

2015~ 2016 学年第一学期期末考试试卷 (A 卷)

《高等数学 2A》(共 3 页)

(考试时间: 2016 年 1 月 15 日 14:00-16:00)

题号	一	二	三	四	五	六	成绩	核分人
得分								

得分	
----	--

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分) 请把正确选项填入括号内.

1. 下列反常积分收敛的是().

(A) $\int_2^{+\infty} \sin x dx$; (B) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; (C) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$; (D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$.

2. 线性非齐次微分方程 $y'' - 4y' + 13y = e^{2x} \sin 3x$ 的特解 y^* 的形式是 ().

(A) $Ae^{2x} \cos 3x$; (B) $Ae^{2x} \sin 3x$; (C) $xe^{2x}(A \cos 3x + B \sin 3x)$; (D) $Axe^{2x} \cos 3x$.

3. 已知函数 $y = \frac{2x}{1+x^2}$, 则下列结论中错误的是().

- (A) y 是奇函数且是有界函数; (B) y 有两个极值点;
(C) y 只有一个拐点; (D) y 只有一条水平渐近线.

4. 直线 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} x = t+1, \\ y = t-2, \\ z = 2t+2 \end{cases}$ 之间的关系是 ().

- (A) L_1 与 L_2 相交但不垂直; (B) L_1 与 L_2 为异面直线; (C) $L_1 \perp L_2$; (D) $L_1 // L_2$.

5. 已知 $f'(\cos x) = \sin x$, 则 $f(\cos x) = ()$.

(A) $-\cos x + C$; (B) $\frac{1}{2}(x - \sin x \cos x) + C$; (C) $\cos x + C$; (D) $\frac{1}{2}(\sin x \cos x - x) + C$.

得分	
----	--

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分) 请把正确答案填在横线上.

1. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{-ax} - 1}{\ln(1+x)}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $(-1, +\infty)$ 内连续, 则常数 $a =$ _____.

2. $\int_{-1}^1 \left(x \sin(1+x^2) + \frac{x}{2+x^2} + \cos x \right) dx =$ _____.

3. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = 0, f'(0) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(e^{x^2} - 1)}{\tan x^2} =$ _____.

4. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$, 向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$,

且 $\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}$, 则 $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| =$ _____.

5. 函数 $y = \arctan x$ 在点 $x = 0$ 处的 5 阶导数 $y^{(5)}(0) =$ _____.

得分	
----	--

三、计算题 (每小题 7 分, 共 28 分).

1. 求由参数方程 $\begin{cases} e^x = 3t^2 + 2t + 1, \\ t \sin y - y + \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$ 确定的函数 $y = y(x)$ 在 $t = 0$ 处的导数.

学院_____专业_____班_____年级_____学号_____姓名_____

共 3 页第 2 页 A 卷

2. 计算定积分 $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$.

得分	
----	--

四、解答题（每小题 7 分，共 21 分）.

1. 求曲线 $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ 上相应于 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 的一段的弧长 l .

3. 计算不定积分 $\int x^2 \cos^2 \frac{x}{2} dx$.

2. 求垂直于平面 $\Pi_1: x - y = 5$, 且经过点 $A(1, 4, 1)$ 和点 $B(3, 5, 0)$ 的平面 Π 的方程.

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}} dt}{bx - \sin x} = 4$ ($a > 0$), 求常数 a, b 的值.

3. 设函数 $f(x)$ 连续且满足 $f(x) \cos x + 2 \int_0^x f(s) \sin s ds = x + 1$. 求函数 $f(x)$ 的解析式.

得分	
----	--

五、 解答题（每小题 8 分，共 16 分）.

1. 求二阶微分方程 $y'' - 3y' = 1 - 12x$ 满足条件 $y(0) = 2, y'(0) = 4$ 的特解.

得分	
----	--

六、 证明题（5 分）.

设函数 $\varphi(t)$ 在 $[0, a]$ 上连续， $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶可导， 且 $f''(x) \geq 0$.

证明: $f\left(\frac{1}{a}\int_0^a \varphi(t) \mathrm{d}t\right) \leq \frac{1}{a}\int_0^a f(\varphi(t)) \mathrm{d}t$.

2. 设圆 $x^2 + y^2 = 2$ 与抛物线 $y^2 = x$ 围成的两个平面图形中面积较小的一块为 D .

(1) 求 D 的面积 S ; (2) 求 D 绕 y 轴旋转所得的旋转体体积 V_y .