# 抽样分布

2022年10月14日 22:58

设X是具有分布函数F的随机变量，若$X_1, X_2 \dots X_n$是具有统一分布函数F的、相互独立的随机变量，则称他们为从分布函数F(或总体F、总体X等)得到的容量为n的简单随机样本，简称样本。它们的观察值$x_1, x_2 \dots x_n$称为样本值，又称X的n个独立观察值

也可以将样本看成一个随机向量，写成$(X_1, X_2 \dots X_n)$的形式，此时的样本值就写成$(x_1, x_2 \dots x_n)$，有多个样本，就是有多个样本

注意要点：抽取出来的单个个体，在观察之前还是一个随机变量，服从和总体相同的分布

因此一个多个体的样本，则每个个体作为一个随机变量，它们之间相互独立，则样本的分布函数为：

$$F^*(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} F(x_i).$$

样本的概率密度为：

$$f^*(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i).$$

其中F(x)和f(x)为总体的分布和概率密度函数

样本的分布，本质上就是一个联合分布

样本分位数：

次序统计量：

设$(X_1, X_2 \dots X_n)$是取自X的一个样本，每当获得样本观测值后将其从小到大排序，得到$X_{(1)} < X_{(2)} < \dots \dots X_{(n)}$，式中第k个观测值$x_k$就是$X_{(k)}$的取值。其中$X_{(1)}$称为最小次序统计量，最大次序统计量同理。

次序统计量中，各分量既不独立也不同分布

次序统计量已经成为了样本所构造的函数，$X_{(1)}$总是最小，$X_{(n)}$总是最大。

样本分位数：

和次序统计量密切相关

**定义** 设有容量为 $n$ 的样本观察值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，样本 $p$ 分位数$(0<p<1)$记为 $x_p$，它具有以下的性质：(1)至少有 $np$ 个观察值小于或等于 $x_p$；(2)至少有 $n(1-p)$ 个观察值大于或等于 $x_p$.

样本 $p$ 分位数可按以下法则求得. 将 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 按自小到大的次序排列成 $x_{(1)} \leqslant x_{(2)} \leqslant \cdots \leqslant x_{(n)}$.

样本分位数求法：

$$x_p = \begin{cases} x_{([np]+1)}, & \text{当 } np \text{ 不是整数}, \\ \frac{1}{2}\left[x_{(np)} + x_{(np+1)}\right], & \text{当 } np \text{ 是整数}. \end{cases}$$

0.25分位数又称第一四分位数，0.75分位数又称第三四分位数

直方图和箱线图：

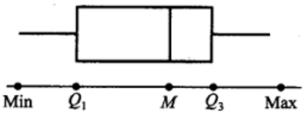
直方图，矩形与矩形之间没有间隙，而条形图有

直方图每个矩形的面积，即样本落在横坐标这个区间的概率

必须合理确定区间长度，一般划分7-10个区间，用极差除以它即得区间长度

箱线图：

是由箱子（矩形）和直线组成的图形，它是基于最小值、第一四分位数、中位数、第三四分位数、最大值所绘制的




其中每个区域，都包含四分之一的数据，因此若，比如中位数和第三四分位数隔得很近，就说明数据分布越集中

抽样分布：

**定义** 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $X$ 的一个样本，$g(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的函数，若 $g$ 中不含未知参数，则称 $g(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是一**统计量**.

只要式子中含有未知数的都不是统计量，也可以说：统计量只由样本决定

因为是随机变量的函数，g()也是一个随机变量

下列为常用统计量：

**样本平均值**

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i;$$

**样本方差**

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2\right);$$

**样本标准差**

$$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2};$$

**样本 $k$ 阶(原点)矩**

$$A_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k,\ k=1,2,\cdots;$$

**样本 $k$ 阶中心矩**

$$B_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^k,\ k=2,3,\cdots.$$

总体均值用μ表示，标准差用σ表示

注意样本方差，除以的是n-1，如果是总体方差就要除以n

总体平均值和方差是原点矩和中心矩的的特殊情况

总体和样本的方差之间仅差乘一个常量$\frac{n-1}{n}$

经验分布函数：

经验函数即：由出现的样本观测值来推断总体的分布，且假设每个样本观测值出现的概率相等

一般，设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是总体 $F$ 的一个容量为 $n$ 的样本值. 先将 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 按自小到大的次序排列，并重新编号. 设为

$$x_{(1)}\leqslant x_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant x_{(n)}.$$

则经验分布函数 $F_n(x)$ 的观察值为

$$F_n(x)=\begin{cases}0, & 若\ x<x_{(1)},\\ \frac{k}{n}, & 若\ x_{(k)}\leqslant x<x_{(k+1)},\\ 1, & 若\ x\geqslant x_{(n)}.\end{cases}$$

统计量的分布称之为抽样分布

卡方分布：是n个标准正态分布随机变量的平方和，唯一的参数就是n

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(0,1)$ 的样本，则称统计量

$$\chi^2=X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2$$

服从自由度为 $n$ 的 $\chi^2$ **分布**，记为 $\chi^2\sim\chi^2(n)$.

