

# 基于改进的灰狼优化算法的静态连续选址策略

——“俄亥俄汽车牌照、驾驶执照管理局”案例分析

曹泽鸿 ZY2208301

2022.12

## 摘要

本文讨论“选址战略”一章中的“俄亥俄汽车牌照、驾驶执照管理局”案例。丹·罗杰斯为降低俄亥俄州的运营成本，首先选择对克里夫兰地区的汽车牌照、驾驶执照管理局的服务网络进行评估和改进，以在降低成本的同时，提高其运营效率，进一步提升当地的居民服务水平。

丹·罗杰斯考虑影响居民选择接受服务网点的主要因素是居民前往附近管理局的出行距离。因此，具有更低的居民出行成本的网点布局十分重要。另外，管理局网点的开设数量亦影响着经营成本，随着开设数量的增多，经营成本也呈现上升趋势。故本文首先探究丹·罗杰斯提倡采用的以最小化出行成本的多重心法进行网点选址。我们将该方法与层次聚类法结合，在选址前首先对该地区的 71 个方格区域进行分类构成特定数量的群落，接着以出行成本为优化目标利用重心法在各群落内确定重心并对其位置进行迭代修复，最终确定最佳开设数量及其具体布局。由于重心法仅考虑居民出行成本，而未在选址过程中将经营成本纳入优化目标。故我们提出了新的选址模型，综合考虑经营成本与出行成本，并结合改进的灰狼优化算法（Enhanced Grey Wolf Optimizer, EGWO），寻找具有最低总成本的管理局服务网络。

对该地区现有管理局服务网络评价，通过分析网点位置及其成本组成，发现存在极大的不合理性，改善布局十分必要。实验结果表明，两种选址方法求得的网点布局均优于现有网络，大大降低了年经营成本与居民出行成本，从而削减了政府开支并使得服务网络效率更高。对比两方法的选址结果，我们发现基于 EGWO 算法的选址策略可以获得更低的经营成本，从而使得服务网络的总成本更低。这表明基于启发式算法的选址方法在成本控制方面具有更加显著的优势。

**关键词：**选址战略，多重心法，启发式选址方法，改进的灰狼优化算法

# 1 引言

## 1.1 问题背景

本文选择“选址战略”一章中的“俄亥俄汽车牌照、驾驶执照管理局”案例进行分析。丹·罗杰斯考虑如何降低俄亥俄州正在日渐上升的运营成本，而他计划率先改善对汽车牌照、驾驶执照管理局的运营现状，旨在降低成本的同时，提高其运营效率，以进一步提升对居民的服务水平。

为方便居民，全州各地均须布点管理局。但是考虑到资金方面的限制，要尽量削减开设、运营管理局的相关成本，故管理局网点的布局决策不仅要考虑选址具体地理位置及各自规模，还要考虑地区的网点数量。于是，丹·罗杰斯选定俄亥俄州的克里夫兰地区作为试点区，对其现有的网点布局进行考察和评估，并提出改进方案，优化布局，提升居民服务。

丹·罗杰斯考虑影响居民选择服务网点的主要因素是居民住地到管理局的出行距离，故新的网点布局能够使得居民与管理局距离近是十分重要的。为最小化克里夫兰地区居民的出行成本，丹·罗杰斯认为可以采用重心选址法这一类连续选址策略来解决该问题。

## 1.2 研究现状及研究路线

本文所要解决的问题属于静态连续多选址一类问题，即在考虑的影响因素不发生趋势型变化的情况下，在某一平面待选址区域内选择开设新设施的决策问题；并且由于各管理局之间的服务不存在竞争，故可将该问题看成是一类制造企业的选址策略。

采用精确重心法通常可以得到最优选址位置的解析解，所得结果较为理想。该方法考虑制造业中仓库向内运输以及向外运输的费用（在本文解决的问题中，即为各网点服务人群从居住地前往管理局的出行成本），通过迭代修正找出最小化运输/出行成本的重心。精确重心法在解决单设施选址问题中由于其连续选点的特性和简便性很受欢迎，故推广至解决多设施选址问题[1]。但以最小化总成本为目标确定  $N$  个 ( $N \geq 1$ ) 设施位置服务  $M$  个客户/地区的连续选址问题通常为 NP-Hard 问题 [2]，一般需要借助大量算力评价平面内所有可能位置的多种组合方案，十分耗时。故 Esnaf 等人 [3] 将模糊 C-Means 方法与重心法相结合以求得更优的多设施布局，即先利用模糊 C-means 将需求点分为  $c$  个群落，而后再使用重心法为每个群落计算单设施最优建设位置 Bayturk 等人 [4] 将 4 种概率模糊 C-means 算法与重心法结合，用于解决客户位置和客户需求不定、且满足预定服务水平的非空闲平面多设施位置问题。

选址问题实际上是对相关成本的一种权衡 [5]，设施的数量、规模以及具体建造位置都会对总成本产生重要影响。当设施数量较少时，即使网点平均规模较大，但数量较小总运营成本较低，但由于各区域的居民距离网点的平均距离较大，故使得该地区的出行成本较高；相反，当设施数量较大时，该地区居民距离网点的平均距离较短，故出行成本较低，但总运营成本较高。

多重心法在寻找最优设施布局时，通常将运输/出行成本作为唯一优化目标，但现实场景下，设施的建设和运营成本同样影响着管理者做出相应决策。多重心法中包含一些用于初始化仓库位置的原则，可能导致最终结果无法达到最优；另外，设施的运营成本通常在利用多重心法确定具体位置后才被考虑用于方案评价。

是否存在一种方法能够实现综合考虑设施的固定成本和居民出行的变动成本从而在平面内进行连续静态选址呢？启发式方法通常在确定选址位置的过程中将运营成本和运输/出行成本综合考虑，迅速从大量备选方案中找出好的解决方案。启发式方法较为灵活，面对复杂且难以用解析方法求解的目标函数，通常可以在合理的计算时间和存储条件下采用数值逼近的方法求得近似最优解。Kuehn 和 Hamburger[6] 提出了一种用于解决大规模仓库选址问题的启发式方法。Saragih 等人 [7] 提出一种启发式方法用于解决三层供应链系统中的选址-库存-路由规划问题，并利用模拟退火算法（Simulated annealing, SA）优化方案。Crowford 等人 [8] 将人工蜂群算法（Artificial Bee Colony, ABC）应用于解决选址问题中的集合覆盖问题。本文选取灰狼优化算法（Grey Wolf Optimizer, GWO）这一自然启发式算法的变体，即改进的灰狼优化算法（EGWO）替代考虑平面位置所有可能的组合，融合问题特质确定解编码方式并对算法做出改进，以降低计算时间，提高计算效率；在平面内根据各方格区域人口规模确定最优管理局网点布局，以最小化网点的总经营成本和克里夫兰地区居民出行成本。

文章结构如下：第 2 部分在丹·罗杰斯所提出的重心法基础上结合层次聚类法提出用于确定管理局网点最佳位置的规划模型；第 3 部分构建综合优化网点经营成本和居民出行成本的带约束规划模型；第 4 部分分别利用结合层次聚类的多重心法以及基于改进的灰狼优化算法的选址方法求解网点最优布局，并结合考虑是否关闭现有网点及相关成本对开设不同的方案做出评价；第 5 部分，根据方案评价结果得出结论，并对未来相关研究提出设想。

