

# Laboratorio 5

María José Amorocho – 202220179

Angélica Ortiz – 202222480

## Problema 1

### Modelado matemático

Por simplicidad, cada recurso va a representarse numéricamente de la siguiente manera:

- Alimentos Básicos: 1
- Medicinas: 2
- Equipos Médicos: 3
- Agua Potable: 4
- Mantas: 5

#### Conjuntos:

$R$  = conjunto de todos los recursos  $\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$   
 $RNoMed$  = conjunto recursos excluyendo los equipos médicos  $\{r_1, r_2, r_4, r_5\}$   
 $A$  = conjunto de aviones  $\{a_1, a_2, \dots, a_4\}$   
 $Z$  = conjunto de zonas  $\{z_1, z_2, \dots, z_4\}$   
 $V$  = conjunto de viajes  $\{v_1, v_2\}$

#### Parámetros:

$valorImpacto_i$  = valor de impacto que genera una tonelada del recurso  $i$

$peso_i$  = peso del recurso  $i$  en TON/unidad

$volumen_i$  = volumen que ocupa el recurso en  $m^3$ /unidad

$disponibilidad_i$  = disponibilidad del recurso  $i$

$capacidadPeso_i$  = capacidad de peso del avión  $i$  en TON

$capacidadVol_i$  = capacidad de volumen del avión  $i$  en  $m^3$

$costoFijo_i$  = costo fijo del avión  $i$  en miles de USD

$costoVariable_i$  = costo variable del avión  $i$  en miles de USD/km

$distancia_i$  = distancia de la zona  $i$

$poblacion_i$  = población de la zona  $i$

$multImpacto_i$  = multiplicador de impacto de la zona  $i$

$necesidad_{ij}$  = necesidad mínima del recurso  $i$  que tiene la zona  $j$

$b$  = toneladas que pesa una unidad de equipo médico

$M$  = una constante lo suficientemente grande

**Variables:**

$x_{ijk}^v$  = Cantidad (en toneladas) del recurso  $i$  asignado al avión  $j$  en el viaje  $v$  hacia la zona  $k$   
 $\forall i \in R, \forall j \in A, \forall k \in Z, \forall v \in V . x_{ijk}^v \in \mathbb{R}^+$

$y_{ijk}^v$  = Si un recurso  $i$  (no medico) es transportado en el avión  $j$  en el viaje  $v$  para la zona  $k$   
 $\forall i \in RNoMed, \forall j \in A, \forall k \in Z, \forall v \in V . y_{ijk}^v \in \{0,1\}$

$yMe_{jk}^v$  = Si el avión  $j$  que va para la zona  $k$  en el viaje  $v$  transporta al menos una unidad de equipos médicos  
 $\forall j \in A, \forall k \in Z, \forall v \in V . yMe_{jk}^v \in \{0,1\}$

$u_{jk}^v$  = Número de unidades de equipos médicos que se transportan en el avión  $j$  que va para la zona  $k$  en el viaje  $v$ .  $u_{jk}^v \in \mathbb{Z}^+$

$yAvion_{jk}^v$  = Si el avión  $j$  es usado en el viaje  $v$  para ir a la zona  $k$   
 $\forall j \in A, \forall k \in Z, \forall v \in V . y_{jk}^v \in \{0,1\}$

$w_j$  = Si el avión  $j$  es usado o no.  $w_j \in \{0,1\}$  (0 si no es usado, 1 de lo contrario)

**Funciones objetivo:**

- 1) Maximizar valor de impacto social de recursos transportados:

$$f_1 = \max \sum_{i \in R} \sum_{j \in A} \sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} valorImpacto_i \times x_{ijk}^v \times multImpacto_k$$

- 2) Minimizar costo total de transporte:

$$f_2 = \min \sum_{j \in A} costoFijo_j \times w_j + \sum_{j \in A} \sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} costoVariable_j \times distancia_k \times yAvion_{jk}^v$$

