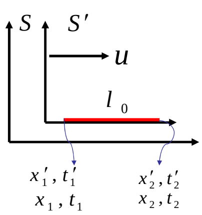
两端不需要同时读数

S 系上测量：$x_2 - x_1 = l$

两端必须同时读数，即要求：$t_2 = t_1$

利用洛仑兹坐标变换式

$$x_1' = \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad x_2' = \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$



于是有：

$$\underbrace{x_2' - x_1'}_{l_0} = \frac{\underbrace{x_2 - x_1}_{l} - u\underbrace{(t_2 - t_1)}_{\Delta t = 0}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

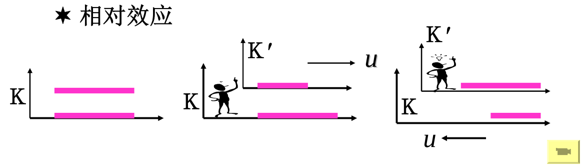
因此：

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad l < l_0$$ 称为长度收缩效应

固有长度最长！！

长度收缩效应

✶ 相对效应

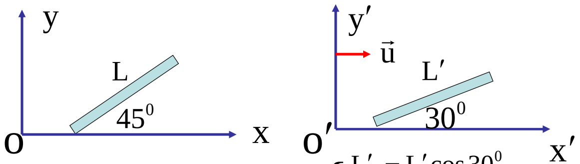


✸ 纵向效应

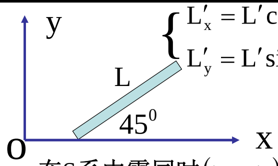
✹ 在低速下：伽利略变换

✺ 同时性的相对性的直接结果

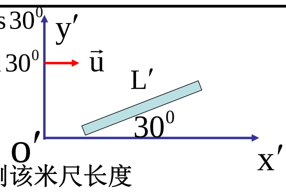
例3: 一根米尺静止在S′系中，与$O'x'$轴成30°角，如果在S系中测得该米尺与Ox轴成45°角，S′相对于S的速度是多少？ S系中测得米尺的长度是多少？



解：在S′系测得米尺原长：$\begin{cases} L'_x = L'\cos 30^0 \\ L'_y = L'\sin 30^0 \end{cases}$



$\begin{cases} L'_x = L'\cos 30^0 \\ L'_y = L'\sin 30^0 \end{cases}$



在S系中需同时$(t_2 = t_1)$测该米尺长度

$$\begin{cases} L_x = L'_x\sqrt{1-u^2/c^2} \\ L_y = L'_y = L'\sin 30^0 \end{cases} \qquad tg45^0 = \frac{L_y}{L_x} = \frac{tg30^0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\because u = 0.816c$$

S系中米尺长度 $L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2} = 0.707m$

例4: 设有宇宙飞船A和B，固有长度均为L_0=100米，沿同一方向匀速飞行. 在飞船B上观测到飞船A的船头、船尾经过飞船B船头的时间间隔为（5/3×10⁻⁶秒），求飞船B相对飞船A的速度的大小

0. 196c (0. 2c)。

事件1： B头看到 A头　　事件2： B头看到A尾

飞船A： S系 $(x_1\ \ t_1)$　　$(x_2\ \ t_2)$

飞船B： S’系 $(x_1'\ \ t_1')$　　$(x_2'\ \ t_2')$

$|x_2-x_1|=100m$　　$t_2'-t_1'=(5\times10^{-6})/3s$　　$x_2'-x_1'=0$

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

u： S’系相对S系（即飞船B相对飞船A）速度

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{u\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$100\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = u\times\frac{5}{3}\times10^{-6}$$

$$u = 0.196c$$

例5: 一艘宇宙飞船的船身固有长度为 L_0=90m，相对于地面以u=0.8c的匀速度在一观测站的上空飞过。

（1）观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少？

（2）宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

事件1： 飞船船头过地面观测站

事件2： 飞船船尾过地面观测站

地面观测站： S系 $(x_1\ \ t_1)$ $(x_2\ \ t_2)$

飞船： S’系 $(x_1'\ \ t_1')$ $(x_2'\ \ t_2')$

$x_2-x_1=0$　　$x_2'-x_1'= -L_0$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{-u\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{L_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{u} = \frac{90\sqrt{1-\frac{(0.8c)^2}{c^2}}}{0.8c} = 2.25\times10^{-7}s$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{L_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{u}$$

$$\Delta t' = \frac{L_0}{u} = \frac{90}{0.8c} = 3.75\times10^{-7}\,s$$

长度与空间间隔

长度和坐标空间间隔是两个完全不同的概念。长度的概念也就是距离的概念，它总是大于零的，负的距离是没有意义的

在相对运动参照系中测量长度时，对物体的两端必须同时测量

在相对静止和相对运动参照系中测得的物体长度的关系是：$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$ 并且 $l_{动} < l_{静}$

空间间隔指的是两个事件发生的空间坐标之差 $x_2' - x_1' = \frac{(x_2-x_1)-u(t_2-t_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$

