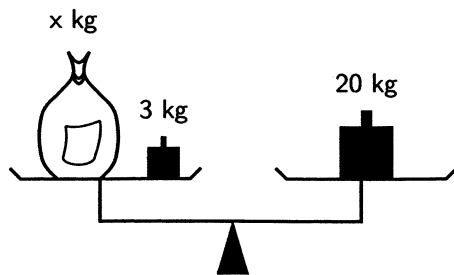


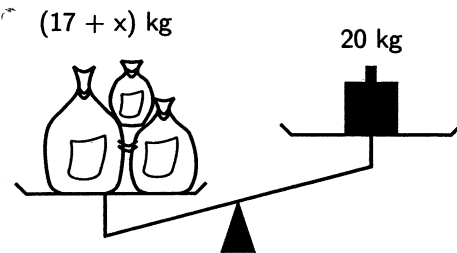
3 Gleichungen

3.1 Einfache Gleichungen und Ungleichungen



$$x + 3 = 20$$

$$L = \{17\}$$



$$17 + x > 20$$

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\} =]3, \infty[$$

Zu 1–12:

Löse in der Grundmenge \mathbb{Z} .

- | | | | |
|----------------------|-------------------|--------------------|----------------------|
| 1 a) $x + 5 = 8$ | b) $x + 8 = 5$ | c) $x - 8 = 5$ | d) $5 - x = 8$ |
| 2 a) $8 - x = 5$ | b) $8 + x = x$ | c) $8 - x = x$ | d) $x + 2x = x$ |
| 3 a) $3x - 5 = -11$ | b) $3x + 11 = -7$ | c) $12 - 7x = -23$ | d) $-4x = 5 + x$ |
| 4 a) $x + 13 > 0$ | b) $x - 13 < 0$ | c) $2x \leq 7$ | d) $-3x \geq 12$ |
| 5 a) $2x \leq x$ | b) $4x > -20$ | c) $-4x < 20$ | d) $20x < -30$ |
| 6 a) $3.6x = 15 + x$ | b) $3.6 > 15 + x$ | c) $15 < 3.6 + x$ | d) $3.6 \leq x - 15$ |
| 7 a) $2x = -10$ | b) $2x < -10$ | c) $3x = -x$ | d) $3x \geq -x$ |
| 8 a) $5x = x^2$ | b) $2x^2 = 10x$ | c) $3x^2 = 48$ | d) $x^2 \leq 10x$ |
| 9 a) $x^2 \leq 20$ | b) $x^2 \geq 8$ | c) $x^2 \leq 100$ | d) $x^2 + 100 = 0$ |
| 10 a) $3x \leq 7$ | b) $4x > -3$ | c) $x < -x$ | d) $x^2 \leq 5x$ |
| 11 a) $5 : x = 1$ | b) $x : 5 = 1$ | c) $x : 5 = 0$ | d) $5 : x = 0$ |
| 12 a) $x : 5 = x$ | b) $5 : x = 5$ | c) $5 : x = x$ | d) $9 : x = x$ |

Zu 13–20:

Löse in der Grundmenge \mathbb{R} .

- | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------------|
| 13 a) $7x = x + 1$ | b) $5x = 3x - 2$ | c) $9x + 4 = 10x - 1$ |
| d) $-4x + 1 = x - 5$ | | |
| 14 a) $4x + 6 = 10.8$ | b) $5x - 12 = 4.5$ | c) $18 - 5x = 21$ |
| d) $10x + 1.5 = -16$ | | |
| 15 a) $4.5x + 10 = 2x$ | b) $1.2x + 7 = 1.3x$ | c) $0.75x + 1 = 19$ |
| d) $-1.5x = 2.25$ | | |
| 16 a) $1.4x = -7$ | b) $2.4x = 20$ | c) $1.8x - 16 = 2.5x - 2$ |
| d) $12x + 11 = 2.1x$ | | |
| 17 a) $x + 2.5 \leq -4$ | b) $4 + x \geq -2.5$ | c) $2x \leq -3.5x - 11$ |
| d) $4.5x - 3 \geq -2$ | | |

- 18 a) $3x + 8 > -6$ b) $x > 2x + 1$ c) $9 - x > -0.5x + 1$ d) $-4x > 20$
- 19 a) $6 : x = 1.5$ b) $x : 6 = -1.5$ c) $x : 2 \geq -10$ d) $x : 5 \leq -2$
- 20 a) $x : 24 \geq 10$ b) $x : 1.5 \leq -12$ c) $36 : x > 10$ d) $24 : x \leq -12$