**Restricciones:**

- 1) Los pesos de los recursos llevados en un avión, para un viaje particular, no pueden superar su capacidad de peso

$$\sum_{i \in RNoMed} x_{ijk}^v + (u_{jk}^v \times b) \leq capacidadPeso_j \times y_{jk}^v, \quad \forall v \in V, \forall j \in A, \forall k \in Z$$

- 2) El volumen de los recursos llevados en un avión, durante un viaje determinado, no puede superar su capacidad de volumen

$$\sum_{i \in RNoMed} \left( \frac{x_{ijk}^v}{Peso_i} \right) \times volumen_i + (u_{jk}^v \times volumen_3) \leq capacidadVol_j \times y_{jk}^v, \\ \forall v \in V, \forall j \in A, \forall k \in Z$$

- 3) Se dispone de 4 aviones para asegurar que todas las zonas puedan ser atendidas

$$\sum_{j \in A} w_j \leq 4$$

- 4) Las necesidades mínimas de cada zona deben ser satisfechas

$$\sum_{j \in A} \sum_{v \in V} x_{ijk}^v \geq \text{necesidad}_{ik}, \quad \forall i \in R, \forall k \in Z$$

- 5) Cada recurso es limitado y no puede llevarse más de un recurso que el total de las unidades que se dispone

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} \sum_{j \in A} x_{ijk}^v \leq \text{disponibilidad}_i \times \text{Peso}_i, \quad \forall i \in R$$

- 6) Cada avión puede realizar hasta 2 viajes a diferentes zonas

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} y_{Avion}^v \leq 2, \quad \forall j \in A$$

- 7) Las medicinas no podrán transportarse en el Avión 1

$$x_{2,1,k}^v = 0, \quad \forall k \in Z, \forall v \in V$$

- 8) Los equipos médicos y el agua potable no pueden viajar en el mismo avión durante el mismo viaje

- a. Si un avión lleva un recurso no médico, lo máximo que podría llevar es lo que está disponible (peso en kg) de ese recurso

$$x_{ijk}^v \leq \text{Peso}_i \cdot y_{Me}^v, \quad \forall i \in R_{NoMed}, \forall j \in A, \forall v \in V, \forall k \in Z$$

- b. Si un avión lleva al menos una unidad de equipo médico, la cantidad de unidades que lleva está limitada por M. Si el avión no lleva unidades de equipo médico, entonces esta cantidad debería ser cero.

$$u_{jk}^v \leq M \cdot y_{Me}^v, \quad \forall j \in A, \forall v \in V, \forall k \in Z$$

- c. Un avión solo puede llevar al mismo tiempo alguna cantidad de una unidad médica o alguna cantidad de agua potable, pero no las dos.

$$y_{Me}^v + y_{4jk}^v \leq 1, \quad \forall j \in A, \forall v \in V, \forall k \in Z$$

- 9) Un avión solo puede visitar una zona por viaje:

$$\sum_{k \in Z} y_{Avion}^v \leq 1, \quad \forall j \in A, \forall v \in V$$

## Metodología

### *Método suma de pesos ponderados*

Para este método, la función objetivo  $f_2$  se transformará para usar el negativo del costo y que la función general pueda ser maximizada. En este sentido

$$f_2 = \max - \left( \sum_{j \in A} \text{costoFijo}_j \times w_j + \sum_{j \in A} \sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} \text{costoVariable}_j \times \text{distancia}_k \times y_{\text{Avion}}^v_{jk} \right)$$

Adicionalmente, usando este método es importante normalizar las funciones objetivo  $f_1$  y  $f_2$  para que sean comparables. En este sentido

$$f'_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$$

Donde  $f_i^{\min}$  y  $f_i^{\max}$  son los valores mínimo y máximo de la función objetivo  $f_i$  dentro del conjunto factible. Para hallar los valores máximos y mínimos, primero se ejecuta el modelo con las configuraciones preestablecidas en dos ocasiones (una para hallar el máximo y otra para hallar el mínimo).

