

Курс общей физики, том III.
ОПТИКА, АТОМНАЯ ФИЗИКА, ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Главная цель книги — познакомить студентов прежде всего с основными идеями и методами физики. Особое внимание обращено на разъяснение смысла физических законов и на сознательное применение их. Несмотря на сравнительно небольшой объем, книга представляет собой серьезное руководство по физике, обеспечивающее подготовку, достаточную для успешного усвоения в дальнейшем теоретической физики и других физических дисциплин,

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	7	§ 16; Световая волна	72
Из предисловия к первому	8	§ 17. Интерференция световых	78
изданию		волн	
ЧАСТЬ I		§ 18. Способы наблюдения	88
ОПТИКА		интерференции света	
Глава I. Введение	9	§ 19. Интерференция света при	90
§ 1. Основные законы оптики	9	отражении от тонких пластинок	
§ 2. Развитие представлений о	16	§ 20. Применения	99
природе света		интерференции света	
§ 3. Принцип Ферма	19	Глава IV. Дифракция света	103
§ 4. Скорость света	21	§ 21. Принцип Гюйгенса —	108
§ 5. Световой поток	23	Френеля	
§ 6. Фотометрические величины	23	§ 22. Зоны Френеля	108
и их единицы		§ 23. Дифракция Френеля от	114
§ 7. Фотометрия	33	простейших преград	
Глава II. Геометрическая	34	§ 24. Дифракция Фраунгофера от	128
оптика		щели	
§ 8. Основные понятия и	34	§ 25. Дифракционная решетка	134
определения		§ 26. Дифракция рентгеновских	144
§ 9. Центрированная оптическая	37	лучей	
система		§ 27. Разрешающая сила	152
§ 10. Сложение оптических	47	объектива	
систем		Глава V. Поляризация света	155
§ 11. Преломление на	51	§ 28. Естественный и	155
сферической поверхности		поляризованный свет	
§ 12. Линза	58	§ 29. Поляризация при	159
§ 13. Погрешности оптических	62	отражении и Преломлении	
систем		§ 30. Поляризация при двойном	164
§ 14. Оптические приборы	64	лучепреломлении	
§ 15. Светосила объектива	69	§ 31. Интерференция	170
Глава III. Интерференция	72	поляризованных лучей.	
света		Эллиптическая поляризация	

§ 32. Кристаллическая пластинка	175	§ 56. Фотоэффект	275
между двумя поляризаторами		§ 57. Опыт Боте. Фотоны	281
§ 33. Искусственное двойное	180	§ 58. Эффект Комптона	285
лучепреломление		ЧАСТЬ II	
§ 34. Вращение плоскости	182	АТОМНАЯ ФИЗИКА	
поляризации		Глава X. Боровская теория	290
Глава VI. Оптика движущихся	190	атома	
сред и теория относительности		§ 59. Закономерности в атомных	290
§ 35. Опыт Физо и опыт	190	спектрах	
Майкельсона		§ 60. Модель атома Томсона	293
§ 36. Специальная теория	197	§ 61. Опыты по рассеянию а-	295
относительности		частиц. Ядерная модель атома	
§ 37. Преобразования Лоренца	200	§ 62. Постулаты Бора. Опыт	301
§ 38. Следствия из	203	Франка и Герца	
преобразований Лоренца		§ 63. Элементарная боровская	305
§ 39. Интервал	208	теория водородного атома	
§ 40. Сложение скоростей	212	Глава XI.	308
§ 41. Эффект Допплера	214	Квантовомеханическая теория	
§ 42. Релятивистская динамика	218	водородного атома	
Глава VII. Взаимодействие	228	§ 64. Гипотеза де-Броиля.	308
электромагнитных волн с		Волновые свойства вещества	
веществом		§ 65. Уравнение Шредингера	310
§ 43. Дисперсия света	228	§ 66. Квантовомеханическое	314
§ 44. Групповая скорость	229	описание движения микрочастиц	
§ 45. Элементарная теория	233	§ 67. Свойства волновой	320
дисперсии		функции. Квантование	
§ 46. Поглощение света	236	§ 68. Частица в бесконечно	321
§ 47. Рассеяние света	238	глубокой одномерной	
§ 48. Эффект Вавилова —	242	потенциальной яме.	
Черенкова		Прохождение частиц через	
Глава VIII. Тепловое	244	потенциальный барьер	
излучение		§ 69. Атом водорода	330
§ 49. Тепловое излучение и	244	Глава XII. Многоэлектронные	338
люминесценция		атомы	
§ 50. Закон Кирхгофа	246	§ 70. Спектры щелочных	338
§ 51. Закон Стефана — Больцмана	251	металлов	
и закон Вина		§ 71. Нормальный эффект	344
§ 52. Формула Рэлея — Джинса	253	Зеемана	
§ 53. Формула Планка	259	§ 72. Мультиплетность спектров	347
§ 54. Оптическая пирометрия	264	и спин электрона	
Глава IX. Фотоны	272	§ 73. Момент импульса в	354
§ 55. Тормозное рентгеновское	272	квантовой механике	
излучение		§ 74. Результирующий момент	357

многоэлектронного атома		
§ 75. Аномальный эффект Зеемана	360	
§ 76. Распределение электронов в атоме по энергетическим уровням	367	
§ 77. Периодическая система элементов Менделеева	369	
§ 78. Рентгеновские спектры	377	
§ 79. Ширина спектральных линий	381	
§ 80. Вынужденное излучение	386	
Глава XIII. Молекулы и кристаллы	389	
§ 81. Энергия молекулы	389	
§ 82. Молекулярные спектры	395	
§ 83. Комбинационное рассеяние света	403	
§ 84. Теплоемкость кристаллов	405	
§ 85. Эффект Мёссбауэра	417	
§ 86 Лазеры. Нелинейная оптика	424	
ЧАСТЬ III		
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ		
Глава XIV. Атомное ядро	434	
§ 87. Состав и характеристика атомного ядра	434	
§ 88. Масса и энергия связи ядра	438	
§ 89. Природа ядерных сил	441	
§ 90. Радиоактивность	443	
§ 91. Ядерные реакции	457	
§ 92. Деление ядер	463	
§ 93. Термоядерные реакции	472	
Глава XV. Элементарные частицы	476	
§ 94. Космические лучи	476	
§ 95. Методы наблюдения элементарных частиц	478	
§ 96. Классы элементарных частиц и виды взаимодействий	482	
§ 97. Частицы и античастицы	487	
§ 98. Изотопический спин	408	
§ 98. Странные частицы	499	
§ 100. Несохранение четности в слабых взаимодействиях	503	
§ 101. Нейтрино	509	
§ 102. Систематика элементарных частиц	512	
Приложение. Голография	518	
Предметный указатель	522	