Zu 21–27:

Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

- 21 Berechne die gesuchte Zahl.
- Wenn man das Vierfache einer Zahl um 9 verkleinert, erhält man gleich viel, wie wenn man ihr Dreifaches um 5 vergrössert.
 - Addiert man zu einer Zahl 15, so erhält man das Dreifache der Zahl.
 - Addiert man zu einer Zahl die um 8 grössere Zahl, so erhält man das Fünffache der Zahl.
 - Subtrahiert man von einer Zahl 20, so erhält man das Dreifache der Zahl.
- 22 Berechne die kleinere der beiden Zahlen.
- Zwei Zahlen unterscheiden sich um 13; ihre Summe beträgt 100.
 - Zwei Zahlen mit der Summe -120 haben den Unterschied 12.
 - Das Doppelte der ersten Zahl ist um 5 kleiner als die zweite Zahl, die um 100 grösser ist als die erste.
 - Zwei Zahlen unterscheiden sich um 5. Ihr Produkt ist um 60 grösser als das Quadrat der kleineren Zahl.
- 23 Berechne die kürzeste Dreiecksseite.
- Der Umfang eines Dreiecks beträgt 100 cm. Die mittlere Seite ist 15 cm grösser als die kleinste; die grösste Seite ist doppelt so lang wie die kleinste.
 - Bei einem Dreieck mit dem Umfang 215 cm ist die erste Seite 26 cm länger als die zweite, und diese ist 12 cm kürzer als die dritte Seite.
- 24
- Hans ist halb so alt wie sein Vater; zusammen sind sie 69 Jahre alt. Wie alt ist Hans?
 - Barbara ist 25 Jahre jünger als ihre Mutter; in 12 Jahren wird Barbara halb so alt wie ihre Mutter sein. Wie alt ist Barbara heute?
- 25
- Hühner und Hasen, insgesamt 100 Tiere, haben zusammen 280 Beine. Wie viele Hühner sind dabei?
 - Ein Zauberer will "aus dem Nichts" Kanarienvögel und Mäuse erscheinen lassen. Vor der Durchführung seines Kunststücks verrät er seinen Zuschauern noch, dass die Tiere insgesamt 22 Köpfe und 62 Beine haben. Wie viele Tiere jeder Sorte wird er hervorzaubern, falls seine Ankündigung stimmt?
- 26
- An einem Fest waren für jeden Teilnehmer 7 Mandarinen vorgesehen. Da zwei Teilnehmer verzichteten, erhielten die andern noch eine weitere Mandarine. Wie viele Personen nahmen am Fest teil?
 - Hans, Urs und Karl haben Bildchen von Fussballspielern gesammelt, insgesamt 600. Hans besitzt 12 Bildchen weniger als Urs, Karl so viele Bildchen wie die beiden Kollegen zusammen. Wie viele Bildchen gehören Hans?
- 27 Wenn Claudia ihrer Freundin Corinne 15 Nüsse gäbe, hätten beide gleich viele; gäbe aber Corinne ihrer Freundin 15 Nüsse, so hätte Claudia doppelt so viele Nüsse wie Corinne. Wie viele Nüsse hat Claudia?

3.2 Lineare Gleichungen

Die Gleichung $ax = b$ heisst lineare Gleichung, x heisst Lösungsvariable. Die lineare Gleichung hat

- genau eine Lösung, nämlich $x = \frac{b}{a}$, falls $a \neq 0$ (Normalfall)
- keine Lösung, falls $a = 0$ und $b \neq 0$ (Sonderfall)
- \mathbb{R} als Lösungsmenge, falls $a = b = 0$ (Sonderfall)

Empfehlenswertes Vorgehen beim Lösen einer linearen Gleichung:

1. Vereinfache die Terme auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens so weit wie möglich.
2. Bringe alle Terme, die x enthalten, auf die eine Seite des Gleichheitszeichens, alle übrigen Terme auf die andere Seite. Nun hat die Gleichung die Form $ax = b$.