De esta manera, la función objetivo a optimizar sería la siguiente

$$\max(w_1 f'_1 + w_2 f'_2)$$

Con la restricción adicional de que  $w_1 + w_2 \leq 1$ .

### *Método e-constraint*

Para la implementación usando este método, la función principal a optimizar fue  $f_1$  (la del impacto social), por lo que a la segunda función se le aplicó la siguiente restricción:

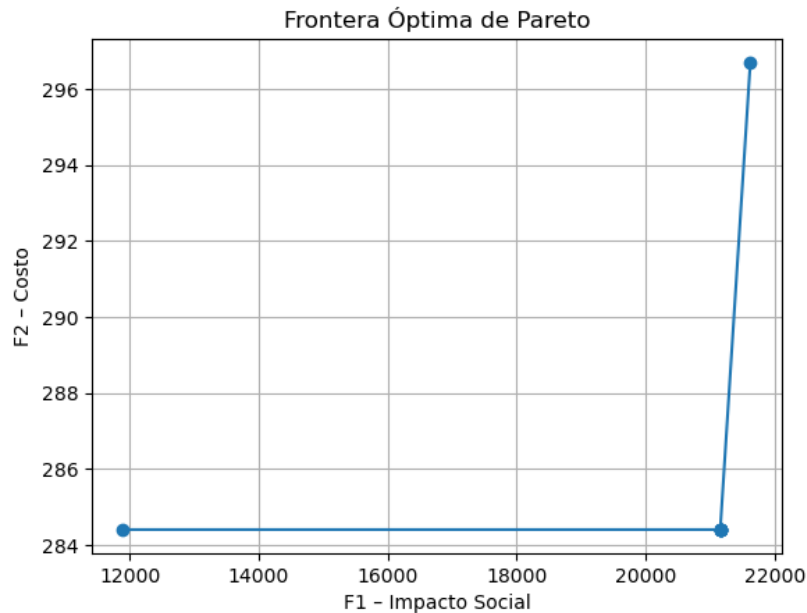
$$\left( \sum_{j \in A} \text{costoFijo}_j \times w_j + \sum_{j \in A} \sum_{v \in V} \sum_{k \in Z} \text{costoVariable}_j \times \text{distancia}_k \times y_{\text{Avion}}^v_{jk} \right) \leq \epsilon$$

Ahora bien, con el modelo diseñado se hicieron varias iteraciones con distintos valores para  $\epsilon$

## Resultados y análisis

### *Método suma de pesos ponderados*

Con el método se obtuvo el siguiente frente de Pareto



Se puede ver que aun con diferentes pesos para  $w_1$  y  $w_2$ , los resultados arrojados se sobrelapan entre sí. No se puede afirmar del todo que hay una relación proporcional entre el impacto social y el costo, ya que hay un punto en donde, por el mismo costo, se logra tener un mayor impacto social.

A continuación, se muestran algunas de las soluciones específicas brindadas por el modelo, las cuales especifican los viajes de los aviones, los recursos que fueron transportados en los viajes y el recuento total de los recursos asignados a cada zona.

### Solución 1 – $w_1: 1, w_2: 0$

Impacto social: 21625.60, costo total: 296.70

#### Tabla para Viaje 1:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	1	8.0	0.0	2.0	0.0	3.0	11.6	7.800000
2	1	0.0	2.0	0.0	15.0	0.0	17.0	11.000000
3	3	12.0	8.0	0.0	15.0	20.0	55.0	34.533333
4	2	12.0	3.0	3.0	0.0	0.0	15.9	10.200000

#### Tabla para Viaje 2:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	2	6.0	0.0	0.0	15.0	13.0	34.0	22.266667
2	4	0.0	0.0	2.0	0.0	0.0	0.6	1.000000
3	3	12.0	15.0	33.0	0.0	20.0	56.9	44.533333
4	4	10.0	2.0	0.0	15.0	4.0	31.0	19.666667

