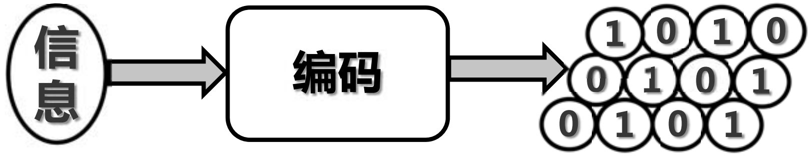
2.1 逻辑代数概述



尝试设计一个三人表决器电路……

1:同意；0 :反对

数字电路分析与设计工具：逻辑代数

第2章 逻辑代数基础

- 逻辑代数
- 基本运算、公式和定理
- 逻辑函数的表示、转换和化简

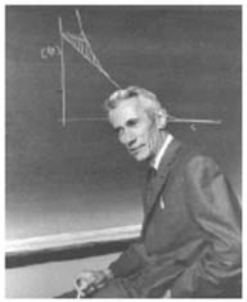
逻辑代数概述

逻辑：事物之间的因果关系

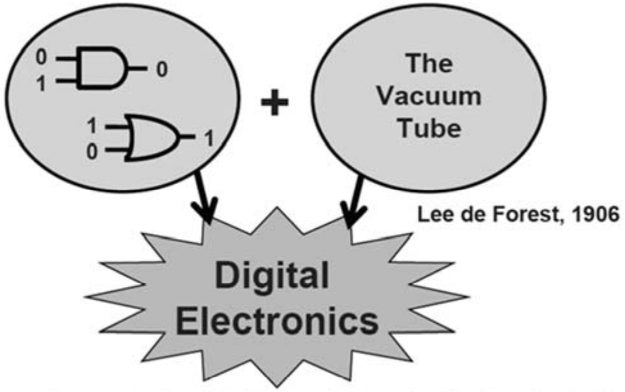
逻辑代数：逻辑运算的数学方法

（布尔代数）

- 1854年，George Boole指出"逻辑不仅仅是哲学，也是数学"
- 数字电路中的逻辑代数：二值逻辑，逻辑变量的取值只有0和1两种情况



Claude Shannon

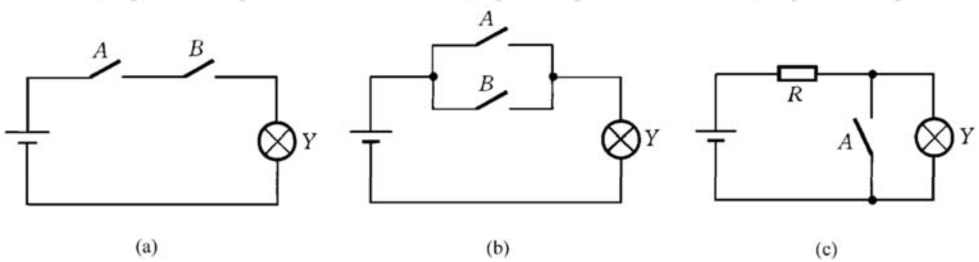


- Claude Shannon发现布尔代数和电话交换电路之间存在相似性
- 1937年Shannon在他的MIT硕士论文“A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits” 中提出了二值电子元件，奠定了数字电路的理论基础

2.2 逻辑代数中的三种基本运算

逻辑代数中的三种基本运算

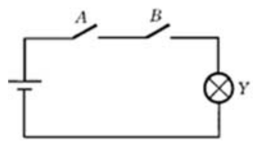
与（AND） 或（OR） 非（NOT）



三种电路的因果关系有何不同？

用A,B=1表示开关闭合，A,B=0表示开关断开；

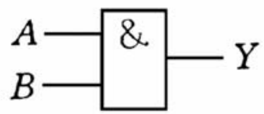
用Y=1表示灯亮，Y=0表示灯灭。



与

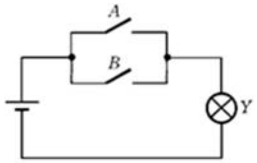
- 条件同时具备，结果发生
- $Y=A\ \ AND\ \ B\ =A\&B=A\cdot B=AB$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



国家标准

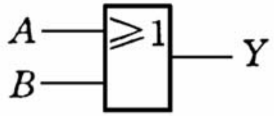
国际标准



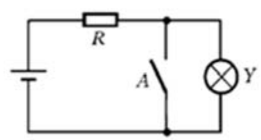
或

- 条件之一具备，结果发生
- $Y = A\ OR\ B = A+B$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



