

天津大学 2013 ~ 2014 学年第二 学期研究生课程考试试卷

课程名称: **工程数学基础**

课程编号: **S131A035**

学院名称: _____ 教学班 _____ 学号: _____ 姓名: _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	成绩
得分										

一. 判断 (10 分)

1. 设 X 是数域 K 上的线性空间, M_1, M_2 是 X 的子空间, 则 $M_1 \cap M_2$ 是 X 的线性子空间. ()
2. 设 $A \in C^{n \times n}$, A 相似于对角阵的充分必要条件是其特征多项式无重零点. ()
3. 设 l_k 是 $[a, b]$ 上以 $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$ 为节点的 *Lagrange* 插值基函数, 则 $\sum_{k=0}^n l_k(x) = 1$. ()
4. 解线性方程组 $Ax = b$, 若 A 是正定矩阵, 则 G-S 迭代格式收敛. ()
5. 设 $x \in (X, \|\cdot\|)$, 当 $x \neq 0$ 时, 必有 $\|x\| > 0$. ()
6. 差商与所含节点的排列顺序无关. ()
7. 对任意 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, e^A 可逆. ()
8. 若 Jacobi 迭代格式收敛, 则 Seidel 迭代格式收敛. ()
9. 设 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in (X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, 则 $\langle x, y \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$, 或 $y = 0$. ()

10. 设 $A \in C^{3 \times 3}$ 的 Jordan 标准形 $J = \begin{bmatrix} 2 & & \\ 1 & 2 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$, 则 A 的最小多项式为

$(\lambda - 2)^2$. ()

二. 填空(10 分)

1. 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ & 3 & 6 \\ & & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的 Jordan 标准型为_____.
2. 具有 $n+1$ 个不同求积节点的插值型求积公式, 至少具有_____ 次代数精度
3. 设 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $Cond_{\infty}(A) =$ _____.
4. Cotes 求积系数 $C_k^{(n)}$ 满足 $\sum_{k=0}^n C_k^{(n)} =$ _____。
5. $f(x) = 2x^2 - 1$, 则 $f[2^0, 2^1, 2^2, 2^3] =$ _____。

天津大学 2013 ~ 2014 学年第二 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A035 学院名称: _____ 教学班 _____ 学号: _____ 姓名: _____

- 三 . (12 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$, 求 A 的 Jordan 标准形 J 和有理标准形 C .
- 四 . (14 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (1) 求 A 的最小多项式 $\varphi(\lambda)$; (2) 求 \mathbf{e}^{At} .

天津大学 2013 ~ 2014 学年第二 学期研究生课程考试试卷

课程名称: **工程数学基础** 课程编号: **S131A035**

学院名称: _____ 教学班 _____ 学号: _____ 姓名: _____

五. (12 分) 已知线性方程组为
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(1) 写出 Jacob 迭代格式和 Seidel 迭代格式, (2) 判断迭代格式收敛性.

六. (12 分) 已知下列插值条件

x	76	77	78	79	80	81
$f(x)$	2.83267	2.90256	2.97857	3.06173	3.25530	3.36987

(1) 用 3 次 Newton 插值多项式计算 $f(78.60)$ 的近似值 (结果保留到小数点后第 5 位)。

天津大学 2013 ~ 2014 学年第二 学期研究生课程考试试卷

课程名称: **工程数学基础** 课程编号: **S131A035** 学院名称: _____ 教学班 _____ 学号: _____ 姓名: _____

七. (14 分) 对积分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^3} dx$, 用 Romberg 方法计算积分的近似值, 并将结果填入下表 (结果保留至小数点后第五位)。

k	T_{2^k}	$S_{2^{k-1}}$	$C_{2^{k-2}}$	$R_{2^{k-3}}$
0				
1				
2				
3				
4				

八. (8 分) 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$, 求 A 的谱半径 $\rho(A)$ 和 $\|A\|_1, \|A\|_\infty$ 。

九. (8 分) 设 $\|\cdot\|$ 是 $C^{n \times n}$ 上的范数, $S \in C^{n \times n}$ 是可逆矩阵。若对任意 $A \in C^{n \times n}$,

定义: $\|A\|_S = \|S^{-1}AS\|$, 试证明: $\|\cdot\|_S$ 也是 $C^{n \times n}$ 上的范数。

天津大学 2013 ~ 2014 学年第二 学期研究生课程考试试卷

课程名称: **工程数学基础** 课程编号: S131A035 学院名称: _____ 教学班 _____ 学号: _____ 姓名: _____