Отчет по лабораторной работе № 22 по курсу по курсу “Практикум на ЭВМ”

Студент группы **М8О-107Б-20** Чекменев Вячеслав Алексеевич, № по списку 27

Контакты e-mail: chekmenev031@gmail.com, telegram: @suraba03

Работа выполнена: «19» март 2021 г.

Преподаватель: каф. 806 Найденов Иван Евгеньевич

Отчет сдан « » _________20 ___ г., итоговая оценка _____

Подпись преподавателя ________________

1. **Тема:** Издательская система TeX.
2. **Цель работы:** Научиться основам набора и вёрстки в системе LATEX
3. **Задание:** Сверстать две страницы учебника по математическому анализу Кудрявцев Л.Д.
4. **Оборудование** (студента):

   Процессор *Intel Core i5-8265U* с ОП 7851 Мб, НМД 256 Гб. Монитор *1920x1080*

5. **Программное обеспечение (студента):**

   Операционная система семейства UNIX: linux, наименование: manjaro, версия: 20.1 Mikah
   интерпретатор команд: bash, версия: 5.0.18.
   текстовый редактор: atom, версия: 5.2
   Утилиты операционной системы --
   Прикладные системы и программы --
   Местонахождение и имена файлов программ и данных –

6. Идея, метод, алгоритм решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальные спецификации с пред- и постусловиями)

Используя таблицу символов и знаков в языке TeX напишем страницы учебника на данном языке.

7. Сценарий выполнения работы [план работы, первоначальный текст программы в черновике (можно на отдельном листе) и тесты либо соображения по тестированию].

13.3. Формулы Тейлора для основных элементарных функций

1. $f(x) = \sin x$. Функция $\sin x$ обладает производными всех порядков. Найдем для нее формулу Тейлора при $x_0 = 0$, т. е. формулу Маклорена (13.8). Было доказано (см. п. 10.1), что $(\sin x)^{(m)} = \sin\left(x + m\frac{\pi}{2}\right)$, поэтому

$$f^{(m)}(0) = \sin\frac{m\pi}{2} = \begin{cases} 0 & \text{для } m = 2k, \\ (-1)^k & \text{для } m = 2k+1, \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \ldots, \qquad (13.16)$$

и, согласно формуле (13.5),

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2}),$$

при $x \to 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, или, короче,

$$\sin x = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+2}) \text{ при } x \to 0.$$

Мы записали здесь остаточный член в виде $o(x^{2n+2})$, а не в виде $o(x^{2n+1})$, так как следующий за последним выписанным слагаемым член многочлена Тейлора, в силу (13.16), равен нулю.

2. $f(x) = \cos x$. Как известно (см. п. 10.1),

$$f^{(m)}(x) = \cos\left(x + \frac{m\pi}{2}\right),$$

поэтому

$$f^{(m)}(0) = \cos\frac{m\pi}{2} = \begin{cases} 0 & \text{для } m = 2k+1, \\ (-1)^k & \text{для } m = 2k, \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

и

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}),$$

при $x \to 0$, или, короче,

$$\cos x = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n+1})$$

при $x \to 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$.

3. $f(x) = e^x$. Так как $(e^x)^{(n)} = e^x$, то $f^{(n)}(0) = 1$, $n = 0, 1, \ldots$, следовательно,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n), \qquad (13.17)$$

при $x \to 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, или, короче,

$$e^x = \sum_{k=0}^{n}\frac{x^k}{k!} + o(x^n) \text{ при } x \to 0.$$

Отсюда, заменив x через $-x$, получим

$$e^{-x} = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{x^k}{k!} + o(x^n) \qquad (13.18)$$

при $x \to 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$.

4. $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ и $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. Сложив и вычтя (13.17) и (13.18), при $x \to 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ будем иметь

$$\operatorname{sh} x = \sum_{k=0}^{n}\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+2}), \quad \operatorname{ch} x = \sum_{k=0}^{n}\frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n+1}).$$

В силу единственности представления функции в указанном виде (см. п. 13.2), полученные соотношения являются формулами Тейлора для функций $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$.

5. $f(x) = (1 + x)^\alpha$, где α — некоторое фиксированное число, а $x > -1$. Так как

$$f^{(n)}(x) = \alpha(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n + 1)(1 + x)^{\alpha - n},$$

то

$$f^{(n)}(0) = \alpha(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n + 1),$$

следовательно,

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2}x^2 +$$

$$+ \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{3!}x^3 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n + 1)}{n!}x^n + o(x^n)$$

при $x \to 0$, или, короче,

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \sum_{k=1}^{n}\frac{\alpha(\alpha - 1)\ldots(\alpha - k + 1)}{k!}x^k + o(x^n)$$

$$\text{при } x \to 0,\ n = 1, 2, \ldots . \qquad (13.19)$$

Если $\alpha = n$ — неотрицательное целое ($n = 0, 1, 2, \ldots$), то функция $f(x) = (1 + x)^n$ является многочленом степени n, и имеет место тожество

$$f(x) = Q_n(x) + o((x - x_0)^n), \quad x \to x_0,$$

8. Распечатка протокола (подклеить листинг окончательного варианта программы с тестовыми примерами, подписанный преподавателем).