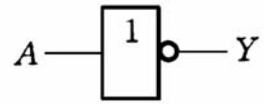
或



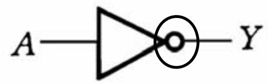
非

- 条件不具备，结果发生
- $Y = NOT\ A = \overline{A} = A'$

A	Y
0	1
1	0

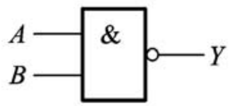


非



2.3 几种常用的复合逻辑运算

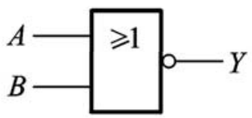
几种常用的复合逻辑运算



与非

$Y=(A \cdot B)'$

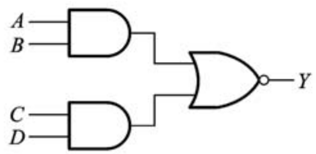
与非

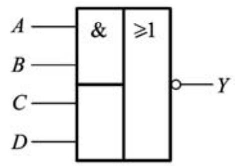


或非

$Y=(A+B)'$

或非





与或非

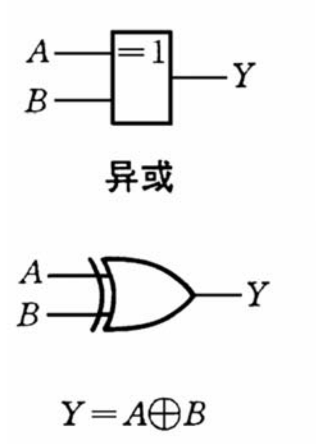
$Y=(A \cdot B+C \cdot D)'$

与或非

异或

$Y = A \oplus B$

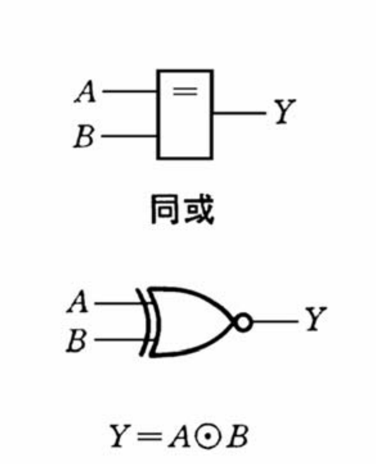
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

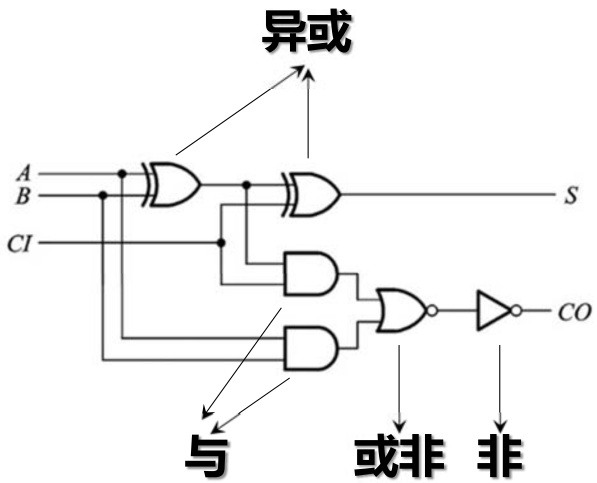


同或

$Y = A \odot B$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1





2.4 逻辑代数中的基本公式和常用公式

逻辑代数中的基本公式和常用公式

1. 基本公式

序号	公式		序号	公式
			10	$1'=0;\ 0'=1$
1	$\mathbf{0}\,A=\mathbf{0}$		11	$1+A=1$
2	$1\,A=A$		12	$0+A=A$
3	$A\,A=A$	重叠律	13	$A+A=A$
4	$A\,A'=0$	互补律	14	$A+A'=1$
5	$A\,B=B\,A$	交换律	15	$A+B=B+A$
6	$A\,(B\,C)=(A\,B)\,C$	结合律	16	$A+(B+C)=(A+B)+C$
7	$A\,(B+C)=A\,B+A\,C$	分配律	17	$A+B\,C=(A+B)(A+C)$
8	$(A\,B)'=A'+B'$	反演律	18	$(A+B)'=A'B'$
9	$(A')'=A$	还原律		

