

# BARCODE



ISBN

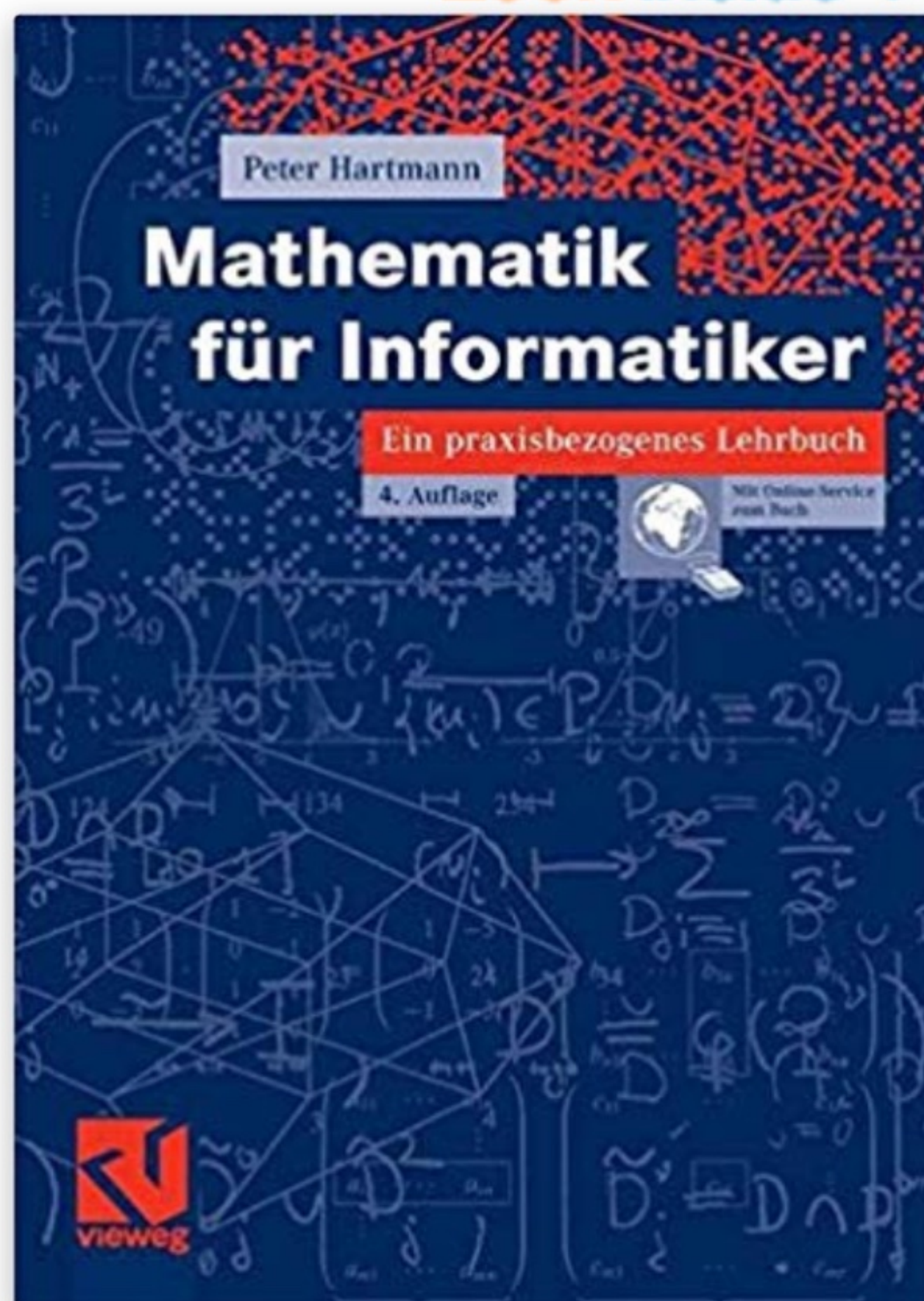
digital signature

checksum

Prüfziffer

Hash



[Books](#) › [Computers & Technology](#) › [Databases & Big Data](#)[Look inside](#) [See this image](#)

# Mathematik für Informatiker: Ein praxisbezogenes Lehrbuch (German Edition) (German) Paperback – March 27, 2006

by [Peter Hartmann](#) (Author)[Be the first to review this item](#)ISBN-13: [978-3834800961](#)ISBN-10: [3834800961](#)

Edition: 4,

überarb. Aufl. 2006

## Used

Price: **\$37.08**[5 Used](#) from **\$33.15**[› See all 6 formats and editions](#)Kindle  
\$31.00[Read with Our Free App](#)Paperback  
from **\$33.15**[5 Used](#) from **\$33.15**





Copyright © 2010 by Pearson Education, Inc. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from Pearson Education, Inc.

