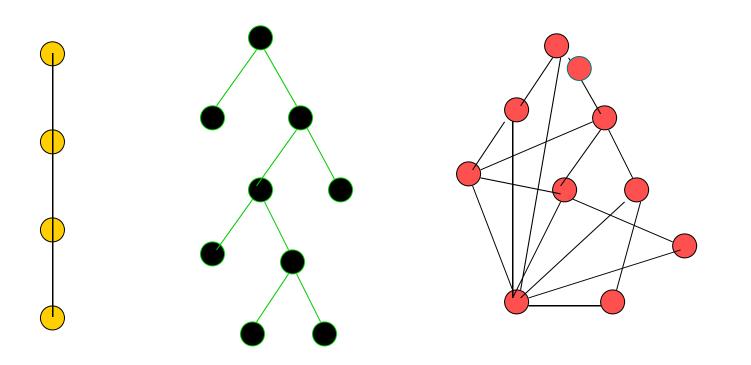


数据结构 华中科技大学计算机学院







第五章 数组和广义表

引言:

线性表: L=(a₁, a₂, . . . , a_n), a_i是同类型的元素,

 $1 \le i \le n$

数组: $A=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$

若a_i是同类型的元素,A是一维数组,1≤i≤n 若a_i是同类型的定长线性表,A是多维数组,

 $1 \le i \le n$

广义表: Ls= (a₁, a₂, ..., a_n)

 a_i 可以是同类型的元素或广义表, $1 \le i \le n$





5.1 数组的基本概念及其操作

数组是相同类型的数据的有限的、有序的组合。

5.1.1 数组的递归定义

1. 一维数组:

是一个定长线性表 (a_1, a_2, \ldots, a_n) 。

其中: a_i 为数据元素,i为下标/序号, $1 \le i \le n$ (a_1, a_2, \ldots, a_n) 又称为向量。





2. 二维数组是一个定长线性表 $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$,

其中: α_i =(a_{i1} , a_{i2} ,..., a_{in})为行向量, $1 \le i \le m$ 由m个行向量组成,记作:

$$A_{m*n} = \begin{pmatrix} (a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}) \\ (a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}) \\ \\ (a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}) \end{pmatrix}$$

即 $A_{m*n}=((a_{11} a_{12} \ldots a_{1n}), (a_{21} a_{22} \ldots a_{2n}), \ldots, (a_{m1} a_{m2} \ldots a_{mn}))$ 或由n个列向量组成,记作:

$$A_{m*n} = \begin{pmatrix} \widehat{a}_{11} & \widehat{a}_{12} & \widehat{a}_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \vdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \vdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



3. 三维数组是一个定长线性表($\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$)。

其中: $\beta_k = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$ 为定长二维数组, $1 \leq k \leq p$

例 三维数组A[1..3, 1..4, 1..2], p=3, m=4, n=2

$$A_{3*4*2} = \begin{pmatrix} a_{111} & a_{112} \\ a_{121} & a_{122} \\ a_{131} & a_{132} \\ a_{141} & a_{142} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{211} & a_{212} \\ a_{221} & a_{222} \\ a_{231} & a_{232} \\ a_{241} & a_{242} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{311} & a_{312} \\ a_{321} & a_{322} \\ a_{331} & a_{332} \\ a_{341} & a_{342} \end{pmatrix}$$
第3页





5.1.2 数组的类型定义和变量说明:





```
例3 #define m 4 //定义符号常量m #define n 5 //定义符号常量n //定义符号常量n //定义符号常量n //一维数组类型ara typedef char arb[m][n]; //二维数组类型arb ara a; //ara类型的变量a //arb类型的变量b
```

₩₩ C语言中定义静态数组时,元素数目必须是常量

```
错例1 int m=4, n=5;
int a[m][n];
```

//m, n是变量

错例2 int p; scanf("%d", &p); int c[p];