Resumen total por zona (toneladas):

Zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas
1	8	2	0.6	15	3
2	18	11	0.9	15	31.9
3	24	15	9.9	15	21.1
4	10	2	0.6	15	4

## Solución 2 – w1: 0, w2: 1

Impacto social: 11892.40, costo total: 284.40

Tabla para Viaje 1:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	2	0.0	0.0	3.0	0.0	5.0	5.9	4.833333
2	4	0.0	2.0	0.0	8.0	4.0	14.0	9.000000
3	1	0.0	2.0	2.0	0.0	3.0	5.6	4.000000
4	3	12.0	4.0	4.0	0.0	7.0	24.2	15.866667

Tabla para Viaje 2:

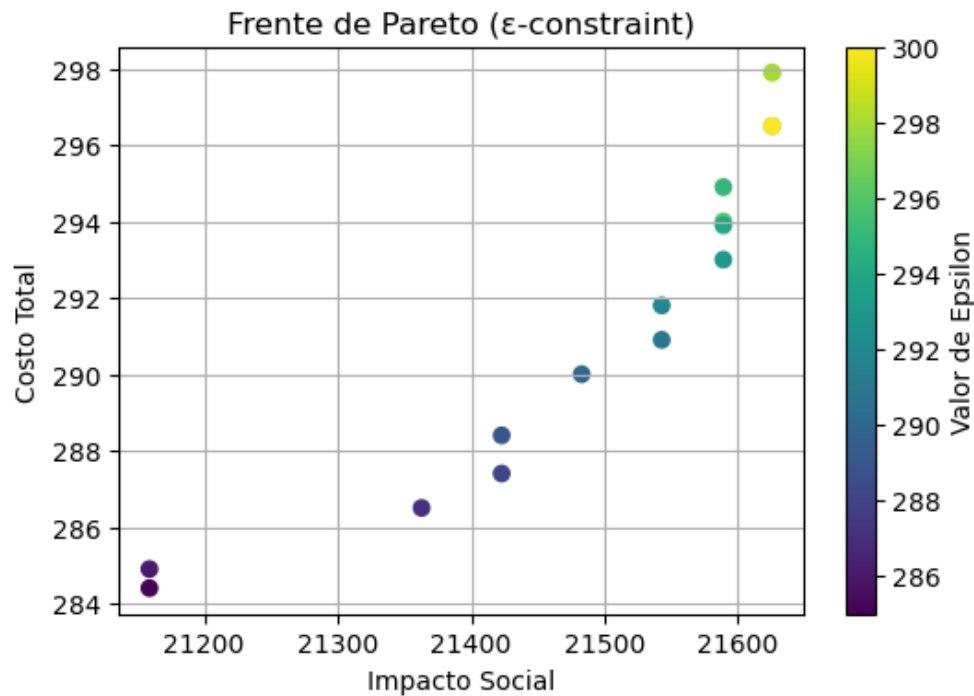
avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	3	4.0	0.0	0.0	12.0	7.0	23.0	15.066667
2	4	10.0	2.0	2.0	0.0	4.0	16.6	10.666667
3	1	8.0	2.0	0.0	6.0	3.0	19.0	11.800000
4	2	12.0	3.0	0.0	9.0	5.0	29.0	18.033333

Resumen total por zona (toneladas):

Zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas
1	8	4	0.6	6	6
2	12	3	0.9	9	10
3	16	4	1.2	12	14
4	10	4	0.6	8	8

### Método e-constraint

Con el método se obtuvo el siguiente frente de Pareto



Como se puede observar, el modelo es sensible a los cambios unitarios del valor épsilon dado, pues solo basta variar este parámetro 2 unidades para que la solución cambie considerablemente. De igual forma, se puede observar que, entre mayor impacto social, mayor costo total tendrá la solución, por lo que hay una relación directamente proporcional.

