Chapter 1. 信号与系统
——系统

- 系统的定义
- 系统的描述方法
- 系统的级联
- 系统的<u>性质</u>

系统的定义

什么是系统　system

由若干个相互关联的单元组合而成的、具有某种功能、达到某种特地目的的有机整体。

抽象地说，一个系统可以看成一个过程，它对输入信号进行加工/处理/变换，并输出某种信号。即**对输入信号做出某种响应**。

输入信号x → 系　统 → 输出信号y

表达形式：电路、数学方程、方框图、波特图、传输函数、零极点图等。

什么是连续时间系统

$x(t)$ → 连续时间系统 → $y(t)$

什么是离散时间系统

$x[n]$ → 离散时间系统 → $y[n]$

连续—离散时间系统

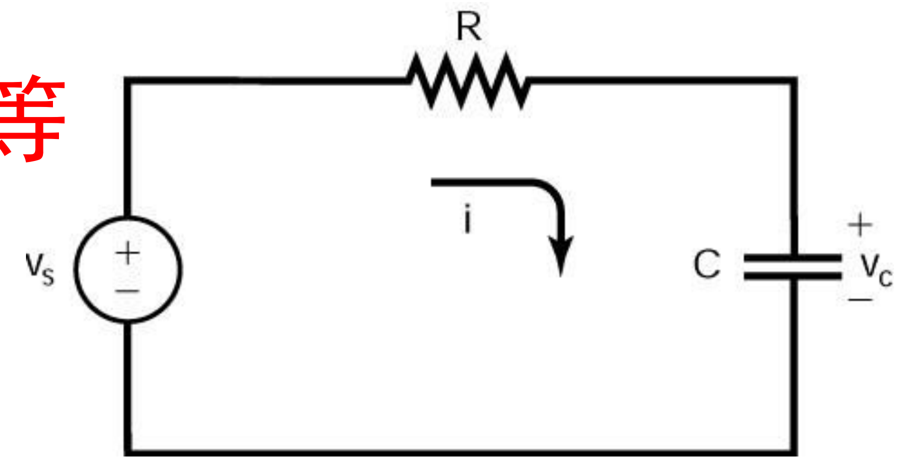
$x(t)$ → 连续离散时间系统 → $y[n]$

离散—连续时间系统

$x[n]$ → 离散连续时间系统 → $y(t)$

系统的描述方法

➡ 电路图、机械图等



➡ 数学表达式

连续例子

$$\begin{cases} i(t)=\dfrac{v_s(t)-v_c(t)}{R} \\ i(t)=C\dfrac{dv_c(t)}{dt} \end{cases} \longrightarrow \frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{1}{RC}v_c(t)=\frac{1}{RC}v_s(t)$$

