

2022 師大附中資訊校隊培訓 模擬競賽 I

注意事項

1. 本次測驗時間為 8:30 至 11:30，共 180 分鐘；共有 5 題，每題 100 分，總分為 500 分。
2. 測驗中不可查閱紙本或電子參考資料、不可使用手機或其他電腦可讀取之設備，亦不得瀏覽評測系統以外之網頁，評測系統上附有 STL 標準樣板函式庫可供查閱。
3. 測驗中不提供計分板。
4. 測驗中不可與他人交談。
5. 每題的兩次提交須間隔一分鐘以上，且同一題最多只能提交 50 次。
6. 若有任何與題目相關的問題，請透過評測系統詢問。若為硬體設備之問題，請舉手通知監考人員。
7. 如須離開座位（如裝水、上廁所），或要提早交卷，請舉手告知監考人員
8. 除非於「評分說明」部份特別說明，否則每道題目的得分為該題所有子題得分總和，而一個子題的分數為所有提交當中，分數最高者。
9. 本次測驗只開放使用以下程式語言：C11、C++14、C++17。

人生失敗組 (Failure)

問題敘述

近期網紅 Steven He 的名聲大噪，他主打模仿許多人刻板印象中的亞洲家長（以下簡稱亞洲家長）的視角、口吻、腔調與行為，錄製搞笑短片上傳到影音平台上。

在亞洲家長的眼裡，小孩三歲就該學會寫程式、打競程了，所以在看題本的各位，包括出題者本人，都是亞洲家長心目中的人生失敗組，也就是一群 failure。Steven He 最近提出了一個凝聚粉絲的口號：“Failures together strong!” 這些 failure 雖然都很失敗，但至少團結力量大，所以都會聚在一起。

這些 failure 都很變態，每一個會跟蹤某幾個 failure。現在 Steven's Dad 想要確保他一定可以透過某個 failure 知道某另一個 failure 在哪裡，還有哪一個該死的 failure 竟敢找不到對方。

輸入說明

第一行有兩個整數 N, M ，表示有 N 個 failure 和 M 個跟蹤關係。

接下來 M 行，每一行有兩個整數 a, b ，表示編號 a 的 failure 會跟蹤編號 b 的 failure。

輸出說明

第一行輸出是否有由某個 failure 出發找不到另一個 failure 的可能。

若沒有，則輸出 “Failures together strong!”（不含雙引號）。

若有，則輸出 “There are ultra failures!”（不含雙引號），在下一行輸出兩個正整數 u, v 表示從編號 u 的 failure 出發找不到編號 v 的 failure。

測資限制

- $1 \leq N, M \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq a, b \leq N$

範例測資

範例輸入

4 5
1 2
2 3
3 1
1 4
3 4

範例輸出

```
There are ultra failures!  
4 2
```

評分說明

子任務	分數	額外輸入限制
1	21	$N \leq 8$
2	20	$N \leq 1000$
4	59	無額外限制

Hint

現在是不是大家都喜歡當 ultra failure 啊

蜘蛛詭雷 (Patrol)

問題敘述

有一個 $N \times M$ 的地圖、地圖上有障礙物、第 r 列第 c 行的位置座標為 (r, c) 。有 K 個蜘蛛詭雷，每個詭雷有一個巡邏路徑 $P_i = \{(x_{i,1}, y_{i,1}), (x_{i,2}, y_{i,2}), \dots, (x_{i,l_i}, y_{i,l_i})\}$ ，以及一個偵測半徑 r_i ，一開始每個詭雷都會在巡邏路徑的第一個位置。小雷會從 (s_x, s_y) 開始，目標地點是 (t_x, t_y) 。每一單位時間小雷可以向上下左右移動一格，也可以選擇停在原地。在小雷移動（或是停在原地）完之後，所有詭雷會移動到巡邏路徑中的下一格（若在路徑結尾，則會反著走回去）。若小雷這時位於 c 個詭雷的偵測範圍當中，則小雷會受到 c 點傷害。求小雷最少要受到幾點傷害才能到達終點，以及最小化傷害時的最少時間。若無法到達終點，則輸出 -1。

輸入說明

第一行有三個整數 N, M, K 。

接下來有 N 行，每行有 M 個字元 $\{., \#\}$ ，若輸入字元 $\#$ ，則代表該格有障礙物。

接下來有 K 行，每行一開始有兩個整數 l, r ，接著有 $2l$ 個整數 $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_l, y_l$ 。