Así mismo, a continuación, se muestran algunas de las soluciones específicas brindadas por el modelo, las cuales especifican los viajes de los aviones, los recursos que fueron transportados en los viajes y el recuento total de los recursos asignados a cada zona.

#### Solución 1 – valor de épsilon: 300

Impacto social: 21625, costo total: 296.5

Tabla para Viaje 1:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	4	10.0	0.0	0.0	15.0	0.0	25.0	16.000000
2	4	0.0	2.0	2.0	0.0	4.0	6.6	4.666667
3	3	12.0	15.0	33.0	0.0	20.0	56.9	44.533333
4	1	0.0	0.0	2.0	0.0	0.0	0.6	1.000000

Tabla para Viaje 2:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	2	6.0	0.0	0.0	15.0	0.0	21.0	13.600000
2	1	8.0	2.0	0.0	15.0	3.0	28.0	17.800000
3	3	12.0	8.0	0.0	15.0	20.0	55.0	34.533333
4	2	12.0	3.0	3.0	0.0	13.0	28.9	18.866667

Resumen total por zona (toneladas):						
Zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	
1	8	2	0.6	15	3	
2	18	3	0.9	15	13	
3	24	23	9.9	15	40	
4	10	2	0.6	15	4	

**Solución 2 – valor de épsilon: 290**

Impacto social: 21482.8, costo total: 290.0

Tabla para Viaje 1:								
avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	4	0.0	0.0	0.0	15.0	0.0	15.0	10.000000
2	3	12.0	15.0	33.0	0.0	13.1	50.0	39.933333
3	4	10.0	2.0	2.0	0.0	4.0	16.6	10.666667
4	1	0.0	0.0	2.0	0.0	0.0	0.6	1.000000

Tabla para Viaje 2:								
avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	2	6.0	0.0	0.0	15.0	4.9	25.9	16.866667
2	3	12.0	8.0	0.0	15.0	15.0	50.0	31.200000
3	1	8.0	2.0	0.0	15.0	3.0	28.0	17.800000
4	2	12.0	3.0	3.0	0.0	20.0	35.9	23.533333

Resumen total por zona (toneladas):						
Zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	
1	8	2	0.6	15	3	
2	18	3	0.9	15	24.9	
3	24	23	9.9	15	28.1	
4	10	2	0.6	15	4	

**Solución 2 – valor de épsilon: 295**

Impacto social: 21589, costo total: 294.9



Tabla para Viaje 1:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	2	12.0	0.0	3.0	0.0	16.05	28.95	19.400000
2	3	12.0	10.0	33.0	0.0	16.95	48.85	40.000000
3	4	0.0	2.0	2.0	0.0	4.00	6.60	4.666667
4	4	10.0	0.0	0.0	15.0	0.00	25.00	16.000000

Tabla para Viaje 2:

avion	zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas	peso_total	volumen_total
1	1	8.0	0.0	0.0	15.0	0.0	23.0	14.800000
2	2	6.0	3.0	0.0	15.0	0.0	24.0	15.100000
3	3	12.0	13.0	0.0	15.0	20.0	60.0	37.033333
4	1	0.0	2.0	2.0	0.0	3.0	5.6	4.000000

Resumen total por zona (toneladas):

Zona	alimentos	medicinas	equipos	agua	mantas
1	8	2	0.6	15	3
2	18	3	0.9	15	16.05
3	24	23	9.9	15	36.95
4	10	2	0.6	15	4

## Análisis y Discusión Adicional

Para empezar, es evidente que ambos métodos presentan soluciones diferentes, tanto en la distribución de recursos como en los valores de los costos e impacto social. Por un lado, con e-constraint se halló un mayor número de soluciones, aunque cabe resaltar que estas son bastante sensibles al valor de  $\epsilon$  dado. Justamente, en este método hay que hallar adecuadamente el valor de  $\epsilon$ , ya que un valor muy bajo puede resultar en que el modelo no tenga solución o iterar ente un rango amplio de valores puede no mejorar la solución en absoluto.

