

学院_____专业_____班_____

年级_____

学号_____

姓名_____

共 5 页 第 1 页 A 卷

2022~2023 学年第 1 学期期末考试试卷

《离散数学》(A 卷 共 5 页)

(考试时间: 2023 年 3 月 11 日)

题号	(一)	(二)	(三)	(四)	成绩	核分人签字
得分						

(一) 数理逻辑部分

1. (5 分) 三位球迷预测下一届足球世界杯的冠军。

A 球迷: 巴西和德国都不是冠军。

B 球迷: 中国是冠军, 并且德国不是冠军。

C 球迷: 巴西是冠军, 并且中国不是冠军。

预言家笑着说, 三位球迷中的两位预测完全正确, 而另一位球迷的预测完全错误。

请运用数理逻辑知识, 判断该预言家认为哪个国家是世界杯冠军。

2. (8 分) 小张接到了一个自称王警官的电话。根据通话内容, 小张得到以下事实:

1) 王警官的真实身份是公安人员或电信诈骗分子。

2) 王警官是电信诈骗分子, 当且仅当小张被要求提供银行卡信息。

3) 小张没有被要求提供银行卡信息。

根据上述事实, 请使用推理理论, 帮助小张判断王警官的真实身份。(要求写出推理过程)

3、(7分) 翻译下面的前提和结论为数理逻辑公式，并使用直接证法或间接证法，证明前提能够推出结论。

前提：1) 所有大学生都喜欢打篮球。

2) 张三是天津大学的学生。

结论：若张三是天津人，则张三喜欢打篮球。

(二) 集合论部分

1、(5分) 设 A 和 B 是两个集合，定义 $A+B = \{ \langle x, 0 \rangle | x \in A \} \cup \{ \langle y, 1 \rangle | y \in B \}$ 。
证明： $|A \cup B| \leq |A+B|$ ，其中 $|A+B|$ 表示 $A+B$ 的基数。

2、(7分) 设 R 是集合 A 上的一个二元关系。证明：

- (1) $\text{rts}(R) = \text{tsr}(R)$ ，其中 $\text{rts}(R)$ 表示先求对称闭包、再求传递闭包、最后求自反闭包。
- (2) $\text{rts}(R)$ 是 A 上的一个等价关系。

4、(5分) 设命题公式 A 包含三个命题变元 p, q, r 。在两个真值指派 $p=0, q=1, r=1$ 和 $p=1, q=0, r=0$ 下，公式 A 的真值为 1；在其余的真值指派下， A 的真值都是 0。请写出公式 A 的具体形式，要求 A 中仅含联结词 \neg 和 \rightarrow 。

(三) 代数系统部分

3. (8 分) 设 R 是集合 $H = \{1, 2, 3, 4\}$ 的幂集上的“子集”关系。且集合 $K = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$ 。画出 R 的哈斯图，并给出集合 K 的极大元、最大元、上界、上确界。

2. (6 分) 设 $(G, *)$ 是一个有限群。证明：对于任何的 G 中元素 a, b ，都有 $a*b$ 和 $b*a$ 的阶相等。

4. (5 分) 证明：若 $A \subseteq B$ 和 $C \subseteq D$ ，则 $A \times C \subseteq B \times D$ 。

3. (6分) 设 Δ 和 $*$ 是集合 A 上的两个二元运算, 且 Δ 和 $*$ 在 A 上满足吸收律。

证明: Δ 和 $*$ 在 A 上满足等幂律。

(四) 图论部分

1. (6分) 设 G 是一个平面图, 其中它的结点数、边数、面数分别为 v , e , r , 并且它的连通分支数为 n . 证明: $v - e + r = n + 1$.

4. (7分) 设 $(G, *)$ 是一个 n 阶循环群。证明: 若 m 是 n 的一个因子, 则 $(G, *)$ 至少有一个 m 阶子群也是循环群。

2. (5分) 证明: 欧拉图不含有割边。

学院

专业

班

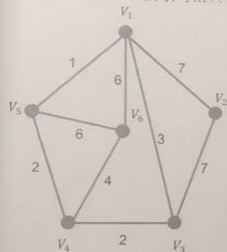
年级

学号

姓名

共 5 页 第 5 页

3、(7 分) 如图所示的带权图，节点表示六座通信基站，节点之间的边表示修建光缆的带宽（单位:Gbps）。试给出一个设计方案，使得各基站之间能相互通信并且总带宽最大，并求出最大带宽。（要求写出具体步骤）



4、(7 分) 设 A, B, C, D, E 是 5 个命题公式，并且已知蕴含式 $A \Rightarrow B, A \Rightarrow C, A \Rightarrow D, B \Rightarrow A, B \Rightarrow D, C \Rightarrow B, D \Rightarrow E$ 。由 \Rightarrow 的传递性，可以得到新的蕴含式（例如，由 $A \Rightarrow D$ 和 $D \Rightarrow E$ ，可以得到 $A \Rightarrow E$ ）。请给出所有新的蕴含式。注意，本题要求使用图的矩阵表示方法解答。