文章编号: 1000-6893(2008)增-S209-06

# 运用混合遗传算法的多机编队重构优化方法

熊伟, 陈宗基, 周锐

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

# Optimization of Multiple Flight Vehicle Formation Reconfiguration Using Hybrid Genetic Algorithm

Xiong Wei, Chen Zongji, Zhou Rui

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘 要: 多机编队重构优化除了要考虑终端状态约束、控制作用能量约束之外,还必须考虑安全防撞距离与通信保障距离的约束。在满足这些约束的前提下,提出了一种新的结合控制作用参数化与时间离散化(CPTD)方法和遗传算法(GA)的混合算法,将编队重构最优时间控制问题进行控制作用参数化和时间离散化处理,转化为带自由终端状态约束的离散型优化问题,并通过对传统遗传操作算子的改进,采用改进的遗传算法进行寻优,得到最优解。算例结果表明了该混合算法的有效性,其适用于编队重构最优时间控制问题。

关键词: 导航、制导与控制; 遗传算法; 编队重构; 最优控制; 约束; 分段线性化

中图分类号: V221+.91 文献标识码: A

**Abstract:** In addition to the terminal state constraint and control action energy constraints, the constraints of safe distance to avoid colliding and dependable distance to guarantee normal communication between vehicles were also considered. On the premise of satisfying all above constraint requirements, a new hybrid genetic algorithm was proposed. It is the incorporation of the control parameterization and time discretization (CPTD) method into the genetic algorithm (GA). The hybrid genetic algorithm was used to transform the problem of time-optimal control for formation reconfiguration into discrete optimization problem with a free terminal state constraint by CPTD, and the global optima of the problem of time-optimal control of formation reconfiguration was obtained using the improved GA, with new genetic arithmetic operators. The example results show the superiority of the hybrid algorithm, which is applicable to the problem of time-optimal control for formation reconfiguration.

**Key words:** guidance, navigation and control; genetic algorithm; formation reconfiguration; optimal control; constraint; piecewise linearization

近几年来,无人机的编队重构和控制<sup>[1]</sup>已经成为研究热点,主要原因是无论在军用还是在民用上其都有广泛应用,并且相对现有技术而言,无人机编队重构和控制能够带来低成本高效率<sup>[2]</sup>。编队重构可以归为大规模集中控制问题,通过复杂解算得出编队内各个飞行单元的控制输入信号(如飞机的舵偏角、油门等),来驱动编队内各个飞行单元在做复杂机动的同时,满足任意两个飞行单元之间的距离大于安全距离又不超过通讯距离的约束,并最终使各个飞行单元之间的相对位置达到期望要求、构成新的期望的编队队形。本

文研究的是无人机编队的重构, 在重构过程中,各 无人机之间的距离比歼击机紧编队飞行时的机间 距离要大。

时间对编队重构来说是十分重要的资源,最优时间控制也是动态系统控制的主要目标之一<sup>[3-4]</sup>。因此,研究编队重构的最优时间控制显得十分必要,其包括固定终端状态约束的最优时间控制问题和自由终端状态约束的最优时间控制问题。文献[5-6]对固定终端状态约束的最优时间控制问题做了详细论述;文献[7-9]对自由终端状态约束的最优时间控制问题进行了探讨,但都没有考虑考虑飞行单元间通讯保障距离约束和安全防撞距离约束。

本文提出一种基于控制参数化与时间离散化

收稿日期: 2007-09-12; 修订日期: 2007-12-26

基金项目: 国家"863"计划; 国家自然科学基金(60674103); 航空

科学基金(2006ZC51026)

通讯作者: 熊伟 E-mail: dept3buaa@163.com

(CPTD)方法和遗传算法(GA)<sup>[10-11]</sup>的混合算法,较好地解决了自由终端状态约束的编队重构最优时间控制问题,尤其对于无人机机群预规划管理具有重要意义。

