学院______________专业__________________ _____班 年级________学号__________________姓名_____________

2013～2014 学年工程硕士考试试卷

《工程数学基础》（共 4 页）

（考试时间：2014 年 1 月 11 日）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	成绩
得分										

一、判断题（每小题 1 分，共 10 分）

1、已知 $A\in C^{n\times n}$，则矩阵 $\lambda E-A$ 是满秩的. [ ]

2、设 X 是基本集合，$A,B\subset X$，则 $A\times B=B\times A$. [ ]

3、Hermite 矩阵的所有特征值的模都等于 1. [ ]

4、若 A 是对角阵，则 e^A 也是对角阵 . [ ]

5、设 $T:X\to Y$ 是线性算子，则 $T(0)=0$. [ ]

6、$\forall A\in C^{n\times n},x\in C^n$，若 A 可逆且 $x\neq 0$，则 $x^HA^HAx>0$. [ ]

7、 完备的赋范空间 $\left(X,\|\bullet\|\right)$ 中的任一序列 $\{x_n\}$ 都是 Cauchy 序列. [ ]

8、设 $\|\bullet\|$ 是 $C^{n\times n}$ 上任意一种方阵范数，单位矩阵 $E\in C^{n\times n}$，则 $\|E\|=1$. [ ]

9、 若 A 是酉矩阵，则 $\rho(A)=1$. [ ]

10、半负定矩阵的所有特征值都是小于等于零，所有偶数阶的顺序主子式都是大于等于零. [ ]

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1、设 $A_k\ \ (k=0,1,\cdots,n)$ 是 $[a,\ b]$ 上的 Gauss 型求积系数，则 $\sum_{k=0}^{n}A_k=$______.

2、设 $f(x)=f(x_1,x_2,x_3)=(3x_1\mathrm{e}^{x_2},x_2+\sin x_3)^T$，则 $f'(x)=$ __________________ .

3、设 $\{l_k(x)\}_{k=0}^n$ 是 $[a,b]$ 上的以 $a\le x_0<x_1<\cdots<x_n\le b$ 为节点的 Lagrange 插值基函数，则 $\sum_{k=0}^{n}l_k(x_k)=$___________.

4、设 $A=\begin{bmatrix}2&1&3\\0&-3&2\\1&2&5\end{bmatrix}$，则 $\det e^A=$ _______________ .

5、设 $A=\begin{bmatrix}&&2\\&2&\\3&&\end{bmatrix}\in C^{3\times3}$，则 $cond_1A=$_______ .

三、（12 分） 设 $A=\begin{bmatrix}0&-1&0\\0&0&-1\\0&1&-2\end{bmatrix}$，求 A 的 Jordan 标准形 J 和有理标准形 C .

四、（10 分） 写出求解线性方程组 $Ax=b$ 的 Gauss—Seidel 迭代格式，并判断所写格式的收敛性，其中

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad b=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

五、（12 分） 已知函数 $y=f(x)$ 的数值表如下

x	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80
y	1.0000	1.2214	1.4918	1.8221	2.2255

用三次插值多项式求 $f(0.45)$ 的近似值(计算过程及结果均保留至小数点后第 4 位).

六、（**16 分**）设 $A=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 1 & -1 & -1\end{bmatrix}$，

（1） 矩阵 A 的最小多项式 $\varphi(\lambda)$；

（2） 方阵函数 e^{At}.

七、（**10 分**）用 Romberg 算法填写下表（计算过程及结果均保留至小数点后第 6 位）：

k	T_{2^k}	$S_{2^{k-1}}$	$C_{2^{k-2}}$	$R_{2^{k-3}}$
0	0.173287			
1	0.248829			
2	0.266458			
3	0.270769			
4	0.271841			

八、计算题（12 分） 设

$$A=\begin{bmatrix} 0 & \mathrm{i} & 1 \\ -\mathrm{i} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad 求\|A\|_1,\ \|A\|_F,\ \|A\|_\infty,\ \|A\|_2.$$

九、证明题（8 分） 设 $(X,<\cdot,\cdot>)$ 是实内积空间，$\|\cdot\|$ 是由内积导出的范数，$x,y\in X$.证明：$x\perp y$ 的充分必要条件是 $\|x+y\|^2=\|x\|^2+\|y\|^2$.