和距离的概念不同，在相对运动的参照系中， 空间间隔可以变大也可能变小，甚至变为负值。

五、相对性与绝对性

经典时空观：

空间是绝对的，时间是绝对的，空间、时间和物质运动三者没有联系。

相对论时空观：

*a.*时间、空间有着密切联系，时间、空间与物质运动是不可分割的。

b. 不同惯性系各有自己的时间坐标，并相互发现对方的钟走慢了。

*c.*不同惯性系各有自己的空间坐标，并相互发现对方的“尺”缩短了。

*d.*作相对运动的两个惯性系中所测得的运动物体的速度，不仅在相对运动的方向上的分量不同，而且在垂直于相对运动方向上的分量也不同。

*e.*光在任何惯性系中传播速度都等于 *C*， 并且是任何物体运动速度的最高极限。

*f.*在一个惯性系中同时发生的两事件，在另一惯性系中可能是不同时的。

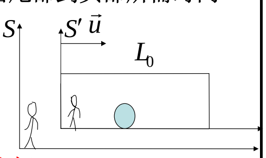
例6: 飞船的固有长度为L_0以速度u相对地面运动，一小球从船的尾部运动到头部，宇航员测得的速度为v_0

求：（1）宇航员测得小球由尾部到头部所需时间

（2）地面观察者测得小球由尾部到头部所需时间

解：（a）建立坐标系 S’系：飞船

S系：地面



（b）明确物理事件

事件1：小球在飞船尾部

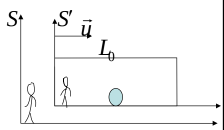
事件2：小球到飞船头部

（c）确定两物理事件的时空坐标

	事件1：小球在尾部	事件2：小球到头部	
S'飞船系：	(x_1', t_1')	(x_2', t_2')	$\Delta t' = ?$
S 地面系：	(x_1, t_1)	(x_2, t_2)	$\Delta t = ?$

（1）宇航员测得小球由尾部到头部所需时间：

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{L_0}{v_0}$$



应用洛伦兹变换：

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{u}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad t_2 = \frac{t_2' + \frac{u}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + \frac{u}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

（2）地面观察者测得小球由尾部到头部所需时间：

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\frac{L_0}{v_0} + \frac{u}{c^2}L_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

说明：飞船上两事件不在同一地点发生，故飞船上测得的时间不是原时

例7：实验室中测得π介子速率u=0.99c，衰变前所通过的空间距离为52m，

求：π介子在其静止参考系（π介子上）的寿命

解：分清事件、区分两参照系时间间隔的测量方法

事件一：粒子产生，事件二：粒子消灭

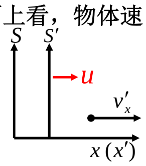
实验室系S： 两地两钟 $x_2 - x_1 = 52m$

$$t_2 - t_1 = \tau = \frac{x_2 - x_1}{u} = 1.75\times10^{-7}s$$

粒子系S'： 同地同钟---固有时

$$\tau_0 = \tau\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = \frac{52}{0.99c}\sqrt{1-\left(\frac{0.99c}{c}\right)^2} = 2.5\times10^{-8}s$$

例8：设想一固有长度为L_0的飞船以0.80c的速度在地球上空飞行，如果这时从飞船尾沿速度方向发射一物体，物体相对飞船速度为0.90c 。问：从地面上看，物体速度多大？多久到船头？



解：选飞船参考系为s'系，地面为s 系

$u = 0.80c$ $v'_x = 0.90c$

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1+\frac{u}{c^2}v'_x} = \frac{0.90c+0.80c}{1+0.80\times0.90} = 0.99c$$

由洛仑兹变换：

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{L_0/0.9c + 0.8c/c^2\, L_0}{\sqrt{1-0.64}} \approx 3.1\frac{L_0}{c}$$

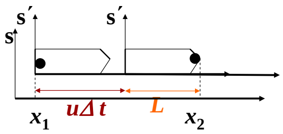
L_0

$\Delta x'/v'_x$

实际上，设t = t' = 0 时，物体从船尾发射

到达船头运动距离：$x_2 - x_1 = u\Delta t + L$

所需时间：$\Delta t = \Delta x / v_x$



从地球看飞船长度为：

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad \therefore \Delta t = \frac{u}{v_x}\Delta t + \frac{L_0\sqrt{1-u^2/c^2}}{v_x}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{L_0\sqrt{1-u^2/c^2}}{v_x-u} = \frac{L_0\sqrt{1-0.8^2}}{0.99c-0.8c} \approx 3.1\frac{L_0}{c}$$

---

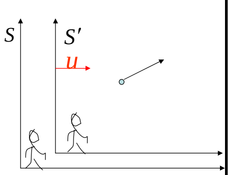
§ 6.6 相对论速度变换

S'系上质点的运动速度

(v'_x、v'_y、v'_z) 两者的关系？

S系上质点的运动速度

(v_x、v_y、v_z)



定义： $v_x = \frac{dx}{dt}$ $v'_x = \frac{dx'}{dt'}$

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

洛仑兹坐标变换式

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

两边求全微分 →

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{v_x-u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \qquad \frac{dt'}{dt} = \frac{1-\frac{u}{c^2}v_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