微分方程

离散例子　　某银行户头按月结余的的计算公式

$$y[n]=1.01y[n-1]+x[n] \longrightarrow y[n]-1.01y[n-1]=x[n]$$

差分方程

***x*[n]表示第n个月中的净存款，0.01*y*[n-1]代表每月所增长的利息**

系统的描述方法

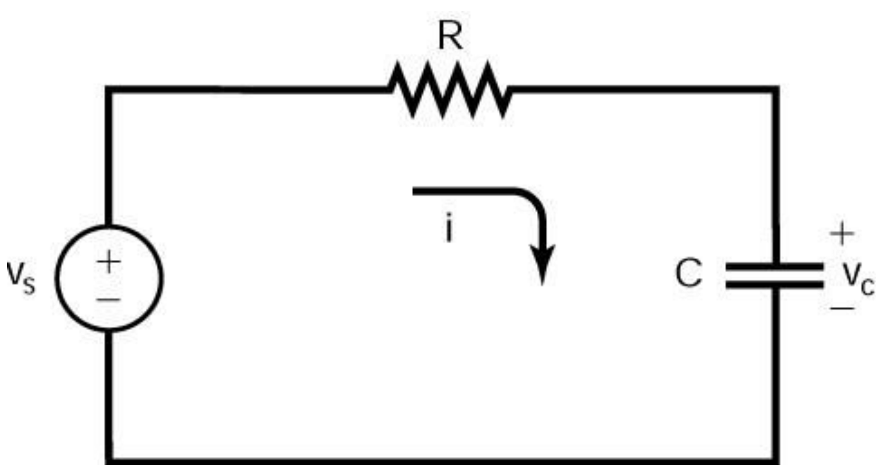
系统框图

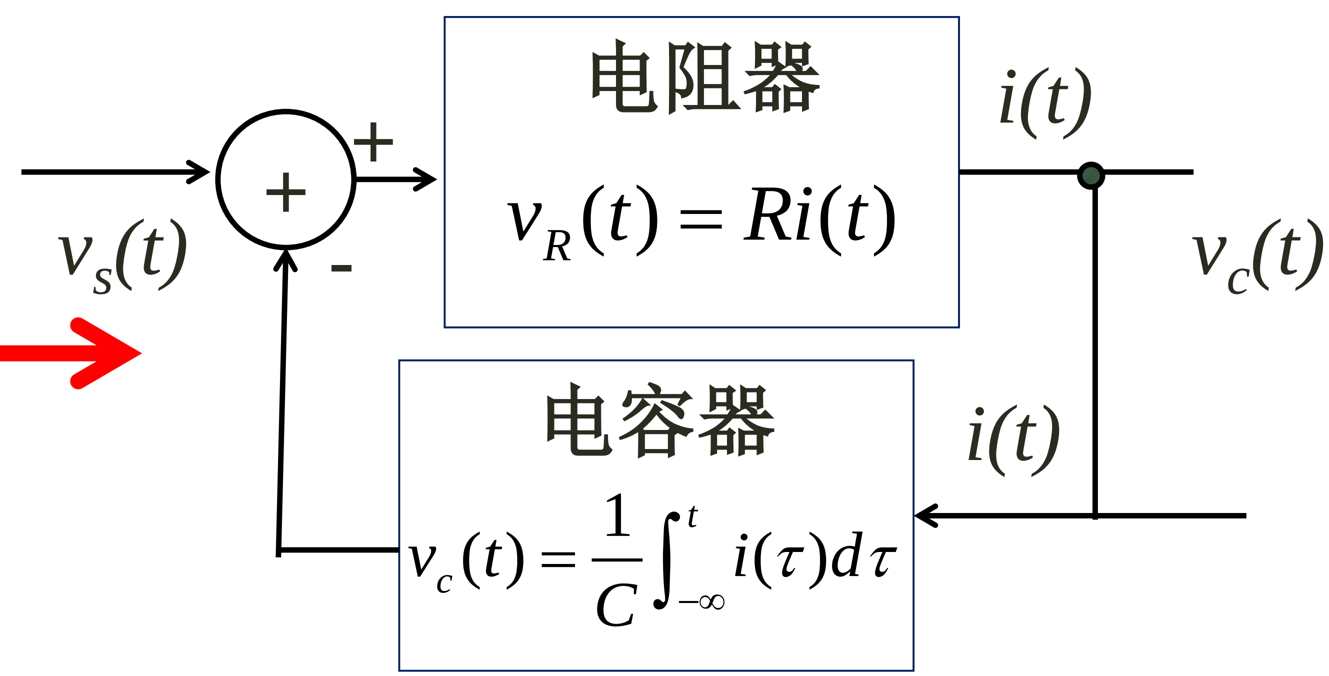
用若干基本运算单元的相互连接来反映系统变量之间运算关系的系统描述方法。

方框（中间写有名字或者传递函数）表示一个子系统。

具有箭头的直线表示一个信号流。

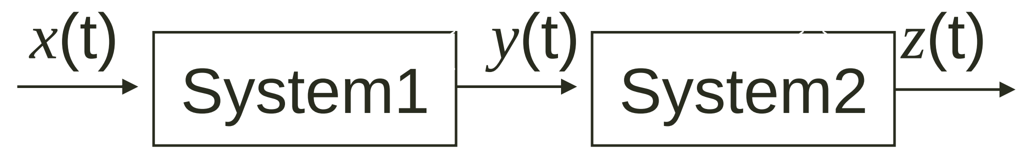
信号的汇聚，用一个空心或写有符号的圆圈表示。





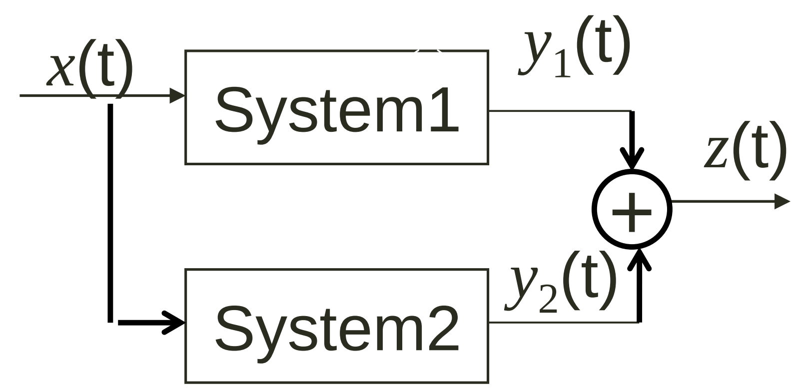
系统的级联

串联 Cascade Interconnection



特点：系统1的输出是系统2的输入

