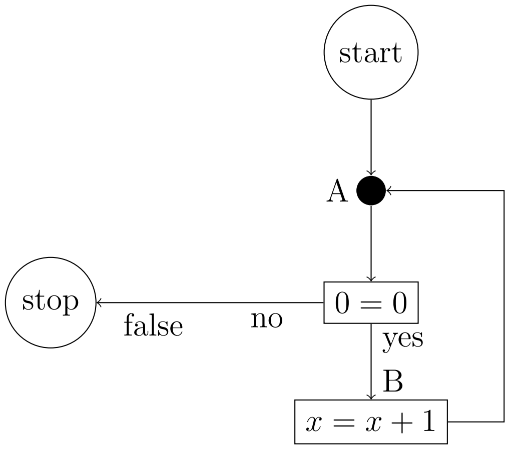
Lehrstuhl für Sprachen und Beschreibungsstrukturen WS 2015/16
Einführung in die Informatik 2 **Übungsblatt 4**
Prof. Dr. Helmut Seidl, Ralf Vogler, Stefan Schulze Frielinghaus

Aufgabe 4.1 [3 Punkte] **Hausaufgabe**

Gegeben sei folgendes Programm:



Zeigen Sie, dass am Programmende 'false' gilt, indem Sie Bedingungen A und B angeben und zeigen, dass diese lokal konsistent sind.

Lösungsvorschlag 4.1

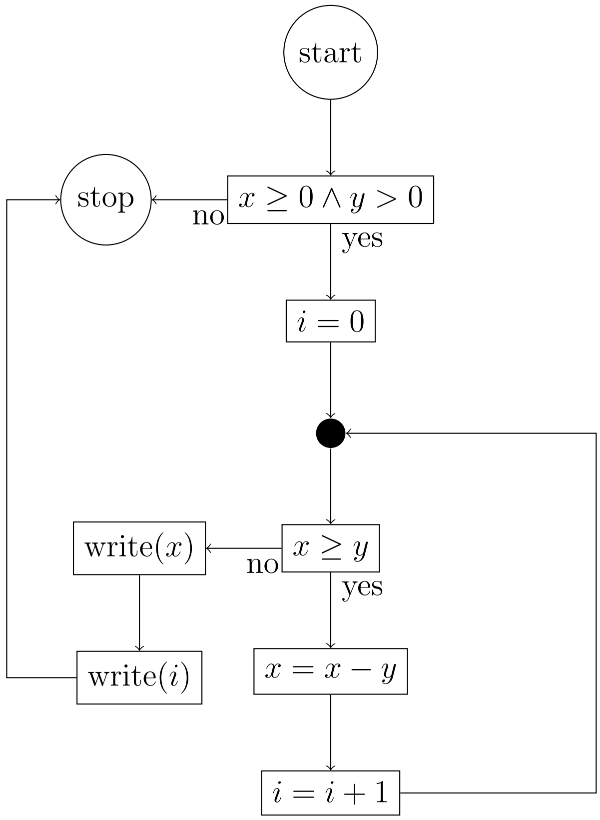
Sei A=B=true dann gilt

$$\mathsf{WP}[\![0 = 0]\!](\text{false}, \text{true}) \quad = \quad (0 \neq 0 \land \text{false}) \lor (0 = 0 \land \text{true}) \quad \Longleftarrow \quad \text{A}$$

$$\mathsf{WP}[\![x = x + 1]\!](\text{true}) \quad = \quad \text{true} \quad \Longleftarrow \quad \text{B}$$