其中自由度为右端包含的独立随机变量的个数

**$\chi^2(n)$分布的概率密度为**

$$f(y)=\begin{cases}\frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)}y^{n/2-1}\mathrm{e}^{-y/2}, & y>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

卡方分布的性质：

1、可加性：若两个卡方统计量相互独立，则它们的和等于：

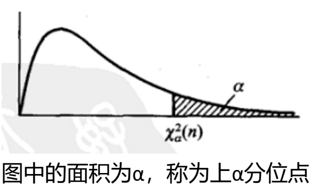
$\chi_1^2\sim\chi^2(n_1),\chi_2^2\sim\chi^2(n_2)$

$$\chi_1^2+\chi_2^2\sim\chi^2(n_1+n_2).$$

2、数学期望和方差：

$E(\chi^2)=n,\quad D(\chi^2)=2n.$

3、卡方分布的分位点：




图中的面积为α，称为上α分位点，一般通过积分概率密度函数得到，记作图中的样子

图上的那个式子，表示阴影面积是α时的横坐标（自变量）的取值，而不是α的值

t分布：

设 $X \sim N(0,1)$，$Y \sim \chi^2(n)$，且 $X,Y$ 相互独立，则称随机变量

$$t=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$

服从自由度为 $n$ 的 $t$ **分布**. 记为 $t \sim t(n)$.

$t$ 分布又称**学生氏**(Student)**分布**. $t(n)$ 分布的概率密度函数为

$$h(t)=\frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\sqrt{\pi n}\ \Gamma(n/2)}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}, -\infty<t<\infty$$

t分布关于y轴对称，n足够大时（一般>30）类似于标准正态分布

t分布比标准正态分布更加平缓，均值矮一点两侧高一点

t分布的性质：

1、当n>2时，期望=0

2、当n>2时，方差为$\frac{n}{n-2}$

3、当n=1时，t分布也称柯西分布，此时期望和方差均不存在

4、由对称性可知

$$t_{1-\alpha}(n)=-t_\alpha(n)$$

F分布：

设 $U \sim \chi^2(n_1)$，$V \sim \chi^2(n_2)$，且 $U,V$ 相互独立，则称随机变量

$$F=\frac{U/n_1}{V/n_2} \tag{3.14}$$

服从自由度为 $(n_1,n_2)$ 的 $F$ **分布**，记为 $F \sim F(n_1,n_2)$.

$F(n_1,n_2)$ 分布的概率密度为

$$\psi(y)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma[(n_1+n_2)/2](n_1/n_2)^{n_1/2}y^{(n_1/2)-1}}{\Gamma(n_1/2)\Gamma(n_2/2)[1+(n_1y/n_2)]^{(n_1+n_2)/2}}, & y>0, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases} \tag{3.15}$$

F分布的图形类似卡方分布，都是平均值偏左（右偏）

由定义可知，若 $F \sim F(n_1,n_2)$，则

$$\frac{1}{F} \sim F(n_2,n_1).$$

F分布的上α分位点的重要性质（倒数关系）：

$$F_{1-\alpha}(n_1,n_2)=\frac{1}{F_\alpha(n_2,n_1)}.$$

正态总体样本均值和样本方差的分布

注意这里是样本的分布，分别用$\bar{X}$和$S^2$表示

**定理一** 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则有

$$\bar{X} \sim N(\mu,\sigma^2/n).$$

tips：由正态分布的线性可加性得出

**定理二** 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\bar{X}$，$S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则有

1° $$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1); \tag{3.21}$$

2° $\bar{X}$ 与 $S^2$ 相互独立.