Por otro lado, con las sumas de pesos ponderadas solo se hallaron dos soluciones realmente, pues para valores diferentes de  $w_1$  y  $w_2$  se encontró en varias ocasiones el mismo valor de costo e impacto social. Es probable que para encontrar un mayor número de soluciones se itere el modelo con valores de pesos más variados y precisos.

Respondiendo a las preguntas de análisis y discusión planteadas, si uno de los objetivos fuese más importante, esto debería tenerse en cuenta para cuando se implementen los pesos ponderados, de manera que en toda ocasión el coeficiente de la función más importante fuese al menos 5 veces mayor al coeficiente de la otra función. En este sentido, el modelo se inclinaría a priorizar la función cuyo peso fuese mayor. Si fuese la de impacto social, entonces el modelo

se preocuparía por mandar mayor número de recursos a las zonas, sin importar el costo de vuelo (en este escenario sería interesante permitir más de 2 viajes, pues es probable que los aviones hicieran más viajes y prácticamente agotarían los recursos disponibles). Si la función de costos fuese la más relevante, entonces probablemente se distribuirían menos recursos por la limitación económica de los viajes.

Adicionalmente, cabe mencionar que el multiplicador de impacto social juega un rol relevante dentro del problema, pues entre mayor sea este valor, es más probable que mayor número de recursos se destinen a esta zona. Un aspecto interesante es que, en algunas de las soluciones encontradas, el modelo decidía cubrir exactamente la demanda mínima de todas las zonas y todo el resto de los recursos los destinaba a la zona con mayor multiplicador de impacto social, de forma que esta área quedaba con un número significativamente mayor de agua, alimentos, equipos y demás al resto.

En cuanto a la solución más equilibrada, esta podría ser aquella con costo total 294.5 e impacto social de 21'589. Esta solución tiene sus valores de costo e impacto están en el “medio” de las demás soluciones obtenidas, por lo que podría ser considerada la más “central”. No obstante, vale la pena notar que, mientras el costo de la solución varía como máximo 13 unidades, los cambios en el impacto social varían en ordenes de miles de puntos, por lo que (a nuestro parecer) valdría la pena invertir \$13 adicionales para tener un impacto social con 10 mil puntos de más. Es un trade-off razonable, pues por una cantidad de dinero relativamente pequeña, podría aumentarse el beneficio recibido por las zonas.

## Problema 2

### Modelado matemático

#### Conjuntos:

$N = \text{conjunto de ciudades } \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$   
 $K = \text{conjunto de equipos } \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$

#### Parámetros:

$c_{ij}$  = costo distancia de ir del nodo  $i$  al  $j$   
 $q_j$  = calidad de inspección nodo  $j$   
 $r_{ij}$  = riesgo al pasar del nodo  $i$  al  $j$

#### Variables:

$x_{ij}$  = Si se decide viajar de la ciudad  $i$  a la ciudad  $j$ ,  $\forall i, j \in N$

En este sentido  $x_{ij} \in \{0,1\}$

Para eliminar subtours se usa la formulación MTZ, que introduce variables auxiliares que representan el orden en la visita de cada ciudad. De esta manera, la variable auxiliar se declara como:

$$u_{ik} \in \mathbb{Z}, 1 \leq u_{ik} \leq 1, \forall i \in N, i \neq n_0, \forall k \in K$$

Función objetivo:

- 3) Minimizar la distancia total del recorrido:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}$$

- 4) Maximizar calidad de inspección acumulada:

$$\max \sum_{j \in N, j \neq 0} q_j \cdot \sum_{i \in N, j \neq i} \sum_{i \in N, j \neq i} c_{ij} x_{ij}$$

Se multiplica la calidad por la distancia, debido a que si no se realiza esto siempre va a dar como resultado la misma respuesta, debido a que se visitan todos los nodos.

