北京科技大学 2014--2015 学年第二学期

高 等 数 学 AII 试卷（A 卷）

院(系)__________ 班级___________ 学号___________ 姓名__________考场__________.

<table>
<tr><td colspan="12">试卷卷面成绩</td><td rowspan="3">占课程考核成绩 70%</td><td rowspan="3">平时成绩占 30%</td><td rowspan="3">课程考核成绩</td></tr>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td rowspan="2">二</td><td colspan="6">三</td><td colspan="2">四</td><td rowspan="2">小计</td></tr>
<tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>评阅</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>审核</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

说明： 1、要求正确地写出主要计算或推导过程，过程有错或只写答案者不得分；

2、考场、学院、班、学号、姓名均需写全，不写全的试卷为废卷；

3、涂改学号及姓名的试卷为废卷；

4、请在试卷上答题，在其它纸张上的解答一律无效.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

得 分

一、填空题（本题共 20 分，每小题 4 分）

1. 设 $\vec{A}=\mathrm{e}^{xy}\,\vec{i}+\cos(xy)\vec{j}+\cos(xz^2)\vec{k}$，则 $\mathrm{div}\vec{A}\Big|_{(1,1,-1)}=$____________________.

2．设 L 是椭圆 $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$，其周长为 m，则 $\oint_L(2x^3y^5+4x^2+5y^2)\,\mathrm{d}s=$____________.

3． 设 L 的方程为 $y=1-|x|$， $x\in[-1,1]$， 起点为 $(-1,0)$，终点为 (1， ，则 $\int_L xy\,\mathrm{d}x+x^2\,\mathrm{d}y=$____________.

4． 椭球面 $2x^2+3y^2+z^2=$ 上与平面 $2x-3y+2z=$ 平行的切平面方程为____________________.

5. 过点 $P(1,-1,1)$ 且与直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ 和 $L_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-3}$ 平行的平面方

程为____________________________.

得 分

二、选择题（本题共 20 分，每小题 4 分）

6．设 D 是由曲线 $y=x, y^2=x$ 围成的平面闭区域，则 $\iint\limits_{D}\frac{\sin y}{y}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 等于【　　】.

(A) $1+\sin 1$. (B) $1+\cos 1$.　(C) $1-\sin 1$.　(D) $1-\cos 1$.

7．设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $z=xf(xy,\frac{x}{y})$，　则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ 【　　】.

(A) $2f_1'-\frac{2x}{y^2}f_2'+x^2yf_{11}''-\frac{x^2}{y^3}f_{22}''$.　(B) $2xf_1'-\frac{2x}{y^2}f_2'+x^2yf_{11}''-\frac{x^2}{y^3}f_{22}''$.

(C) $2xf_1'-\frac{2x}{y^2}f_2'+xyf_{11}''-\frac{x^2}{y^3}f_{22}''$.　(D) $2xf_1'-\frac{2x}{y^2}f_2'+x^2yf_{11}''-\frac{x^2}{y^2}f_{22}''$.

8．设方程组 $\begin{cases}u^2+v^2-x^2-y=0\\ -u+v-xy+1=0\end{cases}$ 确定隐函数 $u=u(x,y), v=v(x,y)$，则【　　】.

(A) $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{x+vy}{u+v}$,　$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{x-\quad u}{u+\quad v}$.　(B) $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{x-vy}{u+v}$,　$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{x-\quad u}{u+\quad v}$.

(C) $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{x+vy}{u+v}$,　$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{x+\quad u}{u+\quad v}$.　(D) $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{x-vy}{u+v}$,　$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{x+\quad u}{u+\quad v}$.

9．设 Ω 为由曲面 $x^2+y^2=z^2$ 与 $z=a(a>0)$ 围成的空间区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z=$【　　】.

(A) $\frac{\pi}{10}a^5$.　(B) $\frac{\pi}{8}a^5$.　(C) $\frac{\pi}{10}a^4$.　(D) $\frac{\pi}{8}a^4$

10．设曲线积分

$$\int_l \left(f(x)-\mathrm{e}^x\right)\sin y\,\mathrm{d}x-f(x)\cos y\,\mathrm{d}y$$

与路径无关，其中 $f(x)$ 具有一阶连续导数，且 $f(0)=0$，则 $f(x)$ 等于【　　】.

(A) $\frac{\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^x}{2}$.　(B) $\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$.　(C) $\frac{\mathrm{e}^{-x}+\mathrm{e}^x}{2}-1$.　(D) $\frac{\mathrm{e}^{-x}+1-\mathrm{e}^x}{2}$.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

三、计算题（本题共 48 分，每小题 8 分）

得 分

11. 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2x\,\mathrm{e}^{x}$ 的通解.

得 分

12. 计算由曲面 $2az = x^2 + y^2 + z^2 (a > 0)$ 及 $x^2 + y^2 = z^2$ 所围成的（含有 z 轴的部分）立体的体积.

得 分

13．某公司可通过电台和报纸两种方式做销售某种商品的广告，根据统计资料，销售收入R（万元）与电台广告费用x_1（万元）及报纸广告费用x_2（万元）之间的关系有如下经验公式：

$$R = 15 + 14x_1 + 32x_2 - 8x_1x_2 - 2x_1^2 - 10x_2^2$$

（1） 在广告费用不限的情况下，求最优广告策略(广告费如何分配使得利润最大)；

（2） 若提供的广告费用为1.5万元，求相应的最优广告策略.

得 分

14．求曲线积分$\int_{(1,1)}^{(2,3)} (x+y)\,\mathrm{d}\,x + (x-y)\,\mathrm{d}\,y$的值.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

得 分

15．设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 具有连续的导数，且满足方程

$$x\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t=(x+1)\int_0^x tf(t)\,\mathrm{d}t$$

求 $y=f(x)$.

得 分

16、计算 $I=\iint\limits_{\Sigma} 2(1-x^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+8xy\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x-4xz\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$,其中 Σ 是由 xOy 面上的弧段 $x=\mathrm{e}^y(0\le y\le a)$ 绕 x 轴旋转所成旋转曲面，Σ 的法向量与 x 轴正向夹角大于 $\dfrac{\pi}{2}$.

四、综合题（本题共 12 分，每小题 6 分）

得 分

17. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，利用二重积分，证明：

$$\left(\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right)^2\le(b-a)\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x,$$ 其中 $D: a\le x\le b, a\le y\le b$.

得 分

18．设 $f(u)$ 具有连续的导函数，且 $\lim\limits_{u\to+\infty} f'(u)=A$，

$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0\}, (R>0)$.

（1）求 $I_R=\iint\limits_D f'(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$；　（2）$\lim\limits_{R\to\infty}\dfrac{I_R}{R^2}$.