# 1 编队重构最优时间控制的数学描述

假设某编队由 N 架无人机构成。不失一般性,考虑该编队在某一高度的水平面上运动。假设控制向量作用初始时刻 t=0 ,终端时刻 t=T ,定义编队内第 i 架飞机的<mark>控制输入</mark>(包括<mark>舵偏角、速度等)  $u_i \triangleq \{u_i(t) | \forall t \in [0,T]\} \in \mathbf{R}^{r_i}$  ,  $\forall i \in \{1,\cdots,N\}$  ,编队的控制输入向量  $U \triangleq [u_1 \cdots u_N]^T$  ,则编队的连续控制输入向量 U 可进一步表述为  $U \triangleq [u_1 \cdots u_N]^T = \{U(t) | \forall t \in [0,T]\}$  。定义编队内第 i 架飞机的状态向量  $x_i \triangleq [y_i z_i \theta_i]^T \in \mathbf{R}^3$ , $\forall i \in \{1,\cdots,N\}$ ,其中:  $(y_i,z_i)$  为第 i 架飞机在运动平面内质心的位置;  $\theta_i$  为机身航向角。因此,编队系统的状态向量定义为  $X \triangleq [x_1^T \cdots x_N^T]^T \in \mathbf{R}^{3\times N}$  。编队系统的运动方程可以表述为</mark>

$$\dot{X}(t) = f(t, X(t), U(t)) \tag{1}$$

给定编队连续的控制输入U以及编队初始状态  $X(0) = X_0$ ,则在 $t \in (0,T]$ 任意时刻编队的状态均可由式(2)唯一确定

$$X(t) = X(0) + \int_0^t f(\tau, X(\tau), U(\tau)) d\tau$$
 (2)

如果给定了初始状态,则X(t)仅仅由U唯一确定,也可用X(t|U)表述。

通常,代价函数的标准形式可以表示为  $J(U) \triangleq \boldsymbol{\phi}_0(\boldsymbol{X}(T|\boldsymbol{U})) + \int_0^T L_0(t,\boldsymbol{X}(t|\boldsymbol{U}),\boldsymbol{U}(t)) dt$  约束条件可表述为

$$g_{i}(\boldsymbol{U}) \triangleq \boldsymbol{\Phi}_{i}(\boldsymbol{X}(\tau_{i} \mid \boldsymbol{U})) + \int_{0}^{\tau_{i}} L_{i}(t, \boldsymbol{X}(t \mid \boldsymbol{U}), \boldsymbol{U}(t)) dt \leq 0$$
$$(\forall i \in \{1, \dots, M\})$$

对于编队系统最优时间控制问题可以表述为: 寻找一个连续的控制输入U 和终端时刻T 使得编队系统代价函数J(U) 最小, 即

$$\min_{\mathbf{u}_1,T} \cdots \min_{\mathbf{u}_N,T} J(\mathbf{U}) \tag{3}$$

编队系统代价函数J(U)可以表述为

$$J(\boldsymbol{U}) = T \tag{4}$$

控制容许约束为

$$U_{\min} \le U(t) \le U_{\max} \qquad (\forall t \in [0, T), \ 0 < T) \qquad (5)$$

自由终端约束为

$$g_1(U, \Delta t) \triangleq \sum_{i=1}^{N} \{ [(z_i(T) - z_m(T)) - z_i^m]^2 + [(y_i(T) - z_m(T))] \}$$

 $y_m(T)$ )  $-y_i^m$ ]  $^2 + [(\theta_i(T) - \theta_m(T)) - \theta_i^m]^2$ } = 0 (6) 式中:  $m \in \{1, \dots, N\}$ , 定义第 m 架飞机作为编队的中心飞机(参考飞机);  $[y_i^m \ z_i^m \ q_i^m]^T$  为终端时刻T 编队内第 i 架飞机相对于编号为 m 的中心飞机期望的相对坐标值。