//p是变量





5.1.3 数组的操作

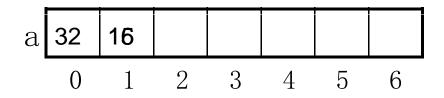
- 1. 生成一个数组: int a[7]; //生成静态一维数组
- 2. 赋值/修改

$$a[1]=15; (a[1])++;$$

3. 取元素的值:

$$a[0]=a[1]*2;$$

4. 销毁一个数组







5.1.4 程序设计举例

```
例1 main()
                               //生成一维数组a
    { int i, a[10];
     for (i=0; i<10; i++)
       scanf ("%d", &a[i]);
                               //输入元素
     for (i=0; i<10; i++)
       printf("%d ", a[i]*a[i]); //输出元素的平方
```

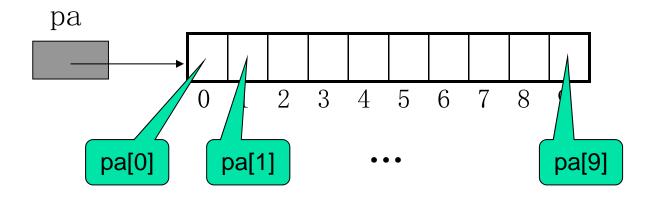
退出时 释放a





例2 生成动态的10个整数的一维数组

```
int *pa; //指针变量pa
pa=(int *)malloc(10*sizeof(int)); //动态数组pa
```







```
main()
{ int i, n, *pa;
  scanf ("%d", &n);
                                  //动态输入n
 pa=(int *)malloc(n*sizeof(int)); //生成动态数组*pa
  for (i=0; i < n; i++)
                             //指针法引用数组元素,赋值
   *(pa+i)=2*i;
  for (i=0; i < n; i++)
   printf("%d, ", *(pa+i));
                            //输出数组元素0, 2, 4, 6, . . .
  for (i=0; i < n; i++)
    scanf ("%d", &pa[i]);
                            //下标法引用数组元素,输入
  for (i=0; i < n; i++)
   printf("%d, ", pa[i]);
                            //输出数组元素
  free (pa);
                             //释放(销毁)数组空间
```





5.2数组的顺序表示和实现

- 5.2.1顺序表示(顺序存储结构)
 - 1. 以行序为主序的顺序存储方式 左边的下标后变化, 右边的下标先变化
 - 2. 以列序为主序的顺序存储方式 左边的下标先变化, 右边的下标后变化
- 例1 二维数组a[1...3, 1...2], b是首地址, s是元素所占的单元数

a12 a21 a22 a32 逻辑结构

序号 内存 地址 序号 内存 地址

	1 1 1 1 1 1	علامت ح	, , ,	1 4 14	
1	a11	b	1	a11	b
2	a12	b+s	2	a21	b+s
3	a21	b+2*s	3	a31	b+2*s
4	a22	b+3 * s	4	a12	b+3*s
5	a31	b+4 * s	5	a22	b+4*s
6	a32	b+5 * s	6	a32	b+5*s

以行序为主序

以列序为主序





例2 三维数组a[1..2, 1..3, 1..2]

	序号	, 内存	地址	序号	内存	地址
	1	a111	b	1	a111	b
	2	a112	b+s	2	a211	b+s
(a211 a212)	3	a121	b+2 * s	3	a121	b+2*s
(a111 a112) a221 a222	4	a122	b+3 * s	4	a221	b+3*s
a121 a122 (a231 a232)	5	a131	b+4*s	5	a131	b+4*s
(a131 a132) 第2页	6	a132	b+5*s	6	a231	b+5*s
第1页	7	a211	b+6*s	7	a112	b+6*s
逻辑结构	8	a212		8	a212	
	9	a221		9	a122	
	10	a222		10	a222	
	11	a231		11	a132	
	12	a232	b+11*s	12	a232	b+11*s
				•		-



以列序为主序



5.2.2数组的映象函数

数组元素的存储地址

例1 一维数组a[0..n-1]

	a[0]	a[1]	a[2]	• • •	a[i]	• • •	a[n-1]	
下杭	元 0	1	2		i		n-1	•
地址	t b	b+s	b+2*;	S	b+i*	S	b+(n-1))* _S