公式（17）的证明（公式推演法）：

17	$A+B\,C=(A+B)(A+C)$

$$\begin{aligned}
右 &= (A+B)(A+C)\\
&= A+AB+AC+BC\\
&= A(1+B+C)+BC\\
&= A+BC = 左
\end{aligned}$$

公式（8）的证明（穷举法）：

8	$(A\,B)'=A'+B'$

$A\ \ B$	AB	$(AB)'$	A'	B'	$A'+B'$
0 0	0	1	1	1	1
0 1	0	1	1	0	1
1 0	0	1	0	1	1
1 1	1	0	0	0	0

2. 若干常用公式

序号	公式
1	$A+A\,B=A$
2	$A\,(A+B)=A$
3	$A\,B+A\,B'=A$
4	$A+A'B=A+B$
5	$A\,B+A'\,C+B\,C=A\,B+A'\,C$ $A\,B+A'\,C+B\,CD=A\,B+A'\,C$
6	$A\,(AB)'=A\,B';\ A'\,(AB)'=A'$

2.5 逻辑代数中的基本定理

逻辑代数中的基本定理

1. 代入定理

在任何一个包含A的逻辑等式中，若以另外一个逻辑式代入式中A的位置，则等式依然成立。

$$A+BC = (A+B)(A+C)$$

$$A+B(CD) = (A+B)(A+CD)$$

$$=(A+B)(A+C)(A+D)$$

$$(A \cdot B)' = A' + B'$$

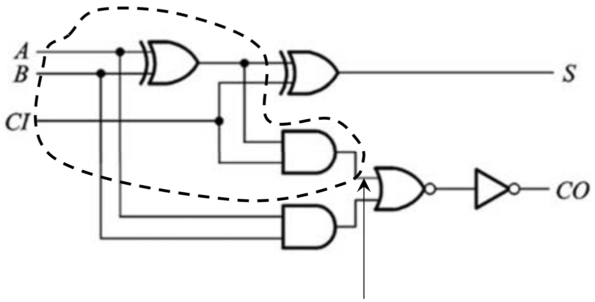
以$B \cdot C$代入B

$$\Downarrow$$

$$(A \cdot B \cdot C)' = A' + (BC)'$$

$$= A' + B' + C'$$

代入定理



2. 反演定理

对任一逻辑式 $Y \Rightarrow Y'$ ：

$\bullet \Rightarrow +,\ \ + \Rightarrow \bullet,\ \ 0 \Rightarrow 1,\ \ 1 \Rightarrow 0,$

原变量 $\Rightarrow$ 反变量

反变量 $\Rightarrow$ 原变量

变换顺序 先括号，然后与，最后或

不属于单个变量的上的反号保留不变

$$Y = A'(B + C) + CD$$

$$Y' = (A + B'C')(C' + D')$$

$$= AC' + B'C' + AD' + \cancel{B'C'D'}$$

3. 对偶定理

对任一逻辑式 $Y \Rightarrow Y^D$：$\bullet \Rightarrow +, \ + \Rightarrow \bullet, \ 0 \Rightarrow 1, \ 1 \Rightarrow 0$

对偶定理：若$F = G$,则$F^D = G^D$

序号	公式	序号	公式
		10	$1' = 0$; $0' = 1$
1	$0\ A = 0$	11	$1 + A = 1$
2	$1\ A = A$	12	$0 + A = A$
3	$A\ A = A$	13	$A + A = A$
4	$A\ A' = 0$	14	$A + A' = 1$
5	$A\ B = B\ A$	15	$A + B = B + A$
6	$A\ (B\ C) = (A\ B)\ C$	16	$A + (B + C) = (A + B) + C$
7	$A\ (B + C) = A\ B + A\ C$	17	$A + B\ C = (A + B)(A + C)$
8	$(A\ B)' = A' + B'$	18	$(A + B)' = A'B'$
9	$(A')' = A$		

对偶

2.6 逻辑函数及其表示方法

逻辑函数及其表示方法

逻辑函数

若以逻辑变量为输入，运算结果为输出，则输入变量取值确定以后，输出的取值也随之而定。输入和输出之间是一种函数关系。

$Y = F(A, B, C, \cdots\cdots)$

在二值逻辑中，输入/输出都只有两种取值0/1。

逻辑函数的表示方法

- **真值表**
- **逻辑图**
- **逻辑式**
- **波形图**

1. 真值表

输入变量 $A\ \ B\ \ C\cdots$	输出变量 $Y_1\ \ Y_2\cdots$
穷举输入变量所有可能的取值组合	在特定的输入变量取值下，所对应的输出值