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Аберрация света 21, 191	
— сферическая 62	
— хроматическая 63	
Абсолютная система отсчета 191	
Абсолютно черное тело 248, 250	
Адроны 485	
Аккомодация 64	
Альфа-лучи 450	
Альфа-распад 450	
Альфа-частицы 295	
Анализатор 175	
Аннигиляция пар 489, 492	
Антинейтрино 435	
Антинейtron 493	
Антипротон 492	
Античастицы 492	
Астигматизм 63	
Барн 461	
Бета-лучи 450	
Бета-распад 453	
Бипризма Френеля 89	
Бозоны 486	
Бомба атомная 441, 467	
— термоядерная 473	
Вакуум 488	
Ветвь акустическая 415	
— оптическая 405, 415	
Взаимодействие гравитационное 484	

- обменное 442, 446
- Взаимодействие сильное 442, 483
- слабое 484
- электромагнитное 483
- Видности функция 24
- Виртуальные процессы 446
- частицы 443
- Внутренняя конверсия 452
- Волна монохроматическая 23, 93, 236
- Волновая функция 311, 314, 320
- Волновое число 283, 291
- Волны когерентные 78, 81
- Восьмеричный путь 515
- Вращение плоскости поляризации 182
 - магнитное 188
- Время абсолютное 197
- взаимодействия 483
- жизни возбужденного состояния атомов 381
 - ядер 418, 452
- метастабильного состояния 381
- собственное 207
- Вырождение 332
- Гамма-лучи 450
- Гармонический осциллятор 392
- Гиперзаряд 501
- Гиперон 486
- Гипотеза де-Бройля 308, 309, 312
 - Юкавы 444
- Главное сечение кристалла 165
- Гравитационное красное смещение 422
- Гравитоны 484
- Граница серии 292
- Группа волн 230, 236
- Давление света 283
- Двойное лучепреломление 161, 180
- Дейтерий 436
- Дейтон 442, 457
- Деление ядер 441, 463
- Дефект масс 440
- Диаграмма Мозли 370
- Диоптрия 42
- Дисперсия аномальная 229, 236
 - нормальная 229, 236
- света 63, 228
 - элементарная теория 233
 - спектрального прибора линейная 141
 - — — угловая 140
- Дисторсия 63
- Дифракционная решетка 134 и д., 250
 - вогнутая 143
 - отражательная 143
- Дифракция в параллельных лучах 108
 - от края полуплоскости 120
 - круглого диска 118
 - — — отверстия 114
 - — щели 126, 128
 - рентгеновских лучей 144 и д.
 - света 18, 106
 - Фраунгофера 108
 - Френеля 108
 - электронов 309, 315
- Дихроизм 165
- Дополнительные окраски 178
- Единица радиоактивности 457
- е-захват 456
- Закон Больцмана 260, 388, 424
 - Брюстера 160, 161
 - Бугера 237
 - взаимности световых лучей 11
 - взаимосвязи массы и энергии 226
 - Дюлонга и Пти 406, 414
 - Кирхгофа 249
 - Ламберта 29
 - Малюса 157
 - Мозли 378
 - независимости световых лучей 9, 431
 - обратимости световых лучей 11
 - отражения света 9, 20
- Закон поглощения света 237
 - преломления света 10, 20

- пропорциональности массы и энергии 226
- прямолинейного распространения света 9, 112
- радиоактивного распада 448
- Рэлея 240
- смещения Вина 253, 264
- сохранения барионного заряда 493
 - комбинированной четности 507
 - лептонного заряда 494
 - странности 501
 - четности 505
- Стефана—Больцмана 252, 263
- Стокса 404
- Столетова 277
- Т³ Дебая 413
- Законы сохранения 513
- фотоэффекта 275 и д.
- Закрученность частицы 507
- Зарядовая независимость ядерных сил 442
- Зарядовое сопряжение 494
 - число 435
- Зеркала Френеля 88
- Зеркало сферическое 55
- Зонная пластинка 114
- Зоны Френеля 108
- Зрительная труба 67
- Излучение Вавилова—Черенкова 243
 - вынужденное 386, 424
 - индуцированное 386
 - равновесное 245, 264
 - резонансное 417
 - спонтанное 382, 386
 - температурное 244
 - тепловое 244
- Изобары 436
- Изображение действительное 36
 - мнимое 36
 - обратное 39
 - оптическое 36
 - прямое 39
- стигматическое 36
- точечное 36
- Изомеры 436, 452
- Изотоны 436
- Изотопы 436
- Инверсия комбинированная 507
- Инверсия пространства 504
- Инверсная населенность энергетических уровней 425
- Интегралы Френеля 122
- Интенсивность света 73, 75
- Интервал 208
- Интерференция в тонких пластинах 90 и д.
- волн 79
- поляризованных лучей 170 и д.
- света 18, 78 и д.
- Интерферометр Майкельсона 100, 193
- Испускательная способность 246
- Источник света изотропный 26
 - косинусный 29
 - ламбертовский 29
 - точечный 26
- (j,j)-связь 358
- Кант полосы 396, 403
- Каон 485
- Катодолюминесценция 244
- Квазичастица 416
- Квант действия 260
 - звука 416
 - энергии 251, 260
- Квантовое число азимутальное 331, 332, 367
 - вращательное 394
 - главное 305, 331, 332, 367
 - колебательное 392
 - магнитное 331, 332, 345, 367
 - полного момента 351
 - спиновое 349, 367
- Кванты света 278, 281, 301
- Кварки 516
- К-захват 456

- К-мезоны 485
Когерентность 78, 81
— временная 81
— пространственная 81
Коллинеарное соответствие 37
Кольца Ньютона 98
Кома 63
Компаунд-ядро 458
Комптоновская длина волны 289, 444
Константа взаимодействия 483
Коротковолновая граница
 рентгеновского спектра 272, 275
Корпускулярно-волновой дуализм 18, 283, 308
Космические лучи 476 и д.
Коэффициент отражения 77, 328
— поглощения 236, 237
— — отрицательный 425
— упаковочный 440
— Эйнштейна 387
— экстинкции 240
Кратность вырождения 332
Кристалл двуосный 166
— одноосный 165
Критическая масса 467
— опалесценция 242
Кружок наименьшего рассеяния 36
Кюри, единица радиоактивности 457
Лагранжа—Гельмгольца инвариант
 57
Лазер 387, 424 и д.
Ланде множитель 363, 364
Лептонное число 494
Лептонный заряд 494
Лептоны 446, 485
Ливни электронно-позитронных пар
 476
Линза 58
Лоренцево смещение 347
— сокращение 205
Луч 34, 169
— необыкновенный 164, 168
— обычновенный 164, 168
— параксиальный 52
Люкс 27, 28
Люмен 26
Люминесценция 244
Люминофоры 244
Магнетон Бора 344, 350
— ядерный 434
Магнитный момент атома 363
— — электрона орбитальный 344
— — — собственный 350
Мазер 424
Масса покоя 223, 282
— релятивистская 223
Массовое число 435
Мезоны 442, 445, 485
Механический эквивалент света 27
Микрочастицы 310, 316
Мировая линия 208
— точка 208
Многофотонные процессы 432
Модель атома векторная 361
— — Резерфорда 296
— — Томсона 293
— — ядерная 296, 301
Момент импульса 333, 354 и д.
— инерции молекулы 394, 398
Мультиплетность терма 360
Мультиплеты 348
— зарядовые 496, 497, 514
— обращённые 377
— правильные 377
— унитарные 514
Мутные среды 239
Мю-мезон 207, 445
Мюон 445
Нейтрино 455, 509
— мюонное 512
— продольное 508
— электронное 512
Нейтрон 435
Нелинейное отражение света 431
Несохранение четности 505
Нит 29