设:b为首地址,s为每个元素所占的存储单元数

则:元素a[i]的存储地址:

$$Loc(i) = Loc(0) + i*_{S} = b + i*_{S}$$





例2 一维数组a[1..n]

	al	a2	a3	• • •	ai	• • •	an	
下标	1	2	3		i		n	
地址	b	b+s	b+2s		b+(i-	1)s	b+(n-	1) s

元素a[i]的存储地址

$$Loc(i) = Loc(1) + (i-1)*_{S} = b + (i-1)*_{S}$$
 $1 \le i \le n$





例3 二维数组a[1..m, 1..n], 假定无零行零列

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$
 共 $j-1$ 列

(1)以行序为主序,a[i][i]的地址为

Loc(i, j)=Loc(1, 1)+(n*(i-1)+j-1)*s
=b+(n*(i-1)+j-1)*s
$$1 \le i \le m, 1 \le j \le n$$

其中: b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数

n:列数 m:行数





例3 二维数组a[1..m, 1..n], 假定无零行零列

(2) 以列序为主序,a[i][j]的地址为 Loc(i,j)=Loc(1,1)+(m*(j-1)+i-1)*s =b+(m*(j-1)+i-1)*s $1 \le i \le m, 1 \le j \le n$

其中: b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数

n: 列数 m: 行数





例4 二维数组a[0..m-1,0..n-1](有零行零列)

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{00} & \dots & a_{0j} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n-1} \\ & & & & & \\ a_{i0} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in-1} \\ & & & & & \\ a_{m-10} & \dots & a_{m-1j} & \dots & a_{m-1n-1} \end{pmatrix}$$
 共*i*列

(1)以行序为主序, a[i][j]的地址为

$$\begin{aligned} \text{Loc}(i, j) = & \text{Loc}(0, 0) + (n*i+j)*s \\ = & \text{b} + (n*i+j)*s \\ & 0 \leq i \leq m-1, 0 \leq j \leq n-1 \end{aligned}$$

其中: b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数

n: 列数 m: 行数

華中科技太穿

例4 二维数组a[0..m-1,0..n-1] (有零行零列)

(2)以列序为主序, a[i][j]的地址为

Loc(i, j)=Loc(0, 0)+(
$$m*j+i$$
)*s
=b+($m*j+i$)*s 0 $\leq i \leq m-1$, 0 $\leq j \leq n-1$

其中: b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数







例5 三维数组a[1..p, 1..m, 1..n], 假定无0页0行0列 1)以行序为主序, a[k][i][j]的地址为 Loc(k, i, i)=Loc(1, 1, 1)+(m*n*(k-1)+n(i-1)+i-1)*

Loc
$$(k, i, j) = Loc (1, 1, 1) + (m*n*(k-1)+n(i-1)+j-1)*s$$

=b+(m*n*(k-1)+n(i-1)+j-1)*s
 $1 \le k \le p, 1 \le i \le m, 1 \le j \le n$

其中:

b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数 p---页数 n--列数 m-行数

(2) 以列序为主序,a[k][i][j]的地址为 Loc(k, i, j)=Loc(1, 1, 1)+(p*m*(j-1)+p*(i-1)+k-1)*s =b+(p*m*(j-1)+p*(i-1)+k-1)*s $1 \le k \le p, 1 \le i \le m, 1 \le j \le n$

其中:

b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数 p---页数 n--列数 m-行数





例5 三维数组a[0..p-1,0..m-1,0..n-1],注意有0页0行0列

(1)以行序为主序, a[k][i][j]的地址为

Loc (k, i, j) = Loc (0, 0, 0) + (m*n*k+n*i+j)*s
=b+(m*n*k+n*i+j)*s

$$0 \le k \le p-1, 0 \le i \le m-1, 0 \le j \le n-1$$

其中:

b为首地址, s为每个元素所占的存储单元数 p---页数 n--列数 m-行数

(2) 以列序为主序,a[k][i][j]的地址为 Loc(k, i, j)=Loc(0, 0, 0)+(p*m*j+p*i+k)*s =b+(p*m*j+p*i+k)*s $0 \le k \le p-1, 0 \le i \le m-1, 0 \le j \le n-1$

