北京科技大学本科生2011级第二学期

高等数学（AⅡ）期末考试试卷（A）

班级__________________姓名_____________学号______________

题号	一	二	三				四		平时分	总分
			13	14	15	16	17	18		
得分										
签名										

一、填空题（本题共６小题，每小题4分，满分24分）

1. 设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $w=f(x+y+z,xyz)$，则 $\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}=$______________.

2. 设向量场 $\vec{u}=xy^2\vec{i}+ye^z\vec{j}+x\ln(1+z^2)\vec{k}$， 则 $\operatorname{div}\vec{u}\big|_{(1,1,0)}=$ ________.

3.设 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ ，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ___________.

4. 设 L 为圆周 $x^2+y^2=ax$, 则 $\oint_L\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}s=$________.

5. 曲面 $x^2+y^2+z^2=14$ 在点 $P(1,2,3)$ 处的法线方程为__________________.

6. L 的方向角分别为 $60^\circ,45^\circ,60^\circ$，则 $f(x,y,z)=xy+yz+zx$ 在点（1,1,2）处沿方向 L 的方向导数________.

二、单选题（本题共6小题，每小题4分，满分24分）

7. 设函数 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0)\\ 0\qquad\qquad\qquad ,(x,y)=(0,0)\end{cases}$ ，则在原点 $(0,0)$ 处（　）

(A) 偏导数不存在．(B) 不可微．　(C) 偏导数存在且连续．　(D) 可微．

8. 设 $f(x,y,z)=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z$，则 $\mathrm{grad}\ f(1,1,1)=$（ ）

(A) $6\vec{i}$ (B) $3\vec{j}$ (C) $2\vec{k}$ (D) $6\vec{i}+3\vec{j}$

9. 方程 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1\\ y=2\end{cases}$ 在空间解析几何中表示什么 （ ）

(A) 椭圆柱面 (B) 两条平行直线.

(C) 两个平行面 (D) 椭圆曲线.

10. 设 $f(x,y)$ 与 $\varphi(x,y)$ 均为可微函数, 且 $\varphi_y'(x,y)\neq 0$, 已知 (x_0,y_0) 是 $f(x,y)$ 在约束条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的一个极值点，下列选项正确的是 （ ）.

(A) 若 $f_x'(x_0,y_0)=0$，则 $f_y'(x_0,y_0)=0$.

(B) 若 $f_x'(x_0,y_0)\neq 0$，则 $f_y'(x_0,y_0)\neq 0$.

(C) 若 $f_x'(x_0,y_0)\neq 0$，则 $f_y'(x_0,y_0)=0$.

(D) 若 $f_x'(x_0,y_0)=0$，则 $f_y'(x_0,y_0)\neq 0$.

11. 设有空间区域 Ω_1: $x^2+y^2+z^2\le R^2$，$z\ge 0$ 及 Ω_2: $x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$， 则（ ）

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} x dv=4\iiint\limits_{\Omega_2} x\,\mathrm{d}v$ (B) $\iiint\limits_{\Omega_1} y dv=4\iiint\limits_{\Omega_2} y\,\mathrm{d}v$

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} z dv=4\iiint\limits_{\Omega_2} z\,\mathrm{d}v$ (D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyz dv=4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\,\mathrm{d}v$

12. 设 $y=\mathrm{e}^x$ 是微分方程 $xy'+p(x)y=x$ 的一个解, 则该方程的通解为 （ ）

(A) $y=\mathrm{e}^x+C\,\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^{-x}}$ (B) $y=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^{-x}}+C$

(C) $y=C\,\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^{-x}}$ (D) $y=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^{-x}}$

三、解答题(本题共 4 小题，满分42分)

13(10分). 一均匀物体（密度 ρ 为常数）占有的闭区域 Ω 由曲面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $z=0,|x|=a,|y=a|$ 所围成，求物体关于 z 轴的转动惯量.

14. (10分). 计算曲线积分 $\int_L (2xy+y+1)\,\mathrm{d}x+(x^2+2x+y^2)\,\mathrm{d}y,$ 其中 L 是在圆周

$y=\sqrt{4x-x^2}$ 上由点 $A(4,0)$ 到点 到点O$(0,0)$的一段弧.

15(11分). 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f(0)=0,\ f'(0)=-1$，已知曲面积分

$\int_L [x-6f(x)]\sin y\,\mathrm{d}x-[5f(x)-f'(x)]\cos y\,\mathrm{d}y$ 与路径无关，求 $f(x)$.

16(11分). 设 Σ 是介于平面 $z=0$ 及 $z=R$ 之间的圆柱面 $x^2+y^2=R^2$， 计算 $\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{\mathrm{d}S}{x^2+y^2+z^2}$.

四、综合题(本题共2小题, 每小题5分，满分10分)

17. 设 $f(x)$ 有二阶连续导数, $z=f(\mathrm{e}^x\sin y)$ 满足 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=z\,\mathrm{e}^{2x}$ ，求 $f(u)$.

18. 设Σ为曲面$1-\dfrac{z}{5}=\dfrac{(x-2)^2}{16}+\dfrac{(y-1)^2}{9}\ (z\geq 0)$的上侧，$D$为圆域$x^2+y^2\leq 1(z=0)$，且

$$\iint\limits_{\Sigma}\frac{x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}}=\lambda\iint\limits_{D}\mathrm{e}^{\lambda(x^2+y^2)}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

，其中λ为正常数, 求λ.