一文读懂 AR、MA、ARMA 中 p q d Q 统计量等知识

来源：由计量经济学服务中心编辑整理，转载请注明来源

AC 为序列的自相关系数，即 t 期序列与 t-k 期序列的相关系数；

PAC 为序列的偏相关系数，即 t 期序列对 t-1，t-2，……，t-k 期序列做回归时的偏回归系数。

Q 统计量服从卡方分布，从 Q 的计算公式可知，Q 的大小与自相关系数的大小呈正相关，因而当自相关系数越大，样本 Q 统计量越大，比它更大的 Q 统计量值越少，P 值越小，越能拒绝自相关系数全为 0 的原假设，即序列存在自相关关系。另外，Q 统计量还与滞后期 K 有关，是一个关于各期自相关系数平方的累积值。

其实，观察自相关图与偏相关图最主要的目的还是确定序列的 ARMA（p，q）模型的具体形式。

当然，知道 ARMA（p，q），对于 ARIMA（p，d，q）相信你也会更清楚啦，d 也是到底几阶差分，若是不平稳，当然也就没有 ARIMA 模型了！

第一，自回归过程与移动平均过程。自回归由序列的滞后变量的线性组合以及白声噪（符合 0 均值固定方差的随机干扰项）相加而成，移动平均过程为白声噪的线性组合构成；

第二，拖尾和截尾。前者指 AC 或者 PAC 呈几何衰减（指数式衰减或者正弦式衰减），后者指 AC 或者 PAC 在某一阶之前明显不为 0，之后突然接近或者等于 0.

其实，从字面上也很好理解，拖尾就是拖拖拉拉，截尾就是抽刀断水。

怎么看拖尾，截尾呢，小编随后为您准备了干货分享，当然是管学会的！

其次是对 ARMA 模型的分解。

AR(p)模型，p 看什么呢，ar 需要看 PACF，所以是第二列的图了；

MA(q)　模型，q 看什么呢，ma 需要看 ACF，所以是第一列的图了

若是存在截尾或者拖尾中的一个，模型就是 AR(p)与 MA(q)中选择，若是存在一阶或者大于一阶的截尾和拖尾，那就 ARMA 模型啦！

从自相关函数 ACF 来看，在自回归方程的基础上可以很简单地构造自相关系数，最后发现自相关系数等于 w^k（w 为自回归系数）,对于平稳时间序列（注意这一前提条件，如果放开这一条件图形将会很难识别），|w|<1，所以当 w>0 时，ACF 呈现为指数式衰减至 0。当 w<0 时，ACF 则正负交替呈指数衰减至 0，整体表现则是正弦式衰减；从偏相关函数 PACF 来看，这就相当明显了，因为 PACF 与自回归方程的形式完全一样，只是自回归方程只有滞后 p 期，而 PACF 则有更多的滞后项。于是乎，很明显，当 k<=p,偏相关系数不等于 0，当 k>p，偏相关系数等于 0，明显呈现出截尾现象。

MA（q）模型，从自相关函数 ACF 来看，在移动平均方程的基础上也可以很简单地构造自相关系数，这时候的自相关函数为分段函数，当 k<=q,偏相关系数不等于 0，当 k>q，偏相关系数等于 0，明显呈现出截尾现象；从偏相关函数 PACF 来看，任何一个可逆的 MA（q）过程都可以转换成一个无限阶、系数按几何衰减的 AR 过程（将白噪声替换为序列的滞后形式即可），呈现拖尾现象。与 AR（p）不同的是，当 v>0（v 为移动平均系数）时，PACF 呈现为交替式正弦衰减。当 v<0 时，PACF 则呈指数衰减至 0。ARMA（p，q）模型则是两者的结合，实际判别 p、q 值时还是比较依赖经验的。

ARMA(0,q)=MA(q)，ARMA(p,0)=AR(p)， 因此，MA(q)和 AR(p)可以分别看作

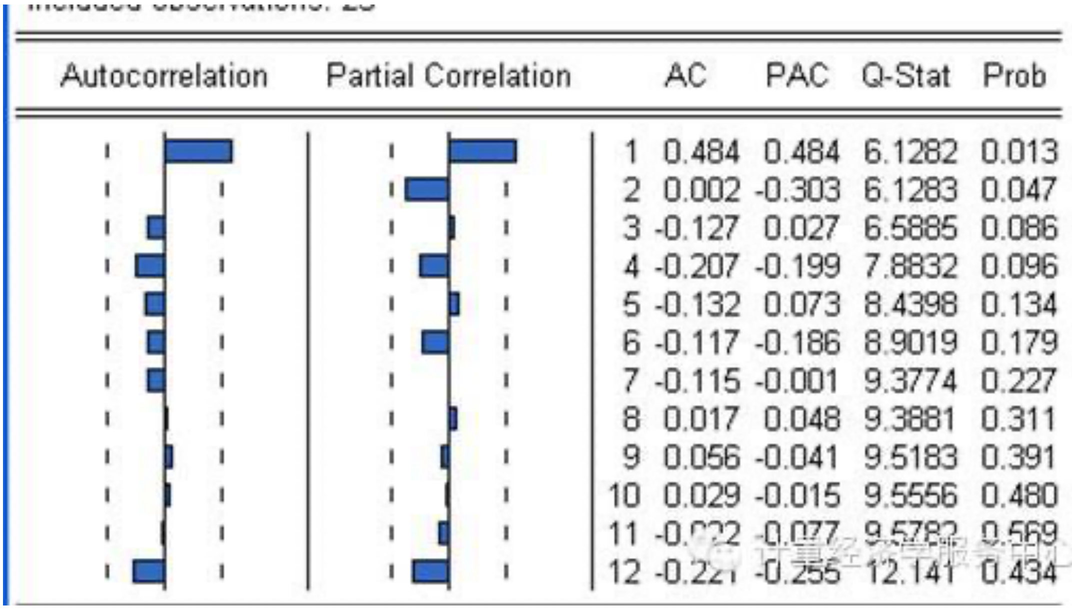
ARMA(p,q)， 当 p=0 和 q=0 时的特例

在实际应用中，用 ARMA(p,q)拟合实际数据时所需阶数较低，p 和 q 的数值很少

超过 2。因此，ARMA 模型 在预测中具有很大的实用价值！

简约原则是什么呢？

就是前面都先截尾了，过了几阶又拖尾，依照前面小阶数的来看！



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.484	0.484	6.1282	0.013
		2	0.002	-0.303	6.1283	0.047
		3	-0.127	0.027	6.5885	0.086
		4	-0.207	-0.199	7.8832	0.096
		5	-0.132	0.073	8.4398	0.134
		6	-0.117	-0.186	8.9019	0.179
		7	-0.115	-0.001	9.3774	0.227
		8	0.017	0.048	9.3881	0.311
		9	0.056	-0.041	9.5183	0.391
		10	0.029	-0.015	9.5556	0.480
		11	-0.022	-0.077	9.5782	0.569
		12	-0.221	-0.255	12.141	0.434

上面图很简单的看 p=1q=1

ARMA模型相关性特征

模型	自相关系数	偏自相关系数
AR(P)	拖尾	P阶截尾
MA(q)	q阶截尾	拖尾
ARMA(p,q)	拖尾	拖尾