## 2 精确多重心法选址模型

多重心法即是考虑运输成本最小时设施的位置，此时待确定网点数量通常不止一个。这需要预先将被服务区域分配给各提供服务的网点，形成个数与待选址网点数量相同的若干群落，从而在各群落范围内使用精确重心法确定单设施最佳位置。

确定初始选址位置对最终结果有着十分重要的影响。本文选择层次聚类方法首先将全部方格区域按照坐标值划分成特定个数的类别从而形成不同群落，随后确定不同群落的重心作为初始网点选址。下部分对层次聚类法以及多重心法做简要介绍。

## 2.1 模型假设

- (1) 各方格区域内人口被且仅被一个汽车执照、驾驶执照管理局网点服务。通常来讲，居民选择距离其居住地最近的管理局接收服务。在本文建立的多选址模型中，影像客户选择服务的唯一因素仅考虑出行距离。
- (2) 每一个方格区域内人口均集中在方格中心。本文建立的多选址模型中，将各方格区域内的人口分布看成点分布，即方格中心点分布。
- (3) 每一个方格区域内的居民均有接受汽车执照、驾驶执照管理局网点服务的需求，即每年当中，各区域内的每个居民均会产生前往就近网点的出行成本。

## 2.2 层次聚类法

层次聚类方法是一种对给定的数据集进行层次的分解，直到满足特定条件停止。本文选取较为常用的层次凝聚聚类算法 (Hierarchical Agglomerative Clustering)，即自下而上的策略。在该算法中，每个样本点一开始被看作一个“簇”，随后所有“簇”根据一定准则被逐步合并形成新的“簇”组合，该过程反复进行直至左右样本点被归类为一个“簇”或者满足某个终止条件。本文采用的层次聚类算法具体步骤如下：

- (1) 将数据集中的所有样本点作为一个“簇”；
- (2) 按照“**最小距离**”原则计算两两“簇”之间的近邻性，即选择两“簇”中最近的两个样本点（当至少其中一个“簇”含有多个样本点时）的**欧氏距离**两“簇”间距并用矩阵方式表示，并将距离最近的两个“簇”进行合并；
- (3) 重复上述步骤，并更新近邻性矩阵；
- (4) 当数据集中所有样本点被归为一“簇”或预先设定的终止条件满足时，结束聚类。

图 1展示了利用层次聚类法对本文研究的待选址平面的方格区域的分类结果。利用层次聚类法无需预先给定聚类数，从而避免讨论不同网点数量的选址方案时初始选址点对结果的影响；另外，该算法所需参数较少，并且可以发现各类别之间的层次关系，有利于在方案评价环节进行成本分析。

## 2.3 多重心法选址

丹·罗杰斯考虑用重心法来确定网点的最佳布局，故本文讨论多重心法 (Multiple Center-of-Gravity Approach) 所得选址方案。重心法这类静态连续选址模型考虑选择接受某一网点服

务的居民到该网点的出行成本，并尽量使其最小。即：

$$\min TC_i = \sum_{j=1}^{M_i} p_j r_j d_{j,i}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中， $TC_i$  是以网点  $i$  为重心的方格区域群落中居民的总出行成本， $N$  是克里夫兰地区总的管理局网点个数； $M_i$  是以网点  $i$  为重心的群落中方格区域数，用  $M$  表示全部区域数，有  $M = \sum_i^N M_i$ ； $p_j$  是方格区域  $j$  中的人口规模，本文中用于表示执照管理局在每个网点的相应活动； $r_j$  是区域  $j$  中居民的出行费率，本文中各区域居民的出行费率均一致； $d_{j,i}$  是区域  $j$ （方格中心）距离该群落重心处的距离。

本文在利用聚类方法形成数量等于预先设定的待选址网点个数的方格区域群落后，在每个群落中利用式 2，3 确定其重心点作为当前网点的最优选址位置；由于本文讨论的案例中，各区域居民仅根据距离选择距其最近的管理局网点接受服务，故将该地区各区域重新根据距离分配至不同位置的管理局，从而形成新的群落；计算新的各群落重心，并根据方格区域与新选址间的距离调整群落，直至连续两轮选址结果无差异，得到最终的管理局网点最优布局。算法 1 给出了多重心法伪代码。

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_j^{M_i} p_j r_j X_j / d_{j,i}}{\sum_j^{M_i} p_j r_j / d_{j,i}} \quad (2)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_j^{M_i} p_j r_j Y_j / d_{j,i}}{\sum_j^{M_i} p_j r_j / d_{j,i}} \quad (3)$$

---

**Algorithm 1:** 多重心法

---

**Input:** 待选址网点个数  $N$ ，该地区方格区域坐标及人口，居民出行费率

- 1 利用聚类方法将各方格区域划分成与待选址网点个数相等的群落；
- 2 计算各群落的重心暂作为网点位置；
- 3 **while** 两轮迭代所得选址结果有显著差异 **do**
- 4     **for** 区域  $j = 1$  **to**  $M$  **do**
- 5         计算到各管理局网点距离；
- 6         选择最近的网点并重新分配至以其为中心的群落；
- 7     **end**
- 8     **for** 网点  $i = 1$  **to**  $N$  **do**
- 9         利用式 2，3 确定当前群落重心点作为本轮迭代的最佳选址；
- 10    **end**
- 11 **end**

**Output:** 全部网点最佳选址坐标，最佳布局下的该地区总出行成本

---

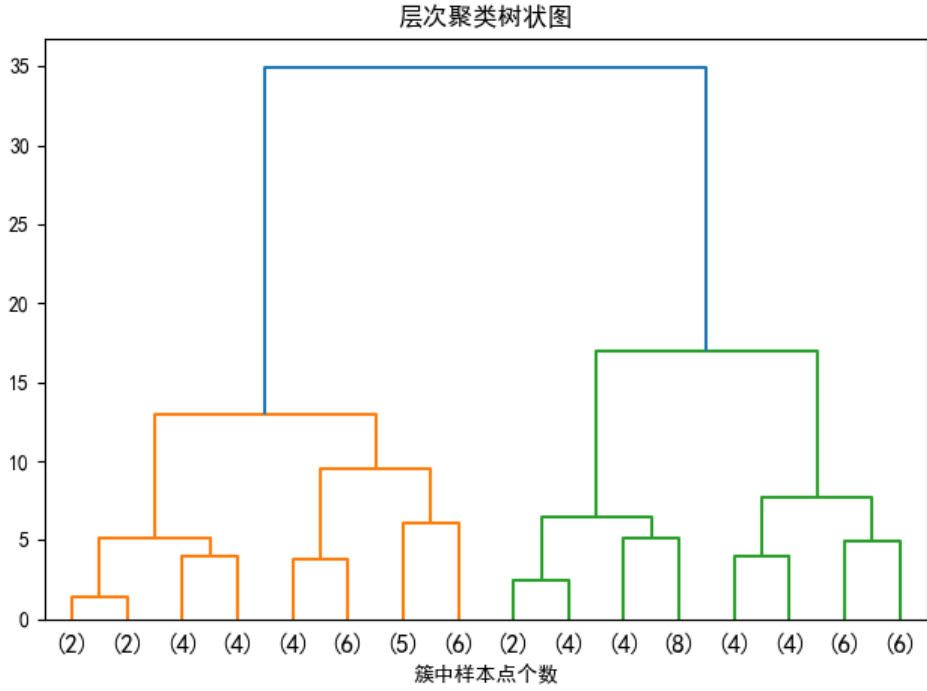


图 1: 层次聚类法对克里夫兰地区方格区域分类结果

### 3 启发式选址模型

丹·罗杰斯作为俄亥俄州计划委员会成员，不仅要考虑管理局网点的布局能否提高该地区的服务水平，更要计划尽量减少管理局的经营成本。上节讨论的重心法选址策略仅考虑居民的出行成本，并未考虑开设的管理局网点相应的经营成本，而仅在方案总体评价时把相应的运营费用纳入考量。本节同时考虑上述两类成本，建立基于改进的灰狼优化算法的选址模型，新模型与重心法选址假设一致。

