第5篇

量子物理

第26章 波粒二象性

§ 26.1 黑体辐射和普朗克的能量子假说

一、热辐射现象

1、热辐射　分子的热运动使物体辐射电磁波
由于物体辐射总能量、能量按波长分布都决定于温度，故称为热辐射。

基本性质　温度↑ →发射的能量↑ →电磁波的短波成分能量↑

例如：加热铁块

800 K　1000 K　1200 K　1400 K

平衡热辐射　物体辐射的能量等于在同一时间内所吸收的能量

二、基尔霍夫辐射定律

1、辐射能量按波长的分布—单色辐出度M_λ

温度T下，单位时间内从物体单位表面发出的波长在λ附近单位波长间隔内的电磁波的能量

$$M_\lambda(T)=\frac{dM_\lambda}{d\lambda}$$

2、总辐出度 $M(T)$

温度T下，单位时间内从物体单位表面发出的电磁波的总能量

$$M(T)=\int_0^\infty M_\lambda(T)d\lambda$$

3、吸收比和反射比

$$吸收比=\frac{吸收能量}{入射总能量}\qquad 反射比=\frac{反射能量}{入射总能量}$$

单色吸收比：$\alpha(\lambda,T)$ λ到λ+dλ波长范围辐射能的吸收比

单色反射比：$\rho(\lambda,T)$ λ到λ+dλ波长范围辐射能的反射比

对不透明物体 $\alpha(\lambda,T)+\rho(\lambda,T)=1$

基尔霍夫定律：$\dfrac{M_{1\lambda}(T)}{\alpha_1(\lambda,T)}=\dfrac{M_{2\lambda}(T)}{\alpha_2(\lambda,T)}=\cdots=M_\lambda(T)=$恒量

热平衡时，相同温度下，物体对热辐射吸收较强的，辐射也较强

4、黑体（绝对黑体）

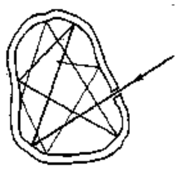
能完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体

显然，绝对黑体的单色吸收比等于1，即 $\alpha_B(\lambda,T)=1$

由基尔霍夫定律：
$$M_\lambda(T)=M_B(\lambda,T)$$

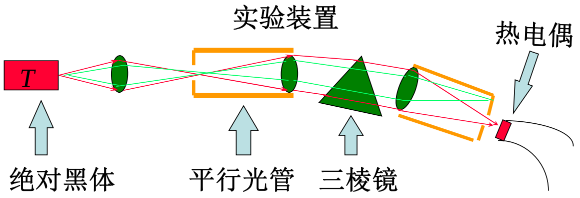
显然，$M_B(\lambda,T)$最大。且和材料及表面状态无关

(绝对)黑体模型

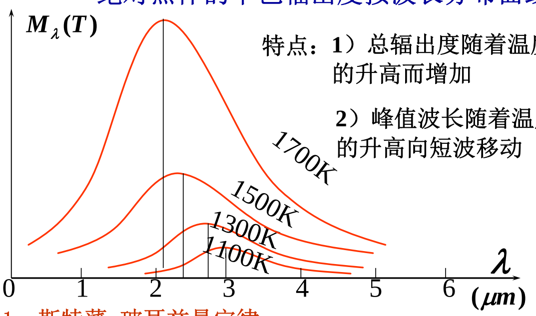


三、(绝对)黑体的辐射定律

(绝对)黑体单色辐出度按波长分布实验



绝对黑体的单色辐出度按波长分布曲线



特点：1）总辐出度随着温度的升高而增加

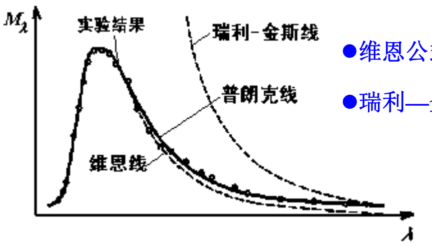
2）峰值波长随着温度的升高向短波移动

1、斯特藩–玻耳兹曼定律

$M(T)=\sigma T^4$　$\sigma = 5.67\times10^{-8}$ W/ (m^{2}K^4)