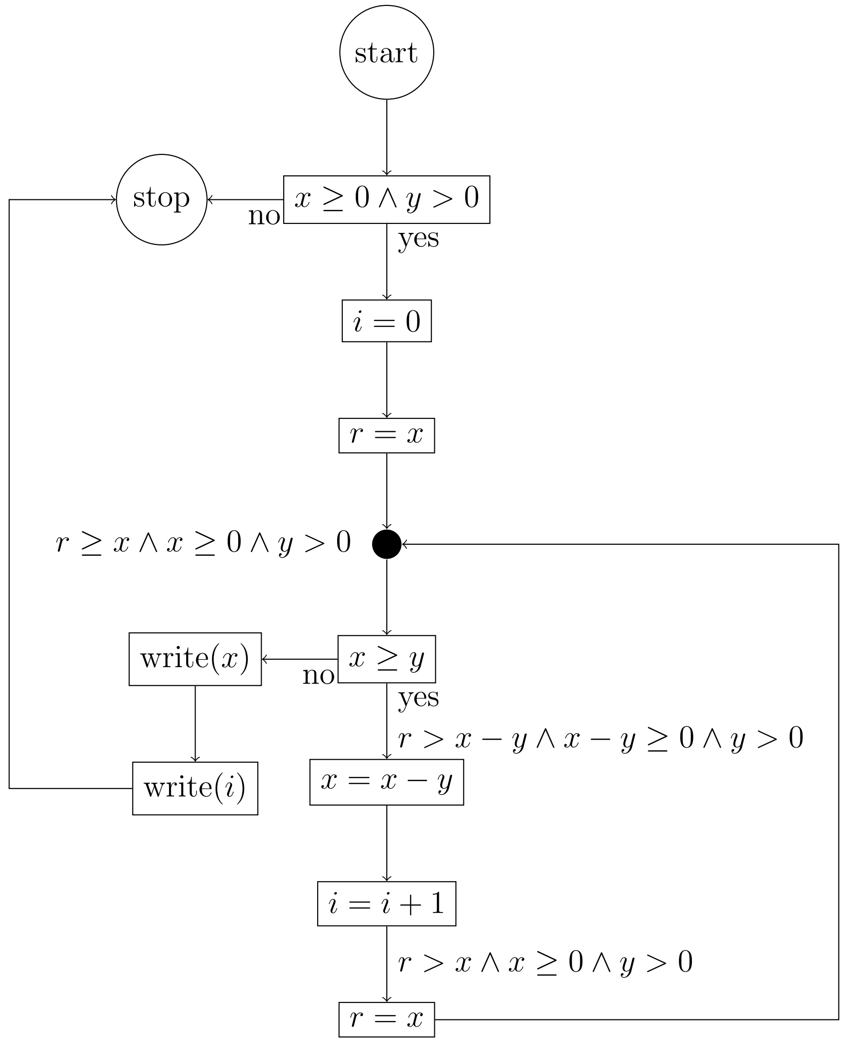
Aufgabe 4.2 [7 Punkte] **Hausaufgabe**

Gegeben sei folgendes Programm:



Zeigen Sie, dass das Programm immer terminiert. Tipp: Gehen sie ähnlich wie für das "Sicheres ggT-Programm" aus der Vorlesung vor.

Lösungsvorschlag 4.2



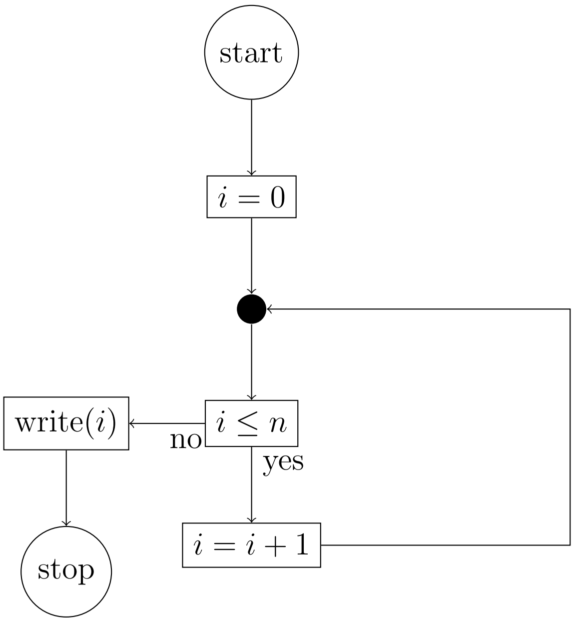
Aufgabe 4.3 Präsenzaufgabe: Terminierung

Zeigen Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung, dass das folgende Programm für $n \geq 0$ immer terminiert.

