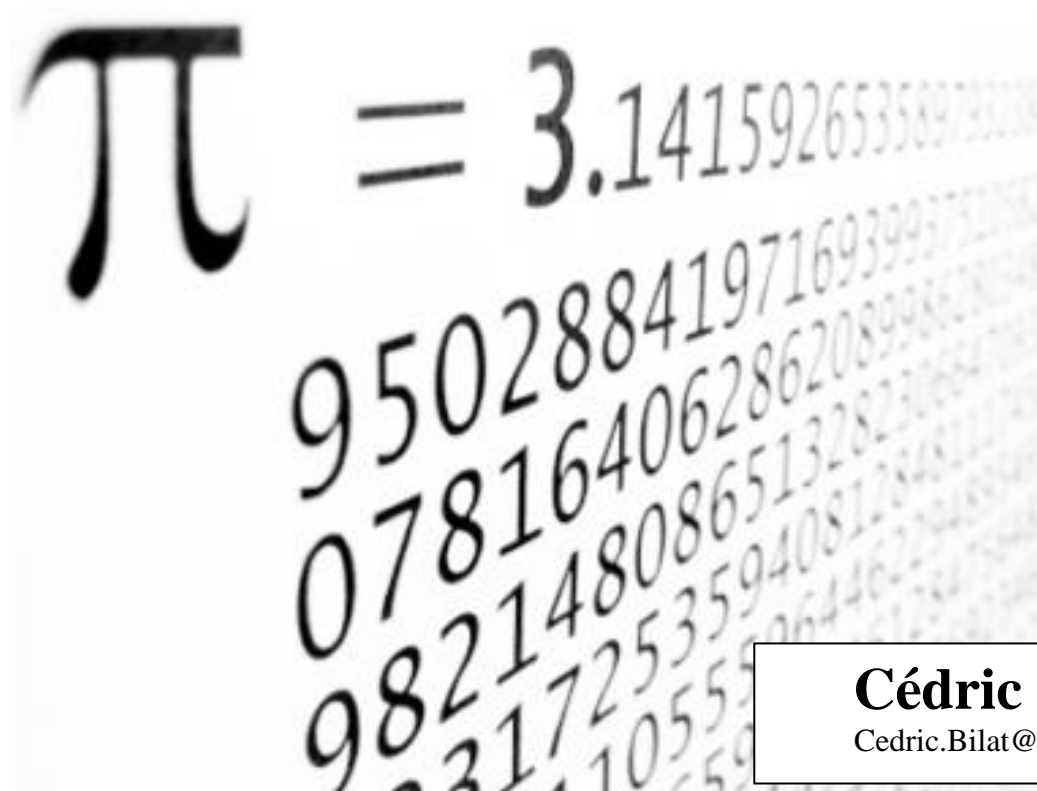


GPGPU



Cédric Bilat

Cedric.Bilat@he-arc.ch

Slice Algo

Intégration numérique

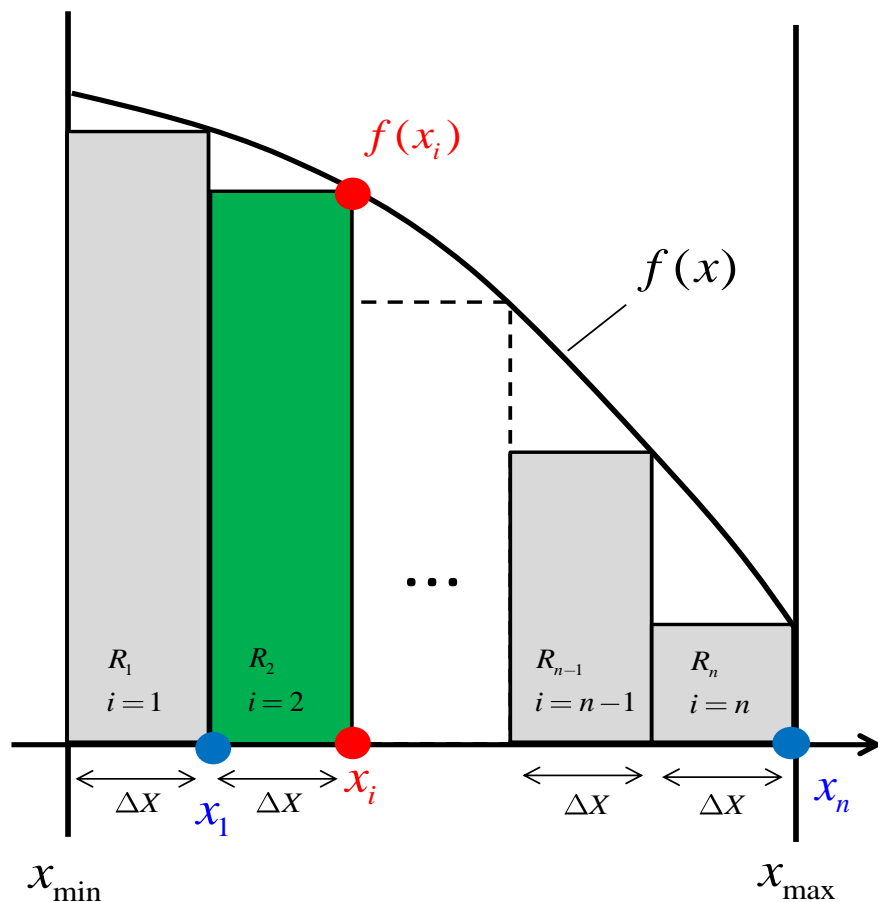
Slice

Contexte

Il est possible de calculer une intégrale

$$\int_{xMin}^{xMax} f(x)dx=?$$

en saucissonnant l'aire d'intégration en rectangles ou trapèzes :



Principe

On saucissonne en n tranches Δx le domaine d'intégration $[x_{\min}, x_{\max}]$. L'aire totale vaut alors la somme des aires sur chacune des tranches du saucisson. L'aire de chacune des tranches peut être approximée par un rectangle (ou un trapèze).

Formule

$$\begin{aligned}\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) dx &\cong \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x \\ &\cong \Delta x \sum_{i=1}^n f(x_i)\end{aligned}$$

où x_i est défini par

$$\begin{cases} x_1 = x_{\min} \\ x_{i+1} = x_i + \Delta x \end{cases}$$

avec

$$\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / n$$

On a aussi

$$x_i = x_{\min} + i\Delta x \quad \forall i \in [1, n] \subset \mathbb{N}$$

Applications

Calcul de PI

Aire du Cercle

Soit $f : [-1, 1] \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+, x \rightarrow y = \sqrt{1 - x^2}$ l'équation du demi-cercle de rayon 1. On a

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{\pi * 1^2}{2}$$

et ainsi

$$\pi = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx$$

avec

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

On a aussi

$$\pi = 4 \int_0^1 f(x) dx$$

avec

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

Limite machine & précision

Ne prenez pas trop de slice ! Utiliser le principe de parcimonie !

Avec trop de slice, la largeur de ceux-ci devient trop étroite et s'approchera dangereusement des limites machines du type flottant. Au lieu d'améliorer la précision, vous allez la diminuer d'abord, puis obtenir une multitude de problèmes !

End
