

Aufgabenblatt Mengenoperationen Lösungen

1) a) $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\} = \{1, 4, 6, 2, 3, 5\}$

b) $(A \cup B) \cap C = \{x \mid x \in (A \cup B) \text{ und } x \in C\} = \{4, 5, 6\}$

c) $C \setminus A = \{x \mid x \in C \text{ und } x \notin A\} = \{5, 7, 8\}$

$(C \setminus A) \cup B = \{x \mid x \in (C \setminus A) \text{ oder } x \in B\} = \{5, 7, 8, 1, 3, 5\}$

d) $B \cap A = \{x \mid x \in B \text{ und } x \in A\} = \{1\}$

$C \setminus (B \cap A) = \{x \mid x \in C \text{ und } x \notin (B \cap A)\} = \{4, 5, 6, 7, 8\} = C$

2) a) $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$

$= \{x \in \mathbb{G} \mid x \text{ ist gerade oder } x \text{ ist kleiner als } 50\}$

$(= \{1, 2, 3, \dots, 48, 49, 50, 52, 54, 56, \dots\})$

b) $\bar{A} = \mathbb{G} \setminus A = \{x \mid x \in \mathbb{G} \text{ und } x \notin A\}$

$= \{x \in \mathbb{G} \mid x \text{ ist nicht gerade}\}$

$= \{x \in \mathbb{G} \mid x \text{ ist ungerade}\}$

c) $\bar{C} = \mathbb{G} \setminus C = \{x \in \mathbb{G} \mid x \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}\}$

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, \dots\}$

$\bar{C} \setminus A = \{x \mid x \in \bar{C} \text{ und } x \notin A\}$

$= \{x \mid x \in \bar{C} \text{ und } x \text{ ist nicht gerade}\}$

$= \{11, 13, 15, \dots\}$

d) $\bar{B} = \{x \in \mathbb{G} \mid x \text{ ist nicht kleiner als } 50\}$

$= \{x \in \mathbb{G} \mid x \geq 50\}$

$\bar{B} \cap A = \{x \in \mathbb{G} \mid x \geq 50 \text{ und } x \text{ ist gerade}\}$

$(= \{50, 52, 54, \dots\})$

3) (Es gibt immer mehrere richtige Antworten)

a) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ (oder $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$)

b) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

c) $(A \cap B) \setminus C$

d) $(A \cap B) \cup C$

4) Aufgabe 4. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(a) $\emptyset \subset \mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$ ✓

(e) $\mathbb{N}_0 \setminus \mathbb{N} = \{0\}$ ✓

(b) $\emptyset \in \mathcal{P}(\emptyset)$ ✓

(f) $\mathcal{P}(\{1, 2\}) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ ✗

(c) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}_0$ ✗

(g) $\mathcal{P}(\{1, 2\}) \cap \mathbb{N} = \emptyset$ ✓

(d) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}_0) \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ ✗

(h) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ✓

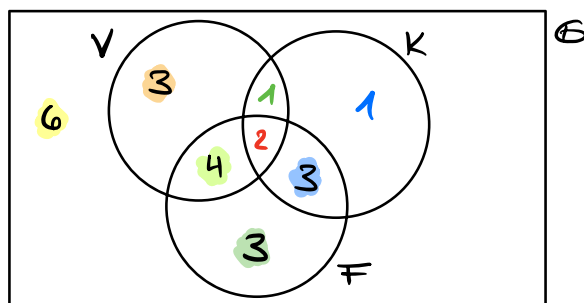
5) Aufgabe 5. Von den Schüler*innen einer Klasse spielen 6 kein Instrument. 10 Schüler*innen spielen Violine und 7 spielen Klavier. Ferner gibt es 12 Flötenspieler*innen in der Klasse, von denen alle mit Ausnahme von dreien noch mindestens ein weiteres Instrument spielen, nämlich 6 Violine und 5 Klavier. Von den Violinist*innen spielen 3 kein weiteres Instrument.

Grundmenge G ist die Menge aller Schüler*innen.

V ist die Menge aller Violinespieler*innen.

K ist die Menge aller Klavierspieler*innen.

F ist die Menge aller Flötenspieler*innen.



$\text{card}(F) = 12$, 3 von den 12 haben wir schon eingetragen, also bleiben noch 9

$\text{card}(F \cap V) = 6$

$\text{card}(F \cap K) = 5$

sind zusammen 11, also müssen 2 (= 11 - 9)

Schüler*innen Flöte, Klavier und Violine spielen

$\Rightarrow 6 - 2 = 4$ spielen Flöte und Violine, aber nicht Klavier

$5 - 2 = 3$ spielen Flöte und Klavier, aber nicht Violine

$\text{card}(V) = 10$, $3 + 4 + 2 = 9$ von den 10 haben wir schon eingetragen, also bleiben noch 1

$\text{card}(K) = 7$, $1 + 2 + 3 = 6$ von den 7 haben wir schon eingetragen, also bleiben noch 1

a) $\text{card}(\mathbb{G}) = 6 + 3 + 1 + 1 + 4 + 2 + 3 + 3 = 23$

b) 1

c) 2

d) $1 + 2 = 3$

6) Antwort 2^n

$\text{card}(A)$	$\text{card}(\mathcal{P}(A))$
1	2 2^1
2	4 2^2
3	8 2^3
4	16 2^4
\vdots	\vdots

7) Aufgabe 7. Gelten die folgenden Gleichungen?

(a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ✓

(b) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$ ✗

(c) $G \setminus (A \cup B) = (G \setminus A) \cup (G \setminus B)$ ✗

(d) $G \setminus (A \cup B) = (G \setminus A) \cap (G \setminus B)$ ✓

8) a) $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ und } y \in B\}$
 $= \{(0, 6), (0, 7), (1, 6), (1, 7)\}$

b) $A \times B = \{(\text{blau}, \text{Haus}), (\text{blau}, \text{Boot}), (\text{rot}, \text{Haus}), (\text{rot}, \text{Boot}),$
 $(\text{gelb}, \text{Haus}), (\text{gelb}, \text{Boot})\}$

c) $\emptyset \times A = \{(x, y) \mid \underbrace{x \in \emptyset}_{\text{es gibt kein } x, \text{ dass dies erfüllt}} \text{ und } y \in A\} = \emptyset$

d) $\mathbb{Z} \times \mathbb{N} = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{Z} \text{ und } y \in \mathbb{N}\}$

9) Antwort $n \cdot m$