定义任意两架飞机之间距离为 $d^{i,j}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))$  $(i,j \in \{1,\cdots,N\})$ , 其表达式为

$$d^{i,j}(\boldsymbol{x}_i(t), \boldsymbol{x}_j(t)) \triangleq \sqrt{\left(y_i(t) - y_j(t)\right)^2 + \left(z_i(t) - z_j(t)\right)^2}$$

为了防止飞机相撞,编队内任意两架飞机之间距离必须大于安全防撞距离  $D_{safe}$ ,即

$$d^{i,j}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) \ge D_{\text{safe}}$$
$$(\forall t \in [0, T], \ \forall_{i \ne j} i, j \in \{1, \dots, N\})$$
(7)

为了确保编队内能正常实时通讯,任意两架飞机之间距离必须小于通讯保障距离  $D_{comm}$ ,即

$$d^{i,j}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) \le D_{\text{comm}}$$
$$(\forall t \in [0, T], \ \forall_{i \ne j} \ i, j \in \{1, \dots, N\})$$
(8)

综上,编队系统的最优时间控制问题的数学描述为:在满足约束条件式(1)、式(5) $\sim$ 式(8)约束条件下,寻找一个连续的控制输入U和终端时刻T使得式(3)和式(4)成立。

# 2 编队重构最优时间控制问题的求解

遗传算法是一种智能化的全局寻优算法, 利 用遗传算法解决优化问题不受目标函数是否为线 性的限制, 适合解决编队重构最优控制问题。然 而编队内各个飞行单元的控制输入均为连续量, 遗传算法无法求解出连续的控制输入。因此,首 先将编队内各个飞行单元的控制输入进行分段线 性化处理, 用近似的分段线性化控制输入代替连 续的控制输入, 然后采用遗传算法进行寻优, 求 出分段线性化控制输入。基于上述思想, 下文提 出的混合遗传算法首先采用 CPTD 方法对编队重 构问题进行分段线性化以及离散化描述, 得到近 似处理后的代价函数和约束条件, 简化问题的描 述和处理; 然后采用遗传算法寻优, 直至找到满 足代价方程式(12)以及约束方程式(7)、式(8)、式 (13)~式(15)的最优控制输入U的近似解  $\hat{U}(t;n_{\rm n},\Omega)$  o

#### 2.1 基于CPTD的编队重构最优时间控制离散化

CPTD 方法主要有 3 条原则:

- (1) 将连续控制输入  $u_i$  作用总时间 T 等间隔的分成  $n_p$  等份,采用分段函数近似代替  $u_i$ ,该分段函数在每一个分段区间  $\Delta t_p$  内取某一常值。
  - (2) 将终端时刻T 表述成 $\Delta t_n$  的函数。
- (3) 通过采用非线性参数优化方法(如遗传算法)确使代价指标函数最小,来寻求 $\Delta t_p$ 以及每个 $\Delta t_p$ 对应的 $u_i$ 分段参数近似值 $^{[7]}$ 。

在基于 CPTD 方法的编队重构最优控制中, 主要分为 3 步:

(1) 控制作用总时间 T 的划分 将控制输入 U 的 作 用 时 间 T 等 间 隔 地 划 分 成 等 份  $n_p \in \{1,2,\cdots\}$ ,每一等份的时间长度  $\Delta t_p \in \mathbf{R}^+$ ,因 此,终端时刻 T 可以表述为

$$T = n_{\rm p} \Delta t_{\rm p} \tag{9}$$

在每一个 $\Delta t_p$  内,根据对应分段区间内的控制输入作用,对编队运动方程式(1)做数值积分、迭代运算。

(2) 控制输入的分段线性化 控制输入的作用时间T被划分为 $n_p$ 等份,对于编队内第i架飞机,定义一个 $r_i \times n_p$ 维常数集合  $\Omega_i \triangleq \{\sigma^i_j \in \mathbf{R}^{r_i} \mid \forall j \in \{1, \cdots, n_p\}\}$ , $\forall i \in \{1, \cdots, N\}$ ,则在时间T内,第i架飞机的连续控制输入作用 $\mathbf{u}_i$ 可以采用常量分段函数近似地表述成