# PRÜFZIFFER

383480036①

↑  
Prüfziffer / checksum / hash

$$Y = a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_{10} \quad a_i \in \{0, \dots, 9\}$$

$$\text{checksum} \quad a_{10} \equiv 1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3 + \dots + 9 \cdot a_9 \pmod{11}$$

Übung: check checksum ✓

$$\text{Exkurs: } 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = \sum_{k=1}^{100} k \quad (\Sigma \sim \text{Sigma})$$

$$\text{Bsp: } \sum_{k=1}^4 k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$

$$\rightarrow \text{ISBN 10er: } a_{10} \equiv \sum_{k=1}^9 k \cdot a_k \pmod{11}$$

checksum



## Vertipper werden bemerkt

Wir vertippen uns an Stelle  $i \rightarrow Y'$

Merkt dies die checksum? Ja, in der Tat:

$$\text{Betrachte } a_{10} - a'_{10} \equiv i \cdot a_i - i \cdot a'_i \equiv \underset{\uparrow}{i} \cdot (\underset{\uparrow}{a_i} - a'_i) \not\equiv 0$$

Satz: Für  $a, b \in \mathbb{Z}$  und  $p \in \mathbb{P}$  gilt:

$$p \nmid a \text{ und } p \nmid b \Rightarrow p \nmid a \cdot b$$

Beweis: Es gelte  $p \nmid a$  und  $p \nmid b$ . Da  $p \in \mathbb{P}$ , kommt  $p$  weder in der Primfaktorzerlegung von  $a$  noch in der Primfaktorzerlegung von  $b$  vor. Daher auch nicht in der Primfaktorzerlegung von  $a \cdot b$ . D.h.  $p$  teilt  $a \cdot b$  nicht.  $\square$

Übung: Vertippe dich irgendwo und überprüfe, dass die checksum es registriert.

Wenn du dich 2x vertippst, wann merkt es die checksum nicht?



23. 4. 19

Recap ISBN-10 an einem selbstgewählten Beispiel

→ Marco Polo : Reiseführer München

3 - 8297 - 2843 - 3

$$\text{ISBN-10} : \sum_{k=1}^9 k \cdot a_k \bmod 11 \equiv a_{10}$$

$$\begin{aligned} \text{also } 1 \cdot 3 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3 &\equiv \\ &\equiv 4 + 5 - 5 + 3 + 2 + 1 + 1 - 1 + 5 \\ &\equiv 14 \equiv 3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Selbständig lesen/verstehen : Vertauscher (Skript p. 54)

Osterformel von Gauss (Skript p. 55)

Wie immer : Teste mit selbst gewählten Beispielen.

## MODULO 17 GRUPPE

Betrachte Potenzen von 3 mod 17

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$3^n$	1	3	9	10	13	5	15	11	16	14	8	7	4	12	2	6	1	3

$\langle \mathbb{Z}_{17}^*, \cdot \rangle$  Gruppe

$$\mathbb{Z}_{17}^* = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$$

Für  $a \in \mathbb{Z}_{17}^*$ , dann ist  $a^{16} \equiv 1$

Beweis:  $a^{16} \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}$  mit  $a = 3^k$