最後一行有四個整數 s_x, s_y, t_x, t_y 。

輸出說明

若可以到達終點，輸出兩個整數於一行，分別代表小雷承受的最低傷害，以及最小化傷害時的最短時間，否則輸出 -1。

測資限制

- $1 \leq N, M \leq 100$
- $0 \leq K \leq 100$
- $0 \leq r_i \leq 20$
- $1 \leq l_i \leq 4$

範例測資

範例輸入 1

```
3 6 1
....#.
..#...
..#...
2 1 3 4 2 4
3 1 1 6
```


5 3 2
.##
.#.
.#.
.#.
.##
1 2 2 3
2 2 3 3 4 3
1 1 5 1

範例輸出 3

1 5

範例輸入 4

1 3 1
...
1 1 1 3
1 1 1 2

範例輸出 4

1 1

評分說明

子任務	分數	額外輸入限制
1	6	$k = 0$
2	16	$k = 1$
3	10	$l_i = 1$
4	19	$r_i = 0$
5	24	$m = 1$
6	25	無額外限制

Q&A

- 若小雷目前位置是 x, y ，我們說他在詭雷 i 的範圍內若且唯若 $|x_i - x| + |y_i - y| \leq r_i$ 。
- 小雷可以和詭雷停在同一格上。
- 詭雷可以跨過障礙物偵測。

- 保證起始格在開始時不會被詭雷偵測。
- 保證起始格與目標格上不會有障礙物。
- 詭雷會來回在巡邏路徑上移動，也就是若路徑為 $\{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\}$ 、則詭雷移動軌跡會是 $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow \dots$ 。
- 詭雷每次只會移動到以它為中心的九宮格內的任意一格（可以停留）。
- 起始格可以等於目標格。

一般圖最大最小權極大匹配 (Matching)

問題敘述

VVivvi 是一個不會匹配的競程選手，每次看到和匹配有關的問題他都不會做。UUiuui 覺得 VVivvi 不能再這樣下去了，於是決定對他展開匹配特訓。

在經過 UUiuui 連續兩週的魔鬼特訓後，VVivvi 不僅做了各種比賽裡的匹配題目，還學了最大權匹配之類的怪東西。他認為自己已經對匹配瞭如指掌，無論看到什麼樣的題目，只要跟匹配有關，他肯定能立刻做出來！

在好不容易活著走出得田館（他們的訓練場所）後，VVivvi 在得田館門口看到了 N 個節點排成一列，第 i 個節點的位置在 x_i ，而如果兩個節點 i, j 的距離不超過 K （也就是 $|x_i - x_j| \leq K$ ），那麼 i, j 之間就會有一條無向邊。此外，每個點都帶有一個權重 w_i 。

這張圖的擁有者正在做匹配，VVivvi 看到他不斷把他所能看見的，相鄰的未匹配點配成一對，直到沒有這樣的點對為止，他便把所有未匹配點的權重總和記錄下來。

VVivvi 馬上開始思考這個問題：在這張圖的所有可能的「極大」（maximal）匹配中，未匹配點的權重總和最大和最小可以是多少？

匹配（matching）的定義是一個邊的子集，滿足其中的任兩條邊都不共用端點。這個子集中的邊稱為匹配邊。若一個節點有一條鄰邊是匹配邊，那它就被稱為匹配點，反之就是未匹配點。

「極大」匹配（maximal matching）的意思是，圖上不存在一條邊使得它的兩端都是未匹配點。注意極大匹配和最大匹配（maximum matching，匹配邊數量最多的匹配）並不等價。

輸入說明

第一行有三個整數 T, N, K ，表示 VVivvi 想知道的問題類型、節點的數量和兩個節點間有邊的最大距離限制。如果 $T = 1$ ，表示 VVivvi 想知道未匹配點的權重總和最小值，如果 $T = 2$ ，則表示他想要知道最大值。

接下來有 N 行，其中第 i 行包含兩個整數 x_i, w_i ，分別表示第 i 個節點的位置和權重。

輸出說明

輸出一個整數於一行，表示答案。

測資限制

- $T \in \{1, 2\}$

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq K \leq 10^9$
- $0 \leq x_i \leq 10^9$
- $1 \leq w_i \leq 10^4$