其中:

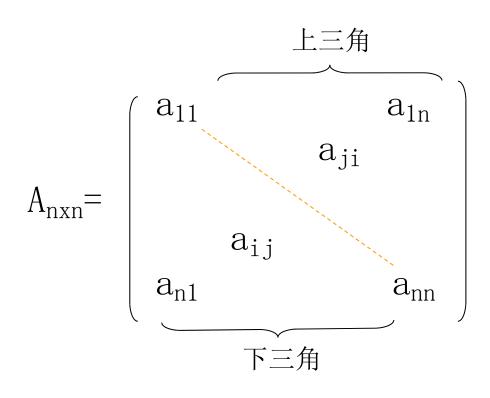
b为首地址,s为每个元素所占的存储单元数 p---页数 n--列数 m-行数 ***中科技大学计算机学院**





5.3 矩阵的压缩存储

- 5.3.1特殊矩阵的压缩存储
 - 1. n阶对称矩阵



$$a_{ij}=a_{ji}$$
 $1 \leq i, j \leq n$





假定以行序为主,顺序存储下三角元素到SA[1..maxleng]

a_{11}	a_{21}	a_{22}	a_{31}	• •	a_{i1}	• •	$a_{i,j}$	• •	a_{ii}	• •	a_{n1}	• •	a _{nn}
k=1	2	3	4			i (i-1)/2	2+j				n (n	+1)/2

如何求aii在SA中的位置,即序号k?

- (1) 设a_{ij}在下三角, i≥j
 - 第1~i-1行共有元素
 1+2+3+...(i-1)=i(i-1)/2(个)
 ai1~aij共有j个元素
 - ∴ aij的序号为: k=i(i-1)/2+j





- (2) 设aij在上三角, i<j
 - : 上三角的aij = 下三角的aji 下三角的aji的序号为 k=j(j-1)/2+i i<j
 - ∴ 上三角的aij的序号为 k=j(j-1)/2+i i<j

由(1)和(2),任意aij在SA中的序号,为

$$k(i, j) = \begin{cases} i(i-1)/2+j & i \ge j \\ j(j-1)/2+i & i < j \end{cases}$$

称为在SA中的映象函数,下标转换公式





2. 三对角矩阵

$$A_{nxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & \\ & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ & & \ddots & a_{i,j}, \dots \\ & & a_{n-1n-1}a_{n-1n} \\ & & & a_{nn-1} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

假定以行序为主,顺序存储非0元素到SA[1..maxleng]:

任意 $a_{i,j}\neq 0$,在SA中的序号:

$$k = (3*(i-1)-1)+(j-i+2) = 2(i-1)+j$$



5.3.2 稀疏矩阵的压缩存储

1. 三元组表

稀疏矩阵M及其转置矩阵T 例

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 18 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

the state of the state of			Section 1
***	i	j	v=aij
表A	1	2	13
	1	3	9
	3	1	-3
M的三元组表	3	6	14
	4	3	24
	5	2	18
	6	4	-7

	0	0	-3	0	0	0	
	13	0	0	0	18	0	
	9	0	0	24	0	0	
T=	0	0	0	0	0	-7	
1	0	0	0	0	0	0	
	0	0	14	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	

T的三元组表

v=aij

问题:如何由矩阵M求矩阵T,即由表A求表B?