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\usepackage{ upgreek }
\usepackage{ tipa }
\usepackage[T2A]{fontenc}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[english,russian]{babel}
\usepackage{amsmath,amsfonts,amssymb,amsthm,mathtools}

\begin{document}

\subsection*{13.3 Формулы Тейлора\\для основных элементарных функций}

\quad1. $f(x) = \sin x$. Функция $\sin x$ обладает производными всех порядков. Найдем для нее формулу Тейлора при $x_0=0$, т.е. формулу Маклорена (13.8). Было доказано (см. п. 10.1), что $(\sin x)^{(m)}=\sin (x+m\frac{\pi}{2})$, поэтому

\[
    f^{(m)}(0)=\sin \frac{m\pi}{2}=
    \left\{
        \begin{array}{rcl}
            0 \hspace{15mm} \text{для } m = 2k, \\
            (-1)^{k} \hspace{5mm} \text{для } m = 2k + 1,\\
        \end{array}
    \right.
    k = 0, 1, 2, ... , \eqno(13.16)
\] \\

и, согласно формуле (13.5), \\

\[
    \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + ... +
    (-1)^n \frac{x^{2n + 1}}{(2n + 1)!} + o(x^{2n + 2})
\],\\

при $x \longrightarrow 0, n=0, 1, 2, ... ,$ или, короче,
\[
    \sin x = \sum_{k = 0}^n (-1)^k \frac{x^{2k + 1}}{(2k + 1)!} + o(x^{2n + 2})
    \text{ при } x \longrightarrow 0.
\]
Мы записали здесь остаточный член в виде $o(x^{2n + 2})$, а не в виде $o(x^{2n + 1})$,
так как следующий за последним выписанным слагаемым член многочлена Тейлора, в силу
(13.16), равен нулю.

2. $ f(x) = \cos x $. Как известно (см. п. 10.1),
\[
    f^{(m)} (x) = \cos (x + \frac{m\pi}{2}),
\]
поэтому \\
\[
    f^{(m)} (0) = \cos \frac{m\pi}{2} =
    \left\{
        \begin{array}{rcl}
            0& \hspace{7mm} \text{для } m = 2k + 1, \\
            (-1)^{k}& \text{для } m = 2k,\\
        \end{array}
    \right.
    k = 0, 1, 2, ... ,
\]
и
\[
    \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + ... +
    (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n + 1}),
\]
при $x \longrightarrow 0 $, или, короче,
\[
    \cos x = \sum_{k = 0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n + 1})
\]
при $x \longrightarrow 0, n = 0, 1, 2, ... .$
```

3. $ f(x) = e^x $. Так как $ (e^x)^{(n)} = e^x $, то $ f^{(n)} (0) = 1, n = 0, 1, ... , $ \\ следовательно,
\[
    e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + ... +
    \frac{x^{n}}{n!} + o(x^{n}), \eqno(13.17)
\]
при $ x \longrightarrow 0, n=0, 1, 2, ... , $ или, короче,
\[
    e^x = \sum_{k = 0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n) \text{ при }
    x \longrightarrow 0.
\]
Отсюда, заменив x через -x, получим
\[
    e^{-x} = \sum_{k = 0}^n (-1)^k \frac{x^k}{k!} + o(x^n) \eqno(13.18)
\]
при $x \longrightarrow 0, n = 0, 1, 2, ...$

4. $ \sh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} $ и $ \ch x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} $. Сложив и вычтя (13.17) и (13.18), при $ x \longrightarrow 0, n=0, 1, 2, ... $ будем иметь
\[
    \sh x = \sum_{k = 0}^n \frac{x^{2k + 1}}{(2k + 1)!} + o(x^{2n + 2}),
    \ch x = \sum_{k = 0}^n \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n + 1}).
\]

В силу единственности представления функции в указанном виде (см. п. 13.2), полученные соотношения являются формулами Тейлора для функций $ \sh x $ и $ \ch x $.

5. $ f(x) = (1 + x)^\alpha $, где α -- некоторое фиксированное число, а
$ x \textgreater -1 $. Так как
\[
    f^{(n)} (x) = \alpha(\alpha - 1) ... (\alpha - n + 1)(1 + x)^{\alpha - n},
\]
то
\[
    f^{(n)} (0) = \alpha(\alpha - 1) ... (\alpha - n + 1),
\]
следовательно,
\[
    (1 + x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2} x^2
    + \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{3!} x^3 + ... +
    \frac{\alpha(\alpha - 1)...(\alpha - n + 1)}{n!} x^n + o(x^n)
\]
при $ x \longrightarrow 0 $, или, короче,
\[
    (1 + x)^{\alpha} = 1 + \sum_{k = 1}^n \frac{\alpha(\alpha - 1)...
    (\alpha - k + 1)}{k!} x^k + o(x^n)
    \text{ при } x \longrightarrow 0, n = 1, 2, ... \eqno(13.19)
\]

Если $ \alpha = n $ -- неотрицательное целое $ (n = 0, 1, 2, ...) $, то функция
$ f(x) = (1 + x)^n $ является многочленом степени n, и имеет место тождество
\[
    f(x) = Q_n(x) + o((x - x_0)^n), x \longrightarrow x_0,
\]

\end{document}

9. Дневник отладки должен содержать дату и время сеансов отладки и основные события (ошибки в сценарии и программе, нестандартные ситуации) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10. Замечания автора по существу работы

11. Выводы

В целом, данная работа оказалась полезной. Знания по LaTeX пригодятся в будущей работе. Данная работа позволила понять основы верстки на LaTeX.

Подпись студента: