

Динамическое программирование: независимые множества в деревьях

Александр Куликов

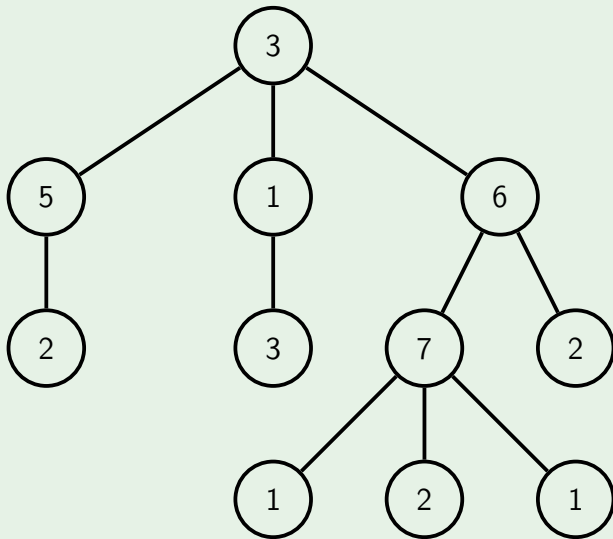
Онлайн-курс «Алгоритмы: теория и практика. Методы»
<http://stepic.org/217>

Максимальное по весу независимое множество в дереве

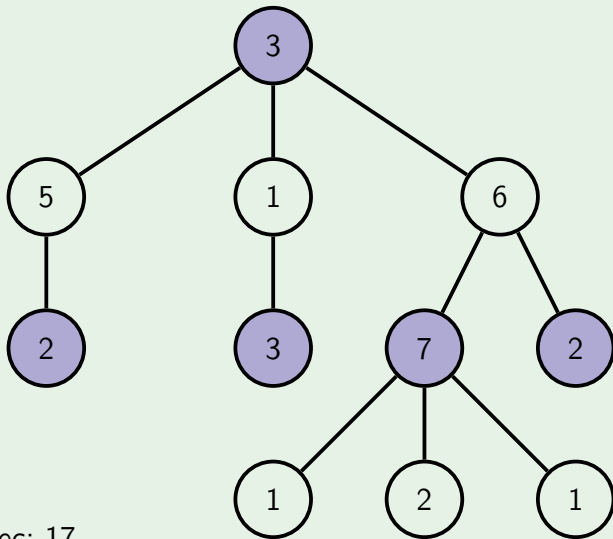
Вход: дерево в весах на вершинах.

Выход: независимое множество (множество не соединённых друг с другом вершин) максимального суммарного веса.

Пример

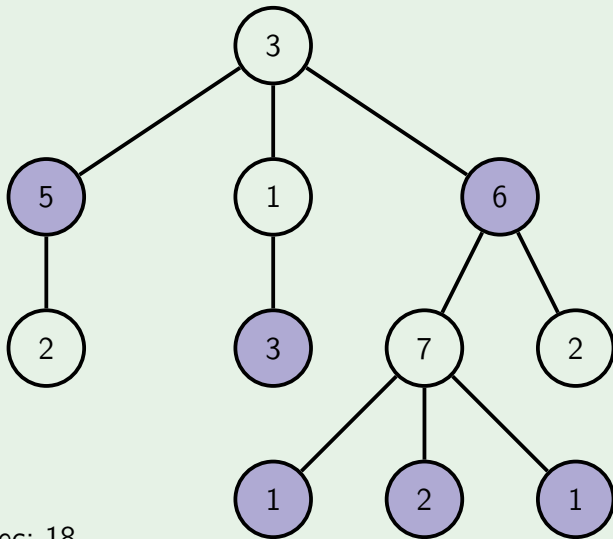


Пример



вес: 17

Пример



вес: 18

Подзадачи и рекуррентное соотношение

- $D[v]$ — максимальный вес независимого множества в поддереве с корнем в v .

Подзадачи и рекуррентное соотношение

- $D[v]$ — максимальный вес независимого множества в поддереве с корнем в v .
- Рекуррентное соотношение:

$$D[v] = \max \left\{ w(v) + \sum_{\substack{\text{внуки } w \\ \text{вершины } v}} D[w], \sum_{\substack{\text{дети } w \\ \text{вершины } v}} D[w] \right\}.$$

Функция $\text{MAXINDSETTD}(v)$

если $D[v] = \infty$:

если у v нет детей:

$$D[v] \leftarrow w(v)$$

Функция $\text{MAXINDSETTD}(v)$

если $D[v] = \infty$:

если у v нет детей:

$$D[v] \leftarrow w(v)$$

иначе:

$$m_1 \leftarrow w(v)$$

для всех детей u вершины v :

для всех детей w вершины u :

$$m_1 \leftarrow m_1 + \text{MAXINDSETTD}(w)$$

Функция $\text{MAXINDSETTD}(v)$

если $D[v] = \infty$:

если у v нет детей:

$$D[v] \leftarrow w(v)$$

иначе:

$$m_1 \leftarrow w(v)$$

для всех детей u вершины v :

для всех детей w вершины u :

$$m_1 \leftarrow m_1 + \text{MAXINDSETTD}(w)$$

$$m_0 \leftarrow 0$$

для всех детей u вершины v :

$$m_0 \leftarrow m_0 + \text{MAXINDSETTD}(u)$$

Функция $\text{MAXINDSETTD}(v)$

если $D[v] = \infty$:

если у v нет детей:

$$D[v] \leftarrow w(v)$$

иначе:

$$m_1 \leftarrow w(v)$$

для всех детей u вершины v :

для всех детей w вершины u :

$$m_1 \leftarrow m_1 + \text{MAXINDSETTD}(w)$$

$$m_0 \leftarrow 0$$

для всех детей u вершины v :

$$m_0 \leftarrow m_0 + \text{MAXINDSETTD}(u)$$

$$D[v] \leftarrow \max(m_1, m_0)$$

вернуть $D[v]$

Функция $\text{MAXINDSETTD}(v)$

если $D[v] = \infty$:

если у v нет детей:

$$D[v] \leftarrow w(v)$$

иначе:

$$m_1 \leftarrow w(v)$$

для всех детей u вершины v :

для всех детей w вершины u :

$$m_1 \leftarrow m_1 + \text{MAXINDSETTD}(w)$$

$$m_0 \leftarrow 0$$

для всех детей u вершины v :

$$m_0 \leftarrow m_0 + \text{MAXINDSETTD}(u)$$

$$D[v] \leftarrow \max(m_1, m_0)$$

вернуть $D[v]$

Время работы: $O(|T|)$.

Пример