#### 3.1 目标函数及约束

模型的目标函数由两部分构成：1) 网点总经营成本；2) 居民出行成本。开设不同数量的网点，该两类成本间存在“效益背反”（**trade-off**）。当网点数量过小时，该地区居民出行平均距离较远，出行成本较高；当网点数量过大时，总经营成本较高。因此，网点的开设数量是除选址坐标外另一重要决策变量，本文在优化目标函数过程中给定待选址网点数，讨论不同数量下方案优劣。

模型目标函数为：

$$\min \sum_{i=1}^N OC_i + \sum_{i=1}^N TC_i \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned}
OC_i &= (R + F) * \mathbf{S}(\sum_{j=1}^{M_i} p_j) + W * \mathbf{P}(\sum_{j=1}^{M_i} p_j) \\
&= (22 + 4) * [1, 500 + (\lfloor \frac{\sum_{j=1}^{M_i} p_j - 100,000}{100,000} \rfloor) * 500] \\
&\quad + 21,000 * [4 + (\lfloor \frac{\sum_{j=1}^{M_i} p_j - 100,000}{100,000} \rfloor) * 1], i = 1, 2, \dots, N.
\end{aligned} \tag{5}$$

$$TC_i = \sum_{j=1}^{M_i} p_j r_j d_{j,i}, i = 1, 2, \dots, N. \tag{6}$$

约束条件为,

$$\sum_{i=1}^N I_j = 1, j = 1, 2, \dots, M_i, i = 1, 2, \dots, N. \tag{7}$$

其中

$$I_j = \begin{cases} 1, & \text{若方格区域 } j \text{ 接受网点 } i \text{ 服务} \\ 0, & \text{若方格区域 } j \text{ 不接受网点 } i \text{ 服务} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, M_i, i = 1, 2, \dots, N. \tag{8}$$

其中, 约束条件 7 满足模型假设 (3)。

### 3.2 改进的灰狼优化算法

灰狼优化算法 (**GWO**) 是由 Mirjalili 等人 [9] 提出的自然启发算法。该算法模拟灰狼群体的狩猎过程迭代求得最优解, 适合求解连续空间的数值问题以及解决实际工程问题。算法模仿灰狼群中的社会等级, 分别利用  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\delta$  狼来表示当前迭代的最优解、次优解以及第三优解,  $\omega$  狼代表其他可行解。算法模仿灰狼群围捕猎物行为, 利用  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$  的平均位置估计最优解迭代寻优。

为提高 **GWO** 算法的全局寻优能力以避免结果向空间原点偏移 [10], Luo[10] 提出了增强的灰狼优化算法 (**Enhanced Grey Wolf Optimizer, EGWO**)。EGWO 算法通过对  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$  加权求和估计最优解——称为“**猎物**”, 以确定迭代方向和步长, 并引入扰动因子避免陷入局部最优。当解维度为  $N$  时, 估计“猎物”位置方程为:

$$X_p^d(t) = w_\alpha * X_\alpha^d(t) + w_\beta * X_\beta^d(t) + w_\delta * X_\delta^d(t) + \epsilon(t), d = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

其中,  $X_p^d(t)$  不失一般性地表示  $t$  轮迭代时“猎物”解的第  $d$  个分量;  $X_\alpha^d(t)$ ,  $X_\beta^d(t)$ ,  $X_\delta^d(t)$  分别表示  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  解  $t$  轮迭代时的第  $d$  个分量;  $w_\alpha$ ,  $w_\beta$ ,  $w_\delta$  分别对应最优、次优以及第三优解的权重。为刻画灰狼群中严格的等级制度, 权重  $w = (w_\delta, w_\beta, w_\alpha)$  需满足

$$0 \leq w_\delta < w_\beta < w_\alpha \leq 1, \quad (10)$$

$$w_\alpha + w_\beta + w_\delta = 1. \quad (11)$$

式(9)中, 扰动因子  $\epsilon(t)$  服从均值为 0, 标准差为  $\sigma(t)$  的高斯分布。由于灰狼群狩猎时对“猎物”位置的估计越来越精确, 标准差  $\sigma(t)$  在迭代过程中被设置为动态下降。

确定“猎物”当前位置后, 每只搜索个体均向其移动并根据如下方程更新位置:

$$X_i^d(t+1) = X_p^d(t) - r * |X_p^d(t) - X_i^d(t)|, i = 1, 2, \dots, N_p \quad (12)$$

式中,  $X_i^d(t)$ ,  $X_i^d(t+1)$  分别表示第  $t$ ,  $t+1$  次迭代时第  $i$  个解的第  $d$  分量值;  $r$  是服从  $[-2, 2]$  内均匀分布的随机数;  $N_p$  是种群规模。当  $|r| < 1$  时, 算法将围绕“猎物”位置探索局部最优; 反之, 算法将寻找另外全局更优。

当利用式(12)获得的解超出搜索边界时, 解会通过式(13)表达的反弹机制修正。即,

$$X_i^d(t+1) = \begin{cases} X_i^d(t) + u * (ub^d - X_i^d(t)), & \text{if } X_i^d(t+1) > ub^d \\ X_i^d(t) + u * (lb^d - X_i^d(t)), & \text{if } X_i^d(t+1) < lb^d \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $ub^d$ ,  $lb^d$  分别表示第  $d$  个分量的上界和下届;  $u$  是服从  $[0, 1]$  内均匀分布的随机数。

### 3.3 基于改进的灰狼优化算法的选址策略

#### 3.3.1 解编码方式与初始化

本节讨论的二维平面内的选址问题本质上是通过最小化式(4)表达的网点经营成本与居民出行成本之和来寻找  $N$  个  $1 \times 2$  向量以确定具体坐标作为设施开设位置。因此, 该问题的解  $X$  在形式上是一个  $N \times 2$  的矩阵。由于模型用于平面内连续选址, 故该矩阵每行均有两个浮点数。矩阵第一列各元素不小于案例中克里夫兰地区地图网格列坐标下界, 不大于列坐标上界。同样地, 矩阵第二列各元素不小于案例中克里夫兰地区地图网格行坐标下界, 不大于行坐标上界。图 2 展示了解编码形式。



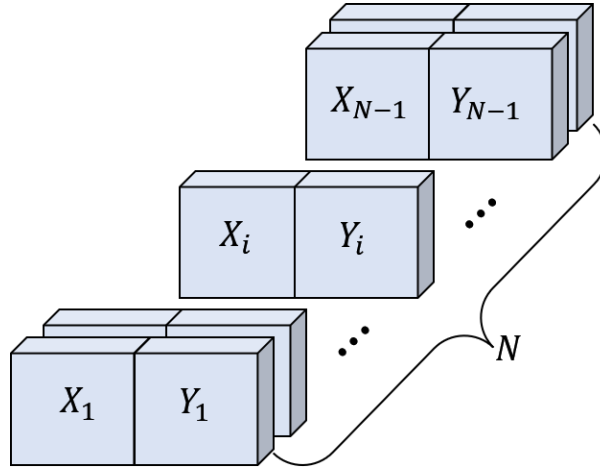


图 2: 解编码方式

通过如下步骤初始化单个可行解:

**Step 1** 设置行计数器  $r = 1$ ;

**Step 2** 分别随机生成 1 个 [列坐标下界, 列坐标上界] 内的浮点数, 以及 1 个 [行坐标下界, 行坐标上界] 内的浮点数, 并将其分别填入可行解矩阵的第  $r$  行第 1 列位置以及第  $r$  行第 2 列位置;

**Step 3** 行计数器  $r = r + 1$ ; 若  $r < N$ , 转至 **Step 2**;

**Step 4** 分别计算可行解矩阵各行坐标距原点的欧式距离, 并按照升序对矩阵各行重新排列;

**Step 5** 输出初始可行解矩阵

### 3.3.2 选址策略及方案评价

基于改进的灰狼优化算法的选址过程如下: 首先随机初始化规模为  $N_p$  的种群, 将各可行解中的每行代表的坐标按照距平面坐标系原点距离升序排列; 计算各可行解适应度值 (由于选址问题为最小化总成本目标函数, 故适应度值即为目标函数值) 并评价, 将种群中个体按照适应度值升序排列并选出前三优解作为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$ ; 估计当前“猎物”位置, 更新种群个体位置, 对新可行解评价并排序, 并更新  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$ , 重复该步骤直至达到最大迭代次数或满足迭代终止条件, 得到当前  $\alpha$  即为最优解, 最低总成本即为  $\alpha$  的适应度值。

## 4 选址实验结果与讨论

本节讨论分别利用精确多重心法与基于改进的灰狼优化算法的启发式选址方法的选址实验结果。我们首先对克里夫兰地区现有的管理局网点布局进行分析, 将方格区域按照就近原则分

---

**Algorithm 2:** 基于改进的灰狼优化算法的选址算法

---

**Input:** 种群规模  $N_p$ , 最大迭代次数  $G$ , 待选址网点个数  $N$

```
1 随机初始化种群, 将各可行解内坐标按照距平面坐标系原点距离升序排列;  
2 计算可行解适应度值, 确定当前  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$ ;  
3 for 迭代次数  $iter = 1$  to  $G$  do  
4   根据式(9)估计当前“猎物”位置;  
5   for  $i = 1$  to  $N_p$  do  
6     根据式(12)更新第  $i$  个可行解;  
7     if 可行解中存在超越上/下边界的元素 then  
8       利用式(13)修正;  
9     end  
10    将更新后的解中各坐标根据距原点距离升序排列;  
11    计算解对应的适应度值;  
12  end  
13 更新当前  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta$ ;  
14 end
```

**Output:** 全部网点最佳选址坐标 (即  $\alpha$ ), 最佳布局下的该地区总出行成本 (即  $\alpha$  对应的适应度值)

---

配给各个网点, 并计算每个网点的服务规模, 以及经营成本与居民的出行成本。实验结果不仅展示了开设不同数量的管理局网点的最佳坐标, 并将其在地图中可视化, 还给出了各网点的经营成本, 以及网点服务范围内的居民出行成本, 并计算网点在数量不同、位置不同的情况下的总成本, 结合考虑由于关闭网点导致的设备搬迁费用以及离职费用, 选择出最佳选址方案。

#### 4.1 克里夫兰地区管理局网点经营现状分析

当前克里夫兰地区共有 8 个管理局网点, 且分布较为分散。图 3 展示了 8 个网点的具体位置, 并按照就近原则将方格区域分配至网点组成群落。计算居民的出行成本, 根据现存网点的店面规模以及店内人数计算管理局的经营成本。表 4.1 展示了计算结果。当前管理局布局方案年总成本为 1,448,256.77 美元。

从表 4.1 可以观察到, 当前的网点布局存在极大的不合理性。以尤克利德管理局为例, 该网点仅服务 4 个区域, 服务人口数占全部管理局服务人口比例最少, 但规模 (面积 + 员工数) 最大, 经营成本最高, 造成不必要的资源浪费, 徒增成本。

另外, 分析表 4.1 中“服务区域数”可以看出, 各管理局网点的服务区域数差异较大, 本质原因为网点的分布与实际地区的人口分布不相适应, 从而使得当前资源冗余, 服务效率较低且成本虚高。因此, 改变克里夫兰地区的汽车牌照、驾驶执照管理局现有的服务网络十分必要。

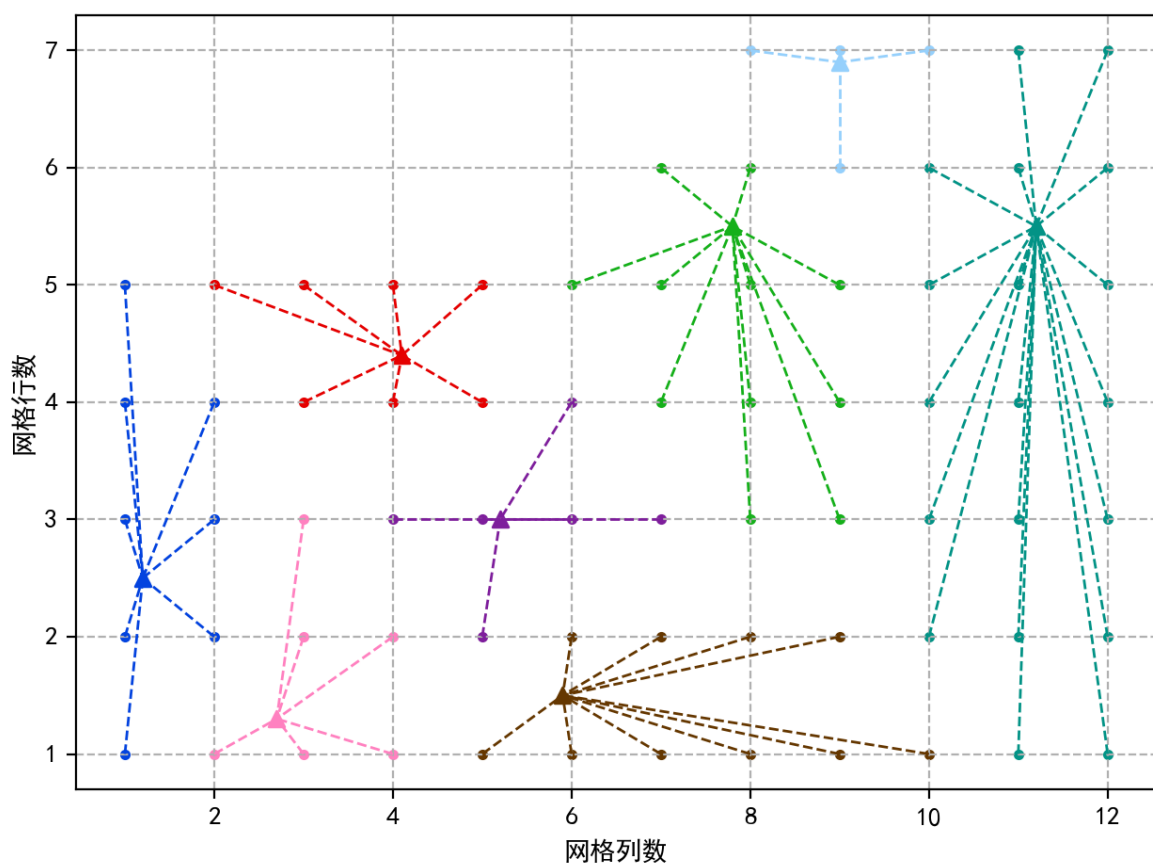


图 3: 克里夫兰地区现存管理局网点布局, 以及各网点服务区域

表 1: 克里夫兰地区现存管理局网点布局下各网点经营成本及居民出行成本

管理局网点	服务区域数	服务人口数	网点经营成本	居民出行成本
布鲁克林	6	82800	128200.00	26315.29
大学区	11	128500	115200.00	58940.26
北奥姆斯特德	8	57900	157000.00	19993.31
贝利亚	6	65500	130800.00	23243.32
帕尔马	11	108000	123000.00	57097.58
莱克伍德	7	41100	162200.00	10072.87
尤克利德	4	42800	175200.00	9060.25
梅菲尔德海茨	18	165100	144000.00	107933.89