$$\Rightarrow a^{16} = (3^k)^{16} = (3^{16})^k = 1^k = 1 \quad \square$$



## Eine erste Idee von "Verschlüsselung"

$$a^1 \equiv a, \quad a^{17} \equiv a^{16} \cdot a \equiv 1 \cdot a \equiv a$$

$$a^? \equiv a \quad \text{z.B. } ? = 33$$

$$a^{49} \equiv a$$

$$a^{65} \equiv a$$

Nimm z.B.  $a^{65} \equiv a$

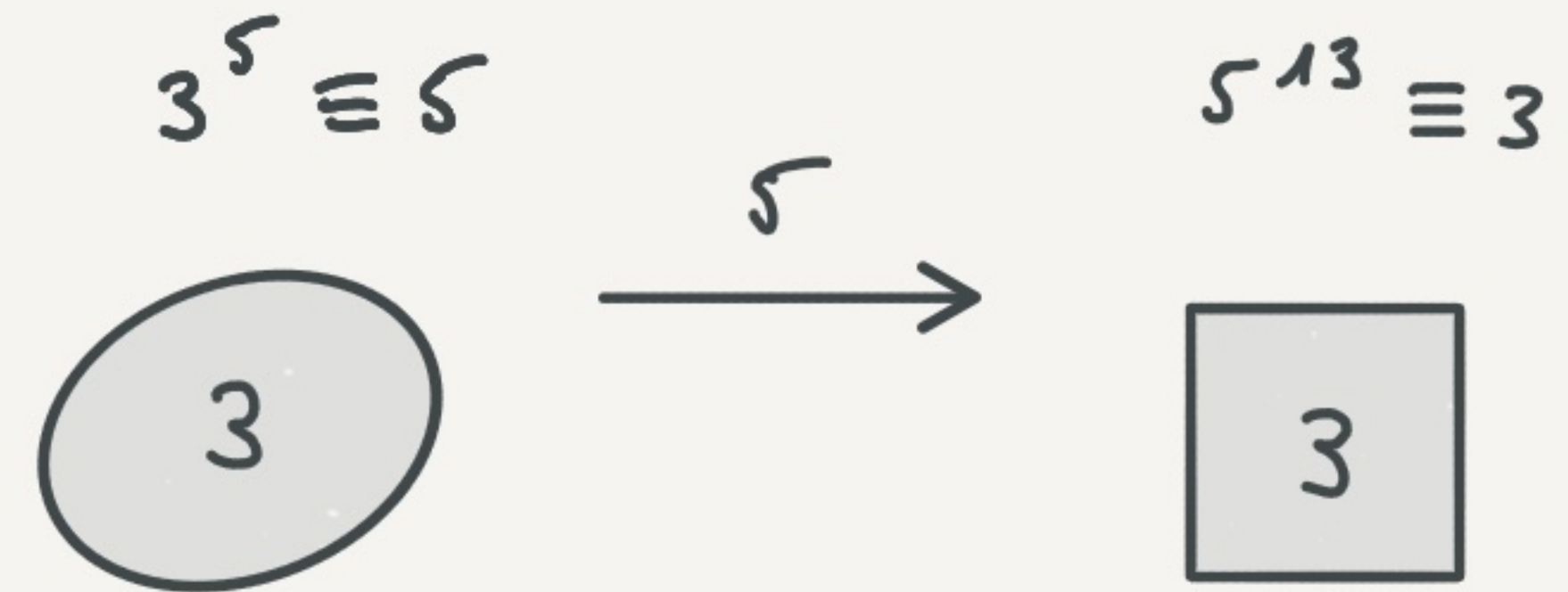
Bem. :  $65 = 5 \cdot 13$

Wir schicken ein  $c \sim 3$  an Wa]

Verschlüsseln  $3^5 \bmod 17 \equiv 5$

$$5^{13} \bmod 17 \equiv 3$$

→ Mache selber Beispiele.



da  $(3^5)^{13} \equiv 3^{65} \equiv 3 \bmod 17$

Üben könnte man z.B. auch mod 23  
(so kann man alle Buchstaben (26)  
miteinbeziehen).

Es gilt dann für  $a \in \mathbb{Z}_{23}^*$

$$a^{28} \equiv 1 \bmod 23$$



## MODULO 17 GRUPPE

Betrachte Potenzen von 3

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$3^n$	1	3	9	10	13	5	15	11	16	14	8	7	4	12	2	6	1	3

$\underbrace{\quad}_{\cdot 3} \quad \underbrace{\quad}_{\cdot 3}$

$$\mathbb{Z}_{17}^* = \{1, 2, 3, \dots, 15, 16\}$$

$$\langle \mathbb{Z}_{17}^*, \cdot \rangle$$

Wie viel gibt, für  $a \in \mathbb{Z}_{17}^*$ ,  $a^{16} \equiv ?$       Gibt immer 1.

In der Tat:  $a^{16} \Rightarrow \exists k \in \{0, \dots, 16\}$  mit  $a = 3^k$   
 $\Rightarrow a^{16} \equiv (3^k)^{16} \equiv (3^{16})^k \equiv (1)^k \equiv 1. \quad \square$