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{i}(t; n_{p}, \boldsymbol{\Omega}_{i}) \triangleq \sum_{j=1}^{n_{p}} \boldsymbol{\sigma}_{j}^{i} \boldsymbol{\chi}_{j}(t) \cong \boldsymbol{u}_{i}(t)$$
 (10)

式中:

$$\chi_{j}(t) = \begin{cases} 1 & (j-1)\Delta t_{p} \le t \le j\Delta t_{p} \\ 0 & 其他 \end{cases}$$
 (11)

定义编队的分段线性化常系数集合为 $\mathbf{\Omega}$   $\triangleq$   $\{\mathbf{\Omega}_1, \cdots, \mathbf{\Omega}_N\}$ ,编队系统的近似控制输入集合为

$$\hat{\boldsymbol{U}}(t; n_{\mathrm{p}}, \boldsymbol{\Omega}) \triangleq \left\{ \hat{\boldsymbol{u}}_{1}(t; n_{\mathrm{p}}, \boldsymbol{\Omega}_{1}), \dots, \hat{\boldsymbol{u}}_{N}(t; n_{\mathrm{p}}, \boldsymbol{\Omega}_{N}) \right\}$$

寻找最优控制输入集合  $\hat{U}(t;n_p,\Omega)$  使代价指标函数最小的问题就转化为寻找最优常系数集合  $\Omega$  的问题。对编队控制输入的近似结果影响最大的因素就是  $n_p$  的选择。增大  $n_p$ ,可以提高近似精度,但计算时间会以指数阻尼正弦曲线形式增长;减小  $n_p$ ,降低近似精度。一般根据经验并试凑给出一个合适的  $n_p$  值。

(3) 近似参数化 控制输入经过近似处理后,

寻找最优控制输入集合U和T使代价指标函数最小的问题近似地等价于寻找最优常数参数集合 $\Omega$ 和 $\Delta t_p$ 。因此,编队重构最优控制的代价函数可近似表述为

$$J(U) \cong \min_{\mathbf{\Omega}, \Delta t_{p}} (n_{p} \Delta t_{p})$$
 (12)

控制容许约束可近似表述为

$$(\boldsymbol{u}_{\min})_{i} \leq \boldsymbol{\sigma}_{j}^{i} \leq (\boldsymbol{u}_{\max})_{i}$$

$$(\forall i \in \{1, \dots, N\}, \ \forall j \in \{1, \dots, n_{p}\}, \ 0 < \Delta t_{p})$$
 (13)

自由终端约束可近似表述为

$$\hat{g}_1(\mathbf{\Omega}, \Delta t) \triangleq \sum_{i=1}^{N} \{ [(z_i(T) - z_m(T)) - z_i^m]^2 + [(y_i(T) - z_m(T))] + [(y_i(T) - z_m(T))]$$

 $y_m(T)$ )  $-y_i^m$ ]<sup>2</sup> + [ $(\theta_i(T) - \theta_m(T)) - \theta_i^m$ ]<sup>2</sup>} = 0 (14) 系统状态方程近似表述为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) \cong f(t, \boldsymbol{X}(t), \hat{\boldsymbol{U}}(t; n_{\text{n}}, \boldsymbol{\Omega})) \tag{15}$$

其他约束条件表达式不变。

#### 2.2 基于遗传算法的编队重构最优时间控制

采用 CPTD 分段线性化控制输入 U 后,即可采用遗传算法解决编队重构最优控制问题。

#### (1) 染色体的编码

将  $\mathbf{\Omega} \triangleq \{\mathbf{\Omega}_1, \cdots, \mathbf{\Omega}_N\}$  (  $\mathbf{\Omega}_i \triangleq \{\sigma_j^i \in \mathbf{R}^{r_i} | \forall j \in \{1, \cdots, n_p\}\}$ ),  $\forall i \in \{1, \cdots, N\}$  ;  $r_i$  为第 i 架飞机控制输入  $\hat{\mathbf{u}}_i(t; n_p, \mathbf{\Omega}_i)$  的维数)与分段区间  $\Delta t_p$  组合,制作成染色体,采用浮点数十进制编码方法。这样,每一条染色体可表述成:  $\mathbf{P} = \mathbf{\Omega}_1 \mathbf{\Omega}_2 \cdots \mathbf{\Omega}_N \Delta t_p$  。控制参数常数  $\mathbf{\Omega}_i$  是一个  $r_i \times n_p$  维数组,即