## 4.2 多重心法选址实验

### 4.2.1 实验设置

本节实验采用多重心法对管理局网点进行选址。考虑到开设网点的可行性和经济性, 实验探究了网点数量在 1 10 不同情况下的总成本, 并对方案的经济性进行比较, 同时给出各网点在克里夫兰地区地图上的具体位置。多重心法以最小化居民出行成本为选址目标, 在网点数量以

及位置均确定的情况下，我们还给出网点的经营成本，综合考虑方案的优劣。

#### 4.2.2 实验结果

表 4.2.2展示了不同数量管理局网点下的总成本，以及网点总经营成本与居民总出行成本。图 4可视化随网点开设数量上升，总成本以及经营成本与出行成本的变化趋势。可明显看出，图 4揭示了经营成本与出行成本关于网点数量的“效益背反”现象，即随着网点数量增多，网点服务范围缩小，从而居民出行成本降低，但网点总经营成本上升。

观察图 4可知，当开设 2 个管理局网点时，总成本最低，且此时经营成本与出行成本最为接近。因此，从总成本最小化角度来看，设立 2 个管理局网点为最经济方案，接下来考虑这 2 个管理局网点的具体开设位置。

表 2: 不同网点数量下的总成本（= 总经营成本与总出行成本）

网点数量	总成本	总经营成本	总出行成本
1	955442.15	293000.00	662442.15
<b>2</b>	<b>813100.76</b>	<b>382000.00</b>	<b>431100.76</b>
3	833838.94	471000.00	362838.94
4	823884.33	526000.00	297884.33
5	886549.38	615000.00	271549.38
6	993340.40	738000.00	255340.40
7	1095984.32	861000.00	234984.32
8	1206222.88	984000.00	222222.88
9	1319865.74	1107000.00	212865.74
10	1428097.45	1230000.00	198097.45

图 5展示了开设不同数量的管理局网点时，其最佳的开设位置。不同颜色的重心和方格区域代表不同的管理局网点所服务的群落，虚线表示对应的方格区域内居民出行的距离。由上述分析可知，在 (4.1, 2.6) 与 (9.3, 4.1) 处开设 A、B 2 个管理局最为经济，即年总成本最低。由于关闭现有网点需要支付设备搬迁费用以及为无法转移到其他网点的人员支付离职费用，故还需计算设立 2 个网点的选址方案所要支付的一次性费用。

观察图 5中的开设 2 个网点时的最佳位置，可知与现有 8 个网点各不相邻，故需要全部关闭。关闭每处网点需支付 10,000 美元，并且为每位离职人员支付 8,000 美元的费用；另外，开设新网点需要支付添设新设备的费用 60,000 美元，以及招聘新员工的费用 3,000 美元。根据计算结果可知，A 处网点年经营成本为 157,000 美元，服务人口数为 290,200 人，规模为 2,000 平方英尺，员工数需 5 人。B 处网点年经营成本为 225,000 美元，服务人口数为 401,500 人，规模为 3,000 平方英尺，员工数需 7 人。因此，可以将北奥姆斯特德（规模为 2,000 平方英尺）现有管理局的设备搬迁至 A 处网点，将帕尔马（规模为 1,500 平方英尺）与梅菲尔德海茨（规模为 1,500 平方英尺）现有管理局的设备搬迁至 B 处网点；且现有共 36 名员工，仅需解雇 24 人即可，且

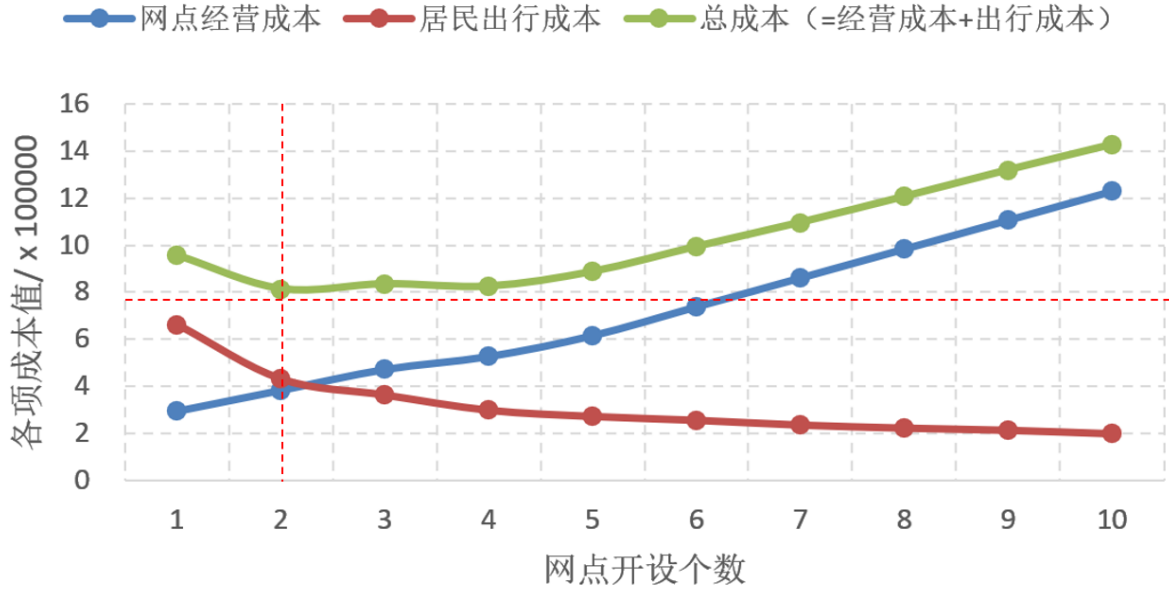


图 4: 不同网点数量下的各网点经营成本及其服务区域居民的出行成本, 以及总成本

无需支付新添设备成本与招聘新员工成本。故需一次性支付  $272,000 = (10000 \times 8 + 8000 \times 24)$  美元。

故综上分析, 利用多重心法得到的改善克里夫兰地区管理局网点布局的方案为在 (4.1, 2.6) 与 (9.3, 4.1) 处开设 2 个管理局, 年经营成本为 382,000 美元, 居民年出行成本为 431,100.76 美元, 总成本为 813,100.76 美元, 相较于该地区现存管理局服务网络, 可每年节省约 635,156 美元成本; 另外, 关闭现有网点需支出一次性费用 272,000 美元。

