

天津大学 2012 年同等学力研究生

《工程与科学计算》试卷

题号	一	二	三	成绩	核分人签字
得分					

一、填空题（共 20 分，每小题 2 分）

1、 $l_k(x)$  是  $n$  阶 Lagrange 插值基函数， $\{x_j : j = 0, 1, \dots, n\}$  是插值节点，则

$l_k(x_j) =$ \_\_\_\_\_。

2、设  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，则  $\text{cond}_\infty(A) =$ \_\_\_\_\_。

3、试写出求解方程  $x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$  的 Newton 迭代格式：\_\_\_\_\_。

4、 $f(x) = x^3 - 1$ ，则  $f[2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4] =$ \_\_\_\_\_。

5、具有  $n+1$  个不同求积节点的插值型求积公式，至少具有\_\_\_\_\_次代数精度。

6、Cotes 求积系数  $C_k^{(n)}$  满足  $\sum_{k=0}^n C_k^{(n)} =$ \_\_\_\_\_。

7、改进的 Euler 格式具有\_\_\_\_\_阶精度。

8、Simpson 求积公式为  $\int_a^b f(x)dx \approx$ \_\_\_\_\_。

9、迭代格式  $x = Mx + f$  对任意初值都收敛的充要条件是  $\lim_{k \rightarrow \infty} M^k =$ \_\_\_\_\_。

10、试写出初值问题  $\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y}, & 0 < x \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$  的 Euler 迭代格式：\_\_\_\_\_。

二、判断题（每小题 1 分，共 10 分）

1、 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ， $A$  存在 Doolittle 分解的充要条件是  $A$  的各阶顺序主子式大于零。（ ）

2、 $A$  严格对角占优，则  $A$  是非奇异矩阵。（ ）

3、设线性方程  $Ax = b$  的迭代格式为  $x = Mx + f$ ，若  $M$  是正定矩阵，则其对任意初值都收敛。（ ）

4、Cotes 求积系数都大于零。（ ）

5、差商与所含节点的排列顺序无关。（ ）

6、若  $A$  是非奇异矩阵，则线性方程组  $Ax = b$  必可以用 Gauss 消元法求解。（ ）

7、 $l_k(x)$  是  $n$  阶 Lagrange 插值基函数，则  $\sum_{k=0}^n l_k(x) = 1$ 。（ ）

8、奇数个求积节点的 Newton-Cotes 求积公式的代数精度至少等于节点个数。（ ）

9、若 Jacobi 迭代格式收敛，则 Seidel 迭代格式收敛。（ ）

10、标准 Runge-Kutta 格式具有四阶精度。（ ）

三、计算题（共 70 分）

1、（14 分）已知线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

写出求解该方程组的 Jacobi 迭代格式和 Seidel 迭代格式，并判断其收敛性。

2、（10 分）给定数表：

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
f(x)	0.2500	0.2268	0.2066	0.1890	0.1736

用三点公式求  $f'(1.0), f'(1.1), f'(1.4)$  的近似值。

4. （14 分） 用 Romberg 方法求定积分  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^3+1}}$ 。

$T_n$	$S_n$	$C_n$	$R_n$
$T_1$	$S_1$	$C_1$	$R_1$
$T_2$	$S_2$	$C_2$	$R_2$
$T_4$	$S_4$	$C_4$	
$T_8$	$S_8$		
$T_{16}$			

3、（10 分）写出二阶常微分方程  $\ddot{y} = f(x, y, \dot{y})$  的标准 Runge-Kutta 格式，其中初值条件为：  $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$ .

5. (12 分) 给定数表:

x	75	76	77	78	79	81	82
f(x)	2.7680	2.8362	2.9025	2.9785	3.0617	3.2553	3.3698

用三次 Newton 插值多项式计算  $f(76.54)$  和  $f(81.76)$ 。

6. (10 分) 设有求积公式

$$\int_0^4 f(x)dx \approx A_0f(0)+\frac{8}{3}f(x_1)+A_1f(4),$$

试确定待定系数  $A_0,x_1,A_1$ ，使上述求积公式具有尽量高的代数精度，并指出所确定的求积公式的代数精度。