

(*0*)

$$\text{OP} \frac{4 \Rightarrow 4 \quad 5 \Rightarrow 5 \quad 4 + 5 \Rightarrow 9}{4 + 5 \Rightarrow 9}$$

Axiome $v \Rightarrow v$ werde ich in ab hier meistens weglassen

$$\text{APP} \frac{\text{GD} \frac{f = \text{fun } x \rightarrow 2 * x}{f \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow 2 * x} \quad \text{OP} \frac{2 * 4 \Rightarrow 8}{2 * 4 \Rightarrow 8}}{f \ 4 \Rightarrow 8}$$

(*1*)

$$\text{APP} \frac{\text{GD} \frac{f = \text{fun } x \rightarrow 2 * x}{f \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow 2 * x} \quad \text{APP} \frac{\text{GD} \frac{g = \text{fun } x \rightarrow x - 1}{g \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow x - 1} \quad \text{OP} \frac{2 - 1 \Rightarrow 1}{2 - 1 \Rightarrow 1}}{g \ 2 \Rightarrow 1} \quad \text{OP} \frac{2 * 1 \Rightarrow 2}{2 * 1 \Rightarrow 2}}{f \ (g \ 2) \Rightarrow 2}$$

$$\text{APP} \frac{\text{APP} \frac{\text{GD} \frac{\text{diff} = \text{fun } x \rightarrow \text{fun } y \rightarrow x - y}{\text{diff} \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow \text{fun } y \rightarrow x - y}}{\text{diff} \ 3 \Rightarrow \text{fun } y \rightarrow 3 - y} \quad \text{OP} \frac{3 - 2 \Rightarrow 1}{3 - 2 \Rightarrow 1}}{\text{diff} \ 3 \ 2 \Rightarrow 1}$$

(*2*)

$$\text{APP} \frac{\text{APP} \frac{\text{GD} \frac{\text{diff} = \text{fun } x \rightarrow \text{fun } y \rightarrow x - y}{\text{diff} \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow \text{fun } y \rightarrow x - y} \quad \text{APP} \frac{\text{GD} \frac{f = \text{fun } x \rightarrow 2 * x}{f \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow 2 * x} \quad \text{OP} \frac{2 * 5 \Rightarrow 10}{2 * 5 \Rightarrow 10}}{f \ 5 \Rightarrow 10}}{\text{diff} \ (f \ 5) \Rightarrow \text{fun } y \rightarrow 10 - y} \quad \text{OP} \frac{10 - 5 \Rightarrow 5}{10 - 5 \Rightarrow 5}}{\text{diff} \ (f \ 5) \ 5 \Rightarrow 5}$$

$$\text{LD} \frac{5 \Rightarrow 5 \quad \text{APP} \frac{\text{GD} \frac{g = \text{fun } x \rightarrow x - 1}{g \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow x - 1} \quad \text{APP} \frac{\text{GD} \frac{f = \text{fun } x \rightarrow 2 * x}{f \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow 2 * x} \quad \text{OP} \frac{2 * 5 \Rightarrow 10}{2 * 5 \Rightarrow 10}}{f \ 5 \Rightarrow 10}}{g \ (f \ 5) \Rightarrow 9} \quad \text{OP} \frac{10 - 1 \Rightarrow 9}{10 - 1 \Rightarrow 9}}{\text{let } x = 5 \text{ in } g \ (f \ x) \Rightarrow 9}$$

$$\text{LD} \frac{\text{APP} \frac{\text{fun } a \rightarrow a+1 \Rightarrow \text{fun } a \rightarrow a+1 \quad \text{OP} \frac{2 + 1 \Rightarrow 3}{2 + 1 \Rightarrow 3}}{(\text{fun } a \rightarrow a+1) \ 2 \Rightarrow 3}}{\text{let } fa = \text{fun } a \rightarrow a+1 \text{ in } fa \ 2 \Rightarrow 3}$$