1) Induktion über Länge der Liste x.

<u>I. Anf:</u> $\text{rev1 (rev1 x y) z} = \text{rev1 (rev1 [] y) z}$

$\overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 y z} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 y (app [] z)} = \text{rev1 y (app x z)}$

<u>I. Schritt:</u> $x = xs \rightarrow x = h::xs$

<u>I. Schluss:</u> $\text{rev1 (rev1 (h::xs) y) z} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 (rev1 xs (h::y)) z}$

$\overset{\text{I.Ann.}}{=} \text{rev1 (h::y) (app xs z)} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 y (h::app xs z)} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 y (app x z)}$

□

2) Induktion über Länge der Liste x

<u>I. Anf:</u> $\text{rev (rev [])} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev []} \overset{\text{Def.}}{=} \text{[]}$

<u>I. Schritt:</u> $x = xs \rightarrow x = h::xs$

<u>Anmerkung:</u> Da im I-Schritt die I-Annahme nie benötigt wurde, ist die Aufgabe 2) auch über eine Fallunterscheidung x=[] und x=h::xs lösbar

<u>I. Schluss:</u>

$\text{rev (rev (h::xs))} \overset{\text{Def}}{=} \text{rev (app (rev xs) [h])} \overset{\text{Lemma2}}{=} \text{rev (rev1 xs [h])}$

$\overset{\text{Def.}}{=} \text{rev (rev1 (h::xs) [])} \overset{\text{Lemma1}}{=} \text{app (rev (rev1 (h::xs) [])) []} \overset{\text{Lemma2}}{=} \text{rev1 (rev1 (h::xs) []) []}$

$\overset{1)}{=} \text{rev1 [] (app (h::xs) [])} \overset{\text{Lemma1}}{=} \text{rev1 [] (h::xs)} \overset{\text{Def.}}{=} h::xs = x$

□

3) Induktion über Länge der Liste x

<u>I. Anf.:</u> $\text{rev (app (rev []) (rev y))} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev (app [] (rev y))}$

$\overset{\text{Def}}{=} \text{rev (rev y)} \overset{2)}{=} y \overset{\text{Lemma1}}{=} \text{app y []}$

<u>I. Schritt:</u> $x = xs \rightarrow x = h::xs$

<u>I. Schluss:</u> $\text{rev (app (rev (h::xs)) (rev y))} \overset{\text{Lemma2}}{=} \text{rev (rev1 (h::xs) (rev y))}$

$\overset{\text{Def.}}{=} \text{rev (rev1 xs (h::rev y))} \overset{\text{Lemma2}}{=} \text{rev (app (rev xs) (h::rev y))}$

$\overset{2)}{=} \text{rev (app (rev xs) (rev (rev (h::rev y))))}$

$\overset{\text{I.Ann.}}{=} \text{app (rev (h::rev y)) xs}$

$\overset{\text{Lemma2}}{=} \text{rev1 (h::rev y) xs} \overset{\text{Def.}}{=} \text{rev1 (rev y) (h::xs)}$

$\overset{\text{Lemma2}}{=} \text{app (rev (rev y)) (h::xs)} \overset{2)}{=} \text{app y x}$

□