上面两式之比 ⇒

$$\boxed{v'_x = \frac{v_x-u}{1-\frac{u}{c^2}v_x}}$$

由洛仑兹变换知

$$\frac{dy'}{dt'}=\frac{dy}{dt'}=\frac{dy/dt}{dt'/dt}$$

$$\frac{dt'}{dt}=\frac{1-\frac{u}{c^2}v_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

由上两式得

$$v'_y=\frac{v_y}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

同理

$$v'_z=\frac{v_z}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

洛伦兹速度变换式

正变换

$$v'_x=\frac{v_x-u}{1-\frac{u}{c^2}v_x}$$

$$v'_y=\frac{v_y}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z=\frac{v_z}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x=\frac{v'_x+u}{1+\frac{u}{c^2}v'_x}$$

$$v_y=\frac{v'_y}{1+\frac{u}{c^2}v'_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z=\frac{v'_z}{1+\frac{u}{c^2}v'_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_x=\frac{v_x-u}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\qquad v'_y=\frac{v_y}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\qquad v'_z=\frac{v_z}{1-\frac{u}{c^2}v_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

讨论：1、三维运动时，$y'=y$，$z'=z$，但

$$v'_y\neq v_y,\ v'_z\neq v_z\qquad(\because dt\neq dt')$$

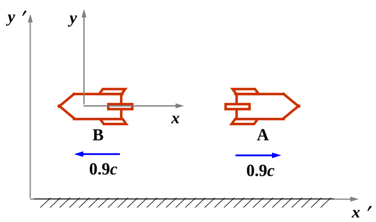
2、一维运动时，$v'=\frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v}$　　$v=\frac{v'+u}{1+\frac{u}{c^2}v'}$

3、当u,v<<c，$v'=v-u$，　$v=v'+u$

⟹ 伽利略速度变换

4、保证了光速不变

例　在地面上测到有两个飞船*A*、*B*分别以 +0.9*c*和-0.9*c*的速度沿相反的方向飞行，如图所示。求飞船*A*相对于飞船*B* 的 速度有多大。



解：设S系被固定在飞船*B*上，则飞船*B*在其中为静止，而地面对此参考系以*u*=0.9*c* 的速度运动。以地面为参考系S’，则飞船*A*相对于S’系的速度按题意为v'_x=0.9c，可求得飞船*A*对S系的速度，亦即相对于飞船*B*的速度：

$$v_x=\frac{v'_x+u}{1+\frac{uv'_x}{c^2}}=0.994c$$

如用伽利略速度变换进行计算，结果为：

$$v_x=v'_x+u=1.8c>c$$

两者大相径庭。相对论给出$v_x<c$。一般地说，按相对论速度变换，在*u*和*v*’都小于*c*的情况下，*v*不可能大于c。

§6.7, 6.9~6.11　狭义相对论动力学基础

(相对论质量、相对论动能、相对论能量、动量和能量的关系)

高速运动时动力学概念如何？

基本出发点：✶基本规律在洛仑兹变换下形式不变；

✸低速时回到牛顿力学

一、质量和动量

1. 力与动量　$\vec{P}=m\vec{v}$ 状态量 合理　$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}$ 合理

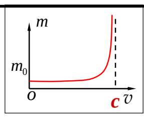
2. 质量的表达

猜想形式？ $\vec{F}$ 持续作用 ⟶ $\vec{P}$ 持续 ↗

但*v* 的上限是 *c*，要求*m*随速率增大而增大

$$m=m(v)$$

实验证明：$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 相对论质量（质速关系）



讨论

1) 由于空间的各向同性，m与速度方向无关，v 指粒子相对于参照系的速率

$v=0.98c \Rightarrow m=5m_0$

$v=11.2km/s \Rightarrow \frac{m-m_0}{m}=7\times10^{-10}$

2) 在不同惯性系中观察，同一物体的质量可能不同

3) $v<<c$ $m=m_0$ m_0称静止质量

4) v 趋于c，m 趋于无穷，

光速是极限速度，光子静止质量m_0为零

---

3. 相对论动量 $\vec P=\frac{m_0\vec v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 动量守恒依然成立

二、狭义相对论运动方程

$$\vec F=\frac{d(m\vec v)}{dt}=m\vec a+\vec v\frac{dm}{dt} \Rightarrow \vec a=\frac{\vec F}{m}-\frac{\vec v}{m}\frac{dm}{dt}$$