- Нормальное смещение 347, 361, 365
Нуклон 434, 496
Оптика волновая 34, 72
— геометрическая 34
— лучевая 34
— нелинейная 431
Оптическая длина пути 19, 82, 193
— ось кристалла 165, 183
— — системы 36, 52
— разность хода 82
— сила 42, 53, 55
— система 36, 37
— — идеальная 36
— — телескопическая 67
— — центрированная 37
Оптические гармоники 432
Оптический квантовый генератор 424
Опыт Айвса 217
— Боте 281
— Вавилова 285
— Ву 506
— Дэвиссона и Джермера 309
— Лауэ, Фридриха и Книппинга 145
— Ледермана и Шварца 512
Опыт Майкельсона 193 и д.
— Паунда и Ребки 422
— Резерфорда 295
— Рейнеса и Коуэна 510
— Физо 191, 213
— Франка и Герца 302 и д.
— Штерна и Герлаха 333
Освещенность 27
Относительное отверстие 71
Пара электронно-позитронная 489
Переходы вынужденные 386
— индуцированные 386
— спонтанные 382
Период полураспада 449
Периодическая система Менделеева
369 и д.
Пи-мезон 445, 485
Пион 445
Пирометры оптические 264 и д.
Плоскости главные 41
— кардинальные 41, 43, 46
— узловые 46
— фокальные 38
Плоскость колебаний 155
— поляризации 155
Плотность вероятности 284, 315, 337
— потока энергии 23
— светового потока 75
— энергии излучения 253
Поглощающая способность 248
Поглощение света 236 и д.
— — миофотонное 432
— — резонансное 417, 420
Погрешности оптических систем 62 и
д.
Позитрон 455, 487, 489
Позитроний 490
Показатель преломления 11, 14, 74,
236, 431
— — абсолютный 11
— — относительный 10, 11, 12
Поле интерференции 83
Полное внутреннее отражение 13
Полосы вращательные 397
— колебательно-вращательные 399
— равного наклона 95, 98
— равной толщины 97, 98
— электронно-колебательные 400
Полуширина спектральной линии
382
Поляризатор 156
Поляризация света 18, 155 и д.
— — круговая 158, 173
— — эллиптическая 158, 173
Поляроид 165
Порядок интерференционного
максимума 92, 94
Постоянная Верде 189
— вращения 183
— — удельная 183
— — дифракционной решетки 134
— Керра 182

- Планка 260, 275, 279, 305, 311, 333
- распада 449
- Ридберга 292, 306, 338, 379
- Стефана—Больцмана 252, 264
- Постулаты Бора 301
- Правила отбора 400, 426
 - Хунда 376
- Правило отбора для j 354
 - J 397, 401
 - I 334
 - L 343
 - m 346
 - m_J 366
 - m_L 366
 - m_s 366
 - v 393
- Преобразования Галилея 200, 203, 218
 - Лоренца 203, 218
- Принцип Гюйгенса 17, 106, 169
 - Гюйгенса — Френеля 106, 107, 108
 - запрета 368
 - исключения 368
 - относительности Галилея 191
 - Эйнштейна 197, 218
 - Паули 368, 369, 375
 - постоянства скорости света 197, 200
 - Ферма 19
 - эквивалентности 422
- Промежуточное ядро 458
- Пространство абсолютное 197
 - изображений 36
 - предметов 36
 - четырехмерное 208
- Протий 436
- Протон 434, 493
- Прямые ядерные взаимодействия 459
- Пучок лучей 34
 - астигматический 35
- Пучок лучей гомоцентрический 34
- — — параксиальный 52
- Радиационный захват нейтронов 465
- Радиоактивность 448 и д.
 - естественная 448
 - искусственная 448
 - протонная 456
- Радиоактивные ряды 449
- семейства 449
- Радиоуглерод 462
- Разрешающая сила дифракционной решетки 142
- — — объектива 153
- — — спектрального прибора 142
- Рассеяние α -частиц 295 и д.
 - света 238 и д.
- — — комбинационное 400, 403, 431
- — — молекулярное 241
- Резонансное поглощение нейтронов 462
- Резонансы 486
- Релятивистская динамика 218 и д.
- Рентгеновские трубы 272
- Рентгеновское излучение тормозное 272
 - — — характеристическое 274, 377
- Рентгеноструктурный анализ 150
- Рождение пар 489
- Рэлея критерий 142, 153
- Самофокусировка света 432
- Свет естественный 155, 159
 - плоскополяризованный 155
 - поляризованный 155
 - — — по кругу 158, 173
 - — — прямолинейно поляризованный 155
 - частично поляризованный 157, 159
 - эллиптически поляризованный 158, 173
- Светимость 27, 29
- энергетическая 246, 265

