2017～ 2018 学年第一学期期末考试试卷 （A 卷）

《高等数学 2A》（共 3 页，另附 2 页草纸）

（考试时间：2018 年 1 月 9 日　14:00-16:00）

题号	一	二	三	四	五	成绩	核分人
得分							

得分	

一、选择题（共 15 分，每小题 3 分）

1. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{f(x)}=1$，则 $\lim\limits_{u\to 0}\dfrac{f(2u)}{e^u-1}=($　　$)$.

(A) -1　　(B) 2　　(C) 1　　(D) $\dfrac{1}{2}$

2. 若 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，则下列结论总成立的是(　　).

(A) $\left|\int_a^b f(x)dx\right|\le\int_a^b|f(x)|dx$　　(B) $\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b f^2(x)dx$

(C) $\int_{-a}^a f^2(x)dx=2\int_0^a f^2(x)dx$　　(D) $\int_a^c f(x)dx<\int_a^b f^2(x)dx\ (a<c<b)$

3. 直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=z+1$ 与直线 $\begin{cases}x+2y=2,\\ y+z=2\end{cases}$ 的关系是(　　).

(A) 相交　　(B) 异面　　(C) 平行　　(D) 垂直

4. 设函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 的某邻域内四阶导函数连续，且 $f'(x_0)=f''(x_0)$ $=f'''(x_0)=0$，$f^{(4)}(x_0)>0$，则函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点处(　　).

(A) 有拐点　　(B) 有极小值　　(C) 有极大值　(D) 没有极值也没有拐点

5. 设 C_1 和 C_2 是任意常数，则以 $y=(C_1+x)e^x+C_2e^{-2x}$ 为通解的微分方程是(　　).

(A) $y''-y'-2y=3xe^x$　　(B) $y''-y'-2y=3e^x$

(C) $y''+y'-2y=3xe^x$　　(D) $y''+y'-2y=3e^x$

得分	

二、填空题（共 15 分，每小题 3 分）

1. 已知 $\int f(x)e^{\sin x}dx=e^{\sin x}+C$，则 $f(x)=$____________.

2. 曲线 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是______________.

3. 广义积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\dfrac{1}{\cos^2 x}dx$ 是_____________的（请填入“收敛”或“发散”）.

4. 曲线 $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=\sin t\end{cases}$ 在参数 $t=\dfrac{\pi}{2}$ 对应点处曲率的值为____________________.

5. 方程 $y''-y=\cos x+e^{-x}$ 的特解 y^* 的形式是 $y^*=$ ________________________.

（**不用求解**）

得分	

三、计算题（共 42 分，每小题 7 分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}[\ln(1+x)\cdot\ln x]$.

2. 已知 $f(x)$ 的二阶导函数连续，$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f''(t)\mathrm{d}t$，若 $x\to 0$ 时，$F'(x)$ 与 x^2 是等价无穷小，求 $f''(0)$ 的值.

3. 设 $f(x)$ 的一个原函数 $F(x)=\left[\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right]^2$，求 $\int xf'(x)\,\mathrm{d}x$. **(结果请整理到最简形式)**

4. 计算定积分 $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$. **(本页的右侧还有答题区)**

5. 求曲线 $y^2=2x$ 在点 $(\frac{1}{2},1)$ 处的法线与该曲线所围成的平面图形的面积 S.

6. 求微分方程 $2yy'-\frac{1}{x}y^2=-x$ 的通解.

学院______________ 专业______________班_____年级________学号________________姓名_____________

得分	

四、解答题（共 20 分，每小题 10 分）

1. 已知空间中三个点 $A(0,0,-1), B(1,-2,0), C(2,1,-4)$，求

(1) $\Delta\ ABC$ 所在的平面 Π 的方程的一般式；

(2) 求平行于平面 Π 且与 Π 的距离等于 $\sqrt{3}$ 的平面方程的一般式.

2. 求二阶微分方程 $y''-2y'+y=2\mathrm{e}^x$ 满足条件 $y(0)=1, y'(0)=2$ 的特解.

得分	

五、证明题(共 8 分，每小题 4 分)

1. 已知 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，记 $F(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$，证明：$F(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导，且 $F'(x)=f(x), \forall x\in[a,b]$.

2. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导且 $f'(x)>0$，证明：存在唯一的 $\xi\in(a,b)$，使得直线 $y=f(\xi), x=a$ 与曲线 $y=f(x)$ 所围图形面积 S_1 是直线 $y=f(\xi)$，$x=b$ 与曲线 $y=f(x)$ 所围图形面积 S_2 的 3 倍.