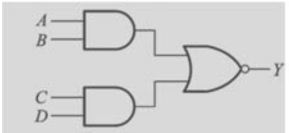
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2. 逻辑式

将输入/输出之间的逻辑关系用与/或/非的运算式进行表示。 $Y = (AB + CD)'$

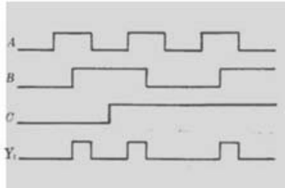
3. 逻辑图

用逻辑图形符号表示逻辑运算关系，与电路的实现相对应。

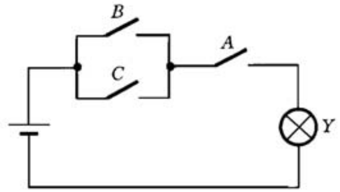


4. 波形图

将输入变量所有取值组合与对应输出按时间顺序排列，画成波形。



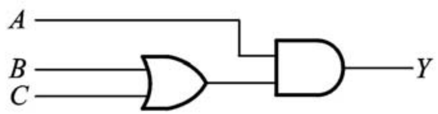
举例：举重裁判电路



用A, B, C=1/0表示开关闭合/断开；

用Y=1/0表示灯亮/灭。

$$Y = A \cdot (B + C)$$

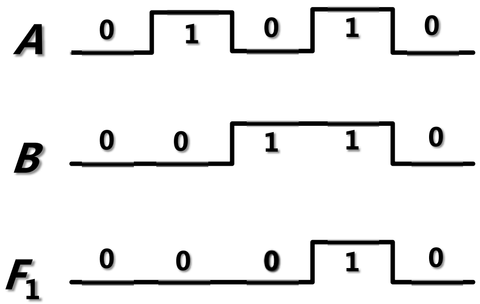


A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2.7 逻辑函数表示方法之间的转换

逻辑函数表示方法之间的转换

1. 波形图 ⟹ 真值表



A	B	F_1
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2. 真值表 ⟹ 逻辑式

这三种取值的任何一种都使 Y=1，而：

- A=0,B=1,C=1 <=> $A'BC$ =1
- A=1,B=0,C=1 <=> $AB'C$ =1
- A=1,B=1,C=0 <=> ABC' =1

所以 $Y= A'BC + AB'C + ABC'$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

真值表 ⟹ 逻辑式

- 找出真值表中使 Y=1 的输入变量取值组合；
- 将每个取值组合写成一个与项，其中取值为1的写原变量，取值为0的写反变量；
- 将这些与项相或即得Y。

3. 逻辑式 ⟹ 真值表

- 把输入变量所有的取值组合逐个代入逻辑式中，求输出，列表。

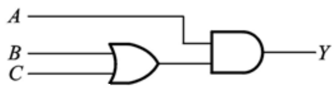
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$Y= A'BC + AB'C + ABC'$

4. 逻辑式 ⟹ 逻辑图

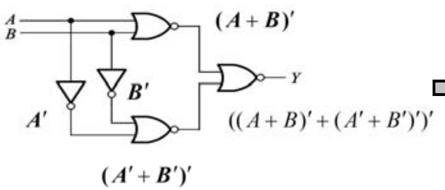
- 用图形符号代替逻辑式中的逻辑运算符。

$$Y = A\cdot(B+C) \Longrightarrow$$



5. 逻辑图 ⟹ 逻辑式

- 从输入到输出逐级写出每个图形符号对应的逻辑运算式。



$$
\begin{aligned}
&((A+B)'+(A'+B')')' \\
&=(A+B)(A'+B') \\
&=AB'+A'B \\
&=A\oplus B
\end{aligned}
$$

6. 逻辑式 ⟺ 逻辑式

- 与或式：

$$Y = AC + BC'$$

- 与非-与非式：

$$Y = ((AC)'(BC')')'$$

- 或与式：

$$Y = (B + C)(A + C')$$

- 或非-或非式：

$$Y = ((B+C)' + (A+C')')'$$

- 与或非式：

$$Y = (B'C' + A'C)'$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2.8 逻辑函数的公式化简法