- — абсолютно черного тела 250, 251, 263
Световой поток 25, 26
Светосила объектива 69, 71
Свеча 26
Связь гетерополярная 390
— гомеополярная 389
Связь Рессель — Саундерса 358
Серии рентгеновские 378
Серия Бальмера 292, 334
— Бергмана 338
— Брэкета 292
— главная 338, 340
— диффузная 338, 340
— Лаймана 292, 334
— основная 338, 340
— Пашена 292
— Пфунда 292
— резкая 338—340
— спектральная 290
— фундаментальная 338
Серое тело 248, 270
Сила света 26
Символы термов 351, 359, 429
Синтез ядер 441, 472
Скорость групповая 231, 236
— света 18, 21, 23, 199
— фазовая 230, 236
Сложный дублет 354
Собственные значения 321
— функции 321
Соотношение неопределенностей 317, 319, 443
Сопряженные точки 36
Составное ядро 458
Состояния вырожденные 332
Спектр атомный 290
— —, сверхтонкая структура 438
— —, тонкая структура 348
— линейчатый 290
— молекулярный 395
— полосатый 396
— рентгеновский 378
Спин 348, 349, 361, 487
— изобарический 496
— изотопический 486
— фотона 334
— ядра 438
Спин-орбитальное взаимодействие 351
Сpirаль Корню 122
Сpirальность частицы 507, 508
Стационарное состояние 312
Степень поляризации 158
Стильб 29
Странность 499, 501, 503
Супермультиплет 514
Сцинтилляция 295
Таутохронность 19
Телескоп 67, 69
Температура Дебая 413, 421
— отрицательная 425
— радиационная 267, 270
— цветовая 270, 271
— яркостная 269
Теория Бора 305 и д., 331
— Дирака 487, 490
— истечения 16
— относительности 197 и д.
— света волновая 1.6, 190
— — корпскулярная 16
— — электромагнитная 18
— теплоемкости кристаллов Дебая 407
— — — Эйнштейна 406
— унитарной симметрии 514
Тепловой эффект ядерной реакции 458
Терм 293, 302, 338, 340, 343, 351, 359
Термоядерная реакция 441, 472
— — управляемая 474
Точки главные 41, 46
— кардинальные 41, 43, 46
— узловые 46
Тритий 436
Туннельный эффект 330, 453, 473

- Тяжелая вода 469
Тяжелый водород 436
Увеличение линейное 39, 44
— оптического прибора 64
— поперечное 39, 45, 46, 65
— продольное 45
— угловое 45
Угол Брюстера 160, 161, 163
— наименьшего отклонения 14
— полной поляризации 160
— предельный 12
— скольжения 149
Узлы оптической системы 46, 54
Ультрафиолетовая катастрофа 259
Уравнение Дирака 349, 487
— Шредингера 311 и д., 320, 331
— для стационарных состояний 312
Уровни энергии 302
Ферми, единица длины 436
Фермионы 485
Флуоресценция 404
—резонансная 417
— рентгеновская 281
Фокусное расстояние 41
Фокусы оптической системы 38, 46
Фонон 416, 421
Формула Бальмера 291, 292
— обобщенная 293, 306
— Вина 252
— Вульфа — Брэгга 149, 150
— Ньютона 44, 55
— Планка 262, 387
— Резерфорда 300
Рэлея — Джинса 258, 262
— тонкой линзы 60
— Эйнштейна 279
Формулы Лауз 147, 150
— Ридберга 338
— Френеля 161
— центрированной оптической системы 44
Фот 27, 28
Фотоделение ядер 465
Фотолюминесценция 244
Фотометрия 30, 280
Фотон 18, 72, 281, 282, 334, 336
— виртуальный 443
—, импульс 283
—, энергия 282
Фотосопротивление 280
Фотоэлектродвижущая сила 280
Фотоэффект 18, 275 и д.
— вентильный 280
— внешний 279
— внутренний 279
— красная граница 278
— многофотонный 433
Хемилюминесценция 244, 245
Цикл Бете 473
— протонно-протонный 473
— углеродный 474
Цуг волн 79, 155, 172
Частицы абсолютно нейтральные 493
— странные 499 и д.
— элементарные 482, 516
Четность 503
— внутренняя 505
— комбинированная 507
— состояния 504
Ширина спектральной линии 382, 385
— — — допплеровская 218 и д.
Ширина спектральной линия естественная 382, 418
— энергетического уровня 382
Электролюминесценция 244
Электронная группа 368
— конфигурация 370, 375
— оболочка 368
Электронный захват 456
— слой 368
Энергия вращательная 392
— осциллятора 392
— — нулевая 393
— — средняя 406

- колебательная 392
- покоя 225
- связи молекулы 391
 - нуклонов в ядре 439, 440
- электронная 391
- Эфир мировой 18, 190, 197
- Эффект Вавилова — Черенкова 242
- Допплера 190, 214
 - поперечный 217
 - продольный 216
- Зеемана аномальный 348, 361
 - нормальный 344 и д.
 - простой 361
 - сложный 361
- Керра 181
- Комптона 18, 285 и д.
- Мёссбауэра 420
- Пашена — Бака 367
- Рамана 403
- Фарадея 188
- Эффективное сечение 459
- Ядерная единица времени 458
- Ядерные реакции 457 и д.
 - срыва 459
 - цепные 467
- силы 442
- Ядерный реактор 468
 - гетерогенный 471
 - гомогенный 47.1
- реактор-размножитель 472
- Ядро атома 434 и д.
 - масса 438
 - радиус 436
 - спин 438
 - энергия связи 439
- Яркость 26, 28
- энергетическая 265
- Ячейка Керра 23, 181, 182

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	7
Из предисловия к первому изданию	8
ЧАСТЬ I	
ОПТИКА	
Глава I. Введение	9
§ 1. Основные законы оптики	9
§ 2. Развитие представлений о природе света	16
§ 3. Принцип Ферма	19
§ 4. Скорость света	21
§ 5. Световой поток	23
§ 6. Фотометрические величины и их единицы	25
§ 7. Фотометрия	30
Глава II. Геометрическая оптика	34
§ 8. Основные понятия и определения	34
§ 9. Центрированная оптическая система	37
§ 10. Сложение оптических систем	47
§ 11. Преломление на сферической поверхности	51
§ 12. Линза	58
§ 13. Погрешности оптических систем	62
§ 14. Оптические приборы	64
§ 15. Светосила объектива	69
Глава III. Интерференция света	72
§ 16. Световая волна	72
§ 17. Интерференция световых волн	78
§ 18. Способы наблюдения интерференции света	88
§ 19. Интерференция света при отражении от тонких пластиночек	90
§ 20. Применения интерференции света	99
Глава IV. Дифракция света	103
§ 21. Принцип Гюйгенса — Френеля	106
§ 22. Зоны Френеля	108

§ 23. Дифракция Френеля от простейших преград	114
§ 24. Дифракция Фраунгофера от щели	128
§ 25. Дифракционная решетка	134
§ 26. Дифракция рентгеновских лучей	144
§ 27. Разрешающая сила объектива	152

Г л а в а V. Поляризация света 155

§ 28. Естественный и поляризованный свет	155
§ 29. Поляризация при отражении и преломлении	159
§ 30. Поляризация при двойном лучепреломлении	164
§ 31. Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая поляризация	170
§ 32. Кристаллическая пластина между двумя поляризаторами	175
§ 33. Искусственное двойное лучепреломление	180
§ 34. Вращение плоскости поляризации	182

Г л а в а VI. Оптика движущихся сред и теория относительности 190

§ 35. Опыт Физо и опыт Майкельсона	190
§ 36. Специальная теория относительности	197
§ 37. Преобразования Лоренца	200
§ 38. Следствия из преобразований Лоренца	203
§ 39. Интервал	208
§ 40. Сложение скоростей	212
§ 41. Эффект Допплера	214
§ 42. Релятивистская динамика	218