- 28 a) $6x - 10 = x - 5$ b) $4x - 6 = x - 12$ c) $9x - 9 = x + 3$
d) $-x - 2 = x + 3$ e) $15x - 9 = 4x + 90$ f) $1 - 8x = 1 - 5x$
- 29 a) $5 - x = 25 + 3x - 4$ b) $16 + 2x = 56 - 8x - 20$ c) $3x - 9 - 5x = 9x + 24$
d) $15x - 21x = 4 + 2x$ e) $3 - 4x = 5 - 2x - 16$ f) $x - 19 = 5x + 23$
- 30 a) $2x - 22 - 9x = 42 + 11x - 100$ b) $2x + 7 - 16x = 8 + 6x + 39$
c) $3x - 15 - 4x = -9 + x - 13$ d) $15x - 73 - 24x = 59 - 16 + 20x$
- 31 a) $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 4$
b) $25x - 16 - 9x = 20 + 24x - 10 - 10x$
c) $105 - 72x - 53 - 69 = 55x + 43x - 23 - 170x + 6$
d) $56x - 43 - 52 - 19x = 7 - 72x - 56x + 165x - 112$
- 32 a) $3x - 19 - 5x + 7 - 3x - 1 = 4x - 5 + 6x + 7 - 2x - 1$
b) $19x - 24 - x = 13x - 24 + 14x - 16 - x - 17 - 8x$
c) $7x + 16 - 15x - 29 + 11x + 26 = 0$
d) $0 = 21 - 19x - 12 - 39 + 14x - 10$
- 33 a) $280 + 43x - 1999 = 50x - 1999$ b) $36x + 47 = 47 - x + 74$
c) $58x - 34 + 25x = 58x + 31$ d) $92 - 13x - x^2 = 52 - 3x - x^2$
- 34 a) $-69 + 12x - 44 = 23x - 44 + 12x$ b) $17x - 18 + 19x = 17x - 28 + 39x$
c) $x^2 + 3x - 8 = x^2 - 2x + 27$ d) $65 - 31x = 16x - 15 - 31x$
- 35 a) $7x - (5x + 1) = x$ b) $2x - (10 - x) = 0$
c) $0 = 8x - (4x - 5) - 29$ d) $14 - (x - 15) = 2 - (6x + 13)$
- 36 a) $6x + (1 - 7x) = 9 - (5x + 5)$ b) $x = (9 - x) - 7 - (x + 2)$
c) $5 - (4x + 22) - 13x = 0$ d) $12.5 - 13x = 5 - (6x + 3)$
- 37 a) $8(x + 1) = 11(x - 0.5)$ b) $9 - 10(7x + 2) + 13(20 - x) = 0$
c) $67 - 2(3x + 13) = 29 - 3(2x - 4)$ d) $5(4x + 9) - 6(2x - 5) = 75$
- 38 a) $7(100 - x) = 9(2x + 50)$ b) $11 - 11(11x - 11) + 111 = 1$
c) $4(5x - 6) - 7 = 4 - 5(6x - 7)$ d) $10 - 6(x - 14) = 20 - 3(2x - 25)$

Zu 49–55:

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ oder } b = 0^1.$$

- 49 a) $7777(2x - 37) = 0$ b) $1234(444 - 10x) = 0$
 c) $x(12x + 96) = 0$ d) $35x(7x + 91) = 0$
- 50 a) $(x - 3)(x - 4) = 0$ b) $(x + 5)(x - 2) = 0$
 c) $(3x + 12)(x - 11) = 0$ d) $(2x + 7)(5x - 8) = 0$
- 51 a) $(x - 6)(2x + 9) = 0$ b) $(5x - 2)(4x + 3) = 0$
 c) $(120 - 8x)(12 + 8x) = 0$ d) $(x + 2.5)(5x - 2) = 0$
- 52 a) $x(x - 9)(2x + 13)(3x - 15) = 0$ b) $(5x + 7)(6x - 90)(9x + 60) = 0$
 c) $(x - 7.5)(7.5 - x)(4x + 10) = 0$ d) $3x(4 + x)(16 - 5x)(16x + 24) = 0$
- 53 a) $(4x + 3 + 7x)(15 - 7x - 1) = 0$ b) $x(3x + 17 - 20x)(25 + 7x + 3) = 0$
 c) $111x(6x + 60 - x)(4x - 10) = 0$ d) $(11x + 12 - 3x)(11 + 12x - 3) = 0$
- 54 a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $x^2 - 9x + 20 = 0$
 c) $x^2 - x - 20 = 0$ d) $x^2 - 5x - 24 = 0$
 e) $x^2 - 2x - 63 = 0$ f) $x^2 - 5x - 14 = 0$
- 55 a) $x^2 + 13x - 68 = 0$ b) $x^2 - 21x + 68 = 0$
 c) $x^2 - 5x - 50 = 0$ d) $x^2 - 15x + 50 = 0$
 e) $x^2 - 7x - 120 = 0$ f) $x^2 - 29x + 120 = 0$