2、维恩位移律　$\lambda_m = b/T$　$b = 2.897756\times10^{-3}$ m·K

3、经典物理学遇到的困难



●维恩公式

●瑞利—金斯公式

四、普朗克的能量子假说和黑体辐射公式

辐射物质中具有带电的线性谐振子，谐振子可能具有的能量不是连续的，只能取一些离散的值

$\varepsilon = nh\nu$　$h = 6.6260755\times10^{-34}$ J·s

普朗克公式　$M_\lambda(T)=\dfrac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\dfrac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$

获1918年诺贝尔奖

例1 （1）温度为室温(20°C)的黑体，其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少？（2）若使一黑体单色辐出度的峰值所对应的波长在红色谱线范围内，其温度应为多少？（3）以上两辐出度之比为多少？

解 （1）由维恩位移定律

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898\times10^{-3}}{293}\text{m} = 9890\text{nm}$$

（2）取 $\lambda_m = 650\text{nm}$

$$T' = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898\times10^{-3}}{6.5\times10^{-7}}\text{K} = 4.46\times10^3\text{K}$$

（3）由斯特藩—玻尔兹曼定律

$$M(T')/M(T) = (T'/T)^4 = 5.37\times10^4$$

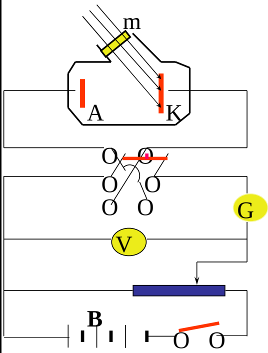
例2 太阳的单色辐出度的峰值波长 $\lambda_m = 483\text{nm}$，试由此估算太阳表面的温度.

解　由维恩位移定律

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898\times10^{-3}}{483\times10^{-9}}\text{K} \approx 6000\text{ K}$$

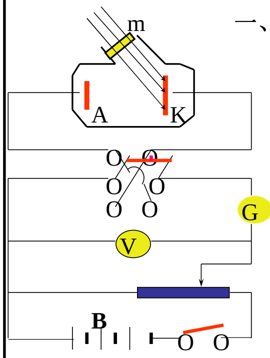
对宇宙中其他发光星体的表面温度也可用这种方法进行推测

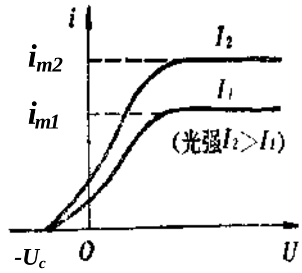
§ 26.2 光电效应和爱因斯坦的光子理论

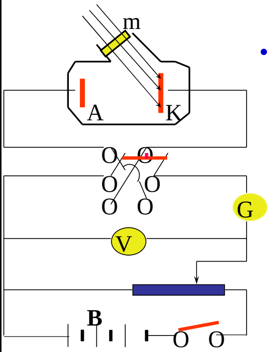


光电效应 当波长较短的可见光或紫外光照射到某些金属表面上时，金属中的电子就会从光中吸取能量而从金属表面逸出的现象。

一、光电效应的实验规律



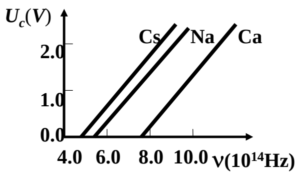




- $U_c = K\nu - U_0$

U_c为截止电压

正比于ν，与入射光强无关



光电子的最大初动能为：

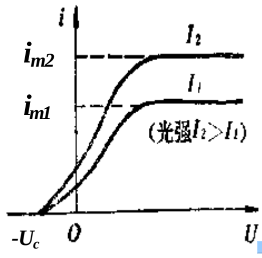
$$E_k = eU_c = e(K\nu - U_0)$$

- 只有当入射光频率 ν大于一定的频率ν_0时，才会产生光电效应

$$E_k = e(K\nu - U_0) = Ke(\nu - U_0/K) = Ke(\nu - \nu_0) \geq 0$$

ν_0称为截止频率或红限频率

- 光电效应是瞬时发生的，驰豫时间不超过10^{-9}s
- 饱和光电流强度 i_m 与入射光强I成正比



二、经典物理学所遇到的困难

按照光的经典电磁理论：

- 不应存在截止频率！
- 光电效应不可能瞬时发生！

三、爱因斯坦的光子理论

1、普朗克假定只涉及发射或吸收，未涉及辐射在空间的传播

2、爱因斯坦光量子假设（1905）

- 电磁辐射由以光速c运动的局限于空间某一小范围的光量子（光子）组成，其能量$\varepsilon = h\nu$
- 光量子具有“整体性”
- 光强正比于穿过单位垂直截面的光子数