**定理三** 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\bar{X}$，$S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则有

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1). \tag{3.22}$$

定理三如果把样本标准差改成总体标准差，则该式服从标准正态分布

注意：以上的几个重要分布，和几个定理，都是在总体服从正态分布的假定下得到的

# 参数估计：点估计

2022年10月18日　　22:09

参数估计总体分为点估计和区间估计，它们的区别在于估计结果是一个值还是区间
首先需要再次明确，样本中的每个样本点都是一个随机变量，并且相互独立

点估计：

设总体X的分布函数的形式已知，但他的一个或多个参数未知，借助于总体X的一个样本来估计总体未知参数的值的问题称为点估计问题

一般使用F(x; $\theta$)来表示含有未知参数的总体的分布函数，它的形式是已知的，$\theta$为未知参数，不是自变量

$X_1$、$X_2 \ldots\ldots X_n$是X的一个样本(因为还没有观测，因此每一个样本点都是一个随机变量)，$x_1$、$x_2 \ldots\ldots x_n$是这个样本的观测值，则：

称 $\hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为 $\theta$ 的

**估计量**，称 $\hat{\theta}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为 $\theta$ 的**估计值**.

在不混淆的情况下，估计量和估计值统称估计，并且都用$\hat{\theta}$表示

因此，对于不同的样本观测值，未知量的估计值是有微小差别的

矩估计法：

基本思想：样本代替总体，根据相合性的原理

方法：使用带有n个未知参数的总体分布，构造出期望、方差等统计量，然后同样计算样本的这些统计量，如果n足够大，则样本的值根据相合性会无限逼近总体的统计量。令它们相等，解方程组即可得到

注意：n个未知量至少需要n个互不相关的方程才能解出来

ps:这种题目一般都会给你一个来自总体的样本，最后估计参数的结果用样本表示

最大似然估计：

基本思想：已经取到了某个样本，说明这个样本出现的概率还是比较大的，也就是说下列的似然函数的函数值是比较大的。

这样估计得到的估计量，称为参数的最大似然估计量

如果有了多个样本，且有数个样本是完全一样的，即这个样本出现的概率最大，则应该以这个样本的观测值来进行最大似然估计

该方法需要知道随机变量=某个值的概率（离散型）或总体的概率密度函数的形式（连续型）

对于多个未知参数，则转变为求多元函数取最大值时各个未知数的值的问题

离散型：因为样本点之间相互独立，因此某个样本观测值$x_1$、$x_2 \ldots\ldots x_n$出现的概率，就是：

$$\prod_{i=1}^{n} p(x_i; \theta).$$

上式可看作一个函数，称之为似然函数，它的值本质上是某个联合概率，或者说某个样本（不是样本点）出现的概率。把未知参数视作自变量，求当这个函数最大值时未知参数的值，就是

参数最可能的值

$p(x_i;\theta)$表示P{X = xi}，即等于某个值的概率

连续型：因为是相互独立的，则某个样本的联合密度为：

$$\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta).$$

将出现次数最多的样本的样本观测值带入这个似然函数，然后求使得这个函数最大时候的参数值

如果似然函数为指数形式，则可以考虑使用对数似然函数：

因为对数函数是单调递增的，则似然函数L($\theta$)和其对数似然函数ln(L($\theta$))在同一个地方取到最大值，因此得到的参数是一样的

基于截尾样本的估计：

截尾的必要性：有的时候，比如估计产品寿命，将n台产业投入实验，直到全部失效，记录每一台的失效时间，由这些失效时间组成的样本叫完全样本，但实际上我们不能得到这样的样本，因此必须采用截尾样本：

1、定时截尾样本：投入n个产品进行实验，当时间到达t时停止实验，统计此时失效的样本数和各自的失效时间，据此推断产品寿命的分布

2、定数截尾样本：投入n个产品，当失效样本数达到某个值时停止实验，记录每个样本的失效时间来推荐产品寿命的分布

估计量的评选标准：

1、无偏性：估计量的期望等于实际量

$$E(\hat{\theta})=\theta$$

且称这个估计量为总体参数的无偏估计量

无偏估计的实际意义就是没有系统误差

不论总体服从什么分布，样本的均值是总体均值的无偏估计

样本方差（自由度为n-1）是总体方差的无偏估计

2、有效性：用估计量的方差来进一步衡量两个无偏估计的好坏，方差越小越好

$$D(\hat{\theta}_1)\leqslant D(\hat{\theta}_2)$$

3、相合性：根据辛钦大数定理，当n越来越大时，直到趋近于无穷大：

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\hat{\theta}-\theta|<\varepsilon\}=1$$

