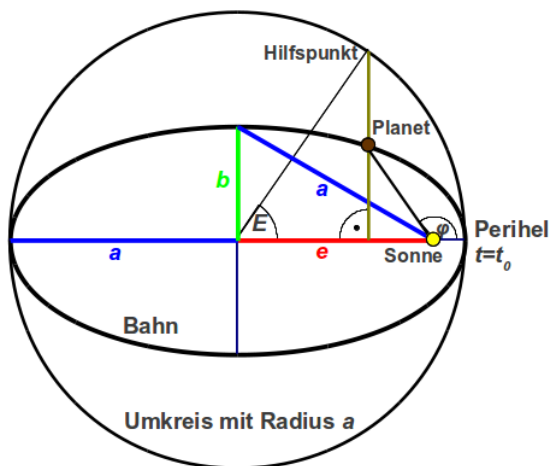


Numerische Nullstellensuche: Keplerproblem

Die Bahnen der Planeten um die Sonne sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Dieser einfache Sachverhalt führt zu einem analytisch nicht lösbaeren Problem, wenn man versucht im System der Sonne, den Betrag des Ortsvektors $\vec{r}(t)$ oder auch den Winkel $\phi(t)$ des Planeten relativ zur Sonne im Zeitverlauf zu berechnen.

Die Orts- Zeitfunktion $r(t)$ lässt sich über die Zeitabhängigkeit der *wahren Anomalie* $\phi(t)$ berechnen, wobei $\phi(t)$ der Winkel zwischen der Verbindungslinie Sonne - Perihel und der Linie Sonne - Planet ist.



$$r = r(\phi(t)) = r(t) = a \cdot \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon \cos \phi}$$

mit

ϕ — wahre Anomalie

ϵ — numerische Exzentrizität,

$$\epsilon = \frac{e}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

e — lineare Exzentrizität,

$$e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

a — große Halbachse der Bahn-Ellipse

b — kleine Halbachse der Bahn-Ellipse

Die wahre Anomalie ist berechenbar aus der *exzentrischen Anomalie* E (Winkel vom Mittelpunkt der Ellipse zu einem Hilfspunkt auf dem Umkreis mit Radius der großen Halbachse (Projektion des Planetenortes auf den Umkreis) relativ zur Verbindungslinie Mittelpunkt - Perihel)

$$\phi = 2\pi - \underbrace{\arccos\left(\frac{\cos E - \epsilon}{1 - \epsilon \cos E}\right)}_{\substack{0 \leq E \leq \pi \\ \pi \leq E \leq 2\pi}}$$

Die exzentrische Anomalie E ergibt sich aus der analytisch nicht lösaren *Kepler-Gleichung*

$$E - \epsilon \sin E = 2\pi \frac{t - t_0}{T}$$

mit

T – Bahnperiode

t_0 – Perihelzeit, Zeit des Erreichens des Sonnen-nächsten Punktes

Aufgaben

Verwenden Sie die in „`/home/data/Programmierung/Uebung10/kepler_template.py`“ vorgegebenen Funktionsdeklarationen und das Dictionary mit den Planetendaten als Grundlage für ihr Skript!

1. Schreiben Sie eine Funktion, die mit Hilfe des Newtonschen Näherungsverfahrens die exzentrische Anomalie zu beliebigen Zeiten während eines vollständigen Umlaufs (startend im Perihel) für elliptische Bahnen um die Sonne berechnet!
2. Berechnen Sie in geeigneten Zeitabständen mit Hilfe der exzentrischen Anomalie jeweils die wahre Anomalie und den Abstand des Himmelskörpers von der Sonne für die Erde, Pluto und den Halley'schen Kometen während eines Umlaufs und stellen Sie diese in [Polarkoordinaten](#) grafisch dar!

	Umlaufperiode T	große Halbachse a [AE]	numerische Exzentrizität ϵ
Erde	365.25 d	1.0	0.0167
Pluto	248 a	39.44	0.25
Halley	76 a	17.94	0.97