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{dm}{dt}=\frac{m}{c^2-v^2}\vec v\cdot\frac{d\vec v}{dt} \qquad \frac{dm}{dt}=\frac{\vec v\cdot\vec F}{c^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec a=\frac{\vec F}{m}-\frac{\vec v}{m}\frac{\vec v\cdot\vec F}{c^2}}$$

$$\vec F=\frac{d\vec P}{dt}=m\frac{d\vec v}{dt}+\vec v\frac{dm}{dt}$$

1、力的方向 牛顿力学由 $\frac{d\vec v}{dt}$ 确定方向

相对论力学由 $\frac{d\vec v}{dt}$,$\vec v$ 确定方向

2、力的效果

牛顿力学中力改变物体的速度

相对论力学中力改变物体速度及质量

$$\vec a=\frac{\vec F}{m}-\frac{\vec v}{m}\frac{\vec v\cdot\vec F}{c^2}$$

★ $\vec a$不仅取决于$\vec F$ 还取决于$\vec v\cdot\vec F$

✸若$\vec v\perp\vec F$ $\vec a=\frac{\vec F}{m}$ 与牛顿力学形式相同

但 $\vec F=\gamma m_0\vec a$ 惯性的量度

✹ 一般情况下γm_0不是惯性的量度

三、相对论动能 动能定理应该是合理的 $dW=dE_K$

设质点从静止,通过力作功,动能增加

$$dW=\vec F\cdot d\vec r=\frac{d\vec P}{dt}\cdot d\vec r=\vec v\cdot d\vec P=\vec v\cdot(\vec v dm+m d\vec v)=v^2dm+mvdv$$

$$m_0=m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow m^2c^2-m^2v^2=m_0^2c^2 \Rightarrow mvdv+v^2dm=c^2dm$$

$$\Rightarrow \vec F\cdot d\vec r=c^2dm \qquad E_K=\int_L\vec F\cdot d\vec r=\int_{m_0}^{m}c^2dm$$

$$\boxed{E_K=mc^2-m_0c^2}$$

讨论

★合理否？$v<<c \Rightarrow E_K=\frac{1}{2}m_0v^2$

✸与经典动能形式完全不同 $v=\frac{4}{5}c \Rightarrow E_k=\frac{2}{3}m_0c^2$

✹ $v^2=c^2\left[1-\left(1+\frac{E_k}{m_0c^2}\right)^{-2}\right]$ c为极限速率

四、相对论能量 $\boxed{E_K=mc^2-m_0c^2}$

定义：$E_0=m_0c^2$ ——物体静能

$E=mc^2$ ——物体总能量

$$\boxed{E=mc^2=E_K+m_0c^2}$$

— 粒子以v运动时具有的能量(相对论能量)

讨论 $\boxed{E=mc^2}$

✶ $E_{静}=m_0c^2$ 任何宏观静止的物体具有能量

✸ $E=mc^2$ 质能方程 — 相对论质量是能量的量度

✹ $\Delta E=\Delta mc^2$ 能量变化与质量变化相对应

质能关系仅是量值关系，能量与质量是物质的两个客观属性，二者不能相互转化

静能 $E_{静}=m_0c^2$ ——物体的总内能

- 分子间相互作用势能
- 分子运动动能
- 原子间结合在一起的化学能
- 原子核与电子结合在一起的电磁能
- 原子核内基本粒子间的结合能

物理意义　$E = mc^2$　$\Delta E = (\Delta m)c^2$

◆质量的增加和能量的增加相联系，质量的大小应标志着能量的大小，这是相对论的又一极其重要的推论。

相对论的质能关系为开创原子能时代提供了理论基础，这是一个具有划时代的意义的理论公式。

◆ 静能 m_0c^2：物体静止时所具有的能量.

电子的静质量　$m_0 = 0.911\times10^{-30}\,\text{kg}$

电子的静能　$m_0c^2 = 8.19\times10^{-14}\,\text{J} = 0.511\,\text{MeV}$

质子的静质量　$m_0 = 1.673\times10^{-27}\,\text{kg}$

质子的静能　$m_0c^2 = 1.503\times10^{-10}\,\text{J} = 938\,\text{MeV}$

1千克的物体所包含的静能 $= 9\times10^{16}\,\text{J}$

1千克汽油的燃烧值为 4.6×10^{7} 焦耳.

例：$m_0 = 1\text{kg}$，　$E_0 = m_0c^2 = 9\times10^{16}\,\text{J}$

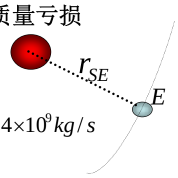
现有 **100** 座楼，每楼 **200** 套房，每套房用电功率 **10000 W**，总功率 $2\times10^8\,\text{W}$，每天用电 **10** 小时，年耗电量 $2.72\times10^{15}\,\text{J}$，可用约 **33** 年。

✸ 重要的实际应用　孤立系统中　$E = const$

$E_K + m_0c^2 = const$　$\boxed{\Delta E_K = -\Delta(m_0c^2)}$

静止质量减少Δm_0，则动能增加Δm_0c^2，静能减少Δm_0c^2

例: 太阳由于热核反应而辐射能量 →质量亏损



$I = 1.74\times10^3\,W/m^2$

$P = 4\pi r_S^2 I = \cdots = 4.29\times10^{26}\,W$

$\frac{\Delta E}{\Delta t} \approx 4.29\times10^{26}\,J/s \Longrightarrow \frac{|\Delta m|}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{c^2\Delta t} = 5.4\times10^{9}\,kg/s$