3、 对光电效应的解释

$$h\nu = \frac{1}{2}mu_m^2 + A$$

A为光电子克服表面束缚所作的功

爱因斯坦光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mu_m^2 + A$$ 爱因斯坦光电效应方程

✓ 存在红限频率：当 $\nu < A/h$ 时，不发生光电效应

红限频率 $\nu_0 = \dfrac{A}{h}$ A称逸出功

✓ 光电效应是瞬时发生的

✓ 饱和光电流强度 i_m 与入射光强 I成正比

✓ 反向截止电压 $U_c = \dfrac{E_k}{e} = \dfrac{h\nu - A}{e}$

4、光电效应的意义：

发现光的粒子性　爱因斯坦获1921年诺贝尔物理奖

§ 26.3 光的波粒二象性 光子

1、近代认为光具有波粒二象性

❖光在传播时显示出波动性； 波长λ ，频率ν

在与物质相互作用而转移能量时显示出粒子性 能量ε ，动量P

2、基本关系式

1）光子的能量 $\varepsilon = h\nu$

2）光子的质量 $\varepsilon = mc^2$ $\quad \therefore m = \dfrac{h\nu}{c^2} = \dfrac{h}{c\lambda}$

3）光子的动量 $\because p = mc = \dfrac{h}{\lambda}$ $\quad \vec{p} = \dfrac{h}{\lambda}\vec{n}$

3、光子不带电，其静止质量为零

$\because m = m_0 \Big/ \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ $\quad \because$ 光子$v = c$ $\quad \therefore m_0 = 0$

例3 功率为w朝各方向均匀发光的点光源，发出波长为λ的单色光，在距光源为d 处，每秒钟落在垂直于光线的单位面积上的光子数为多少？若λ=6.63Å，则每个光子动量和质量为多少？

解： 一个光子的能量： $\varepsilon = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$

每秒钟光源发出的光能经过一段时间后必达到距离d处：

$$\therefore nh\frac{c}{\lambda}\cdot 4\pi d^2 = \mathrm{w} \qquad n = \frac{\mathrm{w}\lambda}{4\pi d^2 hc}$$

$$动量p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{6.63\times10^{-10}} = 1.00\times10^{-24}(kg\cdot m/s)$$

$$光子质量 = \frac{p}{c} = \frac{1.00\times10^{-24}}{3.00\times10^{8}} = 3.33\times10^{-31}(kg)$$

上节课主要内容

绝对黑体热辐射公式：

斯特藩–玻耳兹曼定律 $M(T)=\sigma T^4$ 维恩位移律 $\lambda_m = b/T$

普朗克的能量子假说

爱因斯坦光量子假设

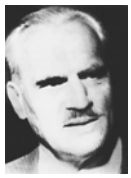
光电效应方程 $\boxed{h\nu = \dfrac{1}{2}m u_m^2 + A}$

