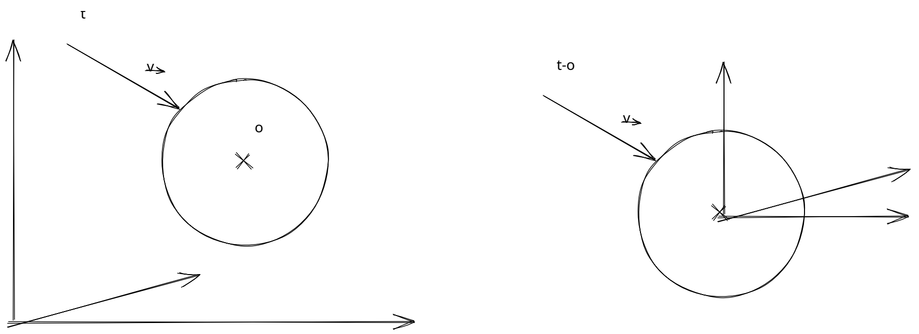
Intersection entre une droite et une sphère:

Soit un point t et un vecteur $\vec{v}$ directeur d'une droite, avec une sphère d'origine O et de rayon r:

Cela revient à faire une intersection avec une sphère d'origine 0 et une droite d'origine $t' = t - O$.



Ainsi, l'intersection de la droite à pour équation:

$$\begin{cases} x &= v_x * t + p'_x \\ y &= v_y * t + p'_y \\ z &= v_z * t + p'_z \end{cases}$$

Et la sphère a pour équation: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Ainsi, on cherches pour le paramètre t de la droite:

$$\begin{cases} x &= v_x * t + p'_x \\ y &= v_y * t + p'_y \\ z &= v_z * t + p'_z \\ x^2 + y^2 + z^2 &= r^2 \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
r^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \\
r^2 &= (\vec{v}_x * t + p'_x)^2 + (\vec{v}_y * t + p'_y)^2 + (\vec{v}_z * t + p'_z)^2 \\
r^2 &= (\vec{v}_x * t)^2 + (\vec{v}_y * t)^2 + (\vec{v}_z * t)^2 + 2(p'_x * \vec{v}_x * t + p'_y * \vec{v}_y * t + p'_z * \vec{v}_z * t) + (p'^2_z + p'^2_y + p'^2_z) \\
r^2 &= (\vec{v}_x * t)^2 + (\vec{v}_y * t)^2 + (\vec{v}_z * t)^2 + 2t(p'_x * \vec{v}_x + p'_y * \vec{v}_y + p'_z * \vec{v}_z) + ||p||^2 \\
r^2 &= (\vec{v}_x * t)^2 + (\vec{v}_y * t)^2 + (\vec{v}_z * t)^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 \\
r^2 &= \vec{v}^2_x * t^2 + \vec{v}^2_y * t^2 + \vec{v}^2_z * t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 \\
r^2 &= (\vec{v}^2_x + \vec{v}^2_y + \vec{v}^2_z) * t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 \\
r^2 &= (||\vec{v}||^2) * t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 \\
0 &= (||\vec{v}||^2) * t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 - r^2
\end{aligned}
$$

Or, dans notre contexte, on sait que $||\vec{v}|| = 1$. Alors:

$$
\begin{aligned}
0 &= (||\vec{v}||^2) * t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 - r^2 \\
0 &= t^2 + 2t(p' \cdot \vec{v}) + ||p||^2 - r^2
\end{aligned}
$$

Ici on a une équation du second degré. Avec:

$$
\begin{aligned}
c &= ||p||^2 - r^2 \\
b &= 2(p' \cdot \vec{v}) \\
a &= 1 \\
\Delta &= b^2 - 4ac
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
\text{Si} \quad \Delta < 0 \text{ alors il n'y a pas d'intersection} \\
\text{Si} \quad \Delta \geq 0 \text{ alors: } t = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}
\end{cases}
$$

Ainsi, les deux intersections sont les points: t_1 et t_2 de la droite.