$\Rightarrow \Delta m/m = 8.5\times10^{-14}$

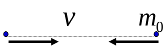
通常，原子核静止质量小于各核子静止质量之和

核子结合时放出原子能！

例1、两全同粒子以相同的速率相向运动，碰后复合

求：复合粒子的速度和质量

解：设复合粒子质量为**M** 速度为$\vec{V}$



碰撞过程，动量守恒

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = M\vec{V}$　$\boxed{V = 0}$

由能量守恒

$2mc^2 = M_0c^2$　静止质量

$\boxed{M_0 = 2m = \frac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} > 2m_0$　损失的能量转换成静能

静质量增加了，但相对论质量保持守恒！

例2、试求两个中子和两个质子合成氦核时放出的热量

$m_p = 1.67261\times10^{-27}\,\text{kg}$　$m_n = 1.67482\times10^{-27}\,\text{kg}$

$m_{He} = 6.64469\times10^{-27}\,\text{kg}$

$2n + 2p = {}^4_2He +$ 热量

$2m_p + 2m_n = 6.69486\times10^{-27}\,\text{kg} > m_{He}$

反应后总质量减少，称为质量亏损

$\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_{He} = 0.05017\times10^{-27}\,\text{kg}$

$\Delta E = \Delta mc^2 = 4.55153\times10^{-12}\,\text{J}$　——放出的热能

1mol中子和**1mol**质子合成氦核释放能量？（数量级）

轻核聚变

例3、把电子从0.9c的速度增加到0.99c，所需的能量是多少？这时电子的质量增加多少？

解:(1) $\Delta E=(m_2-m_1)c^2$

$$=m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-0.99^2}}-\frac{1}{\sqrt{1-0.9^2}}\right]$$

$$=3.93\times10^{-13}J=2.45\times10^{6}eV$$

注意：**1eV = 1.6×10^{-19}J**

(2) $\Delta m=\dfrac{\Delta E}{c^2}=\dfrac{3.93\times10^{-13}}{9\times10^{16}}=4.37\times10^{-30}kg$

例4、在什么速度下粒子的动量为非相对论动量的两倍？在什么速度下的动能等于它的静止能量？

解：(1)由题意 $\dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=2m_0 v$

解得 $v=0.87c=2.6\times10^8$ m/s

(2) $E_k=mc^2-m_0c^2=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-m_0c^2$

$E_k=E_0$ $\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)m_0c^2=m_0c^2$

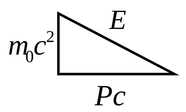
解得 $v=\dfrac{\sqrt{3}}{2}c=0.866c$

五、 相对论的动量能量关系式

由 $m_0=m\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ 两边平方乘 c² 得: $m^2c^2(1-\dfrac{v^2}{c^2})=m_0^2c^2$

$m^2c^2(c^2-v^2)=m_0^2c^4$

$\boxed{E^2=P^2c^2+m_0^2c^4}$



特例：(1) $E_k<<m_0c^2$

$\because E=E_k+m_0c^2$ $\therefore E^2=E_k^2+2E_km_0c^2+m_0^2c^4$

$E_k\approx\dfrac{P^2}{2m_0}$ $\approx 2E_km_0c^2+m_0^2c^4$

回到牛顿力学形式

$\boxed{E^2=P^2c^2+m_0^2c^4}$

(2) 高速 且 $v\to c$ $\quad E_k>>m_0c^2 \quad E=cP$

例：光子

$v=c \quad m_0=0 \quad E=pc$

$\therefore p=\dfrac{E}{c}=\dfrac{h\nu}{c}$

又 $E=mc^2 \quad m=\dfrac{E}{c^2}=\dfrac{h\nu}{c^2}$

复习本章内容

狭义相对论习题课

爱因斯坦狭义相对论基本假设

相对性原理 **光速不变原理**

洛仑兹变换 $\beta=\dfrac{u}{c}$ $\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

正变换

$$x'=\gamma(x-ut)$$
$$y'=y$$
$$z'=z$$
$$t'=\gamma\left(t-\frac{\beta}{c}x\right)$$

逆变换

$$x=\gamma(x'+ut')$$
$$y=y'$$
$$z=z'$$
$$t=\gamma\left(t'+\frac{\beta}{c}x'\right)$$

复习本章内容

- 同时的相对性
- 钟慢效应：

$$\therefore \tau=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

- 尺缩效应：

$$l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$

洛仑兹速度变换式

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

相对论质量（质速关系） $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 相对论动量 $\vec{P} = m\vec{v} = \dfrac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

相对论动能 $E_K = mc^2 - m_0 c^2$

相对论能量（质能方程） $\boldsymbol{E = mc^2 = E_K + m_0 c^2}$

相对论的动量能量关系式 $\boldsymbol{E^2 = P^2 c^2 + m_0^2 c^4}$

基本练习题

一、讨论下列说法

1. 在一惯性系中，两个同时的物理事件，在另一惯性系中一定不同时。

$$由 t' = \frac{t - \left(\frac{u}{c^2}\right) x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t - \left(\frac{u}{c^2}\right) \Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$\because \Delta t = 0, 但 \Delta x = ?$ 错.