Bruchgleichungen ohne Variable im Nenner

- 56 a) $\frac{x}{4} + \frac{1}{5} = \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$ b) $\frac{2x}{3} - \frac{4x}{9} = 31 - \frac{3x}{2}$
 c) $\frac{2x}{9} - \frac{5x}{6} - \frac{11}{12} = 0$ d) $\frac{15x}{16} - \frac{11x}{12} - 25 = 0$
- 57 a) $\frac{x+3}{5} = \frac{2x-8}{3}$ b) $\frac{x+1}{4} = \frac{x-1}{3}$
 c) $\frac{x+3}{4} + \frac{1-3x}{7} = 0$ d) $\frac{4x-3}{6} - \frac{3x-8}{5} = 0$
- 58 a) $\frac{x-2}{3} + \frac{x-2}{2} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{2x+1}{3} + \frac{2x-1}{4} = \frac{5}{4}$
 c) $\frac{x-15}{5} + \frac{3x-4}{4} = 15$ d) $\frac{2x+7}{5} + \frac{4x+3}{3} = 5$

3.3 Gleichungen mit Parametern²

Kommen neben der Lösungsvariablen noch andere Variablen vor, so nennt man diese *Parameter*. Die Lösungsvariablen sind, wenn nicht anders vermerkt, mit x , y , z bezeichnet.

Zu 69–74: Löse alle Gleichungen einer Aufgabe.

- | | | | | | |
|-----------|----------------------------|-----------|--------------------------------------|-----------|------------------------------|
| 69 | $2x + 1 = 5x + 10$ | 70 | $9x - 1 = 2x + 1.1$ | 71 | $1 + x = 2x + 0.5$ |
| | $2x + 2 = 5x + 20$ | | $9x - 2 = 2x + 2.2$ | | $2 + x = 4x + 0.5$ |
| | $2x + 3 = 5x + 30$ | | $9x - 3 = 2x + 3.3$ | | $3 + x = 6x + 0.5$ |
| | $2x + 4 = 5x + 40$ | | $9x - 4 = 2x + 4.4$ | | $12 + x = 24x + 0.5$ |
| | $2x + 5 = 5x + 50$ | | $9x - 5 = 2x + 5.5$ | | $-1 + x = -2x + 0.5$ |
| | $2x + 6 = 5x + 60$ | | $9x - 6 = 2x + 6.6$ | | $-11 + x = -22x + 0.5$ |
| 72 | $7x + 8x = 13x - 7$ | 73 | $7x + 2x = 5 \cdot 7 \cdot 9$ | 74 | $12.5x + 12.5^2x - 12.5 = 1$ |
| | $9x + 10x = 17x - 9$ | | $12x + 2x = 5 \cdot 12 \cdot 14$ | | $37x + 37^2x - 37 = 1$ |
| | $12x + 13x = 23x - 12$ | | $20x + 2x = 5 \cdot 20 \cdot 22$ | | $-13x + (-13)^2x + 13 = 1$ |
| | $17x + 18x = 33x - 17$ | | $-3x + 2x = 5 \cdot (-3) \cdot (-1)$ | | $0.01x + 0.01^2x - 0.01 = 1$ |
| | $-3x - 2x = -7x + 3$ | | $-7x + 2x = 5 \cdot (-7) \cdot (-5)$ | | $-2x + (-2)^2x + 2 = 1$ |
| | $-2.5x - 1.5x = -6x + 2.5$ | | $2.5x + 2x = 5 \cdot 2.5 \cdot 4.5$ | | $9.5x + 9.5^2x - 9.5 = 1$ |

Zu 75–100: Löse ohne Diskussion von Sonderfällen.