M的三元表存储结构

1	2	13
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	4	-7
	///	

行数(mu): 6

列数(nu): 7

非零元(tu): 7

用C语言定义三元组表

```
#define MAXSIZE 100
typedef struct {
  int i, j; //非零元行、列下标
  ElemType e;
} Triple; //定义三元组
typedef struct {
  Triple data[MAXSIZE+1];
  int mu, nu, tu;
} TSMatrix; //定义三元组表
TSMatrix M;
```

M的三元表存储结构

1	2	13
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	4	-7
	///	

行数(mu): 6

列数(nu): 7

非零元(tu): 7

行、列互换

T的三元表存储结构

2	1	13
3	1	9
1	3	-3
6	3	14
3	4	24
2	5	18
4	6	-7
////	///	

行数(mu): 7

列数(nu): 6

非零元(nu): 7

M的三元表存储结构

1	2	13
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	4	-7
	///	

行数(mu): 6

列数(nu): 7

非零元(tu): 7

```
T. mu=M. nu; T. nu=M. mu; T. tu=M. tu;
if (T. tu)
  q=1;
           /*指示向T写时的位置*/
  for (col=1; col \leq M. nu; ++col)
    for(p=1;p<=M. tu;++p) /*扫描M三元表*/
      if (M. data[p]. j==col) /*当前行*/
           {T. data[q]. i=M. data[p]. j;
            T. data[q]. j=M. data[p]. i;
            T. data[q]. e=M. data[p]. e;
           q++; }
                            算法1:
                            时间复杂度:
                            0 (nu*tu)
return OK;
```

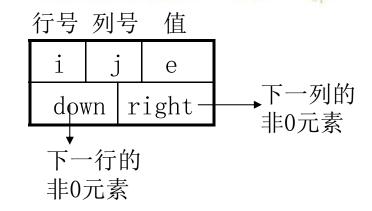
col	1	2	3	4	5	6	7
num[col]	1	2	2	1	0	1	0
cpot[col]	1	2	4	6	7	7	8

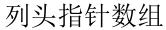
算法2: 时间复杂度: 0(nu+tu)

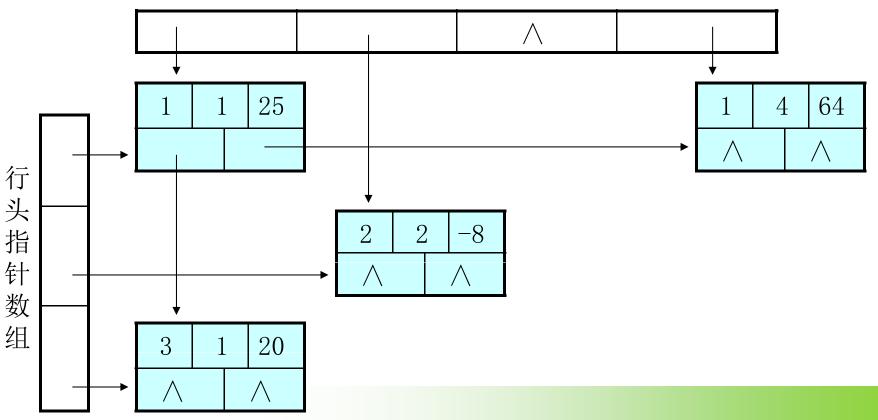
```
cpot[1]=1;
cpot[col] = cpot[col-1] + num[col-1] 2 \le col \le a. nu
for(p=1;p<=M.tu;++p) /*扫描M三元表*/
 {col=M. data[p]. j; /*确定当前元素列号*/
                     /*确定当前元素M. data[p]
  q=cpot[col];
                       在T的当前存放位置*/
  T. data[q]. j=M. data[p]. i; T. data[q]. i=M. data[p]. j;
  T. data[q]. e=M. data[p]. e;
                   /*T的当前列指示下一空位置*/
  ++cpot[col];
```

2. 十字链接表 例 稀疏矩阵

$$\mathbf{M} = \left(\begin{array}{cccc} 25 & 0 & 0 & 64 \\ 0 & -8 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$









- 5.4 广义表(generalized list), 列表(lists)
- 5.4.1广义表的定义和术语

n(n≥0)个数据元素或广义表的一个有限序列叫做广义表。

记作: $LS=(e_1,e_2,\ldots,e_n)$ 。 n为LS的长度。

其中: LS----广义表名

 e_i ——单元素、原子,约定用小写, $1 \le i \le n$

 E_i ——广义表,约定用大写, $1 \leq i \leq n$

- (1) 空表 LS=(), n=0
- (2) 非空表 LS=(e₁, e₂,..., e_n) n>0 其中:

 e_1 ——LS的表头/首部,记作: Head(LS)= e_1 (e_2 ,..., e_n)——LS的表尾/尾部,记作: Tail(LS)= $(e_2$,..., e_n)



