

58. Glückwunsch zum 32. Geburtstag!

Um ein Problem optimal erfassen zu können, sollte man es aus einem geeigneten Blickwinkel betrachten. In der Mathematik ist es genau so: Viel Mühe wird darauf verwendet, für die auftretenden Objekte eine Vielzahl von Darstellungsmöglichkeiten bereit zu stellen, um dann für die gerade anstehende Frage etwas Passendes zu finden.

Nehmen wir zum Beispiel die Zahlen. Da haben wir uns daran gewöhnt, dass sie im Zehnersystem notiert werden. Das bedeutet bekanntlich, dass wir eine konkrete Zahl dadurch beschreiben, dass wir angeben, wie oft man eine 1, eine 10, eine 100 usw. braucht, um sie darzustellen. 405 ist damit die Abkürzung für: 4-mal die „100“, Null-mal die „10“, 5-mal die „1“.

Das ist äußerst praktisch, denn dadurch kann man auch die kompliziertesten Zahlenrechnungen auf das kleine Einmaleins zurückführen; ein erheblicher Teil des Rechenunterrichts in der Grundschule wird dafür verwendet.

Warum aber ausgerechnet das Zehnersystem? Das liegt sicher daran, dass wir zehn Finger (einschließlich Daumen) haben, einen tieferen Grund gibt es aber nicht. So wurde in anderen Kulturen auch im Zwölfersystem gerechnet. Das bedeutet, dass es zwölf Ziffernsymbole geben muss, etwa 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, und dann werden zur Zahlendarstellung Potenzen der Zwölf zusammengesetzt. Das wäre für uns recht ungewohnt, es hat aber auch Vorteile. Die Zwölf hat nämlich mehr Teiler als die Zehn, und deswegen gibt es weniger Situationen, in denen man auf die Darstellung durch Brüche zurückgreifen muss.

Wirklich wichtig sind heute neben dem Zehnersystem eigentlich nur die Systeme zur Basis 2 und zur Basis 16, also das Dualsystem und das Hexadezimalsystem. Beides hat mit Computern zu tun. Das Dualsystem ist deswegen praktisch, weil es dort nur zwei Ziffern (nämlich 0 und 1) gibt und deswegen Zahlen in dieser Darstellung leicht in physikalische Zustände übersetzt werden können (nicht leitend, leitend). Und das Hexadezimalsystem entsteht, wenn man je vier Dualziffern zu einer neuen Ziffer zusammenfasst.

Übrigens: Die Zahl 50 schreibt sich im Hexadezimalsystem als 32 (nämlich als 2-mal die „1“ plus 3-mal die „16“). So kann man seinen 50-ten Geburtstag in den 32-ten verwandeln, es ist also alles nur eine Frage des Standpunkts.

Der Brunnen in der neuen Nationalgalerie

Das *Dreiersystem* ist in der neuen Nationalgalerie in Berlin künstlerisch umgesetzt worden. Der Brunnen des amerikanischen Minimalisten *Walter de Maria* im Innenhof ist aus kleinen Säulen gestaltet, die drei verschiedene Formen haben. Interpretiert man diese Formen als Ziffernsymbole im Dreiersystem, so findet man alle möglichen Kombinationen, also die Darstellungen aller Zahlen von 0 bis $3 \cdot 3 \cdot 3 - 1 = 26$ in der Basis 3.



Abbildung 47: 27 Zahlen im Dreiersystem

Wie wird umgerechnet?

Wer selber seinen Geburtstag oder eine sonstige Zahl ins Hexadezimalsystem umrechnen möchte, kann nach den folgenden Schritten vorgehen. Wir nehmen einmal an, dass die Zahl im Zehnersystem gegeben ist, als Beispiel behandeln wir 730.

1. Schritt: Die Zahl wird durch 16 geteilt, interessant ist zunächst nur der Rest, der beim Teilen übrig bleibt. Im Beispiel erhalten wir: 730 geteilt durch 16 ist gleich 45, Rest 10. Da die Ziffern im Hexadezimalsystem 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F sind, heißt die kleinste „Ziffer“ der gesuchten Darstellung A. Sie kommt später ganz nach rechts.

2. Schritt: Nun wird das Ergebnis der eben durchgeführten Division wichtig: 45. Wir verfahren mit dieser Zahl so wie gerade mit der 730. Wir teilen 45 mit Rest durch 16. Als Ergebnis erhalten wir: 2, Rest 13. Die 13 ergibt die zweite Hexadezimalziffer von rechts, das D.

So wird das Verfahren fortgesetzt, bis erstmals das Ergebnis beim Teilen kleiner als 16 ist. Das wird dann die führende Ziffer. In unserem Fall waren wir nach zwei Schritten schon fertig, die größte Ziffer ist 2. Insgesamt haben wir errechnet, dass 730 die Hexadezimaldarstellung $2DA_H$ hat. Dabei soll durch den Index *H* klar gemacht werden, dass es sich um eine Hexadezimaldarstellung handelt. Würde das *H* fehlen, so könnte die Darstellung missverständlich sein, wenn – wie bei der Darstellung des 50-ten Geburtstags als 32_H -ter Geburtstag – keine der Hexadezimalziffern A, B, C, D, E, F auftreten.