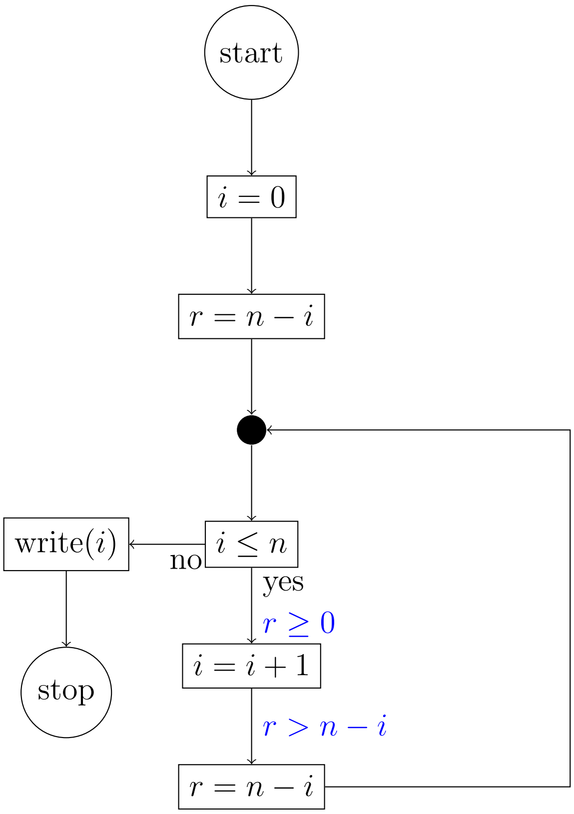
```
for(int i = 0; i <= n; i++){ }
```

Lösungsvorschlag 4.3

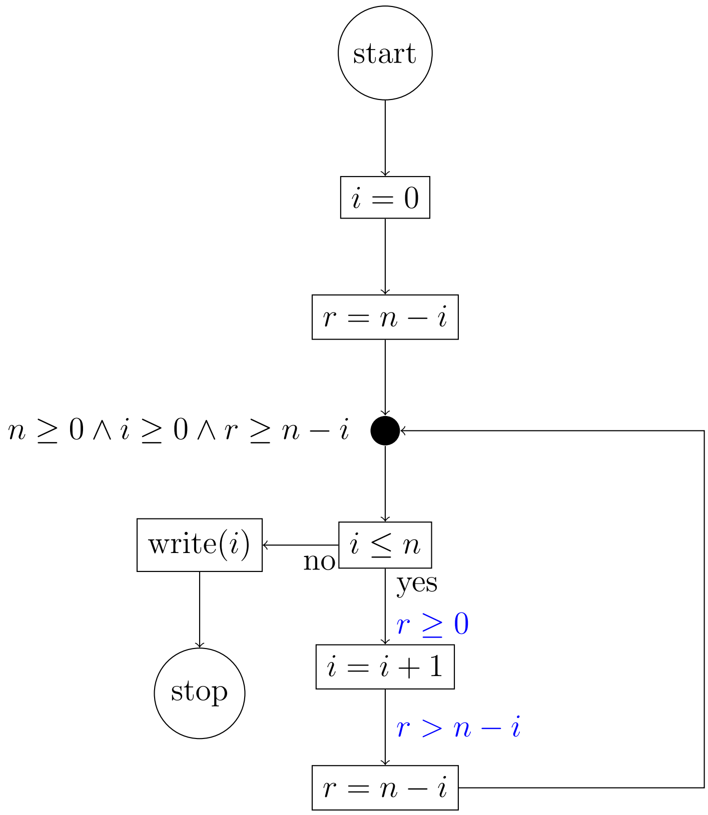
a) Kontrollflussgraph:



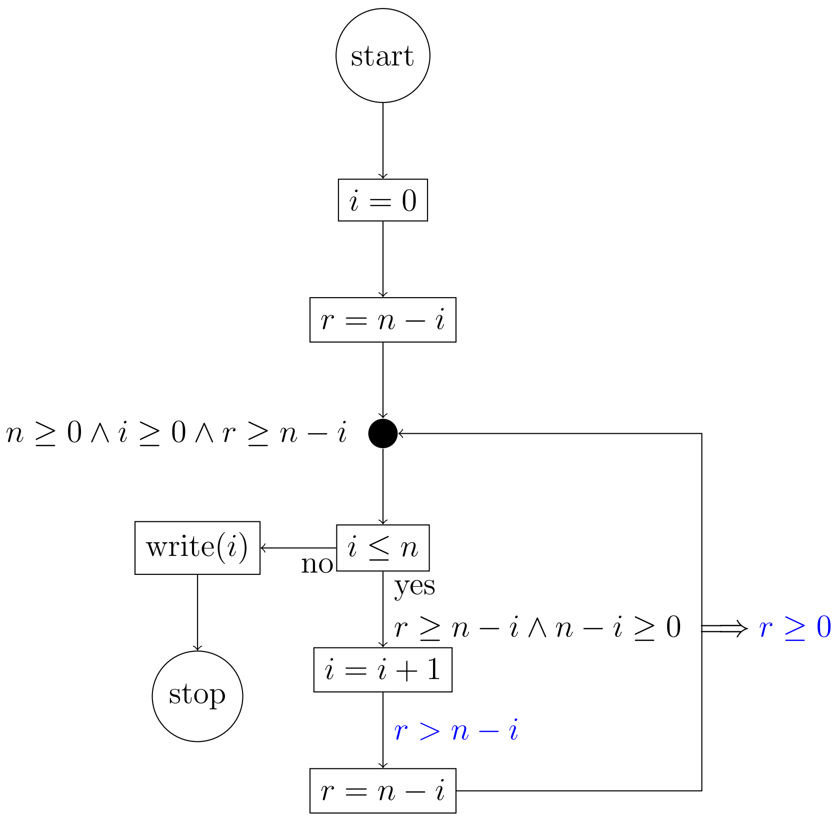
b) Wir brauchen einen Zähler, der die Anzahl der Schleifendurchläufe beschränkt. Dieser Zähler muss entweder strikt größer werden und eine obere Grenze haben oder strikt kleiner werden und eine untere Grenze haben. Der Ausdruck den wir als Zähler verwenden muss mindestens alle Variablen der Abbruchbedingung enthalten, außer Variablen die in der Schleife konstant bleiben. Gültige Tupel (Ausdruck, Grenze) wären also z.B. $(i, n), (i + n, 2n)$ für die erste Variante und $(-i, -n), (n - i, 0)$ für die zweite Variante. Wir entscheiden uns — angelehnt an die Vorlesung — für $(n - i, 0)$. Für den mit dem Zählausdruck $n - i$ instrumentierten Kontrollflussgraphen inklusive den zu zeigenden Terminierungsbedingungen ergibt sich also:



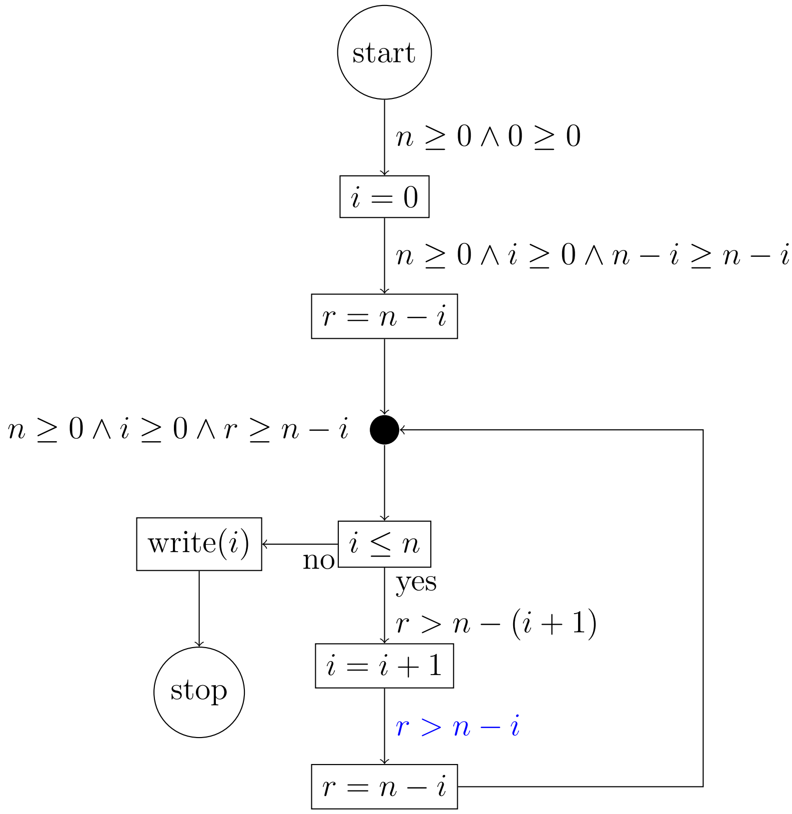
c) Schleifeninvarianten (müssen vor *und* während der ganzen Schleife gelten) zeigen ($n \geq 0$ ist gegeben und n wird nicht modifiziert, $i \geq 0$ durch die Schleife propagiert löst sich auf durch $i \geq 0 \implies i+1 \geq 0$, durch die Nachbedingung der beiden eingehenden Kanten haben wir $r = n - i \implies r \geq n - i$, $r > n - i$ muss noch gezeigt werden):



d) Durch Verwenden der Schleifenbedingung $i \leq n \iff n - i \geq 0$ kann bereits die untere Grenze gezeigt werden:



e) Nun bleibt nur noch $r > n - i$ zu zeigen:



Dass die Vorbedingung gilt, lässt sich mithilfe der schon gezeigten Invarianten folgern:

$$r > n - (i + 1) \iff r + 1 > n - i \iff r \geq n - i$$

Damit haben wir nun an jedem Programmpunkt in der Schleife eine Invariante, die unsere Schleifeninvariante impliziert und alle Bedingungen sind lokal konsistent.