逻辑函数的公式化简法

1. 逻辑式的最简形式

以最简与或逻辑式为例：

1）包含的与项已经最少；

2）每个与项的因子也已经最少。

$$Y_1 = ABC + B'C + ACD$$

$$Y_2 = AC + B'C$$

2. 公式化简法

反复应用基本公式和常用公式，消去多余的与项和多余的因子。

例：$Y = AC + B'C + BD' + CD' + A(B + C') + A'BCD' + AB'DE$

$$= AC + B'C + BD' + CD' + A(B'C)' + AB'DE$$

$$= AC + B'C + BD' + CD' + A + AB'DE$$

$$= A + B'C + BD' + CD'$$

$$= A + B'C + BD'$$

公式化简法

$Y = \underline{AC} + B'C + BD' + CD' + A(B + C') + A'BCD' + AB'DE$

$AB+\underline{AC'}$

$$=\underline{A}+B'C+BD'+\underline{CD'}+AB+A'BCD'+AB'DE$$

$$=A+B'C+BD'+CD'$$

$$=A+B'C+BD'$$

2.9 逻辑函数的最小项之和标准形式

逻辑函数的最小项之和标准形式

1. 最小项

*n*变量逻辑函数的最小项*m*：

- *m*是与项
- 包含*n*个因子
- *n*个变量均以原变量或反变量的形式在*m*中出现一次

对于*n*变量逻辑函数

有2^n个最小项

最小项举例：

- 两变量*A, B*的最小项

$A'B'$，$A'B$，AB'，AB　($2^2=4$个)

- 三变量*A,B,C*的最小项

$A'B'C'$，$A'B'C$，$A'BC'$，$A'BC$

$AB'C'$，$AB'C$，ABC'，ABC　($2^3=8$个)

最小项的编号：

最小项	*A B C* 取值	对应 十进制数	编号
$A'B'C'$	0 0 0	0	m_0
$A'B'C$	0 0 1	1	m_1
$A'BC'$	0 1 0	2	m_2
$A'BC$	0 1 1	3	m_3
$AB'C'$	1 0 0	4	m_4
$AB'C$	1 0 1	5	m_5
ABC'	1 1 0	6	m_6
ABC	1 1 1	7	m_7

最小项的性质:

- 在输入变量任一取值下，有且仅有一个最小项的值为1；
- 全体最小项之和为1；
- 任何两个最小项之积为0；
- 两个相邻的最小项之和可以合并，消去一对因子，只留下公共因子。

相邻：仅一个因子不同的最小项,如：

$A'BC'$与$A'BC$

$A'BC'+A'BC=A'B(C'+C)=A'B$

2. 与或式$\Longrightarrow$最小项之和

$$\begin{aligned}Y(A,B,C) &= ABC'+BC\\ &= ABC'+BC(A+A')\\ &= ABC'+ABC+A'BC\\ &= \sum m(3,6,7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y(A,B,C,D) &= AB'C'D+BCD'+B'C\\ &= AB'C'D+(A+A')BCD'+B'C(D+D')\\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots+B'CD+B'CD'\\ &= \cdots\cdots\cdots\cdots+(A+A')B'CD+(A+A')B'CD'\end{aligned}$$

2.10 逻辑函数的最大项之积标准形式

逻辑函数的最大项之积标准形式

1. 最大项

*n*变量逻辑函数的最大项*M*：

- 是或项
- 包含*n*个因子
- *n*个变量均以原变量或反变量的形式在*M*中出现一次

对于*n*变量逻辑函数

有2^n个最大项

最大项举例：

- **两变量*A, B*的最大项**

$A'+B'$，$A'+B$，$A+B'$，$A+B$ （$2^2=4$个）

- **三变量*A,B,C*的最大项**

$A'+B'+C'$，$A'+B'+C$，$A'+B+C'$，
$A'+B+C$，$A+B'+C'$，$A+B'+C$，
$A+B+C'$，$A+B+C$ （$2^3=8$个）

最大项的编号：

最大项	*A B C* 取值	对应十进制数	编号
$A'+B'+C'$	1 1 1	7	M_7
$A'+B'+C$	1 1 0	6	M_6
$A'+B+C'$	1 0 1	5	M_5
$A'+B+C$	1 0 0	4	M_4
$A+B'+C'$	0 1 1	3	M_3
$A+B'+C$	0 1 0	2	M_2
$A+B+C'$	0 0 1	1	M_1
$A+B+C$	0 0 0	0	M_0

