

2021~2022 学年第二学期期末考试试卷

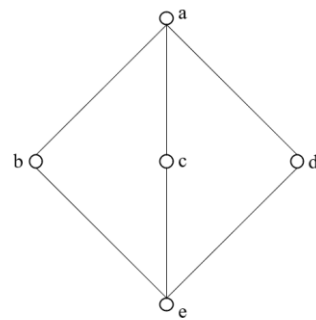
《离散数学 B》

(考试时间: 2022 年 9 月 4 日)

格与布尔代数部分

注意: 本部分第 4、5、6 题的具体式子记不太清了, 但题目大意如此, 可供参考。

1. 证明以下格是模格, 但不是分配格。

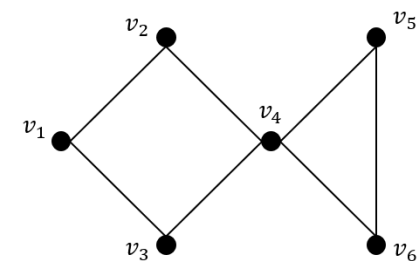
2. 已知由布尔格 $\langle A, \leq \rangle$ 诱导的代数系统 $\langle A, \vee, \wedge, \neg \rangle$ 。对于 $\forall b, c \in A$, 求证:(1) $b \wedge \bar{c} = 0$ 当且仅当 $b \leq c$ 。(2) $b \wedge (\bar{b} \vee c) = 0$ 。3. 已知 A 为整数 45 的所有因子组成的集合。(1) 求证: $\langle A, | \rangle$ 是一个格, 其中 $|$ 表示整除关系。(2) 写出 A 的所有包含 1 和 45 的 4 元素子格。4. 已知布尔代数 $\langle A, \vee, \wedge, \neg \rangle$ 。 a 为 A 中某一元素, x_1, x_2 为变元。证明:(1) $\overline{(x_1 \wedge \bar{1}) \vee x_2}$ 是布尔表达式。(2) $\overline{(\overline{(x_1 \wedge a) \vee (x_2)})}$ 不是布尔表达式。5. 已知布尔代数 $\langle A, \vee, \wedge, \neg \rangle$, $A = \{0, a, b, 1\}$, 其中 0 和 1 分别为全下界和全上界。定义从 A^2 到 A 的映射 f , 其中 $f(0,0) = f(0,a) = f(a,b) = f(0,1) = 0, f(1,1) = f(1,0) = 1$ 。求证: f 不是布尔函数。6. 已知布尔代数 $\langle A, \vee, \wedge, \neg \rangle$ 。对于 $\forall b, c \in A$, 定义运算

$$b + c = ((b \wedge \bar{c}) \vee (\bar{b} \wedge c))$$

求证: $\langle A, +, \wedge \rangle$ 是含幺交换环。7. 已知由格 $\langle A, \leq \rangle$ 诱导的代数系统 $\langle A, \vee, \wedge \rangle$ 。对于 $\forall a, b, c \in A$, 求证:(1) $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$ 。(2) $(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \leq a \wedge (b \vee c)$ 。

图论部分

1. 求以下图的所有极小匹配集。



2. 已知如下网络流。(具体的图记不清了)

(1) 画出该网络流的残量网络。

(2) 请用标号法求该网络流的最大流。要求从当前流开始改进, 按照编号大小从小到大标号, 给出每轮找到的可改进路(用结点序号表示, 如 $V_s - V_1 - V_3 - V_4 - V_t$) 和改进量, 并给出最终得到的最大流。

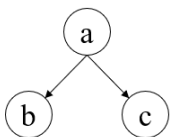
3. 求以下图的所有极小点覆盖。(图同第 1 题)

4. 请给出 HMM (隐马尔可夫模型) 中评估 (Evaluating) 问题和解码 (Decoding) 问题的数学定义和求解算法 (可用公式或文字描述)。

5. 对于如下 tail-tail 型贝叶斯网络:

(1) 写出 $p(a, b, c)$ 的链式法则展开和因子分解展开的结果。

(2) 根据 (1) 中的结论推导条件独立性的定义。



注意：在打印试卷时可以选择不打印此页！

关于使用本资料的须知：

1. 本资料为个人整理，不建议广泛传播。
2. 本资料使用了天津大学试卷的模板制作，但**并非正式考试试卷**，**仅作为个人复习使用**。
3. 本资料为往年考试真题回忆版，可能与实际真题有出入，也不一定反映了您使用该资料当年试题的题型、难度、知识点覆盖范围。
4. 资料中**标红处**为试题内容有关重要提醒，**标黄底处**为本资料与实际真题有出入的部分。
5. 绝大多数资料不提供相应的答案，请您**务必不要直接**拿这份资料向任课老师寻求题目解答等。

关于这门课程的**个人**提醒和建议：

1. 本课程为《离散数学 B》，是 2020 级计算机科学与技术专业第四学期的数学类课程。
2. 相比起大一上的离散数学，离散数学 B 的内容量和难度都有所下降，因此试卷的题量也大大减少了，可以让大部分同学在 2 个小时以内基本完成整张试卷。但它依旧是计科专业学习难度较大的一门课程，需要有一定的数学思维能力和悟性，尤其是格与布尔代数部分的证明题，对于数学底子不太行的同学（比如我）就相当有难度。
3. 和大一上的离散数学一样，复习过程中老师依旧基本不会给予直接的帮助。而且非图论的部分也没有复习提纲，所有上课讲过的内容都有可能在考试中出现。
4. 但是相较于之前来说，因为离散数学 B 是一门类似于专业课的数学课，所以考察的方式也更加固定和模式化，不像大一的离散数学那样出题比较随性，具体表现就是考察课本定理和课后作业题的部分增多了。所以在复习过程中万不可以忽视课本定理的证明方法以及课后作业的解题方法。
5. 最后祝大家考试顺利啦！