(7) $z(t) = 2e^{it} + (3+4i)$

(8) $z(t) = t + (1+t)i$

$f(z) = (t + (1+t)i)^2 = t^2 + 2t(1+t)i - (t^2+2t+1)$

$= (-2t-1) + (2t^2+2t)i$

$\rightarrow a = -2t-1 \quad \rightarrow 2t = -a-1 \quad \rightarrow t = -\frac{a+1}{2}$

$\rightarrow b = 2\left(-\frac{a+1}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{a+1}{2}\right) = 2\left(\frac{a^2+2a+1}{4}\right) - (a+1)$

$= \underline{\underline{\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}}}$

Das Bild ist eine Parabel.

(9) $t + ik \rightarrow \frac{1}{t+ik} = \frac{t-ik}{t^2+k^2} = \frac{t}{t^2+k^2} - \frac{k}{t^2+k^2} i$

$$a^2 + b^2 = \frac{t^2+k^2}{(t^2+k^2)^2} = \frac{1}{t^2+k^2} = -\frac{b}{k}$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 - \frac{b}{k} = a^2 + \left(b - \frac{1}{2k}\right)^2 - \frac{1}{4k^2} = 0$$

$$\rightarrow a^2 + \left(b - \frac{1}{2k}\right)^2 = \frac{1}{4k^2}$$

Kreis mit Mittelpunkt bei $\underline{(0 \mid \frac{1}{2k})}$ und Radius $\underline{\frac{1}{2k}}$ $(k \neq 0)$

Für $k = 0$ hat man eine Hyperbel, also die reelle Achse ohne Ursprung.

$k + it \rightarrow \frac{1}{k+it} = \frac{k-it}{k^2+t^2} = \frac{k}{k^2+t^2} - \frac{t}{k^2+t^2} i$

$$\rightarrow a^2 + b^2 = \frac{k^2+t^2}{(k^2+t^2)^2} = \frac{1}{k^2+t^2} = \frac{a}{k}$$

$$\rightarrow a^2 - \frac{a}{k} + b^2 = 0 \rightarrow \left(a - \frac{1}{2k}\right)^2 - \frac{1}{4k^2} + b^2 = 0$$

$$\rightarrow \left(a - \frac{1}{2k}\right)^2 + b^2 = \frac{1}{4k^2}$$

Kreis mit Mittelpunkt $\underline{(\frac{1}{2k} \mid 0)}$ und Radius $\underline{\frac{1}{2k}}$ $(k \neq 0)$

Für $k = 0$ hat man $f(it) = \frac{1}{it} = -\frac{1}{t} i$, also die imaginäre Achse ohne Ursprung.