例:

- (1) A=() // 空表
- (2) B = (e)

Head(B) = e

Tail(B)=()

(3) C=(a, b, c)

Head(C)=a

Tail(C) = (b, c)

Head(Tail(C)) = b Tail(Tail(C)) = (c)

(4) D=(a, (b, c))

Head(D) = a

Tail(D) = ((b, c))

D2=((a, b), c)

Head(D2) = (a, b) Tail(D2) = (c)

(5) E=((a, b), c, (d, e))

Head (E) = (a, b) Tail (E) = (c, (d, e))

Head(Tail(E))=c Tail(Tail(E))=((d, e))







5.4.2 广义表的图型表示----树型结构

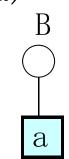
约定 口----单元素/原子

〇----列表, 若有表名, 附表名

例 (1) A=()

A

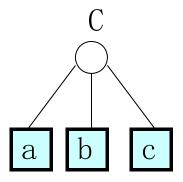
(2) B=(a)



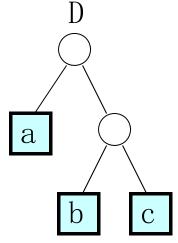




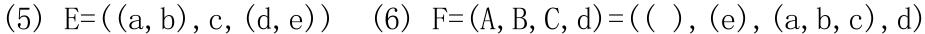
(3)
$$C=(a, b, c)$$

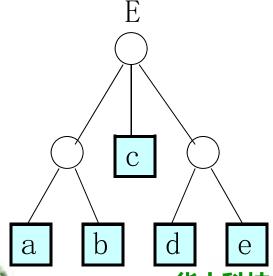


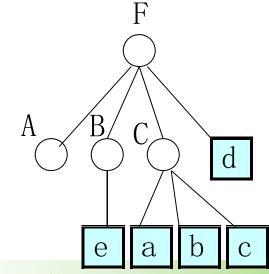
$$(4) D=(a, (b, c))$$



(5)
$$E=((a, b), c, (d, e))$$

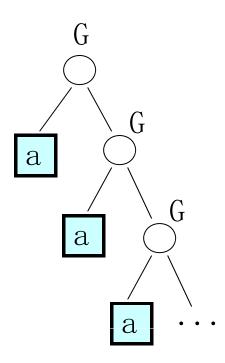




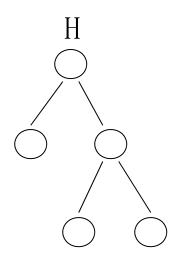




$$(7) G=(a, G)$$



(8)
$$H=((),((),()))$$





5.4.3 广义表的操作

1. 求长度: Leng(LS)

2. 求表头: Head(LS)

$$G=(a, G)$$
 Head $G=(a, b)$ Head $G=(a, b)$ Head $G=(a, b)$



3. 求表尾: Tail(LS)

$$G=(a, G)$$
 $Tail(G)=(G)=((a, G))$

$$E=((a, b), c, (d, e))$$
 $Tail(E)=(c, (d, e))$

4. 求第i个元素: GetElem(LS, i)=ei 1≤i≤n

$$I=((a,b),c,(),(d))$$

GetElem
$$(I, 1) = (a, b)$$
 Get $(I, 2) = c$



5. 求深度: Depth(LS)----LS所含括号的层数

(1) A = ()

Depth (A) = 1

(2) E=((a, b), c, (d, e)) Depth (E)=2

(3) H=((),((),())) Depth(H)=3

6. 插入: InsertFirst(LS, e)——e插入LS的第一个位置

设 A=()

执行: InsertFirst(A, a);

得: A=(a)

执行: InsertFirst(A, (b, (c)));

得: A=((b,(c)),a)

执行: InsertFirst(A,());

得: A=((),(b,(c)),a)

其它:



5.5 广义表的存储结构

广义表的的元素具有不同结构,一般用链式存储结构。

原子结点:

tag=0 atom(元素)

列表结点:

tag=1

hp(表头)

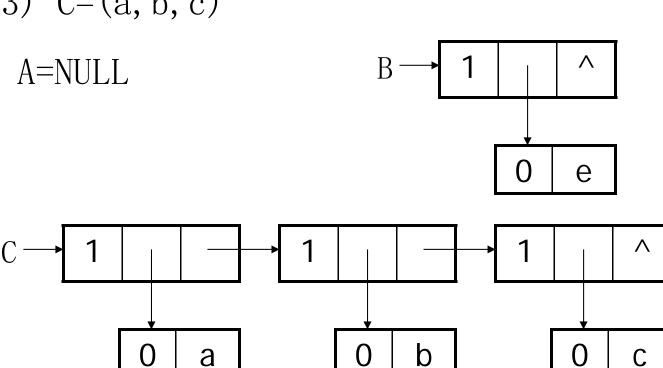
tp(表尾)

```
typedef struct GLNode{
   ElemTag tag;
union { AtomType atom;
     struct { struct GLNode *hp,*tp; }ptr;
}
```

*GList;



- (1) A = ()
- (2) B = (e)
- (3) C=(a, b, c)

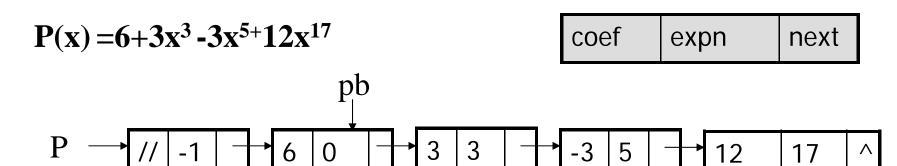






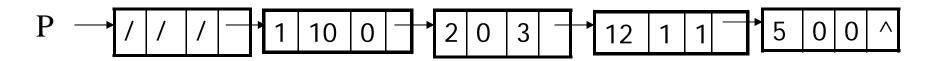
5.6 m元多项式的表示

一元多项式:



二元多项式:

$$P(x,y) = x^{10} + 2y^3 + 12xy + 5$$







三元多项式:

 $P(x,y,z) = x^{10}y^{3}z^{2} + 2x^{6}y^{3}z^{2} + 3x^{5}y^{2}z^{2} + x^{4}y^{4}z + 6x^{3}y^{4}z + 2yz + 15$ $P = \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{1} \frac{1}$

缺点:

- ▶ 若m元多项式无论各项的变元数多少,都按m个指数分配单元,造成空间浪费,若按实际分配,则操作困难;
- ▶m值不同的多项式,结点大小不一致,存储管理不便





三元多项式变形:

$$P(x,y,z) = ((x^{10} + 2x^6) y^3 + 3 x^5 y^2) z^2 + ((x^4 + 6x^3) y^4 + 2y) z + 15$$

$$A(x,y) = (x^{10} + 2x^6) y^3 + 3 x^5 y^2$$

$$B(x,y) = (x^4 + 6x^3)y^4 + 2y$$

$$P=z((A,2),(B,1),(15,0))$$

$$C(x) = x^{10} + 2x^6$$

$$D(x) = 3x^5$$

$$E(x) = x^4 + 6x^3$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{2}$$

$$A=y((C,3),(D,2))$$

$$B=y((E,4),(F,1))$$

$$C=x((1,10),(2,6))$$

$$D=x((3,5))$$

$$E=x((1,4),(6,3))$$

$$F=x((2,0))$$





原子结点: tag=0 exp coef tp

列表结点: tag=1 exp hp tp

其中: exp为指数域; coef为系数域, tp指向同层下一结点 typedef struct MPNode {

```
ElemTag tag;
int exp; //指数域
union { float coef; //系数域
struct MPNode *hp;//表结点的表头指针
};
struct MPNode *tp; //指向同层下一结点
```

*MPList;