2. 在一惯性系中，两个同时的物理事件，在另一惯性系中一定同时。 错.

3. 在一惯性系中，两个同时又同地的物理事件，在另一惯性系中一定同时又同地。 对.

4. 在一惯性系中，两个同时不同地的物理事件，在另一惯性系中只可能同时不同地。 错.

5. 在一惯性系中，两个同时不同地的物理事件，在另一惯性系中只可能同地不同时。 错.

二、一个在实验室中以**0.8c**的速度运动的粒子，飞行**3m**后衰变，则观察到的同样的静止粒子衰变时间为多少？

解：　$u = 0.8c, L = 3m$

以实验室为S′系，以粒子为S系

s′系　$\Delta t' = \dfrac{L}{u} = \dfrac{3}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 1.25 \times 10^{-8} (s)$

s系　Δt – 原时

$$\Delta t = \Delta t' \sqrt{1 - u^2/c^2} = 1.25 \times 10^{-8} \sqrt{1 - (0.8c)^2/c^2} = 0.75 \times 10^{-8} (s)$$

三、　下列说法中正确的是：　**(2) (3)**

(1)两个相互作用的粒子系统对某一惯性系满足动量守恒，对另一个惯性系来说，其动量不一定守恒。

(2)在真空中，光的速度的大小与光的频率、光源的运动状态无关；

(3)在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向的传播速率都相同；

四、飞船以$u=0.8c$在中午飞经地球，飞船与地球的时钟都指示12:00

1、当飞船中时钟读数为12:30′,飞船飞经一个相对地球静止的行星宇航站，求宇航站时钟读数？

2、在地球观察者观察，宇航站离地球多远？

3、飞船时钟读数为12:30′时，用无线电向地球发回电报，求地球接到信号时，地球钟的读数？

解： 以地球系为S系，飞船为S′系

1、飞船系 $\Delta t' = 30'$ （原时）

$\Delta t' = 30'$ $u = 0.8c$

地球系 $\Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} = \dfrac{30'}{\sqrt{1-(0.8)^2}} = 50'$

宇航站时钟读数： $12:50'$

2.地球系观察者观察此段 时间飞船的飞行距离：

$\Delta L = u\cdot\Delta t = 0.8c\cdot 50\times 60 = 7.2\times 10^8(km)$

此即宇航站到地面的距离

四、飞船以$u=0.8c$在中午飞经地球，飞船与地球的时钟都指示12:00

3、飞船时钟读数为12:30′时，用无线电向地球发回电报，求地球接到信号时，地球钟的读数？

3.信号发出时刻地球钟读数： 12:50′ 与飞船到达空间站同时

信号发出位置：$\Delta x = 7.2\times 10^8\,\mathrm{K}m$

信号飞行时间： $\Delta t_0 = \dfrac{\Delta x}{c} = \dfrac{7.2\times 10^8\times 10^3}{3\times 10^8\times 60} = 40'$

$\therefore$ 接收到信号时地球钟读 数:13:30′

五、 某人测得一静止棒长为l,质量为m，于是求得此棒线密度为 $\rho=m/l$ 。假定此棒以速度 u 在棒长方向上运动，此人再测棒的线密度应为多少，若棒在垂直长度方向上运动，它的线密度又为多少？

解：(1)
$$\begin{cases} l' = l\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}} \\ m' = \dfrac{m}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\ \rho' = \dfrac{m'}{l'} \end{cases}$$

解得：
$$\rho' = \frac{m}{l\,(1-u^2/c^2)} = \frac{\rho}{1-u^2/c^2}$$

---

(2)
$$\begin{cases} l = l' \\ m' = \dfrac{m}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \\ \rho' = \dfrac{m'}{l'} \end{cases}$$

解得：
$$\rho' = \frac{m}{l\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\rho}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

六、 一宇宙飞船相对地球以0.8c的速度飞行。一光脉冲从船尾传到船头，飞船上的观察者测得飞船长90m,地球上的观察者测得光脉冲从船尾到达船头两个事件的空间间隔为多少？（以前遇到过么？）

解：S系(地球) $\Delta x = x_2 - x_1 = ?$ $u = 0.8c$

S′系(飞船) $\Delta x' = x_2' - x_1' = 90m$

$\Delta t' = \dfrac{\Delta x'}{c} = \dfrac{90}{3\times 10^8} = 3\times 10^{-7}s$

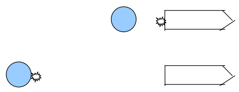
$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') = 270m$