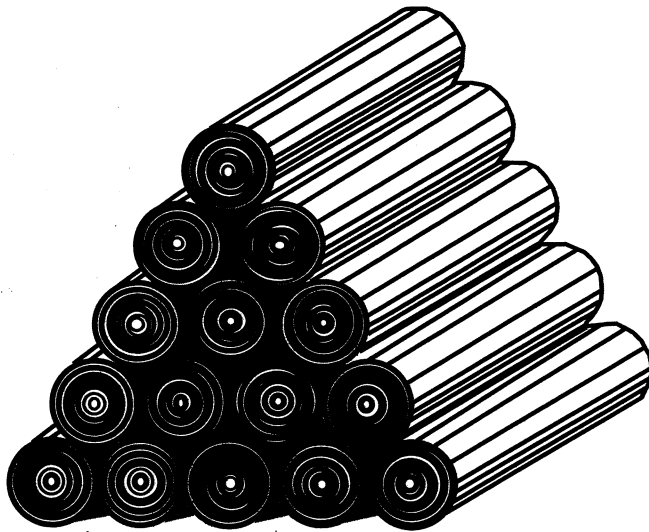
- | | | | |
|-----------|------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------|
| 75 | a) $3x + a = x + 9a$ | b) $4x - b = 2x + b$ | |
| | c) $7x + n = 3x + 5n$ | d) $0.6x + 0.5a = x - 0.7a$ | |
| 76 | a) $x + a = 7 - a$ | b) $2x + a = 7$ | c) $2(x + a) = 7$ |
| | | | d) $a(x + 2) = 7$ |
| 77 | a) $ax + c = 5c$ | b) $cx - d = 7d$ | c) $px + r = r$ |
| 78 | a) $ax + bx = c$ | b) $px - qx = p + q$ | c) $ay - y = 1$ |
| 79 | a) $cx + c = dx$ | b) $rx - f = 2f + x$ | c) $qx = 1 - px$ |
| 80 | a) $rx = px - 1$ | b) $my - ny - 1 = 0$ | c) $az + 1 = bz + a$ |
| 81 | a) $fx = f^2 + f$ | b) $dz = d^3 - d^2 + d$ | c) $(a + b)x = (a + b)^2$ |
| 82 | a) $x + px = p + p^2$ | b) $px = p + x$ | c) $p + 2px = x$ |
| 83 | a) $ax + bx = a + b$ | b) $mx - nx = 2m - 2n$ | |
| 84 | a) $qx - x = q^2 - 1$ | b) $cy + 2y = c^2 + 4c + 4$ | |
| 85 | a) $(a - b)x = a^2 - 2ab + b^2$ | b) $4(c - 1)z = 4c^2 - 4$ | |
| 86 | a) $cx - x = 1 - c$ | b) $by + cy = mb + mc$ | |
| 87 | a) $ay + by = a - cy$ | b) $qx = rx + x + 1$ | |
| 88 | a) $4(ax - b) = 2(ax + 2a - bx)$ | b) $2(bx - cx) = x + bx - c$ | |
| 89 | a) $4x - 2(ax + b) = b(x - 1)$ | b) $5ax - c = a(x + 1) - 2(c + x)$ | |
| 90 | a) $(x - b)^2 = (x - a)^2$ | b) $(m - x)^2 = (m + x)^2$ | |
| 91 | a) $(x - 4a)^2 - x(x + b) = b(7x + 16b)$ | b) $(x + 3p)^2 = 2x(x + 3p) - x(x - 1)$ | |

- 92 a) $2mx(mx - n) - 2(mx - n)^2 = mn(m + n) - 2n^2$
 b) $(p + q)(p - q)x + (p + q)^2x - (p - q)^2x = p^2x + 4p - q$
- 93 a) $2a^2 - 2b^2 - (a - b)^2(x - a) = (a^2 - 2ab + b^2)(x + a)$
 b) $-2x + (x - p)(x + p) + (p + 1)^2 = (x - p)^2 + 2$
- 94 a) $p(q - x) + q(r - x) - q(p - x) = rx$
 b) $3a(y + 2b) - 2b(y - 3a) = 18a^2$
- 95 a) $b(a + z) - 2z(a + b) = a(b - z) + 2b(a - z)$
 b) $2b(z + c) - 2c(3z - b) = 6c(b + z) - 4c(2z + c)$
- 96 a) $(x + a + 1)^2 - (x + a - 1)^2 + 2x - a = 0$
 b) $(x - a - b)^2 - (x + a + b)^2 + 8a^2 + 8ab = 0$
- 97 a) $(x + c + d)^2 - (x - c - d)^2 = nc + nd$
 b) $(x - n - p)^2 - (x + n)^2 + 2np + p^2 = 0$
- 98 a) $a(x - 2b) = 0$ b) $(ax + c)(a + c) = 0$ c) $s(x - a) + c(x - a) = 0$
- 99 a) $4(x + 3a)(x - 4a) = 0$ b) $(2c + x)(3c - 2x) = 0$ c) $px(2x + p)(4x - 5p) = 0$
- 100 $px(px + 4)(4x + p)(2x - 3q)(x + q)(4x - 22) = 0$