最大项的性质：

- **在输入变量任一取值下，有且仅有一个最大项的值为0；**
- **全体最大项之积为0；**
- **任何两个最大项之和为1；**
- **两个相邻的最大项之积可以合并，消去一对因子，只留下公共因子。**

相邻：仅一个因子不同的最大项,如：

$$A'+B+C \text{ 和 } A'+B+C'$$

$$(A'+B+C)(A'+B+C')=A'+B+CC'=A'+B$$

2. 或与式⟹最大项之积

$$\begin{aligned}Y(A,B,C)&=(A+B+C')(B+C)\\&=(A+B+C')(B+C+AA')\\&=(A+B+C')(B+C+A)(B+C+A')\\&=\prod M(0,1,4)\end{aligned}$$

2.11 最小项和最大项的关系

最小项与最大项的关系：$\boxed{m_i = M_i'}$

$A\ B\ C$	最小项m_i		最大项M_i	
0 0 0	$A'B'C'$	m_0	$A+B+C$	M_0
0 0 1	$A'B'C$	m_1	$A+B+C'$	M_1
0 1 0	$A'BC'$	m_2	$A+B'+C$	M_2
0 1 1	$A'BC$	m_3	$A+B'+C'$	M_3
1 0 0	$AB'C'$	m_4	$A'+B+C$	M_4
1 0 1	$AB'C$	m_5	$A'+B+C'$	M_5
1 1 0	ABC'	m_6	$A'+B'+C$	M_6
1 1 1	ABC	m_7	$A'+B'+C'$	M_7

最小项之和转换为最大项之积：

$$Y = \sum m_i$$

$$\Downarrow$$

$$Y' = \sum_{k \neq i} m_k$$

$$\Downarrow$$

$$Y = \left(\sum_{k \neq i} m_k\right)'$$

$$\Downarrow$$

$$Y = \prod_{k \neq i} m_k' = \prod_{k \neq i} M_k$$

最小项之和 ⟹ 最大项之积

$$Y = \underbrace{A'BC'}_{m_2} + \underbrace{AB'C}_{m_5} + \underbrace{ABC'}_{m_6} + \underbrace{ABC}_{m_7}$$

$$\Downarrow$$

$$Y' = \underbrace{A'B'C'}_{m_0} + \underbrace{A'B'C}_{m_1} + \underbrace{A'BC}_{m_3} + \underbrace{AB'C'}_{m_4}$$

$$\Downarrow$$

$$Y = \underbrace{(A+B+C)}_{M_0}\underbrace{(A+B+C')}_{M_1}\underbrace{(A+B'+C')}_{M_3}\underbrace{(A'+B+C)}_{M_4}$$

2.12 逻辑函数的卡诺图表示

逻辑函数的卡诺图表示

1. 卡诺图

- 逻辑函数最小项之和的一种图形表示
- 用2^n个小方格分别代表n 变量的所有最小项，并将它们排列成矩阵，而且使几何位置相邻的两个最小项在逻辑上也是相邻的

—就得到n变量的卡诺图(Karnaugh Map)。

2. 卡诺图表示方法

- 二变量

A \ B	0	1
0	$A'B'$ m_0	$A'B$ m_1
1	AB' m_2	AB m_3

- 三变量

A \ BC	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

- 四变量

AB \ CD	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

- 五变量

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}	m_{30}	m_{31}	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

相邻关系：
一是相接，即上下或左右紧挨着；
二是相对，即任意一行或一列的两端；
三是相重，即对折起来位置重合。

3. 用卡诺图表示逻辑函数

- 将逻辑函数表示为最小项之和的形式；
- 在卡诺图上与这些最小项对应的方格上填入1，其余方格填入0。

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	0	1
11	0	0	1	0
10	1	1	1	1

$$
\begin{aligned}
Y(A,B,C,D) &= A'B'C'D + A'BD' + AB' + ABCD \\
&= A'B'C'D + (C+C')A'BD' + AB'(C+C')(D+D') + ABCD \\
&= \sum m(1,4,6,8,9,10,11,15)
\end{aligned}
$$

