

天津大学 2013~2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础

课程编号: SI31A035

学院名称: _____

年级: _____

学号: _____

姓名: _____

故其代数精度至少是 5.

(X)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	成绩
得分											

一. 判断 (每小题 1 分, 共 10 分)

1. 设 $E \subset \mathbb{R}$, 则 $\sup E \in E$. (X)

2. 设 $A \in C^{n \times n}$, 则 $\lambda E - A$ 是满秩的. (X)

3. 设 $l_0(x), l_1(x), \dots, l_n(x)$ 是 $[a, b]$ 上以 $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$ 为节点的

Lagrange 插值基函数, 则 $\sum_{k=0}^n l_k(x) = 1$. (V)

4. 若 $A \in C^{n \times n}$ 是严格行对角占优矩阵, 则线性方程组 $Ax = b$ 的 Jacobi 迭代格式收敛. (X) V

5. 设 X 是赋范空间, 则 X 中的 Cauchy 序列一定是收敛序列. (X)

6. 设 $\|\cdot\|$ 是 $C^{n \times n}$ 上任意一种方阵范数, 单位矩阵 $E \in C^{n \times n}$, 则 $\|E\| = 1$. (X)

7. T 是线性算子, 则 $T(0) = 0$. (V)

8. 设 X 是基本集. $A, B \subset X$; 则 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$. (V)

9. 设 $A(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$ 可导, 则 $\frac{dA^2(t)}{dt} = 2A(t) \frac{dA(t)}{dt}$. (X)

10. 因为求积公式 $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{1}{\sqrt{3}})$, 当 $f(x) = x^5$ 时, 等式成立,

二. 填空 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 A 是赋范空间 X 的非空子集, $\text{span } A$ 是 X 中包含 A 的最小的子空间.

2. 已知 $f(x) = x^3 - 3x + 4$, 则 $f[2^0, 2^1, 2^2, 2^3] = \frac{0.8333}{3!}$.

3. 设 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $\text{Cond}_{\infty}(A) = \frac{1}{3}$.

4. 设 A 的 Jordan 标准形 $J = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$, 则 A 的最小多项式为 $(\lambda - 1)^3$.

5. 设 $C_k^{(n)}$ 是 Cotes 系数, 则 $\sum_{k=0}^n C_k^{(n)} = 1$.

三. (12 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & -1 \\ -4 & -1 & -8 \end{bmatrix}$, 求 A 的 Jordan 标准形 J 和有理标准形 C .

天津大学 2013 ~ 2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础

课程编号: S131A035

学院名称: _____

年级: ____ 学号: _____

姓名: _____

四. (12 分) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 e^{At} .

五. (12 分) 已知线性方程组为
$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 20 \\ -24 \end{bmatrix}$$

(1) 写出 Gauss-Jacobi 和 Gauss-Seidel 迭代格式,

(2) 判断迭代格式收敛性.

天津大学 2013~2014 学年第一 学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础 课程编号: S131A035 学院名称: _____ 年级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

六. (10 分) 已知下列插值条件

x	76	77	78	79	81	82
$f(x)$	2.83267	2.90256	2.97857	3.06173	3.25530	3.36987

用三次 Newton 插值多项式计算 $f(77.64)$ 的近似值 (结果保留到小数点后第 5 位)。

七. (10 分) 对积分 $\int_0^1 \frac{1}{1+2x^3} dx$, 用 Romberg 方法计算积分的近似值, 并将结果填入下表 (结果保留至小数点后第五位)。

k	T_{2^k}	$S_{2^{k-1}}$	$C_{2^{k-2}}$	$R_{2^{k-3}}$
0				
1				
2				
3				

八. (10 分) 写出以下初值问题的标准 Runge-Kutta 格式:

$$\begin{cases} y'' = f(x, y, y'), a < x < b \\ y(a) = y_0, y'(a) = y_1 \end{cases}$$

天津大学 2013~2014 学年第一学期研究生课程考试试卷

课程名称: 工程数学基础

课程编号: S131A035

学院名称: _____

年级: _____ 学号: _____

姓名: _____

十. (8分) 已知 $\|\cdot\|$ 是 $C^{n \times n}$ 上的一个方阵范数, $S \in C^{n \times n}$ 是酉矩阵, 定义

$\|A\|_S = \|S^H A S\|$, 证明 $\|\cdot\|_S$ 是方阵范数.

九. (6分) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, 求矩阵的算子范数 $\|A\|_2$.

解: $\det(\lambda E - A) = \begin{vmatrix} \lambda - 5 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda - 3 & -2 \\ 0 & 3 & \lambda - 2 \end{vmatrix} =$



扫一扫 获取更多备考资料