- 5) Minimizar el nivel de riesgo de la ruta

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} r_{ij} \cdot x_{ijk}$$

**Restricciones:**

- 1) Se debe salir del nodo de inicio exactamente una vez

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1, \forall k \in K, i \neq j$$

- 2) Se debe regresar al nodo de inicio exactamente una vez

$$\sum_{j \in N} x_{i0k} = 1, \forall k \in K, i \neq j$$

- 3) Regla de conservación de flujo

$$\sum_{j \in N} x_{ijk} - \sum_{j \in N} x_{jik} = 0, \forall i \in N, i \neq n_0, \forall k \in K$$

- 4) Cada nodo debe ser visitado una sola vez

$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in T} x_{ijk} = 1, \forall j \in N, j \neq n_0$$

- 5) Eliminación de subciclos internos:

$$u_{ik} - u_{jk} + nx_{ijk} \leq n - 1, \forall i, j \in N, \forall k \in K, i \neq o, j \neq o, i \neq j$$

## Metodología

### Selección y Justificación del Método de Resolución:

Antes de realizar el metodo de sumas ponderadas se utilizó una cota frente a la calidad de inspección para a está restarle y de está manera lograr minimizar el complemento de la

calidad de inspección para de este modo poder utilizar minimización para todas las funciones objetivo.

Asimismo, antes de realizar la ejecución con el método de sumas ponderadas se realizó normalizaron las funciones objetivo. Esto para que las funciones objetivo  $f_1, f_2, f_3$  sean comparables. En este sentido

$$f'_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$$

Donde  $f_i^{\min}$  y  $f_i^{\max}$  son los valores mínimo y máximo de la función objetivo  $f_i$  dentro del conjunto factible. Para hallar los valores máximos y mínimos, primero se ejecuta el modelo con las configuraciones preestablecidas.

Desde se realizo el metodo de sumas ponderadas.

El método de sumas ponderadas fue el siguiente:

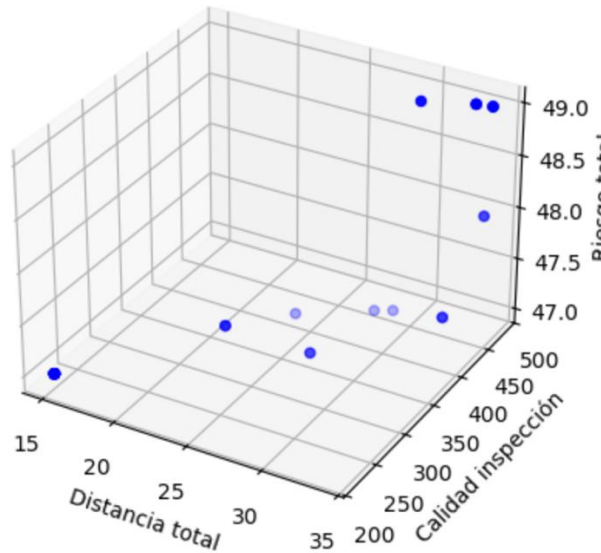
$$\min(w1 * \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij} + w2 * \sum_{j \in N, j \neq 0} q_j \cdot \sum_{i \in N, j \neq i} \sum_{i \in N, j \neq i} c_{ij} x_{ij} + w3 * \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N, j \neq i} r_{ij} \cdot x_{ijk})$$

Se seleccionó el método de suma ponderada, para resolver el problema de TSP. Esto se debió su simplicidad de implementación y la flexibilidad que presenta esta implementación, puesto a que por medio del cambio de pesos se pueden hallar diferentes soluciones, esto al darle más peso a una función objetivo que a otras e ir iterando cambiando esto. La suma ponderada permite convertir el problema con múltiples objetivos en un problema escalar mediante la asignación de pesos a cada función objetivo. Lo anterior facilita su implementación sin requerir grandes modificaciones del problema puesto a que se van a seguir optimizando las tres funciones objetivo. De este modo, al variar los pesos de las funciones objetivo se pueden generar diferentes combinaciones que pueden representar distintas prioridades frente a las funciones objetivo.