### 4.3 基于改进的灰狼优化算法的启发式选址方法实验

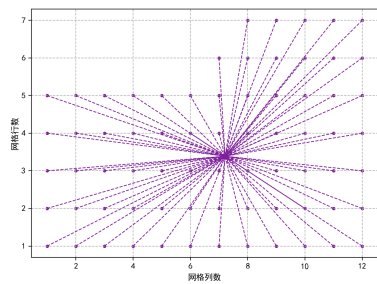
#### 4.3.1 实验设置

本节实验采用基于改进的灰狼优化算法的启发式算法进行选址。EGWO 算法种群规模设定为 50, 即采用 50 个搜索个体对解空间进行寻优; 最大迭代次数设定为 500, 即算法迭代过程在达到 500 次后停止。因此目标函数评价总次数为 25,000 次。EGWO 算法式(9)中的扰动因子分布的标准差设定为随迭代次数呈指数下降, 即:

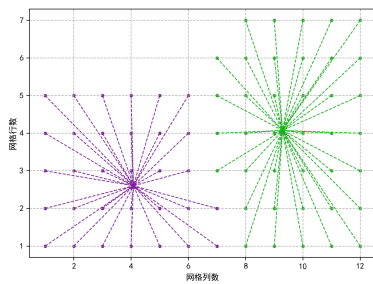
$$\sigma(t) = \exp(-100 \times \frac{t}{G}) \quad (14)$$

其中,  $\sigma(t)$  表示第  $t$  次迭代时的扰动因子分布的标准差,  $t$  表示当前迭代次数,  $G$  表示最大迭代次数。

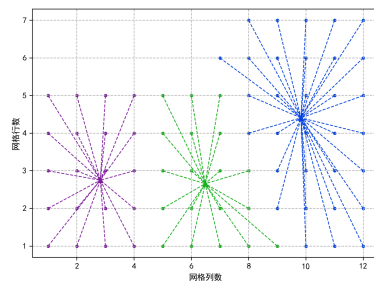
EGWO 算法综合考虑网点的经营成本和居民的出行成本, 并以其最小化为优化目标, 确定



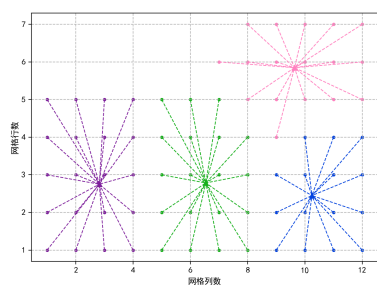
(a) 1 个网点



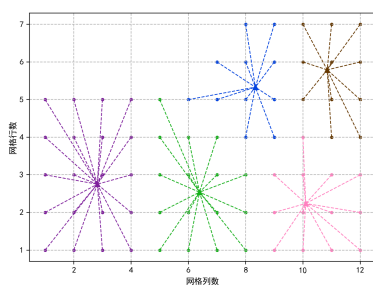
(b) 2 个网点



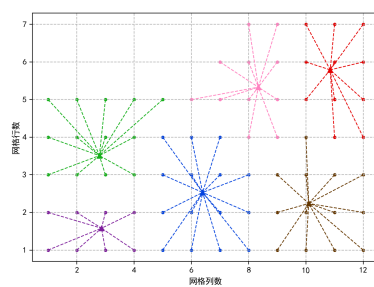
(c) 3 个网点



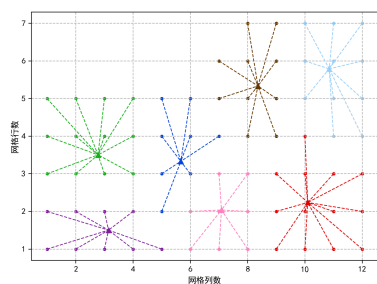
(d) 4 个网点



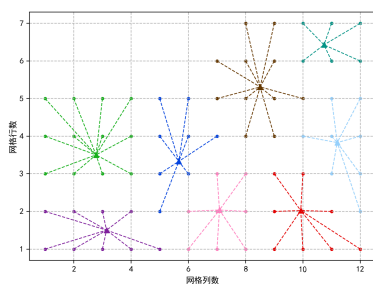
(e) 5 个网点



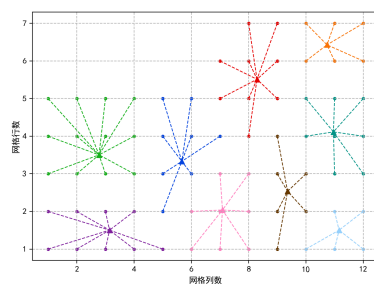
(f) 6 个网点



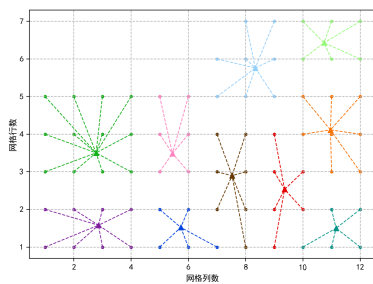
(g) 7 个网点



(h) 8 个网点



(i) 9 个网点



(j) 10 个网点

图 5: 不同数量网点的最佳位置可视化

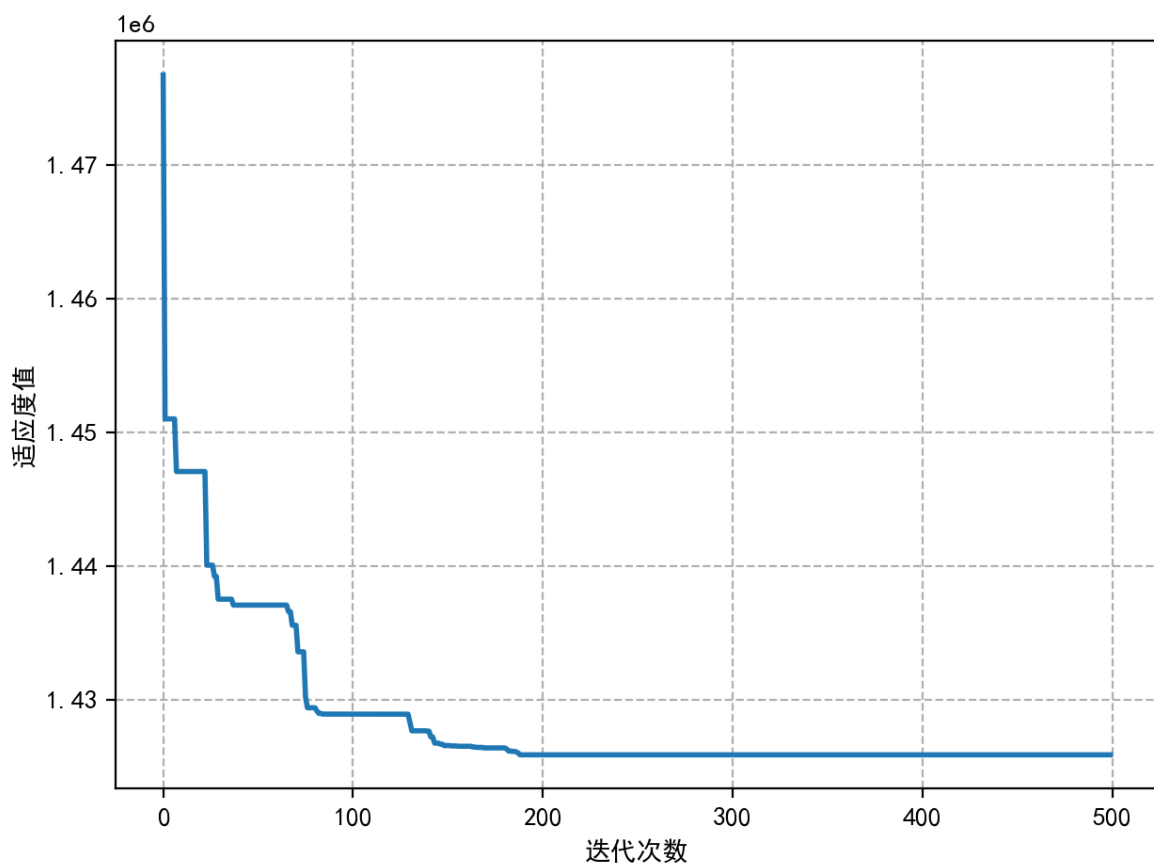


图 6: 基于 EGWO 的多选址算法寻找 10 个网点最佳布局时目标函数值（适应度值）的收敛过程

不同数量网点的最佳开设位置。

### 4.3.2 实验结果

以寻找 10 个管理局网点最优布局为例，图 6 展示了在基于 EGWO 的多选址算法迭代过程中目标函数值（适应度值）的收敛曲线。可以看出 EGWO 算法可以使得选址策略保证在 500 次迭代内收敛，并且取得最小适应度值，即最低总成本。由于自然启发式算法求解过程存在一定随机性，故我们针对同一数量的管理局网点利用 EGWO 算法进行 10 次独立重复实验，并从中选取最经济的选址方案。

表 4.3.2 展示了利用基于 EGWO 的启发式选址方法确定的不同数量管理局网点的最佳布局下的经营成本以及居民出行成本，以及总成本值。表中的每一行实验结果均为取 10 次独立重复实验中的最优方案。图 7 将网点开设数量上升时，总成本以及经营成本与出行成本的变化趋势进行可视化。图 7 同样地揭示了经营成本与出行成本关于网点数量的“**效益背反**”现象。观察表 4.3.2，当开设 **2** 个管理局时，总成本最低，且此时经营成本与出行成本最为接近。因此，从总

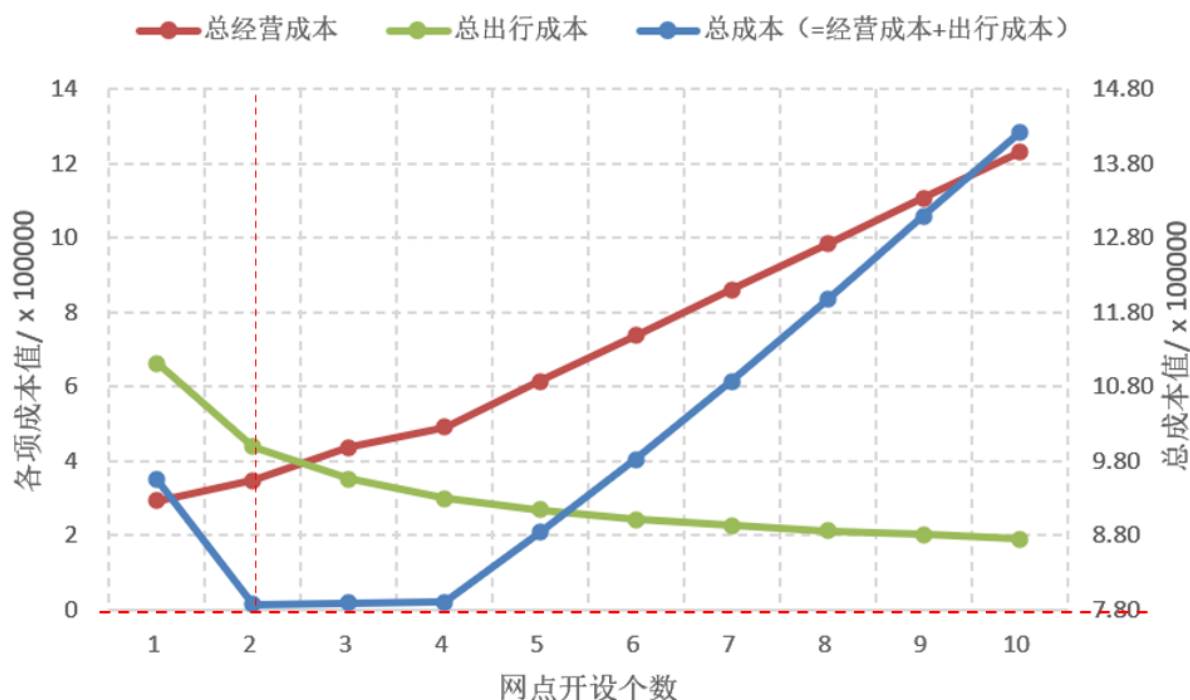


图 7: 利用启发式选址方法选择不同数量管理局的最优布局下的各网点经营成本及其服务区域居民的出行成本, 以及总成本

成本最小化角度来看, 设立 2 个管理局网点为最经济方案, 接下来我们考虑这 2 个管理局网点的具体开设位置。

表 3: 利用启发式算法选址在不同网点数量下的总成本 (= 总经营成本与总出行成本)

网点数量	总成本	总经营成本	总出行成本
1	955319.57	293000.00	662319.57
<b>2</b>	<b>787664.95</b>	<b>348000.00</b>	<b>439664.95</b>
3	789764.49	437000.00	352764.49
4	790622.91	492000.00	298622.91
5	883917.39	615000.00	268917.39
6	981746.93	738000.00	243746.93
7	1087303.98	861000.00	226303.98
8	1197258.87	984000.00	213258.87
9	1308990.47	1107000.00	201990.47
10	1420432.01	1230000.00	190432.01

图 8展示了利用启发式算法进行多选址的最优布局。在 (4.5 2.2) 与 (9.1 4.5) 处分别开设 A、B 管理局网点为最经济方案, 此时年总经营成本与该地区居民年出行成本之和最低, 分别为 348,000 美元与 439,664.95 美元, 年总成本最低, 为 787,664.95 美元。对比重心法选址结果, 我们可以观察到, 重心法仅以最小化居民出行成本为选址唯一考虑目标, 但利用启发式算法综合考虑网点年经营成本之后, 我们获得了具有更低经营成本的管理局服务网络, 且二者的居



