

西南大学 人工智能学院

《线性代数》课程试题【B】卷

2020~2021 学 年 第 1 学 期								期 末 考 试			
考试时间		120 分钟	考核方式	闭卷笔试	学生类别			本科		人数	
适用专业或科类			人工智能学院各专业					年 级		2019 级	
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	合计
得分											
签名											

阅卷须知：阅卷用红色墨水笔书写，得分用阿拉伯数字写在每小题题号前，用正分表示，不得分则在题号前写 0；大题得分登录在对应的分数框内；统一命题的课程应集体阅卷，流水作业；阅卷后要进行复核，发现漏评、漏记或总分统计错误应及时更正；对评定分数或统分记录进行修改时，修改人必须签名。

特别提醒：学生必须遵守课程考核纪律，违规者将受到严肃处理。

一、单项选择题(共 10 题，每题 2 分，共 20 分)

1. 下面结论正确的是()。

- A. 含有零元素的矩阵是零矩阵
B. 零矩阵都是方阵
C. 所有元素都是零的矩阵是零矩阵
D. 若 A, B 都是零矩阵，则 $A=B$

2. 设 A 是 4×5 矩阵， $r(A)=3$ ，则()。

- A. A 中的 4 阶子式都不为 0
B. A 中存在不为 0 的 4 阶子式
C. A 中的 3 阶子式都不为 0
D. A 中存在不为 0 的 3 阶子式

3. 设 A, B, C 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，且 $ABC=E$ ，则下列各式中()不成立。

- A. $CAB=E$
B. $B^{-1}A^{-1}C^{-1}=E$
C. $BCA=E$
D. $C^{-1}A^{-1}B^{-1}=E$

4. 已知 4 阶方阵 A 的伴随矩阵为 A^* ，且 A 的行列式 $|A|=3$ ，则 $|A^*|=()$ 。

- A. 81
B. 27
C. 12
D. 9

批注 [ykl1]: 程序设置

- ① 本程序只能在 Office2003 上运行
② 设置 Word 宏安全:[工具]-[宏]-[安全]...
③ 关闭当前 Word 文档
再打开本文件

批注 [ykl2]: 任课部门选择

- ① 任课教师所在部门
② 按拼音顺序排列
③ 分两个选择框显示
在后框中选择时，前框中选空白项

批注 [ykl3]: 命题须知

- ① 命题内容须以教学大纲规定的知识点及相关的教学目标层次要求为依据
② 在一般的闭卷笔试中，有关论述题等考查较高能力层次的题型的分值
③ 试题题量应清晰明确，文字应准确
④ A、B 两套考题在知识单元、题型上必须相当。
⑤ 同一门课程本次考题与上次考题的题目重复率应<10%。
⑥ 每套考题一般应有四个以上题型，明确小题数、分值和大题总分。试题
⑦ 试题题量一般应在 110 分钟考
⑧ 每套试题应有相应的参考答案与

5. 下列不是向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关的必要条件的是()。

- A. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 都不是零向量
- B. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中至少有一个向量可由其余向量线性表示
- C. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量都不成比例
- D. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任一部分组线性无关

6. 设 A 是 m 行 n 列的矩阵, $r(A)=r$, 则下列正确的是()。

- A. $Ax=0$ 的基础解系中的解向量的个数可能为 $n-r$
- B. $Ax=0$ 的基础解系中的解向量的个数不可能为 $n-r$
- C. $Ax=0$ 的基础解系中的解向量的个数一定为 $n-r$
- D. $Ax=0$ 的基础解系中的解向量的个数不确定

7. 设 n 维向量 α 与 β 满足内积 $(\alpha, \beta) = 0$, 则有()。

- A. α 与 β 正交
- B. α, β 中至少有一个是零向量;
- C. α 与 β 的对应分量成比例
- D. α, β 全为零向量

8. 设 A 是正交矩阵, 则下列结论错误的是()。

- A. $|A|^2$ 必为 1;
- B. $|A|$ 必为 1;
- C. $A^{-1} = A^T$;
- D. A 的行(列)向量组是正交单位向量组

9. 若 A, B 相似, 则下列说法错误的是()。

- A. A 与 B 合同
- B. A 与 B 等价
- C. $|A| = |B|$
- D. A 与 B 有相同特征值

10. 设方阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & k^2 \end{pmatrix}$ 是正定矩阵, 则必有()。

- A. $k > 0$
- B. $k > 2$
- C. $k > 1$
- D. $k > -1$

二. 填空题 (共 10 题, 每题 3 分, 共 30 分)

1. 设 A 为三阶方阵, 且 $|A| = 2$ 则 $|(2A^T)^{-1}| =$ _____。

2. 已知 $D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix}$, 则 $M_{13} + M_{23} + M_{33} =$ _____。

3. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + kx_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则常数 k 应满足条件 _____。

4. 若 n 阶方阵 A 有特征值 λ , 则 $f(A) = A^k + a_{k-1}A^{k-1} + \cdots + a_1A + a_0E$ 必有特征值 _____。

5. 四阶行列式中某一项 $a_{12}a_{31}a_{24}a_{43}$ 的符号为 _____。

6. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_1 - \alpha_3$ 的秩为 _____。

7. 设 A 为 3 阶实对称矩阵, 向量 $\xi_1 = (1, 2, 5)^T$, $\xi_2 = (k, 2k, 3)^T$ 分别对应于特征值 2 和 3 的特征向量, 则 $k =$ _____。

8. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 若 $A\alpha$ 与 α 线性相关, 则 $a =$ _____。

9. 设 $m \times n$ 矩阵 A 的 m 个行向量线性无关, 则矩阵 A^T 的秩为 _____。

10. 若 A 相似于 $\text{diag}(1, -1, 2)$, 则 $|A^{-1}|^3 =$ _____。

三. (8 分) 计算下列行列式的值。

$$D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix} \quad (a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0)$$

四. (8 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求 A 的逆 A^{-1} 。

五. (13 分) 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 P 和对角矩阵 Λ , 使得 $P^{-1}AP = \Lambda$ 。

密

封

线

六. (13 分)当 λ 为何值时, 方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1 \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$$

无解, 有唯一解, 或有无穷多个解, 并在有无穷多个解时写出方程组的通解。

七. (8 分) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ($n \geq 3$) 中, 前 $n-1$ 个向量线性相关, 后 $n-1$ 个向量线性无关, 试证明:

- (1) α_1 可表示为 $\alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$ 的线性组合;
- (2) α_n 不能表示为 $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ 的线性组合。

密

封

线