$$\boldsymbol{\varOmega}_{i} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{i} & \sigma_{21}^{i} & \cdots & \sigma_{n_{p}1}^{i} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{1r_{i}}^{i} & \sigma_{2r_{i}}^{i} & \cdots & \sigma_{n_{p}r_{i}}^{i} \end{bmatrix}$$

对  $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, n_p\}, \forall k \in \{1, 2, \dots, r_i\}$ ,  $\sigma^i_{jk}$  为第 i 架飞机的近似控制输入  $\hat{\boldsymbol{u}}_i(t; n_p, \boldsymbol{\Omega}_i)$  在第 j 个时间分段区间内的第 k 个分量。由于  $\boldsymbol{\Omega}_i$  的每一列代表某个时间分段区间内第 i 架飞机的一组控制输入参数组合,因此将  $\boldsymbol{\Omega}_i$  按列展开,并与  $\Delta t_p$  组合,最终拉直成一条长度为  $N \times n_p \times r_i + 1$  的 浮点码串。染色体最终的完整表达形式

$$\mathbf{P} = [((\sigma_{11}^{1} \ \sigma_{12}^{1} \ \cdots \ \sigma_{1r_{i}}^{1}) \ \cdots \ (\sigma_{n_{p}1}^{1} \ \sigma_{n_{p}2}^{1} \ \cdots \ \sigma_{n_{p}r_{i}}^{1})) \ \cdots \\
((\sigma_{11}^{N} \ \sigma_{12}^{N} \ \cdots \ \sigma_{1r_{i}}^{N}) \ \cdots \ (\sigma_{n_{n}1}^{N} \ \sigma_{n_{n}2}^{N} \ \cdots \ \sigma_{n,r_{i}}^{N})) \ \Delta t_{p}]$$

#### (2) 种群初始化

给定种群大小和总的遗传代数。容许控制约束式(13)通过遗传算法的种群初始化来实现,即随机产生初始种群染色体时,根据约束式(13)来

限制染色体对应的每个分量的值。

#### (3) 适应度计算

由 CPTD 方法得到的编队重构最优时间控制的代价函数可由式(12)表述。考虑编队重构最优时间控制的约束条件,定义编队重构最优时间控制的扩展代价指标函数为

$$J_{\text{extend}} \triangleq \min_{\boldsymbol{Q}, \Delta t_{\text{p}}} \{ (n_{\text{p}} \Delta t_{\text{p}}) + \delta_{1} \hat{g}_{1}(\boldsymbol{Q}, \Delta t) + \delta_{2} \bullet$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} [\max(0, D_{\text{safe}} - d^{i,j}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t))) + \max(0, t)]$$

$$d^{i,j}(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) - D_{\text{comm}}) + \delta_3 \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n_p} [\max(0, t)]$$

$$\max(\boldsymbol{\sigma}_k^l - (\boldsymbol{u}_{\text{max}})_k)) + \max(0, \max((\boldsymbol{u}_{\text{min}})_k - \boldsymbol{\sigma}_k^l))]\} (16)$$

式中:  $\delta_1$  为终端约束式(14)的惩罚常系数;  $\delta_2$  为无人机之间安全防撞距离约束和通讯保障距离约束的惩罚常系数;  $\delta_3$  为分段线性化后控制容许约束的惩罚常系数;  $\hat{g}_1(\Omega,\Delta t)$  为式(14) 左端的表达形式, 即终端时刻 T 编队内各无人机状态与期望状态的误差的平方和;  $\sigma_k^l$  为第 k 驾无人机在第 l 个线性分段区间内的控制输入向量。