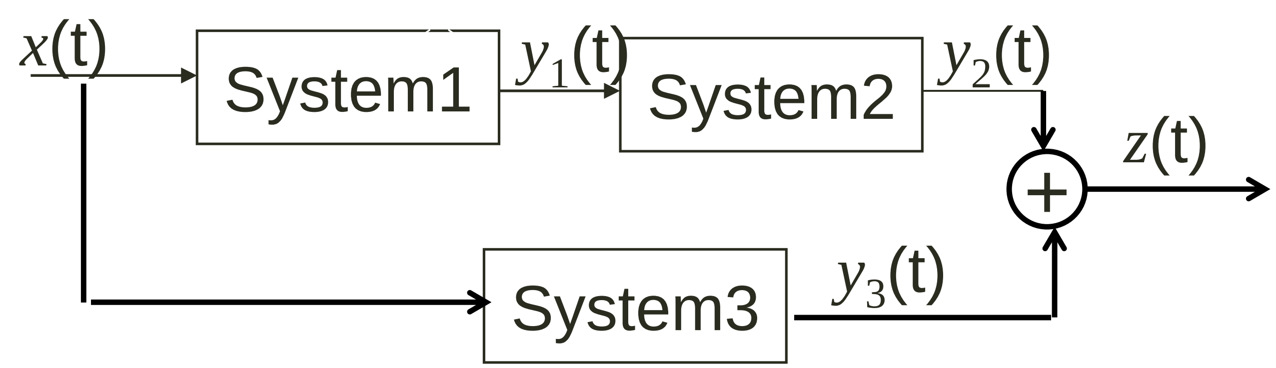
并联 Parallel interconnection



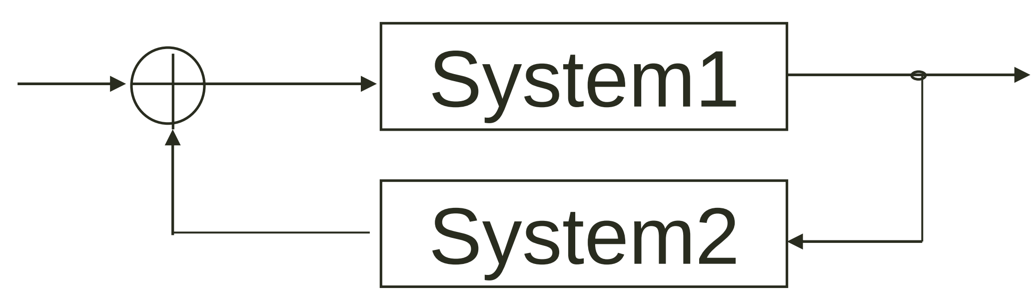
特点：系统1、系统2具有相同的输入，

输出是系统1和系统2的输出之和。

串并联的互联



反馈连接 Feedback interconnection



特点：系统1的输出是系统2的输入，而

系统2的输出又反馈回来加在系统1上。

系统的基本性质

记忆性 Memorability

记忆系统（System of Memory）与无记忆系统(Memoryless System)：如果一个系统的输出仅仅与当前时刻的输入相关，那么这个系统便是无记忆系统，否则就是有记忆系统。

$$y[n]=\left(2x[n]-x^2[n]\right)^2$$ 无记忆系统

$$y[n]=1.01y[n-1]+x[n]$$ 记忆系统

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}x[k] \rightarrow y[n]=y[n-1]+x[n]$$

