



Aufgabe 12.1 [3+3+3 Punkte] Terminierung

Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden abgeleiteten Regeln:

a)

$$\frac{e = []}{(\text{match } e \text{ with } [] \rightarrow e_1 \mid x :: xs \rightarrow e_2) = e_1}$$

b)

$$\frac{e \text{ terminiert} \quad e = e' :: e''}{(\text{match } e \text{ with } [] \rightarrow e_1 \mid x :: xs \rightarrow e_2) = e_2[e'/x, e''/xs]}$$

c) Gegeben sei nun $e_1 := (\text{fun } x \rightarrow \text{match } x \text{ with } [] \rightarrow 1 \mid x :: xs \rightarrow 42) [1; 2; 3]$ und $e_2 := (\text{fun } x \rightarrow 42) 5$. Zeigen Sie, dass $e_1 = e_2$ gilt.

Aufgabe 12.2 Tutoraufgabe: Terminierung

Es sei die folgende abgeleitete Regel betrachtet.

$$\frac{e_0 = \text{fun } x \rightarrow e \quad e_1 \text{ terminiert}}{e_0 \ e_1 = e[e_1/x]}$$

a) Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass auf die Voraussetzung „ e_1 terminiert“ nicht verzichtet werden kann.

b) Zeigen Sie die Gültigkeit obiger Regel.

Aufgabe 12.3 Tutoraufgabe: Gleichheit von fact, map und comp

a) Es seien folgende, bekannte Definitionen gegeben:

```
let rec fact = fun n ->
  match n with
  | 0 -> 1
  | n -> n * fact (n-1)

let rec fact_aux = fun x n ->
  match n with
  | 0 -> x
  | n -> fact_aux (n*x) (n-1)

let fact_iter = fact_aux 1
```

Zeigen Sie, dass unter der Voraussetzung, dass alle Aufrufe terminieren,

$$\text{fact_iter } n = \text{fact } n$$

für alle nicht-negativen ganzen Zahlen $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

b) Es seien folgende, bekannte Definitionen gegeben:

```
let comp = fun f g x -> f (g x)

let rec map = fun op l ->
  match l with
  [] -> []
  | x::xs -> op x :: map op xs
```

Zeigen Sie, dass unter der Voraussetzung, dass alle Aufrufe terminieren,

$$\text{map (comp f g)} = \text{comp (map f) (map g)}$$

für alle f und g gilt.