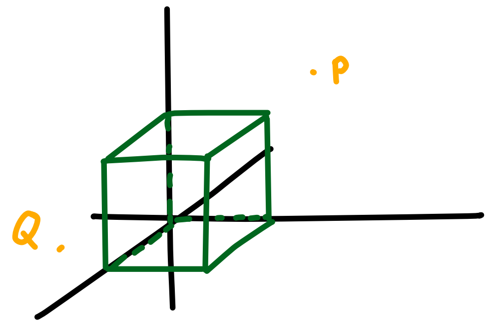
①



$\rightarrow \quad g: Q + t \cdot \overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Schneidet g die Deckfläche $y=3$?

$\rightarrow 4 - 2t = 3 \rightarrow 2t = 1 \rightarrow t = \frac{1}{2}$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \end{pmatrix}$ ↗ nein

Schneidet g die Seitenfläche $x=3$?

$\rightarrow 1 + 3t = 3 \rightarrow 3t = 2 \rightarrow t = \frac{2}{3} \rightarrow g\left(\frac{2}{3}\right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2.\bar{6} \\ 3 \end{pmatrix}$ ja

Weil $0 \leq t \leq 1$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 2.\bar{6} \\ 3 \end{pmatrix}$ auf der Geraden liegt, sieht man P von Q aus nicht (wird durch die Kante $\begin{pmatrix} 3 \\ b \\ 3 \end{pmatrix}$ $(0 \leq b \leq 3)$ verdeckt.)

② Weil eine Parameterdarstellung einer Geraden nicht eindeutig bestimmt ist.

③ trivial

④ Strecke zwischen den Punkten $\vec{P}$ und $\vec{P} + \vec{r}$.

⑤ z.B. $g_1: \vec{P} + t \cdot \overrightarrow{PQ}$ $\quad g_2: \vec{Q} + t \cdot \overrightarrow{PQ}$ $\quad g_3: \vec{P} + \overrightarrow{QP}$, ...

⑥ etwa $g: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

⑦ a) sicher nicht kollinear ... Schnittpunkt? Sicher $y = 1$

$\rightarrow \quad 6 + 4t = 2 + 2s \quad (1) \quad \rightarrow 3 + 2t = 1 + s \quad \rightarrow \quad s = 2 + 2t$

$3 + 5t = 9 - 3s \quad (2)$

$\rightarrow 3 + 5t = 9 - 3(2 + 2t) \rightarrow 3 + 5t = 3 - 6t \rightarrow 11t = 0 \rightarrow t = 0$

$\rightarrow s = 2 \quad \rightarrow g(0) = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \; h(2) = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ kein Schnittpunkt

$\rightarrow$ windschief

b) $9 + 3t = 3 - 6s \quad (1) \quad \rightarrow 3 + t = 1 - 2s \quad \rightarrow \quad t = -2 - 2s$

$3 - t = 5 + 2s \quad (2)$

$\rightarrow 3 - (-2 - 2s) = 5 + 2s \rightarrow 5 - 2s = 5 + 2s \rightarrow s = 0 \rightarrow t = -2$

$g(-2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $h(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ Schnittpunkt

Wegen $(-2) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind sie parallel $\rightarrow$ somit identisch.

c) nicht parallel

$-5 + 2t = 2 + 3s$ (1) $\quad \nearrow$ $-5 + 2(7+5s) = 2 + 3s$ $\rightarrow$

$t = 7 + 5s$ (2) $\rightarrow$ $9 + 10s = 2 + 3s$ $\rightarrow$ $7s = -7$ $\rightarrow$ $s = -1$

$\rightarrow t = 2$ $\rightarrow$ $g(2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $h(-1) = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ ein Schnittpunkt

d) nicht parallel

$2t = 1 - s$ (1) $\quad$ $2(-2+3s) = 1 - s$ $\rightarrow$ $-4 + 6s = 1 - s$

$2 + t = 3s$ (2) $\rightarrow$ $t = -2 + 3s$ $\nearrow$ $\rightarrow 7s = 5$ $\rightarrow s = \frac{5}{7}$ $\rightarrow t = \frac{1}{7}$

$\rightarrow$ $g\left(\frac{1}{7}\right) = \begin{pmatrix} 6/7 \\ 2/7 \\ 2\frac{1}{7} \end{pmatrix}$, $h\left(\frac{5}{7}\right) =$ fail x-Komponente $\rightarrow$ windschief

(8) Länge Richtungsvektor : $\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$ $\Rightarrow$ $t = \pm 2$

$\rightarrow$ $g(2) = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$, $g(-2) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

(9) a) Wegen $t^2 \geq 0$ ergibt sich eine Halbgerade.

b) Wegen $\frac{1}{t} \neq 0$ ergibt sich die Gerade g mit Loch in $\vec{p}$.

c) Sicher $\vec{r} \in g$ und $\vec{u} \in g$. Aus Ähnlichkeitsgründen erhält man die Strecke zwischen $\vec{r}$ und $\vec{u}$.

d) Wegen $-1 \leq \sin(t) \leq 1$ ergibt sich die Strecke zwischen $\vec{p} - \vec{r}$ und $\vec{p} + \vec{r}$.

(10) Vektor von $\vec{r}$ zu g : $\begin{pmatrix} t-3 \\ t \\ t \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\left| \begin{pmatrix} t-3 \\ t \\ t \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(t-3)^2 + t^2 + t^2}$

$= \sqrt{3t^2 - 6t + 9} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{t^2 - 2t + 3}$

Minimiere $\sqrt{t^2 - 2t + 3}$, also minimiere $t^2 - 2t + 3$ (Parabel, oben offen)

Scheitel $\triangleq$ Minimum : $t_s = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$ $\rightarrow$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat minimalen Abstand.

(11) $g: \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \to \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1.5 \end{pmatrix}$ pro Sekunde

Startort $(t=0)$: $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 8.5 \end{pmatrix}$

t beliebig : $s(t) = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 8.5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1.5 \end{pmatrix}$

$\cap$ xz-Ebene $\to y = 0$: $-7 + 3t = 0 \to 3t = 7 \to t = \frac{7}{3}$

$\to s\left(\frac{7}{3}\right) = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 8.5 \end{pmatrix} + \frac{7}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$