用卡诺图表示逻辑函数（简化方案）

- 确定使每个与项为1的所有输入变量取值，并在卡诺图上对应方格填入1；
- 其余的方格填入0(或不填)。

$$Y = C + AB'$$

C \ AB	00	01	11	10
0				1
1	1	1	1	1

第一个与项 C：

当ABC=xx1(x表示可以为0，也可以为1)时该与项为1，在卡诺图上对应四个方格(m_1，m_3，m_5，m_7)处填1；

第二个与项 AB'：

当ABC=10x时该与项为1，在卡诺图上对应两个方格(m_4，m_5)处填1。

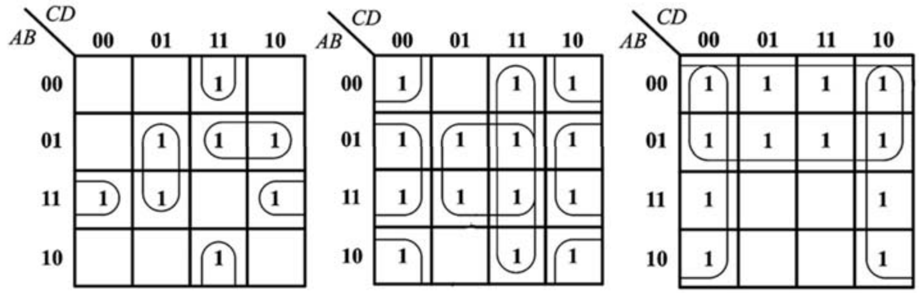
2.13 逻辑函数的卡诺图化简法

逻辑函数的卡诺图化简法

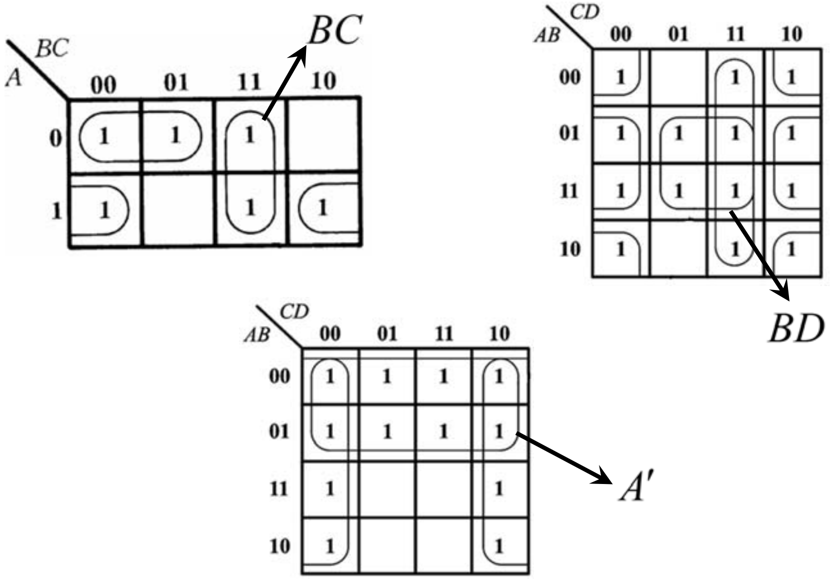
✓两个相邻最小项可合并为一项，消去一个因子

✓四个相邻最小项可合并为一项，消去两个因子

✓八个相邻最小项可合并为一项，消去三个因子

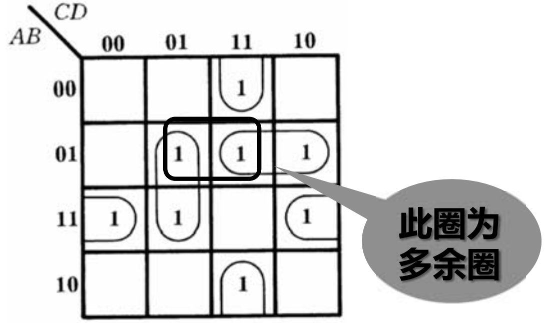


合并后的与项



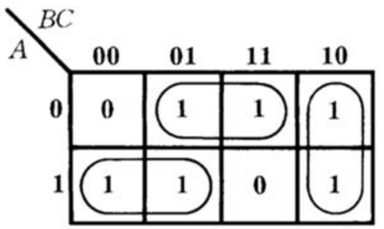
卡诺图化简的原则

- 与项的数目最少，即圈成的矩形数最少；
- 每个与项的因子最少，即圈成的矩形最大；
- 保证每个圈中至少有一个“1”只被圈过一次，否则该圈是多余的。

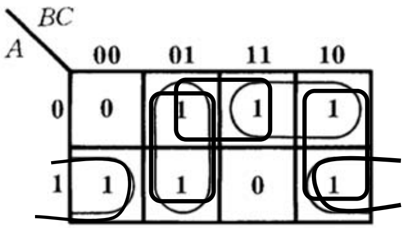


例：$Y(A,B,C)= AC'+A'C+B'C+BC'$

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1	1		1

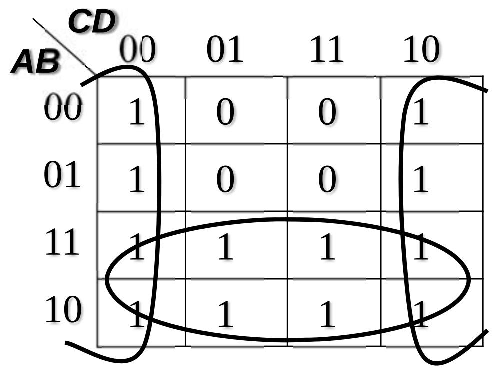


$AB'+A'C+BC'$



$AC'+A'B+B'C$

例： $Y= ABC+ABD+AC'D+C'D'+AB'C+A'CD'$



$A+D'$

2.14 具有无关项的逻辑函数化简

具有无关项的逻辑函数及其化简

- 约束项：逻辑函数中对输入变量的取值有限制，与这些被限制的取值对应的最小项称为约束项
- 任意项：在输入变量某些取值下，函数值为1或0不影响逻辑电路的功能，与这些取值对应的最小项称为任意项
- 无关项：约束项和任意项统称为无关项，它们可以写入逻辑式，也可以不写入逻辑式。

具有无关项的逻辑函数化简

- 合理地利用无关项，可得更简单的化简结果
- 加入无关项，应使化简后的项数最少，每项的因子最少
- 从卡诺图上直观地看，加入无关项，应使矩形圈最大，矩形数最少

例：$Y = A'B'C'D + A'BCD + AB'C'D'$

给定约束条件为：