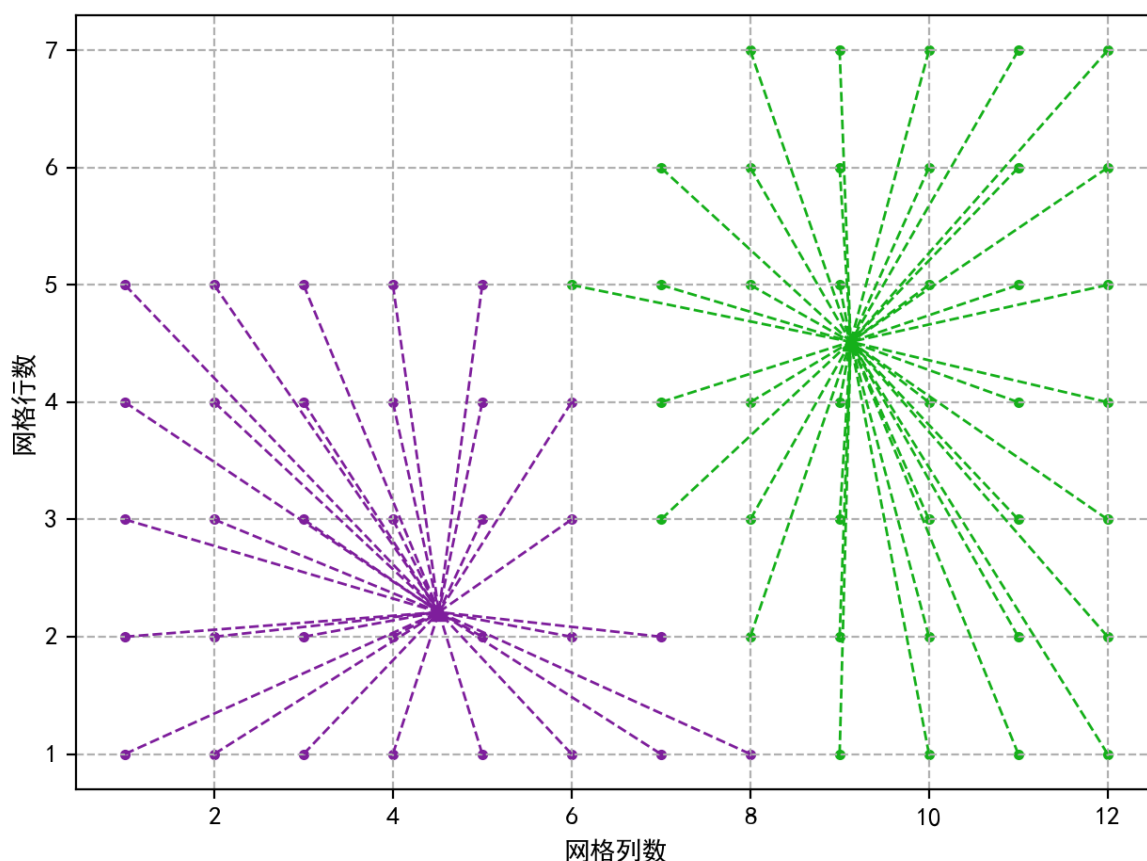


图 8: 利用基于 EGWO 的多选址算法确定的开设 2 个网点的最优布局

民出行成本差异较小,从而使得启发式选址策略的年总成本更低,这进一步表明了基于 EGWO 的启发式选址算法的优点。同样的,由于该服务网络与该地区现存服务网络差异较大,故需关闭现有的 8 个网点并支付搬迁设备和离职费用的一次性费用。

根据计算结果可知, A 处网点年经营成本为 157,000 美元,服务人口数为 297,800 人,规模为 2,000 平方英尺,员工数需 5 人。B 处网点年经营成本为 191,000 美元,服务人口数为 393,700 人,规模为 2,500 平方英尺,员工数需 6 人。因此,可以将北奥姆斯特德(规模为 2,000 平方英尺)现有管理局的设备搬迁至 A 处网点,将尤克利德(规模为 2,700 平方英尺)现有管理局的设备搬迁至 B 处网点;且现有共 36 名员工,仅需解雇 25 人即可,且无需支付新添设备成本与招聘新员工成本。故计算可得需一次性支付  $280,000(= 10000 \times 8 + 8000 \times 25)$  美元。

综上分析,利用基于 EGWO 的启发式算法得到的最优管理局服务网络为在 (4.5 2.2) 与 (9.1 4.5) 处分别开设一个网点,此时年总成本低于重心法所得结果,为 787,664.95 美元,相较于该地区现存管理局服务网络,可每年节省约 660,592 美元成本;相较于多重心法得到的最佳服务网络,每年可节约 25,436 美元。其中,年经营成本为 348,000 美元,居民出行成本 439,664.95 美元;另外,该方案需要支付 280,000 美元的一次性费用。

## 5 结论与展望

本报告讨论了克里夫兰地区的汽车牌照、驾驶执照管理局网点的最优服务网络，即一类多选址问题。文章首先对现有管理局服务网络进行评价，指出了现有布局的不合理性，与改善其的必要性；随后，考虑了丹·罗杰斯提出的多重心法选址策略，结合层次分析聚类方法寻找最优的网点数量及其具体分布。但由于多重心法仅考虑居民的出行成本，而本问题需同时考虑网点的经营成本，故提出建立综合考虑两类成本的新选址模型，并利用基于改进的灰狼优化算法的启发式方法进行最优布局选择。两种选址策略所得网点布局均优于现有结构，大大降低了年经营成本与居民出行成本，使得服务网络效率更高且政府开支更小。对比两类方法的实验结果，发现基于 EGWO 算法的选址策略获得的服务网络经营成本更低，从而总成本更低。实验结果表明基于启发式算法的选址方法在成本控制方面优势更加显著。

不论是多重心方法亦或是基于 EGWO 的启发式方法，都仅考虑了成本这一经济因素。丹·罗杰斯应意识到，制订更为妥善的选址策略，还要考虑其他经济与非经济因素。主要可从内部因素与外部因素两方面考虑：

其中外部因素主要包括：

- a. 土地资源的可获得性及其相关成本：由于开设管理局的最低规模亦较大，故在选址时必须考虑能否在备选区域获得足够面积的土地。同时，土地资源的价格也影响着网点的选址策略。
- b. 备选区域附近的交通：由于居民多数乘坐个人交通工具前往管理局，故选址时，需考虑区域附近交通的便利性。
- c. 政策因素：在选址时，亦需将政府的政策优惠、政策支持、税收措施、地区稳定性等因素纳入考虑。
- d. 劳动力因素：由于开设管理局等设施亦需要雇佣员工，因此对劳动力资源存在一定的需求。同时，汽车牌照、驾驶执照管理局对员工的基本素质与专业知识有一定的要求，故需考虑劳动力资源的来源、专业技能水平、工资等因素。

内部因素通常是选址时考虑的主要因素。选址策略首先要与企业或者地区的发展战略匹配，例如在本文分析的案例中，丹·罗杰斯希望降低俄亥俄州的开支，故首要目标是降低相关成本；另外，选址同样受到该区域对于某产品或服务的需求程度影响。

## 参考文献

- [1] A. E. Hall, Program finds new site in multi-facility location problem, *Industrial Engineering* 20 (5) (1988) 71–74.

- [2] N. Megiddo, K. J. Supowit, On the complexity of some common geometric location problems, *SIAM journal on computing* 13 (1) (1984) 182–196.
- [3] Ş. Esnaf, T. Küçükdeniz, A fuzzy clustering-based hybrid method for a multi-facility location problem, *Journal of Intelligent Manufacturing* 20 (2) (2009) 259–265.
- [4] E. Bayturk, S. Esnaf, T. Kucukdeniz, A revised weighted fuzzy c-means and center of gravity algorithm for probabilistic demand and customer positions, in: *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems*, Springer, 2020, pp. 1523–1531.
- [5] R. H. Ballou, et al., *Business logistics management*, NJ, Prentice-Hall, 1973.
- [6] A. A. Kuehn, M. J. Hamburger, A heuristic program for locating warehouses, *Management science* 9 (4) (1963) 643–666.
- [7] N. I. Saragih, N. Bahagia, I. Syabri, et al., A heuristic method for location-inventory-routing problem in a three-echelon supply chain system, *Computers & Industrial Engineering* 127 (2019) 875–886.
- [8] B. Crawford, R. Soto, E. Monfroy, G. Astorga, J. García, E. Cortes, A meta-optimization approach for covering problems in facility location, in: *Workshop on engineering applications*, Springer, 2017, pp. 565–578.
- [9] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, A. Lewis, Grey wolf optimizer, *Advances in engineering software* 69 (2014) 46–61.
- [10] K. Luo, Enhanced grey wolf optimizer with a model for dynamically estimating the location of the prey, *Applied Soft Computing* 77 (2019) 225–235.