 $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  取成足够大的正数(如 $10^7$ ), 如果任意一个约束(如终端约束式(14))不满足,则在式(16)中对应的该项惩罚系数(如 $\delta_1$ )的作用下使得目标函数  $J_{\text{extend}}$  取非常大的值,对应的适应度值取得极小,经过遗传算子操作后必然被淘汰。只有满足所有约束条件的染色体,其惩罚系数作用项均为0,此时  $J_{\text{extend}} = \min_{\Omega, \Delta t_p} (n_p \Delta t_p)$ ,对应的目标

函数值较小,适应度值较大,该染色体才可能被保留进入下一代遗传迭代中。因此,原始代价指标式(12)以及约束条件式(7)、式(8)、式(13)和式(14)可以用式(16)等价表述,将带约束的优化问题转化为不带约束的广义优化问题,适用于标准遗传算法进行运算。遗传算法的适应度函数可取为:

$$F(\mathbf{P}) \cong 1/J_{\text{extend}}$$

其中: P 为染色体。

#### (4) 选择算子

采用最优保存策略与轮盘赌选择法相结合的 混合选择算子,确保适应度最好的个体保留到下 一代群体中而不被遗传操作所破坏。

#### (5) 交叉算子

由于采用的是浮点数编码方式, 所以将使用以算术交叉为基础的交叉算子。交叉算子为

$$\mathbf{P}_1^{\text{new}} = \omega \mathbf{P}_1 + (1 - \omega) \mathbf{P}_2$$

$$\mathbf{P}_2^{\text{new}} = \omega \mathbf{P}_2 + (1 - \omega) \mathbf{P}_1$$

其中:  $P_1$  和  $P_2$  为从种群中随机选择的两个父个体;  $P_1^{\text{new}}$  和  $P_2^{\text{new}}$  为通过交叉运算子运算后产生的子代对应新个体;  $\omega$  为参数,  $\omega \in [0,1]$ 。

#### (6) 变异算子

采用自适应加速变异算子<sup>[12]</sup>对交叉算子作用 后的群体的染色体进行变异操作, 算法为

$$P_{i}^{j}(k+1) = P_{i}^{j}(k) + \beta \Delta P_{i}^{j}(k) + \rho s P_{i}^{j}(k)$$
$$\Delta P_{i}^{j}(k) = [P_{i}^{\text{best}}(k) - P_{i}^{j}(k)] |N(0,1)|$$

$$sP_i^j(k+1) = \beta \cdot acc^j(k)\Delta P_i^j(k) + \rho sP_i^j(k)$$

其中:  $P_i^j(k)$  为第 k 代中第 j 个染色体的第 i 个分量;  $\mathbf{P}^{\text{best}}$  为第 k 代中最好的个体;  $\rho$  和  $\beta$  分别为学习速率和惯量常数; N(0,1) 为正态随机分布函数;  $sP_i^j(k)$  为进化趋势;  $acc^j(k)$  定义为

$$acc^{j}(k) = \begin{cases} 1 & \text{当前更新使适应值增加} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

# 3 算例与分析

如前所述,编队内无人机的状态变量为  $\mathbf{x}_i = [y_i \quad z_i \quad \theta_i]^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^3$ , $i = 1, 2, \cdots, N$  。本文研究的 编队重构属于编队控制中的外环控制,重点研究 编队内各单机的轨迹引导控制,忽略单机的内环 控制(姿态控制)因素。假设无人机的控制输入  $\mathbf{u}_i$  为质心的绝对速度  $\mathbf{v}_i$  和操纵舵偏角  $\gamma_i$  ,  $i = 1, 2, \cdots, N$ ,其运动方程为