即出现偏差的概率越来越小

满足相合性的估计量称为总体参数的相合估计量

4、有偏估计的均方误差(MSE)准则：

无偏估计不是十全十美的，而有偏估计也不是无可取之处

需要注意的是，无偏估计只是估计量分布的均值等于总体参数，但它的分布可能很分散

有偏估计虽然均值不等于总体参数，但分布可能集中，更满足要求

均方误差和方差类似，可视为随机变量是估计量、均值为总体参数的估计量的方差

MSE = E $(\widehat{\theta}_i-\theta)^2$

可分解为：MSE = $\theta_i$的方差 + 系统误差

如果均方误差中，总体参数换成估计量的均值，那就是估计量的方差

# 参数估计：区间估计

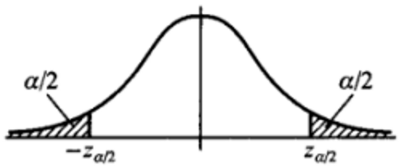
2022年10月19日　　16:51

点估计的缺点：只能得到一个值，不能得到估计精度等
区间估计给出了总体参数落在某个区域内的概率，有的时候更能符合我们的要求

置信区间：

总体分布含有的未知参数，利用样本观测值估计出一个区间，总体参数落在该区间的概率为1-α（落在区间外的概率为α），则称1-α为置信水平，这个区间称为置信水平为1-α的置信区间，区间的上下限分别称为置信上限和置信下限

以上的置信区间称为双侧置信区间




示例：正态总体求置信区间的基本形式

$$P\left\{\left|\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|<z_{\alpha/2}\right\}=1-\alpha$$

知道了置信水平，标准化下的区间直接查表就能得到，因此化成这个式子，求未标准化的时候的置信区间，通过变换，把μ化到不等式之间就行

我们的目的：

1、若给定了置信水平，则需要找到区间长度最短的置信区间，如上图，很明显置信区间关于y轴对称的时候区间最短

2、若给定了置信区间的长度，则需要使置信水平1-α最大，即落在外边的概率α最小

寻求置信区间的方法：首先得出这个分布的总体均值和总体方差，如果不知道就用样本的代替。然后构造枢轴量，使其服从我们已知、容易得到分位点的某个分布

常常构造的枢轴量服从标准正态分布、t分布、卡方分布、F分布等

某些情况下，会用到中心极限定理

1° 寻求一个样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 和 $\theta$ 的函数 $W=W(X_1,X_2,\cdots,X_n;\theta)$，使得 $W$ 的分布不依赖于 $\theta$ 以及其他未知参数，称具有这种性质的函数 $W$ 为**枢轴量**.

2° 对于给定的置信水平 $1-\alpha$，定出两个常数 $a,b$ 使得

$$P\{a<W(X_1,X_2,\cdots,X_n;\theta)<b\}=1-\alpha.$$

若能从 $a<W(X_1,X_2,\cdots,X_n;\theta)<b$ 得到与之等价的 $\theta$ 的不等式 $\underline{\theta}<\theta<\bar{\theta}$，其中 $\underline{\theta}=\underline{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，$\bar{\theta}=\bar{\theta}(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 都是统计量. 那么 $(\underline{\theta},\bar{\theta})$ 就是 $\theta$ 的一个置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间.

总体均值和方差的区间估计（大样本情况下可以不是正态总体，其他情况要求是正态总体）

单个总体：

一个总体参数的区间估计

1、总体均值

大样本情况（由中心极限定理得）

σ已知:置信区间为$\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

σ未知:置信区间为$\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

小样本情况（样本通常都不大）

σ已知：同大样本

σ未知：样本均值标准化后服从f=n-1的t分布

置信区间为$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$

2、总体比例

只讨论大样本情况：

$$p \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

3、总体方差

由于$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$是服从f=n-1的卡方分布的，由此可得其置信区间为

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

两个总体：

1、两总体均值之差

独立大样本情况，置信区间为（σ未知）

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

当σ已知的时候，S变为σ

独立小样本（两个样本量均小于30）情况

总体方差未知但相等情况

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$

其中

$$s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

总体方差未知且不相等情况

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2}(v)\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

其中自由度v为

$$v=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1}+\frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$$

配对样本

配对样本即一个样本中的数据和另一个样本中的数据相对应，这种数据一般是同一个体做的两次测量

大样本情况

$$\bar{d} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}$$

d拔 表示配对数据差值的均值，σd表示各差值的标准差（即d的标准差）

同样的，σ不知道可以用样本的S代替

小样本情况

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2}(n-1)\frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