光的波粒二象性 $\varepsilon = h\nu \qquad \vec{p} = \dfrac{h}{\lambda}\vec{n}$

$m_0 = 0$

---

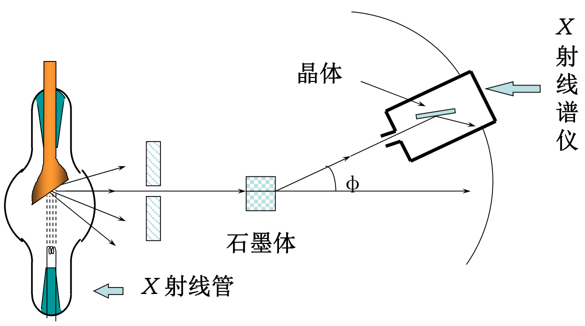
§ 26.4 康普顿散射



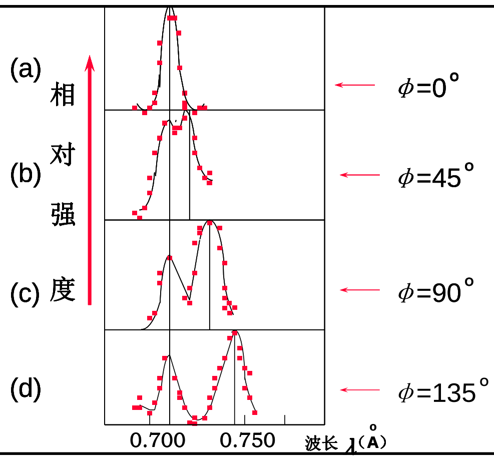
康普顿

吴有训

一、 康普顿研究X 射线在石墨上的散射



石墨的康普顿效应



康普顿实验指出

散射光中除了和入射光波长λ_0相同的射线之外，还出现一种波长 λ 大于 λ_0的新的射线

我国物理学家吴有训在与康普顿共同研究中还发现：

1. 原子量小的物质康普顿散射较强，原子量大的物质康普顿散射较弱；
2. 当散射角 ϕ 增加时，波长改变$\lambda-\lambda_0$也随着增加；在同一散射角下，所有散射物质的波长改变都相同。

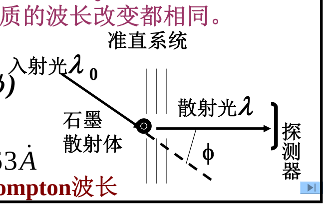
二、实验规律

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\phi)$$

$$=\lambda_c(1-\cos\phi)$$

$$\lambda_c=h/(m_0c)=0.024263\text{Å}$$

电子的Compton波长



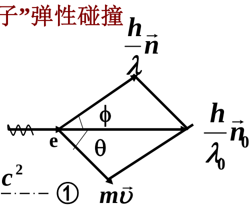
三、康普顿效应验证了光的量子性

1、经典电磁理论的困难　2、康普顿的解释

• X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞

• 碰撞过程中能量与动量守恒

$$\begin{cases} h\nu_0+m_0c^2=h\nu+mc^2 \\ \dfrac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0=\dfrac{h}{\lambda}\vec{n}+m\vec{v} \end{cases}$$



$$\begin{cases} h\dfrac{c}{\lambda_0}+m_0c^2=h\dfrac{c}{\lambda}+\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}c^2 & \text{①} \\ \dfrac{h}{\lambda_0}=\dfrac{h}{\lambda}\cos\phi+mv\cos\theta & \text{②} \\ \dfrac{h}{\lambda}\sin\phi=mv\sin\theta & \text{③} \end{cases}$$

由①：$$h\frac{c}{\lambda_0}+m_0c^2=h\frac{c}{\lambda}+\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2$$

$$h\frac{c}{\lambda_0}+m_0c^2-h\frac{c}{\lambda}=\varepsilon_e=\sqrt{p_e^2c^2+m_0^2c^4}$$

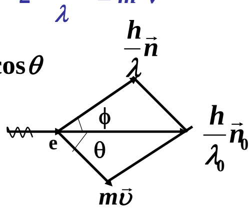
两边平方且削去相同项：

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2}+\frac{h^2}{\lambda^2}-2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}+2\frac{hm_0c}{\lambda_0}-2\frac{hm_0c}{\lambda}=m^2v^2$$

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2}+\frac{h^2}{\lambda^2}-2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}+2\frac{hm_0c}{\lambda_0}-2\frac{hm_0c}{\lambda}=m^2v^2$$

由②③：$$\frac{h}{\lambda_0}=\frac{h}{\lambda}\cos\phi+mv\cos\theta$$

$$\frac{h}{\lambda}\sin\phi=mv\sin\theta$$



两式移项后平方相加

$$\frac{h^2}{\lambda_0^2}+\frac{h^2}{\lambda^2}-2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}\cos\phi=m^2v^2$$