3.4 Textaufgaben

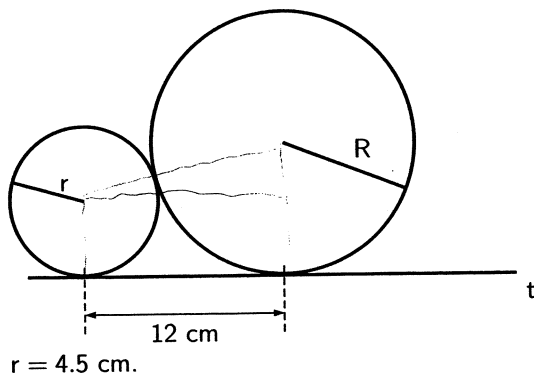
- 124 Welches ist die gesuchte Zahl?
 a) Das Fünffache einer Zahl ist um 36 kleiner als ihr Achtfaches.
 b) Vergrössert man eine Zahl um ihren Drittel, so erhält man 52.
 c) Wenn man das Sechsfache einer Zahl von 360 subtrahiert, erhält man gleich viel, wie wenn man ihr Vierfaches von 280 subtrahiert.
 d) Der siebte Teil einer Zahl ist um 2 kleiner als ihre Gegenzahl.
- 125 Berechne die kleinste Zahl.
 a) Die Summe von fünf aufeinander folgenden natürlichen Zahlen beträgt 960.
 b) Die Summe von vier aufeinander folgenden geraden ganzen Zahlen beträgt -4444.
- 126 Die Differenz der Quadrate von zwei natürlichen Zahlen mit dem Unterschied 3 beträgt 381. Gesucht ist die kleinere der beiden Zahlen.
- 127 Fügt man auf beiden Seiten einer zweistelligen (natürlichen) Zahl die Ziffer 5 hinzu, so erhält man das 75fache der Zahl. Wie heisst sie?
- 128 Bestimme eine zweistellige (natürliche) Zahl mit folgender Eigenschaft: fügt man die Ziffer 3 einmal links und einmal rechts hinzu, so unterscheiden sich die entstehenden beiden Zahlen um 333.
- 129 Eine Treppe hat 22 Stufen. Würde jede Stufe um 1.6 cm höher gebaut, könnten zwei Stufen eingespart werden. Wie hoch ist eine Stufe?

- 130 Auf einer Parkbank sitzen mehrere Personen; jeder Person stehen 56 cm Platz zur Verfügung. Kommt noch eine Person hinzu, so sind es nur noch 49 cm. Wie viele Personen waren es am Anfang?
- 131 Peter holt Rotwein, Weisswein und Mineralwasser aus dem Keller. Er nimmt gleich viele Weinflaschen wie Mineralwasserflaschen und doppelt so viele Weissweinflaschen wie Rotweinflaschen, insgesamt 30 Flaschen. Wie viele Flaschen jeder Sorte sind es?
- 132 40 Personen unternehmen einen Ausflug mit den SBB. Erwachsene bezahlen 30 Franken, Kinder die Hälfte. Durch diesen Ausflug nehmen die SBB 1080 Franken ein. Wie viele Kinder nehmen an der Reise teil?
- 133 Das arithmetische Mittel zweier Zahlen mit der Differenz 36 beträgt 40. Berechne die beiden Zahlen.
- 134 Die Summe der ersten n natürlichen Zahlen ist 15-mal so gross wie die grösste dieser Zahlen. Berechne n .
- 135 66 Balken sollen der Zeichnung entsprechend gelagert werden. Wie viele Balken liegen in der untersten Schicht?