## Resultados y análisis:

Al iterar con los diferentes pesos frente a las funciones objetivo se encontraron 11 respuestas diferentes como se puede ver en el frente de Pareto a continuación:

Frente de Pareto



En las soluciones que se evidencian en el frente de Pareto se puede ver una relación directa entre distancia y calidad de inspección, pues estas presentan una relación de que la calidad depende de la distancia. Asimismo, con esto mismo se ve que a medida que aumenta la distancia aumenta con una variación menor el riesgo.

Estas soluciones son las siguientes:

Solución 1: Distancia = 27.0, Calidad = 550.0, Riesgo = 47.0  
Solución 2: Distancia = 32.0, Calidad = 444.0, Riesgo = 47.0  
Solución 5: Distancia = 34.0, Calidad = 428.0, Riesgo = 48.0  
Solución 6: Distancia = 34.0, Calidad = 419.0, Riesgo = 49.0  
Solución 8: Distancia = 15.0, Calidad = 684.0, Riesgo = 47.0  
Solución 9: Distancia = 21.0, Calidad = 548.0, Riesgo = 47.0  
Solución 10: Distancia = 28.0, Calidad = 463.0, Riesgo = 47.0  
Solución 11: Distancia = 29.0, Calidad = 455.0, Riesgo = 47.0  
Solución 12: Distancia = 33.0, Calidad = 422.0, Riesgo = 49.0  
Solución 17: Distancia = 24.0, Calidad = 501.0, Riesgo = 47.0  
Solución 18: Distancia = 30.0, Calidad = 440.0, Riesgo = 49.0

Se puede ver que la distancia va desde 15 hasta 34, la calidad va desde 419 a 684 y el riesgo de 47 a 49.

Trade offs:

#### **Distancia vs calidad de inspección:**

Por medio de las soluciones halladas se pudo evidenciar que al disminuir la distancia se aumenta la calidad de inspección, esto se debe a que estos dos se relacionan directamente y cuando uno crece el otro crece, esto se pudo ver por medio de Pareto. Lo anterior se debe a que la calidad depende de la distancia.

#### **Riesgo vs distancia:**

No se evidencia una relación directa entre estas, puesto a que riesgo presenta una variación muy pequeña de 47 a 49. Sin embargo, se puede evidenciar que en la mayoría de las veces en que se presenta una distancia grande el riesgo toma su valor mayor como se ve con una distancia de 34 y un riesgo de 49, esto lleva a que ambos objetivos se están minimizando en la misma iteración

### **Distancia vs riesgo vs calidad de inspección:**

La mayoría de las soluciones mantienen un nivel de riesgo constante de 47, lo cual indica que las rutas óptimas no requieren transitar por arcos con alto riesgo, sin embargo, cuando se aumenta la distancia se aumenta la calidad y se disminuye el riesgo.

### **Análisis y Discusión Adicional:**

El cambio en la importancia relativa con respecto a las tres funciones objetivo afecta de forma directa la configuración de la Planificación de Rutas de Inspección. Esto se puede ver debido a que, si se le da más peso a la función objetivo de la distancia, las rutas resultantes serían principalmente las que minimizarían la distancia total del recorrido y asimismo tendría una alta calidad, sin embargo, esto llevaría tener un riesgo ligeramente mayor al que si no existiera este cambio. Esto mismo pasaría si se le da más peso a la función de calidad de inspección. Por otro lado, si se le da más peso a la función de riesgo, se deberían encontrar rutas con una menor cantidad de riesgo, pero esto llevaría a tener una ruta con una distancia mayor y una calidad de inspección baja.

La solución de compromiso que considero más equilibrada es la que presenta una distancia total de 21, una calidad de inspección de 548 y un riesgo total de 47. Esta solución destaca por lograr simultáneamente un nivel alto de calidad, un riesgo mínimo y una distancia moderada, permitiendo balancear con respecto a los tres objetivos.