比较两式可得：

波长偏移 $\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\phi)}$

康普顿散射实验的物理解释

1）由于反冲，光子部分能量→电子，光子能量↓，散射X射线的频率↓，波长↑

2）光子与石墨中被原子核束缚很紧的电子的碰撞，应看作是光子和整个原子的碰撞

原子的质量>>光子质量，故在弹性碰撞中散射光子的能量（波长）几乎不改变，故在散射线中还有与原波长相同的射线

原子质量越大，这种散射越强，康普顿散射越弱

3、康普顿散射实验的物理意义

验证光的粒子性　光子和微观粒子的相互作用过程也是严格遵守动量守恒及能量守恒定律的。

说　明

康普顿散射和光电效应均是光子与电子的相互作用，均验证了光的粒子性，但过程不同

光电效应：可见光或紫外光子⇔金属表面附近自由电子

电子吸收光子能量足以克服表面束缚成为光电子

——整个过程光子、电子作完全非弹性碰撞

康普顿散射：X射线光子⇔石墨外层较自由电子

电子吸收光子能量跃迁至高能级，但仍不能摆脱束缚成为光电子，

则从高能级跃迁回低能级时，发射能量≤ $h\nu_0$的光子

——整个过程光子、电子作完全弹性碰撞

为什么要用X射线观察康普顿散射现象？

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\phi)$$

可见光 $\lambda_0 = 400$ nm $\varphi = \pi$ 方向上

$\triangle\lambda = 4.8\times10^{-3}$ nm

则：$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-5}$

X光 $\lambda_0 = 0.05$ nm $\varphi = \pi$ 方向上

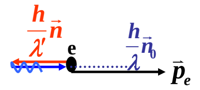
则：$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10\ \%$

所以，用X射线可比较明显地观察到康普顿散射现象

例1、在一次康普顿散射中，入射光子传递给电子的最大能量为E_k，电子的静止质量为m_0，则入射光子的能量为多少？

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\phi)$$

解：康普顿散射中，当散射角$\phi=\pi$时，散射光子的波长偏移最大，能量降低最多，电子获得的能量最大。此时，电子沿入射光子入射方向运动



$$\boxed{\therefore h\nu = \frac{E_k}{2} + \frac{cp_e}{2}}$$

$$\begin{cases} h\nu - h\nu' = E_k \cdots\cdots(1) \\ p_e = \frac{h}{\lambda} - (-\frac{h}{\lambda'}) = \frac{h\nu}{c} + \frac{h\nu'}{c} \cdots(2) \end{cases}$$

$$\boxed{\therefore h\nu = \frac{E_k}{2} + \frac{cp_e}{2}}$$

由相对论能量与动量的关系：$E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$

$E_e = m_0 c^2 + E_k$ 平方移项：

$$\therefore (cp_e)^2 = (m_0 c^2 + E_k)^2 - (m_0 c^2)^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2$$

$$\therefore h\nu = \frac{E_k}{2} + \frac{cp_e}{2} = \frac{E_k}{2} + \frac{\sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}}{2}$$

$$= \frac{E_k}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2m_0 c^2}{E_k}}\right)$$

---

§26.5 粒子的波动性

光(波)具有粒子性

实物粒子具有波动性?

一、德布罗意假设:

实物粒子具有波动性

能量为ε 、动量为p 的实物粒子相当于频率为ν 、波长为λ 的单色平面波

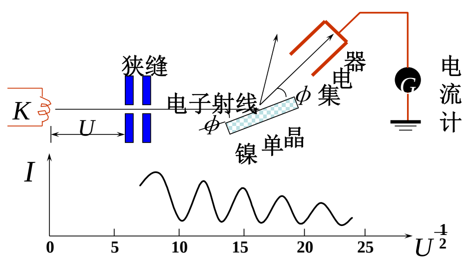
$$\varepsilon = h\nu, \quad \vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{n} \qquad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

与粒子相联系的波称为概率波

或德布罗意波

二、戴维逊-革末实验：电子衍射实验

1927年戴维逊和革末用加速后的电子投射到在镍(N_i)晶体特选晶面上进行电子反射时的干涉实验



戴维逊-革末实验

戴维逊—革末实验中安排:

$\phi = 65°$ $U = 54$V

晶格常数 $d = 9.1 \times 10^{-11}$ m

利用布拉格公式: $2d\sin\phi = k\lambda$

得到波长为: $\lambda = 1.65$ Å

根据德布罗意假说,由加速电势差算得的波长为:

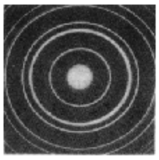
$\lambda = 1.67$ Å

两者波长值很接近，说明德布罗意的假说是正确的。

电子衍射实验

汤姆逊（G.P.Thomson)1927的电子通过金多晶薄膜的衍射实验

得到和 x 光一样的衍射图象

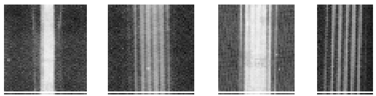


同期实验上也证明中子，质子，原子等也具有波动性，德布罗意公式对这些粒子也同样正确。

电子衍射实验

电子的单缝、双缝、三缝和四缝衍射实验

约恩逊（ 1961）



单缝　双缝　三缝　四缝

如：m=0.01kg，v=300m/s的子弹

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\upsilon}=\frac{6.63\times10^{-34}}{0.01\times300}=2.21\times10^{-34}m$$

h极其微小 $\begin{cases}\text{宏观物体的波长很小　实验难以测量}\\ \text{“宏观物体只表现出粒子性”}\end{cases}$

三、微观粒子的波粒二象性

(1) 粒子性

- “原子性”或“整体性”
- 不是经典的粒子，抛弃了“轨道”概念

(2) 波动性

- “弥散性”“可叠加性”“干涉”“衍射”“偏振”
- 具有频率和波矢 $(\vec{k}=\frac{2\pi}{\lambda}\hat{n})$
- 不是经典的波 不代表实在的物理量的波动