$$y(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$$

相加器/累加器 → 记忆系统

$$y[n]=(n-1)x[n]$$

$$y[n]=y[n+1]+x[n]$$ 记忆系统

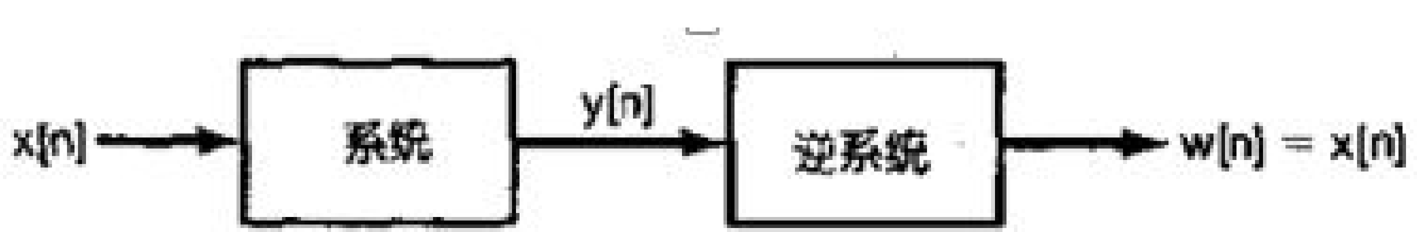
系统的性质

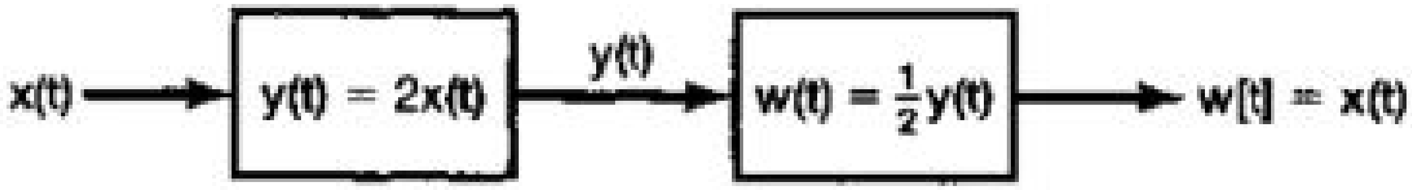
可逆性 Invertibility

如果系统的不同输入导致不同的输出,则该系统是可逆的，否则为不可逆系统。即输入和输出具有唯一对应关系的系统称为可逆系统，输入信号x(t)(x[n])可以从输出信号y(t)(y[n])还原出来.

A system is said to be invertible if distinct inputs lead to distinct outputs.

一个系统是可逆的，那么就有一个可逆系统，与原系统级联后，其输出为系统原来到输入。





$y(t)=2x(t)$

$y[n]=\left(2x[n]-x^2[n]\right)^2$ 不可逆系统

$y[n]=2x[n]+10$ 可逆系统

$y(t)=x(t)^2$ 不可逆系统

$y(t)=u(t)$ 不可逆系统

$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$ 可逆系统

系统的性质

因果性 Causality

因果系统与非因果系统： 一个系统是因果系统，当且仅当系统当前时刻的输出只与当前时刻以及过去时间内的输入有关。即：因果系统无法预测未来的输入值（不可预测系统）。

所有的无记忆系统都是因果系统。

$$y[n]=\left(2x[n]-x^2[n]\right)^2$$ 因果系统

$$y[n]=1.01y[n-1]+x[n]$$ 因果系统

$$y(t)=-x(t)$$ 因果系统

$$y[n]=5^n x[n+1]$$ 非因果系统

$$y[n]=5^{n+1}x[n]$$ 因果系统

$$y(t)=\cos(t+1)x(t)$$ 因果系统

$$y[n]=\frac{1}{2M+1}\sum_{k=-M}^{M}x[n-k]$$ 非因果系统

注意:

(1)对所有*n*都要仔细检查输入输出的关系;

(2)把其它系数与输入/输出信号区别开，不要混为一谈。

系统的性质

稳定性 Stability

稳定系统Stable System与不稳定系统Unstable System：如果对于任意有界的输入信号，系统均可以产生一个有界的输出信号，那么这个系统是稳定的，否则是不稳定的.。

$$y[n]=\frac{1}{2M+1}\sum_{k=-M}^{M}x[n-k]$$ 稳定系统

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}u[k]$$ 不稳定系统

$$y(t)=tx(t)$$ 不稳定系统

$$y(t)=e^{x(t)}$$ 稳定系统

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(t)$$ 不稳定系统

注意:

(1) 无穷级数，无界积分一般会造成系统不稳定

(2) 判定系统不稳定，给出一个反例即可。

(3) 判定系统稳定，假设x(t)/x[n]有界，然后证明y(t)/y[n]有界。

$$|x(t)|\le A\Rightarrow|y(t)|\le B$$

$$|x[n]|\le A\Rightarrow|y[n]|\le B$$

系统的性质

时不变性 Time Invariance

时不变系统Time Invariance 与时变系统 Time Variance System：系统的特性不随时间的变化而变化。 也就是说，**输入信号与输出信号具有同样的时移特性。**

$$x(t) \to y(t) \Rightarrow x(t-t_0) \to y(t-t_0)$$

$$x[n] \to y[n] \Rightarrow x[n-n_0] \to y[n-n_0]$$

$y[n] = 5x[n]$ 时不变系统

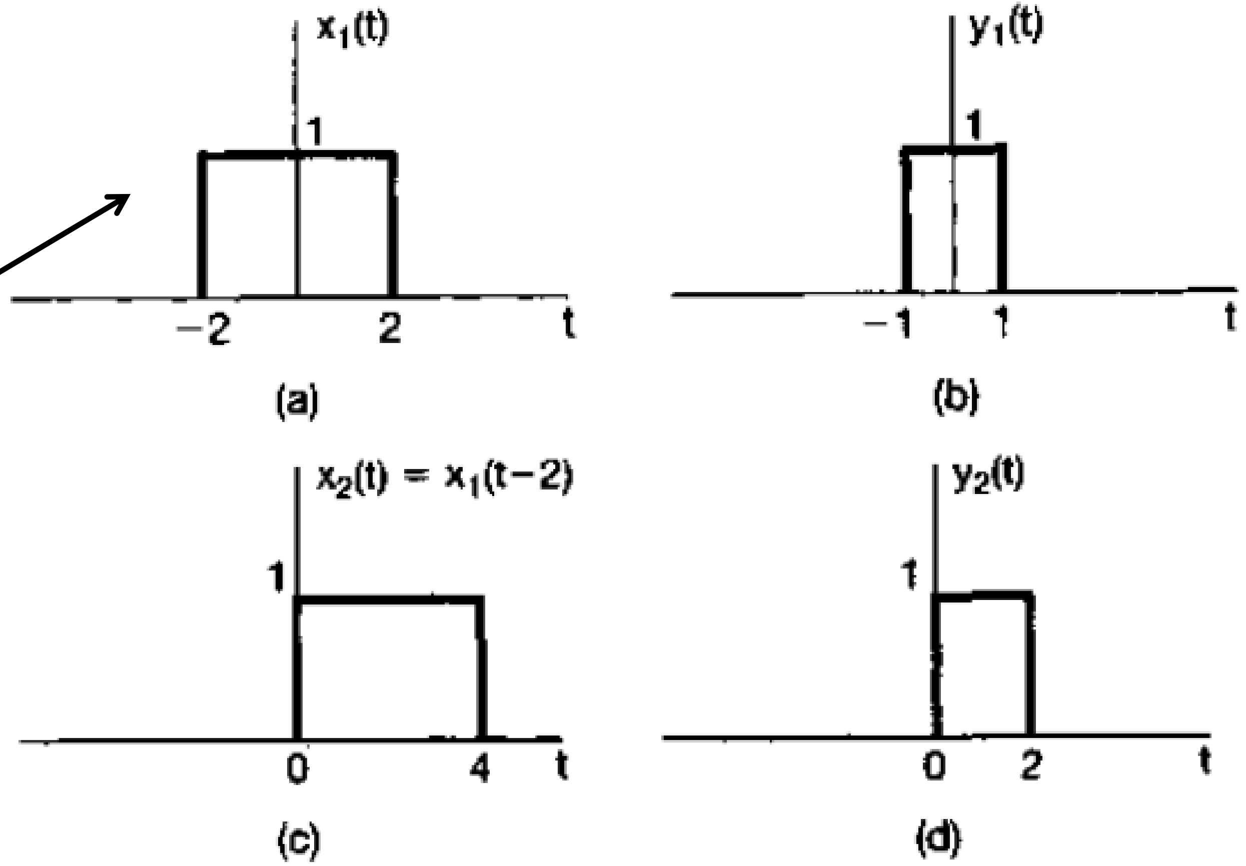
$y(t) = \sin[x(t)]$ 时不变系统

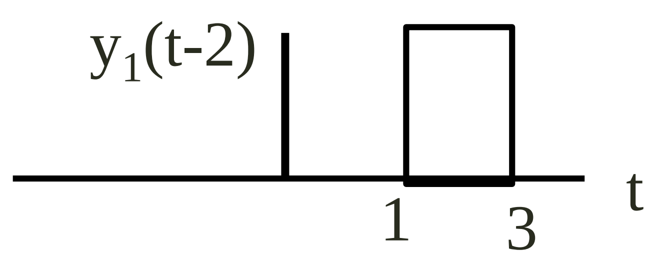
$y(t) = x(2t)$ 时变系统

$y(t) = tx(t)$ 时变系统

$y(t) = e^{x(t)}$ 时不变系统

$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)$ 时变系统





注意：

(1)带时变增益的系统一般是时变系统。

(2)对信号进行尺度变换的系统一般是时变系统。

(3)判定一个系统是时变系统，给出反例即可，也可以根据定义进行证明；

(4)判定是时不变系统，根据定义进行证明。

系统的性质

线性性 Linearity

线性系统Linear system与非线性系统 Unlinear System：系统的输入是几个信号的加权，则其输出也是这些信号输出反应的加权．线性系统具有两个重要特性：可加性(additivity)和比例性(scaling)。

