

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A305

学院名称: \_\_\_\_\_

班 学号: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平时成绩	成绩
得分												

一. 判断 (10 分)

1. 设  $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则  $\|A+B\|_F^2 + \|A-B\|_F^2 = 2(\|A\|_F^2 + \|B\|_F^2)$ . ( )
2. 设有算子  $T: X \rightarrow Y$ , 则  $T(0) = 0$ . ( )
3.  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 定义  $T: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$  为  $Tx = Ax$  ( $\forall x \in \mathbb{C}^n$ ) 则  $T$  是连续算子. ( )
4. Legendre 多项式  $\{p_0(x), p_1(x), \dots, p_n(x)\}$  线性无关. ( )
5. 设  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ,  $A$  是正定矩阵, 则  $A$  可酉对角化. ( )
6. 若求积公式为  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$ , 则此求积公式必为 Gauss-Legendre 型. ( )
7. 设  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ,  $A^H = A$  且  $A$  非奇异, 则  $\text{cond}_2 A = \rho(A)\rho(A^{-1})$ . ( )
8. 改进的 Euler 格式的局部截断误差  $\varepsilon_{n+1} = O(h^2)$ . ( )
9. Newton-Cotes 公式  $\int_a^b f(x)dx \approx (b-a) \sum_{k=0}^{10} C_k^{(10)} f(x_k)$  的代数精度至少为 10 次. ( )
10. 设  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 若  $A$  为对称矩阵, 则  $A$  的最小多项式无重零点. ( )

二. 填空 (10 分)

1. 已知  $A(t) = \begin{bmatrix} e^t & 2 \\ 2t^2 & te^{2t} \end{bmatrix}$ , 则  $\int_0^1 A(t)dt =$  \_\_\_\_\_.
2. 已知  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/3 \end{bmatrix}$ , 则  $A$  条件数  $\text{cond}_1 A =$  \_\_\_\_\_.
3. 已知  $\sin At = \begin{bmatrix} \sin t + 4t \cos t & -4t \cos t \\ 4t \cos t & \sin t - 4t \cos t \end{bmatrix}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_.
4. 设求积公式为  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx f(-\sqrt{3}/3) + f(\sqrt{3}/3)$ , 则其余项

$R(f) =$  \_\_\_\_\_  
5. 设  $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ ,  $A^H = A$ ,  $\det(\lambda E - A) = (\lambda - 2)^3$  则  $\lambda E - A$  不变因子  $d_1(\lambda) =$  \_\_\_\_\_.

三. (8 分) 设  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ , 求  $A$  的 Jordan 标准形  $J$ , 有理标准形  $C$ .

# 天津大学 2018 ~ 2019 学年第一学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A305

学院名称: \_\_\_\_\_ 班 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

四. (10 分) 设  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 求  $e^{At}$

五. (8 分) 已知线性方程组为  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$

六. (8 分) 由下列插值条件

$x$	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4
$f(x)$	1.09861	1.13140	1.16315	1.19392	1.22378

用三次 Newton 插值多项式计算  $f(3.27)$  的近似值(结果保留至小数点后第 5 位)

# 天津大学 2018 ~ 2019 学年第一学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A305

学院名称: \_\_\_\_\_ 班 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

八. (10 分) 用 Legendre 多项式求函数  $f(x) = \sin x$  在  $P_2[0, \pi]$  上的二次最佳平方逼近  $S_2^*(x)$ , 并求  $\delta^2 = \|f - S_2^*\|_2^2$  (结果保留到小数点后第 5 位)

七. (10 分) 用 Romberg 算法求积分  $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$  的近似值, 并将计算结果列于下表 (计算结果保留至小数点后第 5 位)

$k$	$T_{2^k}$	$S_{2^{k-1}}$	$C_{2^{k-2}}$	$R_{2^{k-3}}$
0				
1				
2				
3				
4				



# 天津大学 2018 ~ 2019 学年第一学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A305

学院名称: \_\_\_\_\_ 班 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

九.(8 分) 写出用标准 Runge-Kutta 方法求解下列初值问题的计算格式:

$$\begin{cases} y'' = 2(y')^2 + 3xy + 4x \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$$

十.(10 分) 证明

1. 设  $l_k(x)$ ,  $(k=0,1,\dots,n)$  是以 Gauss 点  $x_k$   $(k=0,1,\dots,n)$  为节点的  $n$  次 Lagrange 插值基函数, 则  $\int_a^b l_k(x)dx > 0$ .

2.  $\forall A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 则  $\|AA^H\|_2 = \|A^H\|_2^2 = \|A\|_2^2$



扫一扫 获取更多备考资料