Г л а в а VII. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом 228

§ 43. Дисперсия света	228
§ 44. Групповая скорость	229
§ 45. Элементарная теория дисперсии	233
§ 46. Поглощение света	236
§ 47. Рассеяние света	238
§ 48. Эффект Вавилова — Черенкова	242

Г л а в а VIII. Тепловое излучение 244

§ 49. Тепловое излучение и люминесценция	244
§ 50. Закон Кирхгофа	246
§ 51. Закон Стефана — Больцмана и закон Вина	251
§ 52. Формула Рэлея — Джинса	253
§ 53. Формула Планка	259
§ 54. Оптическая пиromетрия	264

Г л а в а IX. Фотоны 272

§ 55. Тормозное рентгеновское излучение	272
§ 56. Фотоэффект	275
§ 57. Опыт Боте. Фотоны	281
§ 58. Эффект Комptonа	285

ЧАСТЬ II
АТОМНАЯ ФИЗИКА

Глава X. Боровская теория атома	290
§ 59. Закономерности в атомных спектрах	290
§ 60. Модель атома Томсона	293
§ 61. Опыты по рассеянию α -частиц. Ядерная модель атома	295
§ 62. Постулаты Бора. Опыт Франка и Герца	301
§ 63. Элементарная боровская теория водородного атома	305
Глава XI. Квантовомеханическая теория водородного атома	308
§ 64. Гипотеза де-Бройля. Волновые свойства вещества	308
§ 65. Уравнение Шредингера	310
§ 66. Квантовомеханическое описание движения микрочастиц	314
§ 67. Свойства волновой функции. Квантование	320
§ 68. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Прохождение частиц через потенциальный барьер	321
§ 69. Атом водорода	330
Глава XII. Многоэлектронные атомы	338
§ 70. Спектры щелочных металлов	338
§ 71. Нормальный эффект Зеемана	344
§ 72. Мультиплетность спектров и спин электрона	347
§ 73. Момент импульса в квантовой механике	354
§ 74. Результирующий момент многоэлектронного атома	357
§ 75. Аномальный эффект Зеемана	360
§ 76. Распределение электронов в атоме по энергетическим уровням	367
§ 77. Периодическая система элементов Менделеева	369
§ 78. Рентгеновские спектры	377
§ 79. Ширина спектральных линий	381
§ 80. Вынужденное излучение	386
Глава XIII. Молекулы и кристаллы	389
§ 81. Энергия молекулы	389
§ 82. Молекулярные спектры	395
§ 83. Комбинационное рассеяние света	403
§ 84. Теплоемкость кристаллов	405
§ 85. Эффект Мессбауэра	417
§ 86. Лазеры. Нелинейная оптика	424

ЧАСТЬ III
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА
И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Глава XIV. Атомное ядро	434
§ 87. Состав и характеристика атомного ядра	434
§ 88. Масса и энергия связи ядра	438
§ 89. Природа ядерных сил	441

§ 90. Радиоактивность	448
§ 91. Ядерные реакции	457
§ 92. Деление ядер	463
§ 93. Термоядерные реакции	472

Глава XV. Элементарные частицы 476

§ 94. Космические лучи	476
§ 95. Методы наблюдения элементарных частиц	478
§ 96. Классы элементарных частиц и виды взаимодействий	482
§ 97. Частицы и античастицы	487
§ 98. Изотопический спин	496
§ 99. Странные частицы	499
§ 100. Несохранение четности в слабых взаимодействиях	503
§ 101. Нейтрино	509
§ 102. Систематика элементарных частиц	512

Приложение. Голография 518

Предметный указатель 522

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

При подготовке к настоящему изданию сделан ряд изменений и дополнений. Заново написан § 42 «Релятивистская динамика». Существенные добавления и изменения сделаны в параграфах 11, 16, 17, 32, 66, 68, 77 и 86. Небольшие добавления и изменения сделаны в некоторых других параграфах.

При ссылках на первый и второй тома курса имеется в виду четвертое издание этих томов.

Выражаю благодарность всем, кто критическими замечаниями и советами содействовал улучшению книги.

Октябрь 1970 г.

И. Савельев

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Курс общей физики, который завершается этим томом, предназначается прежде всего для студентов инженерно-физических специальностей вузов. Курс возник как итог многолетней работы автора на кафедре общей физики Московского инженерно-физического института. Автор постоянно общался со студентами не только через барьер лекторской кафедры, но и на практических занятиях, консультациях, экзаменах и зачетах. Изложение многих вопросов оттачивалось во время этих весьма плодотворных для автора встреч. Большую помощь в создании курса оказали также коллеги автора по кафедре, с которыми обсуждались построение и методика изложения отдельных разделов курса. Особо следует отметить роль в создании курса доцентов кафедры О. И. Замши и И. Е. Иродова.

И. Савельев

ЧАСТЬ I

ОПТИКА

ГЛАВА I

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Основные законы оптики

С давних времен известны четыре основных закона оптических явлений: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон независимости световых лучей; 3) закон отражения света; 4) закон преломления света.

В однородной среде свет распространяется прямолинейно. Это вытекает из того, что непрозрачные предметы при освещении их источниками малых размеров дают тени с резко очерченными границами. Закон прямолинейного распространения является приближенным; при прохождении света через очень малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности, тем большие, чем меньше отверстие.

Независимость световых лучей заключается в том, что они при пересечении не возмущают друг друга. Пересечения лучей не мешают каждому из них распространяться независимо друг от друга¹).

При прохождении света через границу двух прозрачных веществ падающий луч разделяется на два — отраженный и преломленный (рис. 1). Направления этих лучей определяются законами отражения и преломления света.

Закон отражения света гласит, что *отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью*,

¹⁾ Независимость световых лучей наблюдается лишь при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, получаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестает соблюдаться (см. § 86).

восстановленной в точке падения. Угол отражения равен углу падения¹):

$$-i'_1 = i_1. \quad (1.1)$$

Закон преломления света формулируется следующим образом: преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке

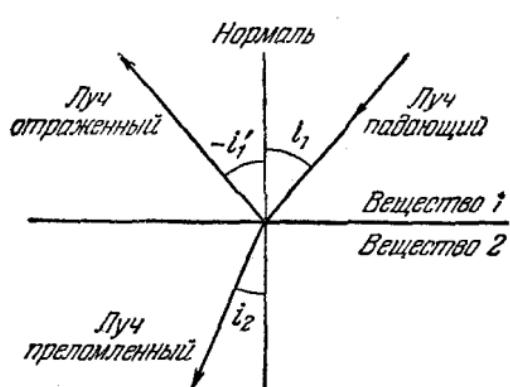


Рис. 1.