範例測資

範例輸入 1

```
2 5 2
1 2
3 2
4 2
5 1
7 2
```

範例輸出 1

```
6
```

範例說明 1

一種匹配方式為 $\{(2, 4)\}$ ，未匹配點有 1, 3, 5，權重總和為 $2 + 2 + 2 = 6$ 。

範例輸入 2

```
1 5 2
1 2
3 2
4 2
5 1
7 2
```

範例輸出 2

```
2
```

範例說明 2

一種匹配方式為 $\{(1, 2), (4, 5)\}$ ，未匹配點有 3，權重總和為 2。

範例輸入 3

2 15 7
3 693
10 196
12 182
14 22
15 587
31 773
38 458
39 58
40 583
41 992
84 565
86 897
92 197
96 146
99 785

範例輸出 3

2470

評分說明

子任務	分數	額外輸入限制
1	23	$T = 1$
2	30	$T = 2, N \leq 5000$
3	37	$T = 2$

棋王 (Chess)

問題敘述

Dry 是屍大附中的棋王，他下象棋所向披靡，他的 $N - 2$ 個同學都被電得苦不堪言，只有 Wet 與他不分軒輊，但還是都敗下陣來。於是，他們聯手設計一場象棋比賽，想把 Dry 幹掉。

這場比賽的賽制為「乾濕瑞士制」：
贏棋得 2 分，和棋得 1 分，輸棋不得分。總共比五輪。紅棋先行（等同於執黑棋者讓一先）。
因為 Dry 班上人數是偶數，所以不會有輪空的情形。

每個人都有初始的腦力值，但因為實力（腦力）差距懸殊，他們還要求依段位差距讓子、讓先。每顆棋子的價值不同，分別為：

棋子	價值
帥、將	100
仕、士	2
相、象	2
俥、車	10
傴、馬	5
炮、包	5
兵、卒	1
1 先	1

象棋段位最低為 13 級，1 級後則升段，由初段至最高八段，但因 Dry 實力太強大，於是他有可能是九段棋手。
若兩人段位相同，編號小者執紅棋（編號大者讓一先），每差一級或一段，則段位較高者多讓一先。
例：五段棋手需讓二段棋手三先，也就是開局時二段棋手先下三步再換五段棋手下。
因為讓超過三先太難取勝，所以最多只能讓三先。若讓超過三先，則以讓子取代。

例：五段棋手需讓初段棋手四先，改為五段棋手讓僞並執紅棋（即初段棋手讓一先）。若讓馬三先（即為讓馬外加讓三先）還不夠，如九段對初段，則讓下一種棋子，即讓炮、執紅棋，依此類推。讓子順序如下：

僞（馬）
炮（包）
俥（車）
雙僞（馬）
九子（雙仕、雙相、五隻兵）
俥（車） 僞（馬）
俥（車） 炮（包）
俥（車） 僞（馬） 炮（包）

完整讓子、讓先順序為：

讓一先
讓兩先
讓三先
讓僞、執紅棋
讓馬一先
讓馬兩先
讓馬三先
讓炮、執紅棋
讓包一先
...

依此類推，唯獨讓九子不讓先、只執紅棋。

在每輪比賽開始前，每位棋手會先失去等同於他讓的子、先的價值的腦力值。腦力值最多只會扣到剩 0，剩下的賽程該棋手會以無腦的方式下棋。腦力值較大的棋手將贏得該輪比賽，低的人則落敗；若兩人腦力值相等則和棋。

每輪的賽程會將棋手依腦力值由大到小排序，兩兩對戰。若腦力值相同則依編號由小到大排序。

請模擬賽程，算出 Dry（編號 1）、Wet（編號 2）與他們的同學在賽事結束後的總得分與剩餘的腦力值，以及 Wet 是否成功如願打敗 Dry 成為新的棋王。

因為 Dry 和 Wet 可能不只對戰一輪，所以用最後一次的勝負（和）判斷誰是棋王。

輸入說明

輸入總共有 $N + 2$ 行。

第一行有一個整數 N ，表示班上總共有 N 位同學（包含 Dry 和 Wet）

第二行有 N 個整數 b_i ，表示每位同學的初始腦力值。

接下來 N 行有 N 個字串 s_i ，表示每位同學的段位、級位。一個人只會有一個段位或一個級位。

" x_i pieces" 表示第 i 位同學 x_i 段，"level y_i " 表示第 i 位同學 y_i 級，不包括雙引號。

輸出說明

輸出總共有三行。

第一行輸出 N 個整數，表示每個人的總得分。

第二行輸出 N 個整數，表示每個人剩餘的腦力值。

第三行輸出 Wet 與 Dry 的戰果。

"10 minutes has passed!" 表示 Dry 獲勝，"I just mopped the floor!" 表示 Wet 獲勝，

"Liquid-gas interface" 表示兩人沒有交戰或和棋，不包括雙引號。

測資限制

- $6 \leq N \leq 10^4, N = 2k$
- $0 \leq b_i \leq 10^9$
- $1 \leq x_1 \leq 9$
- $1 \leq x_i \leq 8, i \in \{2 \dots N\}$
- $1 \leq y_i \leq 13$

範例測資

範例輸入

```
6
100 100 100 100 100 100
8 pieces
7 pieces
6 pieces
5 pieces
4 pieces
3 pieces
```

範例輸出

0 6 2 6 6 10
89 95 94 96 98 100
I just mopped the floor!

評分說明

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	只有段位棋手
2	20	只有級位棋手
3	60	無額外限制

Hint

冠軍有可能不是 Dry 也不是 Wet，但因為其他同學只崇拜他們兩個其中一個，所以只需要關心他們兩人的對戰結果。

Q&A

Q: 讓九子為什麼不能讓先？

A: 第一步走炮中間一將軍臉就歪了，走不下去啊...

Q: 真的有九段棋手嗎？

A: 沒有，象棋最高段位是八段，而且人數很少。我們來看看 Dry 是否能成為下一位吧！

Q: 拖完地過十分鐘後，地會是乾的還是濕的呢？

A: Dry 覺得是乾的，Wet 覺得是濕的，所以他們展開這場大戰來決定...

A(Q): 你覺得呢？

戰地前線 (Frontline)

問題敘述

Melon 又在打電動了。Melon 現在在玩一款叫做 *Frontline* 的遊戲。遊戲內容如下：在一條數線上有 n 個敵人、每個敵人的座標是 x_i 、且偵測距離為 d_i 。Melon 一開始在座標 0，生命值為 h 。Melon 有一把狙擊槍和一個盾牌，狙擊槍可以將前方距離 k 以內的敵人全部擊殺，盾牌可以擋下所有攻擊。每一單位時間，Melon 可以做兩種操作：一、向前一單位距離，二、開槍並舉盾。在 Melon 做完操作後，若 Melon 在 c 個敵人的偵測範圍內且沒有舉盾，會受到 c 點傷害。當 Melon 的生命值 ≤ 0 時，遊戲失敗。在擊殺完所有敵人之後、則遊戲通關。因為 Melon 想要在最快的時間內通關，所以請告訴 Melon 通關最少需要的時間，以及通關後最多剩下多少生命值。若無法通關，則輸出 -1。

輸入說明

第一行有三個整數 n, h, k 。
接下來有 n 行，每行有二個整數 x_i, d_i 。

輸出說明

若可以通關，輸出兩個整數於一行，分別代表通關需要最少的時間，以及剩下的生命值，否則輸出 -1。

測資限制

- $1 \leq n, h \leq 100$
- $1 \leq d_i, k \leq 10^9$
- $1 \leq x_i \leq 10^9, x_i < x_{i+1}$
- $x_i - d_i > 0$

範例測資

範例輸入 1

```
5 10 4
3 2
4 1
10 3
15 6
20 8
```

範例輸出 1

20 2

範例輸入 2

5 10 6
3 2
4 1
10 3
14 6
17 8

範例輸出 2

14 4

範例說明 2

在座標 0, 8, 11 開槍是最好的策略。

範例輸入 3

1 1 1
2 1

範例輸出 3

-1

評分說明

子任務	分數	額外輸入限制
1	16	$n = 1$
2	17	$k = 1$
3	18	$d_i = 1$
4	49	無額外限制

Q&A

- 若 Melon 目前的位置是 p ，則 Melon 可以擊殺所有在 $[p + 1, p + k]$ 內的敵人。
- 若 Melon 目前的位置是 p ，我們說 Melon 會受到敵人 i 的攻擊若且唯若 $x_i - p \leq d_i$ 。

- 在敵人攻擊結束後，盾牌會自動放下。也就是只有開槍的那一個時間單位可以擋下攻擊。