可加性

$$\begin{cases} x_1(t) \to y_1(t) \\ x_2(t) \to y_2(t) \end{cases} \Rightarrow x_1(t)+x_2(t) \to y_1(t)+y_2(t)$$

$$\begin{cases} x_1[n] \to y_1[n] \\ x_2[n] \to y_2[n] \end{cases} \Rightarrow x_1[n]+x_2[n] \to y_1[n]+y_2[n]$$

比例性

$$x(t) \to y(t) \Rightarrow ax(t) \to ay(t)$$
$$x[n] \to y[n] \Rightarrow ax[n] \to ay[n]$$

a为任意复常数

$$x(t)=0 \to y(t)=0$$

叠加性

比例性+可加性

$$ax_1(t)+bx_2(t) \Rightarrow ay_1(t)+by_2(t)$$
$$ax_1[n]+bx_2[n] \Rightarrow ay_1[n]+by_2[n]$$

$$x(t)=\sum_k a_k x_k(t) = a_1x_1(t)+a_2x_2(t)+\ldots \quad \to y(t)=\sum_k a_k y_k(t)=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)+\ldots$$

$$x[t]=\sum_k a_k x_k[n] = a_1x_1[n]+a_2x_2[n]+\ldots \quad \to y[n]=\sum_k a_k y_k[n]=a_1y_1[n]+a_2y_2[n]+\ldots$$

系统的性质

线性 Linearity

线性系统Linear system与非线性系统 nonlinear System：系统的输入是几个信号的加权，则其输出也是这些信号输出反应的加权．线性系统具有两个重要特性：可加性(**additivity**)和比例性(**scaling**)。

注意信号和比例因子可以是复数

$$ax_1(t)+bx_2(t)\Rightarrow ay_1(t)+by_2(t)$$

$$ax_1[n]+bx_2[n]\Rightarrow ay_1[n]+by_2[n]$$

注意：对线性系统，输入为0，输出也为0。

判断下面系统是否是线性的

$$y(t)=e^{x(t)}$$ 非线性系统

$$y(t)=tx(t)$$ 线性系统

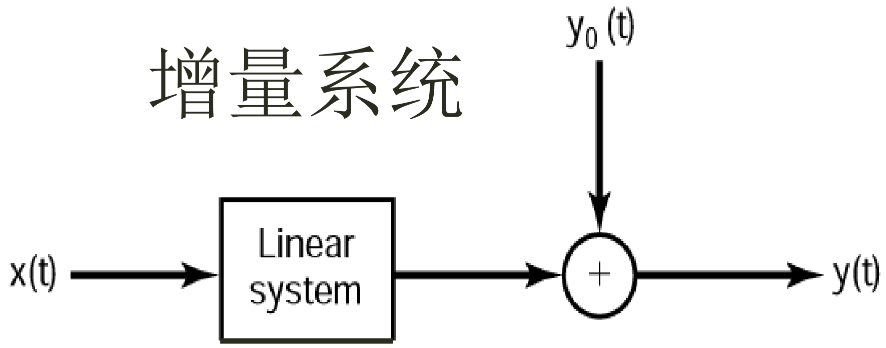
$$y(t)=\sin\left[x(t)\right]$$ 非线性系统

$$y[n]=x[n]+5$$ 非线性系统

$$y[n]=\mathrm{Re}\{x[n]\}$$ **not linear**

Incrementally linear system

增量系统



系统部分小结

- 了解系统的定义、类型与常用的表示方法
- 掌握系统的性质，会利用各种性质判断某个系统是否具有某种性质

说明：如何判断系统的性质

认为系统具有某种性质→直接证明

认为系统不具有某种性质→给出一个反例/或者直接证明

作业

- 基本题：
- 1.15 (a)
- 1.16 (a)或(c)
- 1.17 (a)
- 1.19 (a)或(c)
- 1.20