2、两总体比例差的区间估计

$$(p_1-p_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

总体比例π不知道，就用样本比例p代替，如果知道那更好

3、两总体方差比的区间估计

方差比服从F(n1-1，n2-1)分布

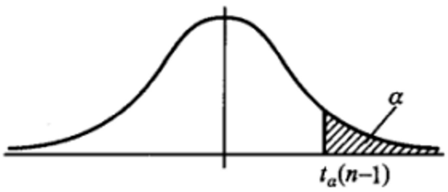
其区间估计为

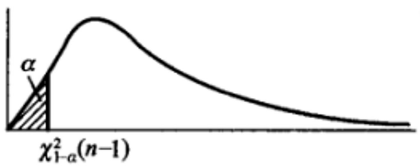
$$\frac{s_1^2/s_2^2}{F_{\alpha/2}} \leqslant \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leqslant \frac{s_1^2/s_2^2}{F_{1-\alpha/2}}$$

单侧置信区间：

某些情况下，我们只关心上限或下限，比如产品寿命等就不关心上限，此时就需要单侧估计

双侧置信区间是两侧各有一个非置信域，而单侧置信区间只有某一侧有一个




需要注意的是，查表的时候上多少分位点不要搞错了

# 假设检验

2022年6月9日 16:19

假设：对总体的某种看法
假设检验：在对总体的参数提出假设的基础上，利用样本信息来判断假设是否成立的统计方法

假设检验和区间估计有很强的关联

1、区间估计是通过样本计算样本参数，以此计算在某个置信水平下样本落在某个区间的概率

2、假设检验是已经知道了总体应该具有的参数值，根据实践测出来的样本参数值（和总体的值不一样），确定在一定的置信水平下，计算接受域或拒绝域，以样本的值是否落入接受域来判断样本和总体之间是否出现了不一致的问题

提出两种假设

原假设（零假设）：通常是想要收集数据并拒绝的，一般等号放原假设里

比如样本和总体均值问题：原假设为真，即样本和总体是没有问题的，则（样本均值-总体均值（已知））差别不会太大。而如果差别太大而就拒绝原假设

备择假设：通常是研究者想要支持的假设

若备择假设没有方向性，并含有≠，即双侧检验，否则为单侧检验

两类错误：

弃真错误：也叫第一类错误，发生的概率一般记作α，也称显著性水平

取伪错误：也叫第二类错误

检验统计量：根据样本观测结果计算出对原假设做出决策的统计量
步骤：

1、计算检验统计量

2、根据检验统计量服从的分布、双侧还是单侧检验、显著性水平的值查表，得到临界值

3、比较检验统计量和临界值，如果统计量位于临界值外，就拒绝原假设

P值：观测到的显著性水平

怎样理解“统计上是显著的”？
在假设检验中，拒绝原假设则称样本结果在“统计上是显著的”；不拒绝原假设则称结果是“统计上不显著的”。“显著”指的就是显著水平α，它是小概率值，它反映的是小概率事件在一次观测中不会发生。如果一次观测就发生了，就会认为其结果“绝非偶然”因而，样本检验的结果是有“显而易见的”证据，证明原假设是不成立的。

示例：犯错概率为α，即

$$P\{当\ H_0\ 为真拒绝\ H_0\}=P_{\mu_0}\left\{\left|\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geqslant k\right\}=\alpha$$

单总体检验：

1、总体均值的检验（z检验和t检验）：

大样本情况(z统计量表示检验统计量服从标准正态分布)

$$z=\frac{样本均值-总体均值}{\sigma/\sqrt{n}}$$

如果σ不知道则用S代替

小样本情况：总体标准差已知，则同上

总体标准差未知：t检验，f=n-1

$$t=\frac{样本均值-总体均值}{s/\sqrt{n}}$$

2、总体比例（z检验）：

只考虑大样本情况：

$$z=\frac{p-\pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$$

3、总体方差的检验（卡方检验）

$$\chi^2=\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2{}_0}$$

两个总体参数的检验

1、均值之差

独立大样本

$$z=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

若σ未知则用s代替

独立小样本

假定总体服从正态分布

若σ已知

同独立大样本，z检验

σ未知但相等

$$t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

f=n1+n2-2

$$s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

σ未知且不相等

$$t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$$

其中自由度v为

$$v=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

配对样本的检验

$$t=\frac{\bar{d}-(\mu_1-\mu_2)}{s_d/\sqrt{n}}$$

f=n-1，d拔 为配对差值的平均数，Sd为配对差值的标准差

2、两个总体方差比的检验

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}\left(或\ F=\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)$$