学院________ 专业________ 年级________ 姓名________ 学号________

密 封 线

西南大学　人工智能学院

《　线性代数　》课程试题 【A】卷

<table>
<tr><td colspan="8">2019～2020 学年 第 1 学期</td><td colspan="3">期末考试</td></tr>
<tr><td>考试时间</td><td colspan="2">120 分钟</td><td>考核方式</td><td colspan="2">闭卷笔试</td><td colspan="2">学生类别</td><td>本科</td><td>人数</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">适用专业或科类</td><td colspan="5">人工智能学院各专业</td><td>年级</td><td colspan="2">2019 级</td></tr>
<tr><td>题号</td><td>一</td><td>二</td><td>三</td><td>四</td><td>五</td><td>六</td><td>七</td><td>八</td><td>九</td><td>合计</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>签名</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

阅卷须知：阅卷用红色墨水笔书写，得分用阿拉伯数字写在每小题题号前，用正分表示，不得分则在题号前写 0；大题得分登录在对应的分数框内；统一命题的课程应集体阅卷，流水作业；阅卷后要进行复核，发现漏评、漏记或总分统计错误应及时更正；对评定分数或统分记录进行修改时，修改人必须签名。

特别提醒：学生必须遵守课程考核纪律，违规者将受到严肃处理。

一．单项选择题(共 10 题，每题 2 分，共 20 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & \lambda_2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0$，则 λ_1,λ_2 必须满足（　　）。

$A.\ \lambda_1=2,\lambda_2=0$　　　　$B.\ \lambda_1=\lambda_2=2$

$C.\ \lambda_1=2,\lambda_2$可为任意实数　　　　$D.\ \lambda_1,\lambda_2$都可为任意实数

2. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & \cdots & -a_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & -a_{n-1} & \cdots & 0 & 0 \\ -a_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}=(\quad)$。

$A.\ (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}a_1a_2\ldots a_n$　　　　$B.\ (-1)^n a_1a_2\ldots a_n$

$C.\ (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_1a_2\ldots a_n$　　　　$D.\ a_1a_2\ldots a_n$

3\. 行列式$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 \\ a_7 & 0 & 0 & a_8 \end{vmatrix}$中元素$a_7$的代数余子式为（　　）。

$A.\ a_2a_3a_6 - a_2a_4a_5$　　　　$B.\ a_2a_4a_5 - a_2a_3a_6$

$C.\ a_1a_3a_6 - a_2a_4a_5$　　　　$D.\ a_3a_6a_8 - a_4a_5a_8$

4\. 下列命题一定成立的是（　　）。

$A.$ 若$AB = AC$,则$B = C.$　　　　$B.$ 若$AB = 0$,则$A = 0$或B=0.

$C.$ 若$A \neq 0$,则$|A| \neq 0.$　　　　$D.$ 若$|A| \neq 0$,则$A \neq 0.$

5\. 设$m \times n$矩阵A的秩等于n，则必有（　　）。

$A.\ m = n$　　　　$B.\ m < n$

$C.\ m > n$　　　　$D.\ m \geq n$

6\. 若线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \lambda - 1 \\ 2x_2 - x_3 = \lambda - 2 \\ x_3 = \lambda - 3 \\ (\lambda - 1)x_3 = -(\lambda - 3)(\lambda - 1) \end{cases}$有唯一解，则$\lambda = (\quad)$。

$A.$ 1或2　　　　$B.$ 1或3

$C.$ -1或3　　　　$D.$ -1或-3

7\. 向量组$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$的秩为$r$，则下述四个结论

①$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$中至少有一个含$r$个向量的部分组线性无关。

②$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$中任意含$r$个向量的线性无关向量组与$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$可互相线性表示。

③$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$中任意含$r$个向量的部分组皆线性无关。

④$\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_s$中任意含$r+1$个向量的部分组皆线性相关。

中，正确的为（　　）。

$A.$ ①，②，③　　　　$B.$ ①，③，④

$C.$ ①，②，④　　　　$D.$ ②，③，④

8\. 设A为$m \times n$矩阵,线性方程组$Ax = b$对应的导出组为$Ax = 0$,则下列结论中正确的是（　　）。

$A.$ 若$Ax = b$有无穷多解,则$Ax = 0$有非零解。

$B.$ 若$Ax = b$有无穷多解,则$Ax = 0$仅有零解。

$C.$ 若$Ax=0$仅有零解, 则$Ax=b$有唯一解。

$D.$ 若$Ax=0$有非零解, 则$Ax=b$有无穷多解。

9. 与矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$ 相似的矩阵是（　　）。

$A.$ $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&2&1\\0&0&1\end{pmatrix}$　　$B.$ $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$　　$C.$ $\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&1\\0&0&1\end{pmatrix}$　　$D.$ $\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$

10. 设 A,B,C 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，且 $ABC=E$，则下列各式中（　　）不成立。

$A.$ $C^{-1}A^{-1}B^{-1}=E$　　　　$B.$ $B^{-1}A^{-1}C^{-1}=E$

$C.$ $CAB=E$　　　　$D.$ $BCA=E$

二．填空题(共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3&a_4&a_5\\b_1&b_2&b_3&b_4&b_5\\c_1&c_2&0&0&0\\d_1&d_2&0&0&0\\e_1&e_2&0&0&0\end{vmatrix}=$ ______ 。

2. 在 6 阶行列式中，项 $a_{23}a_{31}a_{42}a_{56}a_{14}a_{65}$ 的符号为________；

同时，项 $a_{32}a_{43}a_{14}a_{51}a_{66}a_{25}$ 的符号为________。

3. 已知 $A\times\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}-3a_{31}&a_{12}-3a_{32}&a_{13}-3a_{33}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}$，则 $A=$ _____ 。

4. 方阵 A 满足 $A^2+A=3E$,则 $(A-E)^{-1}=$ _____ 。

5. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1),\alpha_2=(2,0,t,0),\alpha_3=(0,-4,5,-2)$ 的秩为 2，则 $t=$ ______ 。

6. 若齐次线性方程组 $\begin{cases}kx_1+x_2+x_3=0\\x_1+kx_2-x_3=0\\2x_1-x_2+x_3=0\end{cases}$ 有非零解，则常数 k 应满足的条件________。

7. 设矩阵 A 与 B 相似，其中 $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\-1&x&2\\0&0&1\end{bmatrix}$，已知矩阵 B 的特征值为 1，2，3，则 $x=$ _____ 。

8. 矩阵 $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$的列向量组线性__________(请填 “相关”或“无关”)。

9. 二次型 $f(x,y)=5x^2+4xy+y^2$ 的正定性为_________。

10. 设 3 阶矩阵 A 的行列式 $|A|=6$，已知 A 有两个特征值 1 和-2，则另一特征值为______。

三.（8 分）计算行列式：

$$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix}$$

其中：$a_i \neq 0 \ \ (i=1,2,\cdots,n)$

四．（8 分）设矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$，求矩阵 A 的逆 A^{-1}。

五．（13 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，求正交矩阵 P 和对角矩阵 Λ，使 $P^{-1}AP=\Lambda$ 为对角矩阵。

六．（13 分）设有线性方程组

$$\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda, \end{cases}$$

问 λ 取何值时，此方程组

（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无限多解？并在有无限多解时求其通解。

七．（8 分）证明：设 A 为 n 阶矩阵，证明 A 为正交矩阵的充要条件是 A^* 为正交矩阵，其中 A^* 为 A 的伴随矩阵。