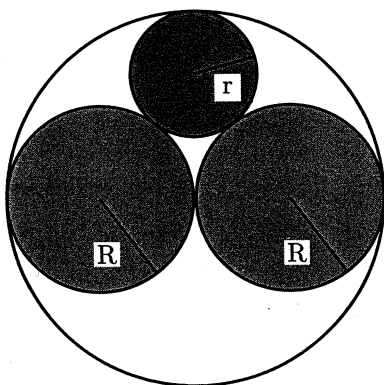


- 136 An einer Party stösst jeder mit jedem an. Dabei erklingen die Gläser 120-mal. Wie viele Personen nehmen an der Party teil?
- 137 In einem Schachturnier spielt jeder gegen jeden einmal. Nachträglich melden sich 5 Spieler ab. Dadurch fallen 100 Spiele aus. Wie viele Spieler nehmen am Turnier teil?
- 138 "Meine Tante", sagt Simone, "ist jetzt 5-mal so alt wie ich. In 7 Jahren wird sie nur noch 3-mal so alt sein. Wie alt bin ich heute?"
- 139 Patrick und Isabelle haben 600 Nüsse gesammelt. Isabelle sagt: "Wenn du mir die Hälfte deiner Nüsse gibst und ich dir darauf einen Drittel der Nüsse gebe, die ich dann habe, so besitzen wir schliesslich gleich viele Nüsse." Wie viele Nüsse besaßen beide am Anfang?
- 140 Frau Kuchenberg verkauft ihren gesamten Schokoladenvorrat an Schüler eines Skilagers. Da ihr Vorrat klein ist, verkauft sie jedem Schüler nur die Hälfte der Tafeln, die sie jeweils noch hat und eine halbe Tafel zusätzlich. So kann sie gerade noch 4 Schüler bedienen, ohne je eine Tafel zu zerbrechen. Wie gross war ihr Vorrat?
- 141 Welches Kapital wächst bei einem Zinsfuss von 5 % in einem Jahr auf 10 000 Franken an?
- 142 Ein Kapital wächst innerhalb eines Jahres von 120 000 Franken auf 125 700 Franken. Berechne den Zinsfuss.
- 143 Zwei Kapitalien von 99 000 Franken und 121 000 Franken bringen ihren Besitzern den gleichen Jahreszins, weil der Zinsfuss des kleineren Kapitals um einen Prozentpunkt grösser ist als derjenige des grösseren Kapitals. Berechne den kleineren der beiden Zinsfüsse.

- 160 Zwei Kreise berühren sich; t ist eine gemeinsame Tangente. Berechne R .



- 161 Jeder Kreis der Figur berührt alle andern Kreise. Der Durchmesser des grössten Kreises beträgt $4R$. R ist gegeben. Berechne r .



- 162 Die Seitenlängen eines Dreiecks betragen 39 cm, 39 cm, 30 cm. Berechne unter Verwendung eines geeigneten rechtwinkligen Teildreiecks
a) den Inkreisradius. b) den Umkreisradius.
- 163 Zu welcher Zeit zwischen 16 Uhr und 17 Uhr bilden die Zeiger einer Uhr
a) einen rechten Winkel? b) einen Winkel von 120° ?
c) einen gestreckten Winkel? d) einen Winkel von 0° ?
- 164 Berechne den kleinsten positiven Winkel, den der grosse und der kleine Zeiger einer Uhr miteinander bilden, wenn sie symmetrisch zur Ziffer VI liegen.
- 165 Die Ortschaften A und B liegen 120 Bahnkilometer voneinander entfernt. Ein Zug verlässt A um 15.00 Uhr in Richtung B ; seine mittlere Geschwindigkeit beträgt 72 km/h. Der Gegenzug verlässt B um 15.15 Uhr; seine mittlere Geschwindigkeit beträgt 88 km/h. Wann treffen sich die beiden Züge?
- 166 Flussabwärts fährt ein Ledischiff in 12 Stunden ans Ziel. Für den Rückweg benötigt es bei gleicher Leistung drei Stunden mehr. In stehendem Gewässer würde die Geschwindigkeit 18 km/h betragen. Berechne die Geschwindigkeit des Flusses.
- 167 Eine Quelle vermag das Bassin eines Thermalbades in einer Stunde zu füllen, eine andere Quelle in 2 Stunden, eine dritte in 3 Stunden und eine vierte in 4 Stunden. Wie lange dauert es, bis das Bassin voll ist, wenn alle vier Quellen fliessen?