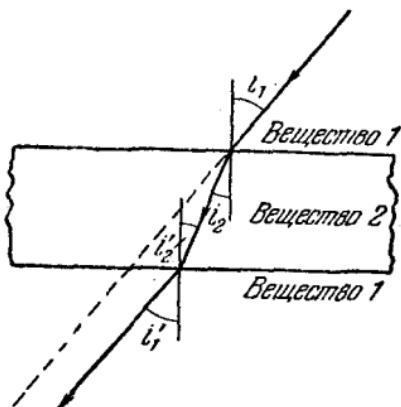


Рис. 2.

падения. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных веществ:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{12}. \quad (1.2)$$

Величина n_{12} называется относительным показателем преломления второго вещества по отношению к первому²).

Погрузим в вещество 1 плоскопараллельную пластинку из вещества 2 (рис. 2). Опыт дает, что луч, прошедший через пластинку, оказывается параллельным падающему лучу. Напишем соотношение (1.2) для преломления луча на обеих поверхностях пластиинки:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{12}, \quad \frac{\sin i'_2}{\sin i'_1} = n_{21} \quad (1.3)$$

¹⁾ Знак минус при i'_1 означает, что углы i_1 и i'_1 отсчитываются в разные стороны от нормали. Подробнее об этом см. в конце параграфа.

²⁾ Заметим, что если условно считать для отражения $n_{12} = -1$, то уравнение (1.2) будет описывать и отражение света.

(для второй поверхности в законе (1.2) взят показатель преломления первого вещества по отношению ко второму, т. е. n_{21}).

Из геометрических соображений $i'_2 = i_2$; углы i_1 и i'_1 одинаковы, поскольку луч после прохождения через пластинку остался параллельным прежнему направлению. Поэтому, перемножив выражения (1.3), получим, что

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}. \quad (1.4)$$

Отсюда вытекает закон обратимости (или взаимности) световых лучей: если навстречу лучу,

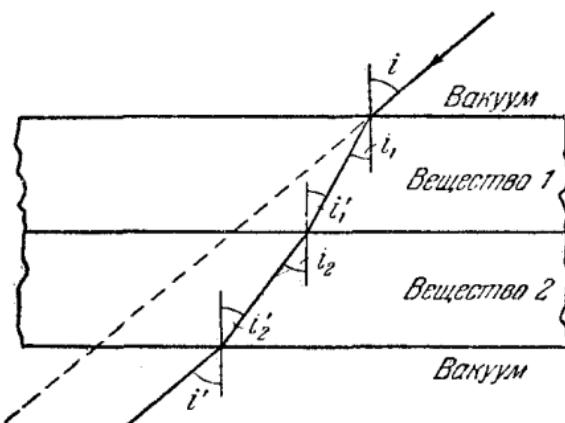


Рис. 3.

претерпевшему ряд отражений и преломлений, пустить другой луч, то он пойдет по тому же пути, что и первый (прямой) луч, но в обратном направлении.

Показатель преломления вещества по отношению к пустоте называется абсолютным показателем преломления (или просто показателем преломления) данного вещества. Вещество с большим показателем преломления называется оптически более плотным.

Относительный показатель преломления двух веществ n_{12} связан простым соотношением с их абсолютными показателями преломления n_1 и n_2 . Чтобы найти это соотношение, рассмотрим прохождение луча через две сложенные вместе плоскопараллельные пластинки, помещающиеся в пустоте (рис. 3). В этом случае луч, прошедший через обе пластины, так же как и в случае одной

пластиинки, параллелен падающему лучу, т. е. $i' = i$. Напишем условие (1.2) для всех трех преломляющих поверхностей. При этом для первой поверхности нужно взять относительный показатель преломления вещества 1 по отношению к вакууму, т. е. абсолютный показатель преломления первого вещества n_1 , а для третьей поверхности — относительный показатель преломления вакуума по отношению к веществу 2, который согласно (1.4) равен $1/n_2$, где n_2 — абсолютный показатель преломления второго вещества. Таким образом,

$$\frac{\sin i}{\sin i_1} = n_1, \quad \frac{\sin i'_1}{\sin i_2} = n_{12}, \quad \frac{\sin i'_2}{\sin i'} = \frac{1}{n_2}.$$

Перемножив эти выражения и учитя, что $i' = i$, $i'_1 = i_1$ и $i'_2 = i_2$, придем к соотношению: $n_1 n_{12}/n_2 = 1$, откуда

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.5)$$

Итак, относительный показатель преломления двух веществ равен отношению их абсолютных показателей преломления.

Используя соотношение (1.5), закону преломления (1.2) можно придать следующий вид:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (1.6)$$

Из этой формулы видно, что при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную луч удаляется от нормали к поверхности (рис. 4). Увеличение угла падения i_1 сопровождается более быстрым ростом угла переломления i_2 и по достижении углом i_1 значения

$$i_{\text{пред}} = \arcsin n_{12} \quad (1.7)$$

угол i_2 становится равным $\pi/2$. Величина (1.7) называется предельным углом.

Энергия, которую несет с собой падающий луч, распределяется между отраженным и преломленным лучами. По мере увеличения угла падения интенсивность отраженного луча растет, интенсивность же преломленного луча убывает, обращаясь в нуль при предельном угле.

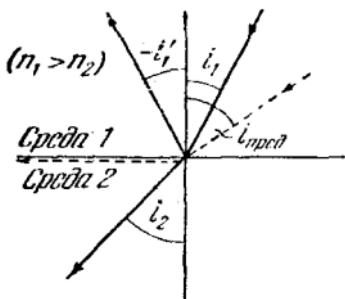


Рис. 4.

При углах падения, заключенных в пределах от $i_{\text{пред}}$ до $\pi/2$, свет во вторую среду не проникает¹⁾, интенсивность отраженного луча равна интенсивности падающего. Это явление называется полным внутренним отражением.

Применим закон преломления для рассмотрения прохождения света через призму. Угол ϑ между преломляющими гранями призмы (рис. 5) называется преломляющим углом, линия пересечения граней — преломляющим ребром, а плоскость, перпендикулярная к преломляющему ребру, — главным сечением призмы. Если падающий луч лежит в главном сечении, вышедший из призмы луч также будет находиться в этом сечении. Угол α между направлениями падающего и вышедшего лучей называют углом отклонения.

Условимся считать положительными углы, отсчитываемые от некоторого направления (например, от нормали к преломляющей поверхности) по часовой стрелке, а отрицательными — углы, отсчитываемые против часовой стрелки. При этом условии углы i_1 и i_2 на рис. 5 будут отрицательными. На рисунке указаны модули этих углов, т. е. положительные величины: $(-i_1)$ и $(-i_2)$. Из рисунка видно, что

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= [(-i_1) - (-i_2)] + (i_4 - i_3) = i_4 - i_1 - (i_3 - i_2), \\ \vartheta &= i_3 + (-i_2) = i_3 - i_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Объединив эти выражения, получим:

$$\alpha = i_4 - i_1 - \vartheta. \quad (1.9)$$

Обозначим показатель преломления призмы через n , а окружающей призму среды — через n_0 . Согласно закону преломления (1.6)

$$n_0 \sin i_1 = n \sin i_2, \quad n \sin i_3 = n_0 \sin i_4, \quad (1.10)$$

¹⁾ Точнее, световая волна проникает во вторую среду на расстояние порядка длины волны и затем возвращается обратно.