$$a^{16} \equiv 1$$

$$a^{17} \equiv a^{16} \cdot a \equiv 1 \cdot a \equiv a$$

$$a^? \equiv a \quad ? = 33$$

$$a^{49} \equiv a$$

$$a^{65} \equiv a$$

$$a^{81} \equiv a$$

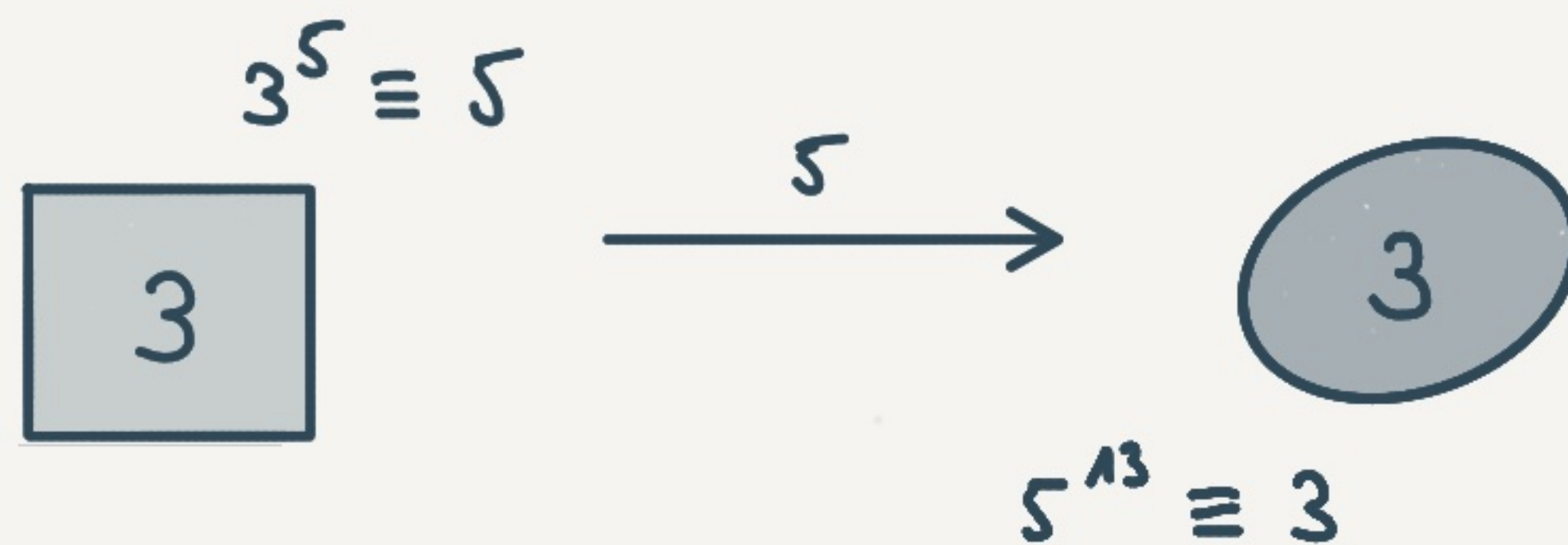
$$a^{65} \equiv (a^5)^{13}$$

Verschlüsseln:  $c \leftarrow 3$

$$3^5 \equiv 5 \pmod{17}$$

↓ send

$$5^{13} \equiv 3 \pmod{17}$$



(Funktioniert, da  $(3^5)^{13} \equiv 3^{65} \equiv 3 \pmod{17}$ )

Übung mod 29

ver- & entschlüsseln

Bem.: Es gilt für  $a \in \mathbb{Z}_{29}^*$

$$a^{28} \equiv 1 \pmod{29}$$

Häppchenweise... (siehe  $2^{666} \pmod{9}$ )

$$13^4 \equiv 25$$

$$\underline{13^{16}} \equiv \underline{(13^4)^4} \equiv \underline{25^4} \equiv \underline{24}$$

$$13^{19} \equiv \underline{13^{16}} \cdot 13^3 \equiv \underline{24} \cdot 13^3 \equiv \underline{6}$$



# VIGENÈRE KNALKEN

Crash Course

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wkeit für eine "5" beim Würfeln:  $\frac{1}{6} = \frac{1}{m} \leftarrow \begin{matrix} \text{"möglich"} \\ \text{"möglich"} \end{matrix}$

Wkeit keine "5":  $\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$

Wkeit mit 2 Würfeln eine Doppelsechse zu werfen? ("66")

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Wkeit mit 2 Würfeln die Augenzahl 10 zu werfen?

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{36}$$

Friedmann

↙  $\frac{1}{26}$  (Kunstsprache)

$$K_G = \frac{1}{n} \cdot K_M + (1 - \frac{1}{n}) \cdot (3.85\% + \varepsilon)$$

mit  $n$  Kasiski - Spalten  
↑  
vermutete Schlüsselwortlänge

$$\Rightarrow n = \frac{K_M - 3.85\% - \varepsilon}{K_G - 3.85\% - \varepsilon}$$