

学院_____专业_____班 年级_____学号_____姓名_____ 共 3 页 第 1 页

2018~2019 学年第一学期期末考试试卷

《高等数学 2A》(A 卷, 共 3 页)

(考试时间: 2019 年 1 月 22 日, 14:00-16:00)

题号	一	二	三	四	五	六	成绩	核分人签字
满分	15	15	8	35	22	5	100	
得分								

一、选择题 (共 15 分, 每小题 3 分)

1. 已知函数 $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin t^2 dt$, $g(x) = x^3$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ().

- (A) 等价无穷小; (B) 同阶但非等价无穷小;
(C) 高阶无穷小; (D) 低阶无穷小.

2. 微分方程 $y'' - 2y' = 2x \cos 4x$, 用待定系数法确定的特解形式 $y^* =$ ().

- (A) $(Ax + B) \cos 4x$; (B) $(Ax + B) \sin 4x$;
(C) $(Ax + B) \cos 4x + (Cx + D) \sin 4x$; (D) $Bx \cos 4x + Cx \sin 4x$.

3. 下列反常积分收敛的是 ().

- (A) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$; (B) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$; (C) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$; (D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$.

4. 直线 $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} x+2z-4=0 \\ y+3z-5=0 \end{cases}$ 之间的关系是 ().

- (A) 平行; (B) 垂直; (C) 相交但不垂直; (D) 异面.

5. 设 $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{x} dx$, $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\tan x} dx$, 则 ().

- (A) $I_1 > I_2 > 1$; (B) $1 > I_1 > I_2$; (C) $I_2 > I_1 > 1$; (D) $1 > I_2 > I_1$.

二、填空题 (共 15 分, 每小题 3 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\sin 3x + \cos x - 1} =$ _____.

2. 已知 $\int x f(x) dx = \arcsin x + C$, 则 $\int \frac{1}{f(x)} dx =$ _____.

3. 曲线 $y = \ln(x^2 + 1)$ 在 $x > 0$ 的拐点为 _____.

4. 双纽线 $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ 所围图形面积是 _____.

5. 曲线 $x^2 + xy + y^2 = 3$ 在点 (1,1) 处的曲率是 _____.

三、计算题 (共 8 分)

求函数 $y = x^{\frac{1}{x}} + \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ 的极值.

学院_____专业_____班 年级_____学号_____姓名_____ 共 3 页 第 2 页

四、计算题（共 35 分，每小题 7 分）

1. 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{(x+2)\sin x}{\cos^2 x} dx$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{x^2}, & x \geq 0, \\ \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x < 0 \end{cases}$, 计算 $\int_1^3 f(x-2) dx$.

2. 设 $f(x)$ 的一个原函数 $F(x) = \frac{\cos x}{x}$, 求 $\int x f'(x) dx$.

5. 已知 $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, $f(x) = \int_0^x (x-t)^2 g(t) dt$, 且 $\int_0^1 g(x) dx = 1$. 求 $f''(x)$, 并计算 $f''(1)$.

3. 求过点 $(-1,2,1)$ 且与两平面 $x-y+z-1=0$ 和 $2x+y+z+1=0$ 都垂直的平面方程.

学院_____专业_____班_____年级_____学号_____姓名_____

共 3 页 第 3 页

五、解答题（共 22 分，其中第 1,3 小每题 8 分，第 2 题 6 分）

1. 设曲线 $y = x^2$ 与曲线 $y = 1 - x^2$ 在第一象限内的交点为 A ，过原点 O 和点 A 的直线与曲线 $y = x^2$ 围成平面图形 D 。求：
(1) D 的面积 S ； (2) D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V 。

3. 求二阶微分方程 $\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = (2x + 1)e^x, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases}$ 的特解。

2. 求伯努利方程 $y' + y - x\sqrt{y} = 0$ 的通解。

六、证明题（本题 5 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导，且 $f''(x) < 0$ 。

证明：对于任意正整数 n ，均有 $\int_0^1 f(x^n) dx \leq f\left(\frac{1}{n+1}\right)$ 。