$$\dot{y}_i(t) = v_i(t)\cos\theta_i$$

$$\dot{z}_i(t) = v_i(t)\sin\theta_i$$

$$\dot{\theta}_i(t) = [v_i(t)\tan\gamma_i(t)]/l_i$$

其中:  $l_i$ 为第 i 架飞机的机身长度,  $i=1,2,\cdots,N$ 。

在算例中,编队规模 N=5,  $\forall i \in (1,\cdots,5)$ ,有:  $l_i=3.15$  m,  $v_{\min}=0$  ,  $Ma_{\max}=4.4$  ,  $\gamma_{\min}=-53^\circ$  。 假定第3架飞机作为编队的中心飞机,即 m=3 ,  $D_{\text{safe}}=5$  km ,  $D_{\text{comm}}=45$  km 。 惩罚系数取  $\delta_1=\delta_2=\delta_3=1.8\times10^7$  ,确保足够大即可。权衡计算复杂度以及计算精度,控制输入  $\mathbf{u}_i$  等间隔线性化分段数取  $n_p=5$  。 种群规模为180,最大遗传代数为400,交叉概率  $P_{\text{cross}}=0.95$  ,变异概率  $P_{\text{mutate}}=0.1$  ,自适应变异算子学习速率  $\rho=1$  ,惯量  $\rho=0.2$  。 给定编队重构最优时间控制的算例:编队队形由任意给定的初始状态经过最优控制作用后,最终重构成">"队形。

图 1 描述了编队重构最优时间控制的代价函数与遗传代数的关系。由图 1 可知, 当遗传代数

达到 250 时,性能指标收敛到最小值。图 2 为混合遗传算法优化后得到的编队重构轨迹曲线。由图 2 可知,最终编队重构成期望的">"队形。由图 3 可知,在编队重构优化过程中,编队内任意两架无人机之间的距离均小于通讯保障距离  $D_{comm}$  且大于安全防撞距离  $D_{safe}$ 。图 4 和图 5 为混合遗传算法优化后得到的编队内每架无人机的控制输入随时间的变化曲线,由图可知,控制输入的各分量均在控制容许范围内,并且至少有一架无人机的控制输入在某一时间分段区间内取容许最大值或最小值。

图 4 中的速度曲线之所以分段不连续是因为本文在采用遗传算法优化之前采用 CPTD 方法进行了分段线性化。增大 $n_p$ ,则速度曲线越连续光滑,控制精度越高,但计算复杂度也随之增加。此外,为了简化计算,更好地说明解决问题的方

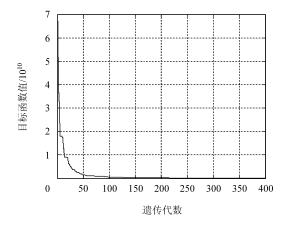


图 1 代价函数随遗传代数的关系

Fig. 1 Augmentation cost function vs generation

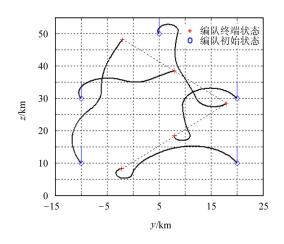


图 2 编队重构最优控制轨迹

Fig. 2 Formation reconfiguration trajectories using optimal control

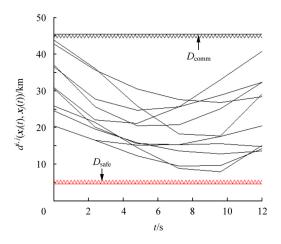


图 3 编队重构过程飞机间距变化曲线

Fig. 3 Computed distacnces between flight vehicles during formation reconfiguration

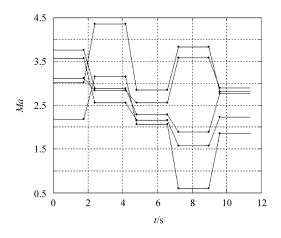


图 4 编队重构过程速度作用曲线

Fig. 4 Computed optimal velocities for flight vehicles during formation reconfiguration