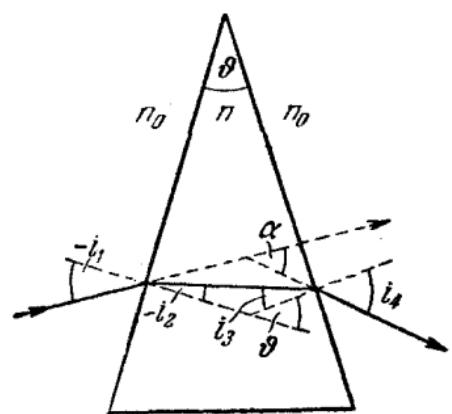


Рис. 5.

откуда

$$i_1 = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin i_2\right),$$
$$i_4 = \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin i_3\right) = \arcsin\left[\frac{n}{n_0} \sin(i_2 + \vartheta)\right].$$

Подставив эти значения углов i_1 и i_4 в формулу (1.9), получим угол отклонения луча, лежащего в главном сечении, как функцию угла i_2 :

$$\alpha = \arcsin\left[\frac{n}{n_0} \sin(i_2 + \vartheta)\right] - \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin i_2\right) - \vartheta. \quad (1.11)$$

Угол отклонения будет минимальным при выполнении условия

$$\frac{d\alpha}{di_2} = \frac{(n/n_0) \cos(i_2 + \vartheta)}{\sqrt{1 - [(n/n_0) \sin(i_2 + \vartheta)]^2}} - \frac{(n/n_0) \cos i_2}{\sqrt{1 - [(n/n_0) \sin i_2]^2}} = 0.$$

Легко видеть, что это условие выполняется в двух случаях:

$$1) \quad i_2 + \vartheta = i_2; \quad 2) \quad i_2 + \vartheta = -i_2.$$

Поскольку $\vartheta \neq 0$, физический смысл имеет лишь второе решение, согласно которому

$$i_2 = -\frac{\vartheta}{2}, \quad \text{т. е.} \quad i_2 = -i_3$$

[см. (1.8)]. Отсюда вытекает, что угол отклонения α минимален при симметричном относительно граней ходе лучей в призме. В этом случае выражение (1.11) имеет вид:

$$\alpha_{\min} = 2 \arcsin\left(\frac{n}{n_0} \sin \frac{\vartheta}{2}\right) - \vartheta.$$

Из этого соотношения легко найти относительный показатель преломления призмы

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\sin[(\vartheta + \alpha_{\min})/2]}{\sin(\vartheta/2)}. \quad (1.12)$$

Таким образом, показатель преломления призмы по отношению к окружающей ее среде может быть определен путем измерения углов ϑ и α_{\min} .

Рассмотрим случай, когда преломляющий угол ϑ очень мал. Отметим, что при $\vartheta = 0$ призма превращается

в плоскопараллельную пластинку, которая не изменяет направления луча ($\alpha = 0$). Разложим первое слагаемое выражения (1.11) в ряд по степеням θ , пренебрегая членами высших порядков малости:

$$\arcsin \left[\frac{n}{n_0} \sin (i_2 + \theta) \right] = \arcsin \left(\frac{n}{n_0} \sin i_2 \right) + \frac{(n/n_0) \cos i_2}{\sqrt{1 - [(n/n_0) \sin i_2]^2}} \theta.$$

Тогда формула (1.11) принимает вид:

$$\alpha = \frac{(n/n_0) \cos i_2}{\sqrt{1 - [(n/n_0) \sin i_2]^2}} \theta - \theta.$$

Согласно (1.10) $(n/n_0) \sin i_2 = \sin i_1$. Поэтому корень, стоящий в знаменателе, можно заменить через $\cos i_1$:

$$\alpha = \left(\frac{n}{n_0} \frac{\cos i_2}{\cos i_1} - 1 \right) \theta. \quad (1.13)$$

Если углы i_1 и i_2 не очень велики, множитель $\cos i_2 / \cos i_1$ мало отличается от единицы, так что для вычисления угла отклонения можно пользоваться приближенной формулой:

$$\alpha = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \theta. \quad (1.14)$$

В табл. 1 приведены значения угла α как функции угла i_1 для случая $n/n_0 = 1,5$ и $\theta = 10'$. Во втором столбце даны значения, полученные по точной формуле (1.11),

Таблица 1

i_1	α , вычисленный по формуле:		i_1	α , вычисленный по формуле:	
	(1.11)	(1.13)		(1.11)	(1.13)
1°	5' 00"	5' 00"	50°	10' 07"	10' 04"
10°	5' 08"	5' 08"	60°	14' 37"	14' 30"
20°	5' 33"	5' 33"	70°	24' 38"	24' 11"
30°	6' 21"	6' 20"	80°	59' 00"	55' 09"
40°	7' 43"	7' 42"			

в третьем столбце — вычисленные по приближенной формуле (1.13). По формуле (1.14) в этом случае получается $\alpha = 5'$. Как видно из таблицы, при углах падения i_1 , меньших 10°, угол α практически не зависит от i_1 .

§ 2. Развитие представлений о природе света

В конце XVII в. почти одновременно возникли две, казалось бы, взаимоисключающие теории света. Ньютона предложил теорию истечения, согласно которой свет представляет собой поток световых частиц (корпускул), летящих от светящегося тела по прямолинейным траекториям. Гюйгенс выдвинул волновую теорию, которая рассматривала свет как упругую волну, распространяющуюся в мировом эфире. В течение ста с лишним

лет корпускулярная теория имела гораздо больше приверженцев, чем волновая. Однако в начале XIX в. Френелю удалось на основе волновых представлений объяснить все известные в то время оптические явления. В результате волновая теория света получила всеобщее признание, а корпускулярная теория была забыта почти на столетие.