例2、 在戴维逊--革末实验中，已知晶格常量d=0.3nm，电子经10000V电压加速，求各极大值所在的方向。

解：经10000V高压加速，电子动能：

$$E_k=eU=1.6\times10^{-15}(J)$$

$$\because E_k=p^2/2m \quad \therefore p=\sqrt{2mE_k}=5.4\times10^{-23}(N\cdot s)$$

$$\therefore \lambda=\frac{h}{p}=\frac{6.63\times10^{-34}}{5.4\times10^{-23}}\approx1.23\times10^{-11}(m)\approx0.0123(nm)$$

由布喇格公式: $2d\sin\phi=k\lambda$

衍射加强方向与晶面的掠夹角: $\phi=\sin^{-1}(\frac{k\lambda}{2d})$　相当于x射线

电子显微镜

光学显微镜的分辨本领与光波的波长成反比。

当加速电场很大时，电子的得布罗意波长可以比可见光波长短得多，如U为10万伏时，电子的波长为 0.004nm比可见光短10万倍. 因此利用电子波代替可见光制成的电子显微镜能具有极高的分辨本领。

电子显微镜在现代工农业生产和科学研究中应用广泛。

§26.6 概率波与概率幅

一、物质波函数及其统计诠释

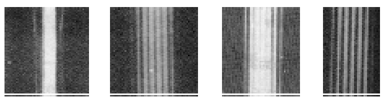
经典波动方程 $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}=u^2\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2}\right)$

Y—波函数

代表t 时刻物理量偏离平衡位置的“位移”

实物粒子波：用什么描写？ 函数意义？ 满足的方程？

约恩逊（ 1961）

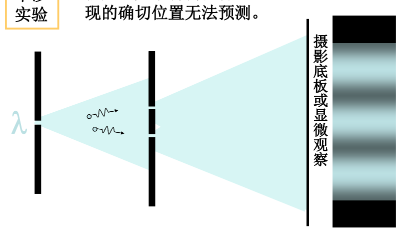


单缝　双缝　三缝　四缝

光的波粒二象性的统计观点解释

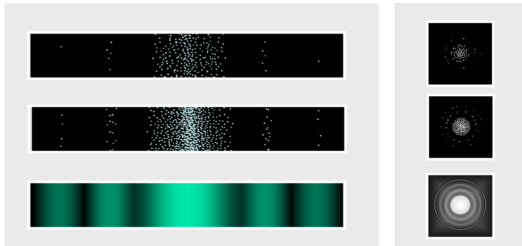
双缝干涉实验

- 令入射光极弱，光子数目极少，光子将会在屏上出现的确切位置无法预测。
- 延长曝光时间，可发现在光波干涉理论算得的各明纹区域，光子出现的概率最大；各暗纹区域，光子出现的概率最小。
- 继续延长曝光时间，可得到明暗连续变化的双缝干涉清晰图像，并与强光入射（大量光子同时入射）一次曝光的情况等效。



光子的行为不能用经典粒子的运动状态参量描述和准确预测；光波在空间某处的强度反映了光子在该处附近出现的概率。

在光的衍射实验中，摄像记录弱光入射的几个不同曝光阶段的衍射图样，并进行比较，可以发现，在衍射图样中较亮的地方，光子出现的概率较大。



单缝衍射像　　圆孔衍射像

物质波函数及其统计诠释

物质波的物理意义可以通过与光波的对比来阐明

光强度大 { 光波振幅平方大（波动观点）；光子在该处出现的概率大（微粒观点）

物质波的强度大 { 波函数振幅的平方大（波动观点）；单个粒子在该处出现的概率大（微粒观点）

物质波函数及其统计诠释

薛定谔1925年提出用波函数$\psi(\vec{r},t)$描述粒子运动状态。并给出了波方程 —— 薛定谔方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+U(x,t)\Psi=i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

物质波函数及其统计诠释

波函数$\Psi(\vec{r},t)$的解释——波恩（1926）统计解释：

当测量用Ψ描写的状态下的电子位置时，它在一点(x,y,z)附近的dV体积元中被发现的概率与$\psi^*\psi dV$成正比

$|\Psi|^2$ 代表粒子在某处单位体积中出现的几率——几率密度

波函数应满足的条件：

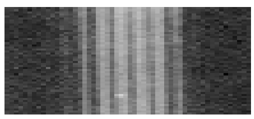
1）单值性　2）有限性　3）连续性

还应该归一化 $\int_0^\infty \Psi^*\Psi dV=1$

概率波的含义

电子双缝衍射实验很好的说明了概率波的含义

(1) 入射强电子流
(2) 入射弱电子流



- 概率波的干涉结果

统计解释电子的衍射图样：

物质波描述了粒子在各处被发现的概率。衍射图样中亮处，电子出现的概率大；暗处电子出现的概率小。

一个电子对衍射图样贡献是一个点（粒子性），当电子数足够多时，点的分布概率服从波的规律，连续的衍射图样就形成了。

波函数统计诠释涉及对世界本质的认识。争论至今未息

哥本哈根学派　　（波函数统计诠释）

爱因斯坦　　（大自然的现象是必然的）

狄拉克（1972）（描写物质世界的理论有待发展）

[例3]将波函数 $f(x)=\exp(-\alpha^2x^2/2)$ 归一化

解：设归一化因子为C，则归一化的波函数为

$\Psi(x)=C\exp(-\alpha^2x^2/2)$

$\int_{-\infty}^{+\infty}|\Psi(x)|^2dx=1 \quad\rightarrow\quad |C|^2=\alpha/\pi^{1/2}$

$C=(\alpha/\pi^{1/2})^{1/2}$

则归一化的波函数为

$\Psi(x)=(\alpha/\pi^{1/2})^{1/2}\exp(-\alpha^2x^2/2)$

---

§26.7　不确定关系

一、光子的不确定性关系

以光的单缝衍射为例

∵中央明纹包含80%光能　近似认为光子集中于中央明纹

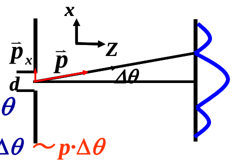
光子经过狭缝后瞬间：

X方向的位置：　$x=0\sim d$

位置不确定量：•$\Delta x\sim d$

X方向的动量：$p_x=0\sim p\cdot\sin\Delta\theta$

动量不确定量：•$\Delta p_x\sim p\cdot\sin\Delta\theta\sim p\cdot\Delta\theta$



单缝衍射暗纹公式：$d\sin\theta=k\lambda$　一级暗纹：$d\Delta\theta\sim\lambda$

$\therefore d\sim\lambda/\Delta\theta$　而$p=h/\lambda$　　$\therefore \Delta x\cdot\Delta p_x\approx dp\Delta\theta=h$

光子还会落在一级暗纹以外 • $\Delta p_x\geq p\cdot\Delta\theta_1$

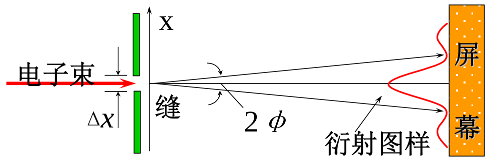
$\boxed{\therefore \Delta x\cdot\Delta p_x\geq h}$

二、实物粒子的不确定性关系

物理根源是粒子的波动性

实物粒子的不确定性关系应与光子的相同

1927年海森伯分析了几个理想实验后提出了测不准关系



实物粒子同样有 $\Delta x\cdot\Delta p_x\geq h$

量子力学精确计算：

$$\begin{cases}\Delta x\cdot\Delta p_x\geq\hbar/2\\ \Delta y\cdot\Delta p_y\geq\hbar/2\\ \Delta z\cdot\Delta p_z\geq\hbar/2\end{cases}$$

$\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$　　$\hbar=1.05\times10^{-34}J\cdot s$

三、能量与时间的不确定性关系

若粒子可具有能量E，保持E能量状态的时间为Δt

则微观粒子的能量不确定值满足：$\boxed{\Delta E\Delta t\geq\hbar/2}$

讨论

1、测不准关系式说明用经典物理学量——动量、坐标来描写微观粒子行为时将会受到一定的限制，因为微观粒子不可能同时具有确定的动量及位置坐标

2、测不准关系式可以用来判别：对于实物粒子其行为究竟应该用经典力学来描写还是用量子力学来描写

3、设体系处于某能量状态的寿命为Δt，则该状态能量的不确定程度ΔE（能级自然宽度）$\Delta E\geq\hbar/(2\Delta t)$

原子处于激发态的平均寿命一般为$\Delta t=10^{-8}$ s

激发态能级的宽度为：$\Delta E\sim\hbar/\Delta t>10^{-26}J$

这说明原子光谱有一定宽度，实验已经证实这一点

$\boxed{\Delta x\cdot\Delta p_x\geq\hbar/2}$　　$\boxed{\Delta E\cdot\Delta t\geq\hbar/2}$

问题：1、宏观粒子的动量及坐标能否同时确定？

2、微观粒子的动量及坐标是否永远不能确定？

[例4] $m=10^{-2}kg$ 的乒乓球其直径$d=5$cm，$v_x=200$m·s^{-1}。若$\Delta x=10^{-6}$m，可以认为其位置是完全确定的。其动量是否完全确定呢？

解：$\because \Delta x\cdot\Delta p_x\geq\hbar/2$

$\therefore m\Delta v_x\sim\dfrac{\hbar}{\Delta x}\sim\dfrac{10^{-34}}{10^{-6}}\sim10^{-28}kg\cdot m\cdot s^{-1}$

$\therefore mv_x=10^{-2}\times200=2kg\cdot m\cdot s^{-1}>>m\Delta v_x$

所以乒乓球的坐标及动量可以同时确定

[例5] 一电子以速度$v_x=1.0\times10^6 m\cdot s^{-1}$的速度穿过晶体

$\Delta x = d \approx 1Å$　　d——晶格常数　$\boxed{\Delta x\cdot\Delta p_x \sim \hbar}$

$$\Delta v_x \to \frac{\hbar}{m\Delta x} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-31}\times10^{-10}} = 10^7 m\cdot s^{-1} > v_x = 10^6 m\cdot s^{-1}$$

电子的动量是不确定的，应该用量子力学来处理

[例6] 原子中电子运动不存在“轨道”

设电子的动能$T=10\ eV$，平均速度 $\bar{v}=\sqrt{\frac{2T}{m}}=10^6 m/s$

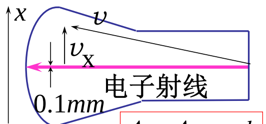
速度的不确定度 $\Delta v=\frac{\Delta p}{m}$　$\because \Delta p\cdot\Delta x \ge \hbar$

$$\Delta v \to \frac{\hbar}{m\Delta x} \to \frac{10^{-34}}{10^{-31}\cdot10^{-10}} \to 10^7 m\cdot s^{-1}$$

$\Delta v \sim v$　　轨道概念不适用！

[例7] 示波管中电子的运动：加速电压$U=10^4V$。在荧光屏上电子的位置确定在$0.1mm$范围内可以认为令人满意。即：

$\Delta x = 10^{-4} m$



$\boxed{\Delta x\cdot\Delta p_x \sim \hbar}$

问：示波管中电子应用经典概念还是量子力学来处理？

$$\Delta v_x \sim \frac{\hbar}{m\Delta x} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-31}\times10^{-4}} = 10^1 m\cdot s^{-1} << 10^8 m\cdot s^{-1}$$

$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 10^8 m\cdot s^{-1}$ 可用经典力学来处理

当物体物理量的不确定量~估计值时，量子效应明显；
当物体物理量的不确定量<<估计值时，量子效应不明显，可用经典力学。

[例8] 钠灯所发黄光的波长 λ=589.3nm，谱线宽度$\Delta\lambda$=0.6nm，求当这种光子沿x 轴传播时，它的x 坐标的不确定量。

解：由不确定关系 $\Delta x\cdot\Delta p_x \ge h$

$$\because p = p_x = \frac{h}{\lambda}\qquad \therefore \Delta p_x = \Delta(\frac{h}{\lambda}) = -\frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

$$\therefore \Delta x\cdot\frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda \ge h$$

$$\Delta x \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{589.3^2}{0.6} \sim 5.8\times10^5(nm) \sim 0.58(mm)$$

普通光源波列长~mm，激光光源波列长~km