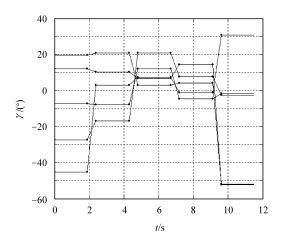


图 5 编队重构过程操纵舵偏角作用曲线

Fig. 5 Computed optimal steering angles for flight vehicles during formation reconfiguration

法,本文假设无人作战飞机(UCAV)数学模型里速度是控制量,瞬态可变,因此速度是可以突变的,在编队重构成期望的队形后,可立即改变速度矢量,使编队队形能保持。

#### 4 结 论

- (1) 由本文算例可知,混合遗传算法较好地解决了编队重构的最优控制问题。任意给定编队的初始状态,指定终端时刻编队内各飞机之间的相对状态,通过混合算法总能寻优找到一组最优解,满足代价函数要求以及编队系统的各种约束条件,实现编队重构。
- (2) 所提出的混合遗传算法不仅可以解决单编队重构的最优时间控制问题,还可以解决单编队重构的最小能量控制、最短时间与最小能量综合控制等问题,也可以解决多编队重构、多机协同等复杂系统集中控制的优化问题,具有较广的应用范围。

#### 参考文献

- [1] 刘小雄,章卫国,李广义,等. 无人机自主编队飞行控制的技术问题[J]. 电光与控制, 2006, 13(6): 28-31. Liu Xiaoxiong, Zhang Weiguo, Li Guangyi, et al. Discussion on autonomous formation flight control technique of UAV[J]. Electronics Optics and Control, 2006, 13(6): 28-31. (in Chinese)
- [2] Shannon Z, John K T, Shankar S. Hybrid system design for formations of autonomous vehicles[C]//Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. 2003: 1-6.
- [3] Teo K L, Goh C J, Wong K H, et al. A unified computational approach to optimal control problems[M]. Harlow: Longman Scientific and Technical, 1991.
- [4] Lee Y D, Lee B H, Kim H G. An evolutionary approach for time optimal trajectory planning of a robotic manipulator[J]. Information Sciences, 1999, 113(3/4): 245-260.
- [5] Furukawa T. Time-subminimal trajectory planning for discrete non-linear systems[J]. Eng Optim, 2002, 34(3): 219-243.
- [6] Lee K Y, Dissanayake G. Numerical solution for a near-

- minimum-time trajectory for two coordinated manipulators[J]. Eng Optim, 1998, 30(3/4): 227-247.
- [7] Furukawa T, Durrant-shyte H F, Bourgault F, et al. Time-optimal coordinated control of the relative formation of multiple vehicles[C]//Proceedings 2003 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 2003: 259-264.
- [8] Simeon T, Leroy S, Laumond J P. Path coordination for multiple mobile robots: a resolution-complete algorithm[J]. IEEE Trans Rob Autom, 2002, 18(1): 42-49.
- [9] Saber R O, Dunbar W B, Murray R M. Cooperative control of multi-vehicle systems using cost graphs and optimization[C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference. Piscataway: IEEE, 2003: 2217-2222.
- [10] Holland J H. Genetic algorithms[J]. Scientific American, 1992(9): 44-50.
- [11] Davis L D. Handbook of genetic algorithms[M]. New York: Thomson Publishing Group, 1991, 4: 43-93.
- [12] Choi D H, Oh S Y. A new mutation rule for evolutionary programming motivated from backproagation learning[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 4(2): 188-190.

#### 作者简介:

**熊伟**(1981一) 男,硕士研究生。主要研究方向:现代控制理论在飞行控制中的应用。

Tel: 010-82338612

E-mail: dept3buaa@163.com

陈宗基(1943一) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:导航、制导与控制,飞行控制系统设计,自适应控制理论,智能控制系统,混合系统理论,虚拟样机技术。

周锐(1968-) 男,教授,博士生导师。主要研究方向: 飞行器制导与控制,飞行器决策,管理与自主控制,多飞 行器编队协调控制。

(责任编辑: 孔琪颖)