$A'B'CD + A'BC'D + ABC'D' + AB'C'D + ABCD + ABCD' + AB'CD' = 0$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01			1	
11				
10	1			

例：$Y = A'B'C'D + A'BCD + AB'C'D'$

给定约束条件为：

$A'B'CD + A'BC'D + ABC'D' + AB'C'D + ABCD + ABCD' + AB'CD' = 0$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	x	0
01	0	x	1	0
11	x	0	x	x
10	1	x	0	x

$A'D$

AD'

例：$Y(A, B, C, D) = \sum m(2,4,6,8)$

约束条件：$m_5 + m_{10} + m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15} = 0$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	x	0	1
11	x	x	x	x
10	1	0	x	x

$Y = AD' + BD' + CD'$

2.15 逻辑函数的机器化简法

逻辑函数的机器化简法

1. Q-M法

- $Y(A,B,C,D) = \Sigma m(0,3,4,5,6,7,8,10,11)$

合并前的最小项		第一次合并结果（含n−1个变量的乘积项）		第二次合并结果（含n−2个变量的乘积项）	
编号	A B C D	编号	A B C D	编号	A B C D
0	0 0 0 0 √	0, 4 0, 8	0 − 0 0 P_1 − 0 0 0 P_2		
4 8	0 1 0 0 √ 1 0 0 0 √	4, 5 4, 6 8, 10	0 1 0 − √ 0 1 − 0 √ 1 0 − 0 P_3	4, 5, 6, 7	0 1 − − P_7
3 5 6 10	0 0 1 1 √ 0 1 0 1 √ 0 1 1 0 √ 1 0 1 0 √	3, 7 3, 11 5, 7 6, 7 10, 11	0 − 1 1 P_4 − 0 1 1 P_5 0 1 − 1 √ 0 1 1 − √ 1 0 1 − P_6		去重
7 11	0 1 1 1 √ 1 0 1 1 √				

2. 利用Multisim的化简

例:已知逻辑函数Y的真值表如下,试用Multisim求出 Y的逻辑函数式,并将其化简为与-或形式

A	*B*	*C*	*Y*
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1