七、设有无线电发射和接收装置的飞船正以u=3c/5的速度飞离地球。飞船向地球发射信号，信号到达地球后立即反射，40秒后飞船接到反射信号。

1、当信号被地球反射时刻，从飞船参考系测量，地球离飞船多远？

2、当飞船接收到地球反射信号时，从地球参考系测量飞船离地球多远？

解：以地球为S系，飞船为S′系



（1）飞船看：地球向后飞

飞船发信号传到地球所需时间=

地球将信号反射到飞船所需时间

$$L' = c\cdot\frac{40}{2}$$

∴信号被地球反射时离飞船：

$$= 3\times10^{8}\times20$$

$$= 6\times10^{9}\,m$$

七、设有无线电发射和接收装置的飞船正以u=3c/5的速度飞离地球。飞船向地球发射信号，信号到达地球后立即反射，40秒后飞船接到反射信号。

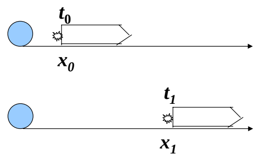
1、当信号被地球反射时刻，从飞船参考系测量，地球离飞船多远？

2、当飞船接收到地球反射信号时，从地球参考系测量飞船离地球多远？

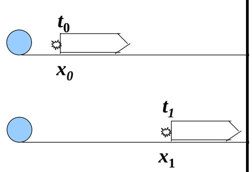
解：（2）地球看：飞船向前飞

飞船发射信号位置x_0，时间t_0

飞船接收信号，飞船位置x_1,时间t_1



$$x_1 - x_0 = \frac{x_0}{c}u + \frac{x_1}{c}u \quad \cdots\cdots (1)$$



信号从飞船发射到飞船接收：

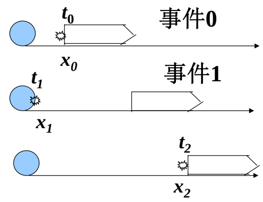
$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{40 + \frac{u}{c^2}\times 0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{x_0}{c} + \frac{x_1}{c} \quad \cdots\cdots (2)$$

当飞船接收反射信号时，从地球参考系测量飞船距离：

$$x_1 = 40c$$

解法2：

	地球s	飞船s’
事件0：飞船发信号	(x_0, t_0)	(x_0', t_0')
事件1：地球接信号	(x_1, t_1)	(x_1', t_1')
事件2：飞船接信号	(x_2, t_2)	(x_2', t_2')



由题意：$x_1=0 \quad x_0'=x_2'=0 \quad u=0.6c$

$t_2'-t_1' = t_1'-t_0' = 20s \quad x_1' = -20c$

由洛仑兹变换：

$$x_1 - x_0 = \frac{(x_1' - x_0') + u(t_1' - t_0')}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{-20c + 0.6c\times20}{\sqrt{1-(0.6)^2/c^2}} = -10c$$

$$x_2 - x_0 = \frac{(x_2' - x_0') + u(t_2' - t_0')}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{0 + 0.6c\times40}{\sqrt{1-(0.6)^2/c^2}} = 30c$$

则：$x_2-x_1= 30c-(-10c)= 40c$

更直接的做法？

八、静止质量为m_0的粒子以速度v运动，则其总能量为多少？当v=0.8c时，其质量与静质量的比值为多少？

解：

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.8c)^2/c^2}} = \frac{5}{3}$$

九、两静止质量均为m_0的小球，其一静止，另一个以v=0.8c运动，在它们做对心碰撞后粘在一起，求碰后两个小球系统的静止质量和速度。

解：系统动量守恒，碰后系统速度V

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}v + 0 = \frac{M_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}V$$

相对论质量守恒：
$$m_0 + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{M_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

$$M_0 = 2.309m_0, \qquad V = 0.5c$$

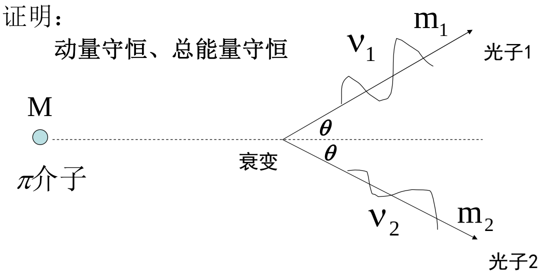
十、已知：　π介子 $V=\beta c$，衰变后为两个光子

两光子的运动轨道与原　方向成相等的角度　θ

证明:1、两光子能量相等;　　　2、$\cos\theta=\beta$

证明：

动量守恒、总能量守恒



动量守恒：
$$\begin{cases} MV=m_1c\cdot\cos\theta+m_2c\cdot\cos\theta & (1) \\ 0=m_1c\cdot\sin\theta-m_2c\cdot\sin\theta & (2) \end{cases}$$

由（2）：　$m_1=m_2=m$　　$\therefore m_1c^2=m_2c^2=E$

代入(1):　　$M\beta c=2mc\cdot\cos\theta$

能量守恒:　　$Mc^2=mc^2+mc^2$

$\therefore M=2m$　　　$\therefore\ \beta=\cos\theta$

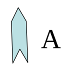
十一、　太阳由于向四面空间辐射能量，每秒损失了质量 4×10^9kg。求太阳的辐射功率。

解：　$P=\dfrac{\Delta mc^2}{\Delta t}=\dfrac{\Delta mc^2}{1}$

$=4\times10^9\times(3\times10^8)^2$

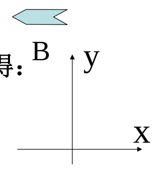
$=3.6\times10^{26}\ \text{J/s}=3.6\times10^{26}\ \text{W}$

