

天津大学 2013~2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础

课程编号: S131A035

学院名称: _____ 年级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	成绩
得分										

一. 判断 (每小题 1 分, 共 10 分)

1. 设 $A, B \subset E$, 则 $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$. ()
2. 线性空间 $P_n[a, b]$ 是 n 维的. ()
3. 差商与所含节点的排列顺序无关. ()
4. 若 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 是正定矩阵, 则线性方程组 $Ax = b$ 的 **Jacobi** 迭代格式收敛. ()
5. 设 X 是赋范空间, 则 X 中的收敛序列一定是 **Cauchy** 序列. ()
6. 设 $\|\cdot\|$ 是 $\mathbb{C}^{n \times n}$ 上任意一种算子范数, 单位矩阵 $E \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 则 $\|E\| = 1$. ()
7. X 中任意两个子空间的并还是 X 的线性子空间. ()
8. **Hermite** 矩阵的特征值都是非负实数. ()
9. 对任意 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, e^A 可逆. ()
10. 设 $x, y \in (X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, $\langle x, y \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$, 或 $y = 0$. ()

二. 填空 (每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设 T 是线性空间 X 上的线性算子, 则 $T(0) =$ _____.

2. 已知 $f(x) = x^2 - 3x + 4$, 则 $f[1, 2, 3, 4] =$ _____.

3. 设 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $\text{Cond}_\infty(A) =$ _____.

4. 设 A 的 **Jordan** 标准形 $J = \begin{bmatrix} 2 & & \\ 1 & 2 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$, 则 A 的最小多项式为 _____.

5. 设 $C_k^{(n)}$ 是 **Cotes** 系数, 则 $\sum_{k=0}^n C_k^{(n)} =$ _____.

6. 设 A 是酉矩阵, 则 $A^H A =$ _____.

7. 设 $l_0(x), l_1(x), \dots, l_n(x)$ 是 $[a, b]$ 上以 $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$ 为节点的

Lagrange 插值基函数, 则 $\sum_{k=0}^n l_k(x) =$ _____.

8. 设 $f(x) = f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 e^{x_2}, x_2, x_1 x_2)^T$, 则 $f'(x) =$ _____.

9. 设求积公式 $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{1}{\sqrt{3}})$, 其代数精度为 _____.

天津大学 2013 ~ 2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A035 学院名称: _____ 年级: ____ 学号: _____ 姓名: _____

10. 设 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 则 $\text{rank}(\lambda E - A) =$ _____。

三 . (12 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 A 的 **Jordan** 标准形 J 和有理标

准形 C .

四 . (12 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $\sin At$.

天津大学 2013~2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称：工程数学基础 课程编号：S131A035

学院名称：_____ 年级：____ 学号：_____ 姓名：_____

五. (10 分) 已知线性方程组为
$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

- (1) 写出 **Jacobi** 和 **Seidel** 迭代格式，
- (2) 判断迭代格式收敛性。

七. (14 分) 对积分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$, 用 **Romberg** 方法计算积分的近似值，并将结果填入下表（结果保留至小数点后第五位）。

k	T_{2^k}	$S_{2^{k-1}}$	$C_{2^{k-2}}$	$R_{2^{k-3}}$
0				
1				
2				
3				
4				

六. (10 分) 已知下列插值条件

x	76	77	78	79	80	81
$f(x)$	2. 83267	2. 90256	2. 97857	3. 06173	3. 10236	3. 15530

用三次 Newton 插值多项式计算 $f(79.40)$ 的近似值（结果保留到小数点后第 5 位）。

天津大学 2013 ~ 2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A035 学院名称: _____ 年级: ____ 学号: _____ 姓名: _____

- 八. (6 分) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$, 求矩阵的谱半径 $\rho(A)$ 和算子范数 $\|A\|_1, \|A\|_\infty$.
- 九. (6 分) 若 Hermite 矩阵 $A \in C^{n \times n}$ 是可逆阵, 则 A^2 是正定矩阵 .