十二、　火箭A以0.8c的速度相对于地球向正北飞行，火箭B以0.6c的速度向正西飞行。由火箭B测得火箭A的速度是多少？



解：S'系(地球系)观察A　　$u=0.6c$

$\upsilon'_x=0,v'_y=0.8c,\upsilon'_z=0$



S系(火箭B)：由洛仑兹速度公式得：

$$\upsilon_x=\frac{\upsilon'_x+u}{1+\dfrac{u\upsilon'_x}{c^2}}=\frac{0+0.6c}{1+0}=0.6c$$

$$\upsilon_y=\frac{\upsilon'_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{\left(1+\dfrac{u\upsilon'_x}{c^2}\right)}=\frac{0.8c\times0.8}{(1+0)}=0.64c$$

$$\sqrt{1-u^2/c^2}=\sqrt{1-(0.6)^2}=0.8$$

$$\upsilon_z=\frac{\upsilon'_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{\left(1+\dfrac{u\upsilon'_x}{c^2}\right)}=0$$

$$\therefore\upsilon=\sqrt{\upsilon_x{}^2+\upsilon_y{}^2+\upsilon_Z{}^2}$$

$$=\sqrt{(0.6c)^2+(0.64c)^2+0}=0.877c$$

$$tg\theta=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}=\frac{0.64c}{0.6c}\qquad\therefore\theta=46.8^0$$ 东偏北

十三、宇宙飞船*A*和*B*的静止长度分别是90米和200米，如两者相向飞行，宇宙飞船*A*中的宇航员测定出宇宙飞船*B*的头部越过*A*的长度需 5×10⁻⁷秒。这两艘宇宙飞船的相对速度是多少？若按照*B*头部的一个宇航员的测定，通过*A*的头尾之间的时间间隔是多少？

解： 以A为S系， B为S′系，两者相对速度u

S系观察飞船B： 由题意：

$$\Delta t = \frac{\Delta L_A}{u} = \frac{90}{u} = 5\times10^{-7}s \qquad u = 0.6c$$

十三、宇宙飞船*A*和*B*的静止长度分别是90米和200米，如两者相向飞行，宇宙飞船*A*中的宇航员测定出宇宙飞船*B*的头部越过*A*的长度须 5×10⁻⁷秒。这两艘宇宙飞船的相对速度是多少？若按照*B*头部的一个宇航员的测定，通过*A*的头尾之间的时间间隔是多少？

解： $u = 0.6c$

B头部宇航员观察过A船头尾为同地事件：

$$\Delta t' = \tau_0 = \Delta t\sqrt{1-u^2/c^2} = 0.8\times5\times10^{-7} = 4\times10^{-7}(s)$$

十三、宇宙飞船*A*和*B*的静止长度分别是90米和200米，如两者相向飞行，宇宙飞船*A*中的宇航员测定出宇宙飞船*B*的头部越过*A*的长度须 5×10⁻⁷秒。这两艘宇宙飞船的相对速度是多少？若按照*B*头部的一个宇航员的测定，通过*A*的头尾之间的时间间隔是多少？

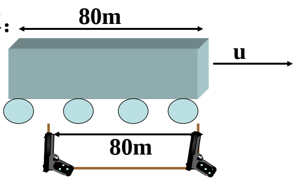
解： $u = 0.6c$ 用洛仑兹变换：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{5\times10^{-7} - \frac{0.6c}{c^2}90}{\sqrt{1-(0.6c)^2/c^2}} = 4\times10^{-7}s$$

十四、火车长100m，隧道长80m，火车相对地面以0.6c的速度开过隧道，问隧道两侧射手同时开枪，能否打中车头和车尾的两歹徒？

地面参考系（S系）：

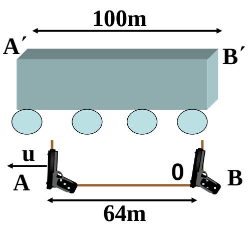
解：



火车长

$$L = L_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$
$$= 100\sqrt{1-0.6^2}$$
$$= 80m$$

可以打中



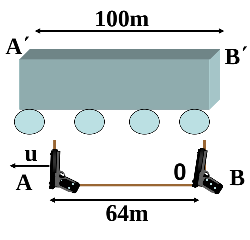
火车参考系（S′系）： 隧道长

$$L = L_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$
$$= 80\sqrt{1-0.6^2} = 64m$$

但两枪并未同时开

若t′=0时B开枪,打中B′

此时：$x'_{A0} = -64m$



*B*枪开枪时：$x'_{A0} = -64m$

A开枪时刻：

$$t'_A = t'_A - t'_B = \frac{(t_A - t_B) - \frac{u}{c^2}(x_A - x_B)}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{0 - \frac{0.6c}{c^2}(-80-0)}{0.8} = 60/c$$

此时：$x'_A = x'_{A0} + (-u)t'_A$

$$= -64m - 0.6c\times 60/c = -100m$$

可以打中