Заметим, что обе теории приводят к различной зависимости

между показателем преломления и скоростью света в веществе. Ньютон считал, что преломление света вызвано действием на световые корпускулы на границе двух сред сил, изменяющих нормальную составляющую скорости корпускул (рис. 6). Из рисунка следует, что

$$\sin i_1 = \frac{v_{1\tau}}{v_1}, \quad \sin i_2 = \frac{v_{2\tau}}{v_2}.$$

Поскольку тангенциальная составляющая скорости не изменяется ($v_{1\tau} = v_{2\tau}$), должно выполняться соотношение:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Сопоставив это выражение с законом преломления (1.2), получим, что $n_{12} = v_2/v_1$. Если преломление происходит на границе вакуума с веществом, то n_{12} равен абсолютному показателю преломления n_2 второго вещества,

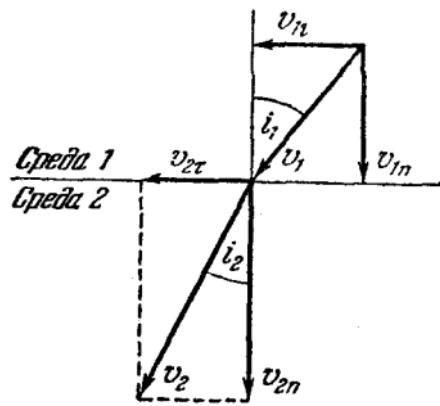


Рис. 6.

а скорость v_1 равна скорости света в пустоте c . В этом случае, опуская индекс 2 при n и v , находим, что

$$n = \frac{v}{c}. \quad (2.1)$$

Волновая теория приводит к обратному соотношению. Построим по принципу Гюйгенса (см. т. I, § 83) волновой фронт преломленной волны (рис. 7). Пусть на поверхность раздела двух сред падает плоская волна с фронтом AA' . Волновой фронт во второй среде можно получить, проведя огибающую вторичных волн, центры которых лежат на поверхности раздела сред. Если угол падения отличен от нуля, различные участки волнового фронта AA' достигнут преломляющей поверхности не одновременно. Поэтому возбуждение вторичной волны в точке A' начнется раньше, чем в точке B , на время Δt , необходимое для того, чтобы волна в первой среде прошла путь $AB = v_1 \Delta t$. Таким образом, в момент, когда начнется возбуждение вторичной волны с центром в точке B , волна с центром в точке A' успеет пройти во второй среде путь $A'B' = v_2 \Delta t$. Возбуждение вторичной волны в точке C , лежащей как раз посередине между точками B и A' , начнется с запаздыванием на время $\Delta t/2$, так что эта волна успеет пройти во второй среде путь, равный $v_2 \Delta t/2$. Отсюда следует, что фронт преломленной волны будет плоским.

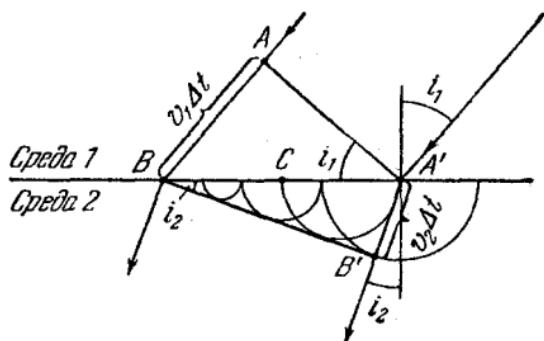


Рис. 7.

начнется раньше, чем в точке B , на время Δt , необходимое для того, чтобы волна в первой среде прошла путь $AB = v_1 \Delta t$. Таким образом, в момент, когда начнется возбуждение вторичной волны с центром в точке B , волна с центром в точке A' успеет пройти во второй среде путь $A'B' = v_2 \Delta t$. Возбуждение вторичной волны в точке C , лежащей как раз посередине между точками B и A' , начнется с запаздыванием на время $\Delta t/2$, так что эта волна успеет пройти во второй среде путь, равный $v_2 \Delta t/2$. Отсюда следует, что фронт преломленной волны будет плоским.

В изотропной среде лучи перпендикулярны к волновым поверхностям. Поэтому угол $AA'B$ между преломляющей плоскостью и фронтом падающей волны равен углу падения i_1 . Аналогично, угол $A'B'B$ между преломляющей поверхностью и фронтом преломленной волны равен углу преломления i_2 . Из рис. 7 следует, что

$$\sin i_1 = \frac{v_1 \Delta t}{BA'}, \quad \sin i_2 = \frac{v_2 \Delta t}{BA'}.$$

Поделив эти выражения друг на друга, придем к формуле

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Сопоставление с формулой (1.2) дает, что $n_{12} = v_1/v_2$. Наконец, полагая вместо среды 1 вакуум и опуская индекс 2 при n и v , получим соотношение

$$n = \frac{c}{v}, \quad (2.2)$$

обратное соотношению (2.1) корпускулярной теории.

В 1851 г. Фуко измерил скорость света в воде и получил значение, согласующееся с формулой (2.2). Таким образом было получено еще одно экспериментальное доказательство справедливости волновой теории.

Первоначально считалось, что свет есть поперечная волна, распространяющаяся в гипотетической упругой среде, будто бы заполняющей все мировое пространство и получившей название мирового эфира. В 1864 г. Максвелл создал электромагнитную теорию света, согласно которой свет есть электромагнитная волна с длиной волны, заключающейся в пределах от 0,40 до 0,75 мк¹). Таким образом, на смену упругим световым волнам пришли электромагнитные волны.

В конце XIX и в начале XX вв. ряд новых опытных фактов заставил вновь вернуться к представлению об особых световых частицах — фотонах. Было установлено, что свет имеет двойственную природу, сочетающую в себе как волновые свойства, так и свойства, присущие частицам. В одних явлениях, таких как интерференция, дифракция и поляризация, свет ведет себя как волна, в других (фотоэффект, эффект Комptonа, о которых речь идет в гл. IX) — как поток частиц (фотонов).

Впоследствии выяснилось, что двойственная корпускулярно-волновая природа присуща не только свету (и электромагнитным волнам вообще), но и мельчайшим частицам вещества — электронам, протонам, нейtronам и т. п. (см. § 64).

¹) 1 мк (микрон) = 10^{-6} м = 10^{-3} м.м.

§ 3. Принцип Ферма

В однородной среде свет распространяется прямолинейно. В неоднородной среде световые лучи искривляются. Путь, по которому распространяется свет в неоднородной среде, может быть найден с помощью принципа, установленного французским математиком Ферма в 1679 г. Принцип Ферма гласит, что свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время.

Для прохождения участка пути ds (рис. 8) свету нужно время $dt = ds/v$, где v — скорость света в данной точке среды. Заменив v через c и n по формуле (2.2), получим, что $dt = (1/c)n ds$. Следовательно, время τ , затрачиваемое светом на прохождение пути от точки 1 до точки 2, можно вычислить по формуле

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds.$$

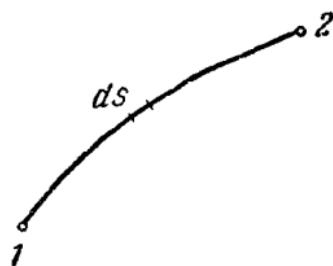


Рис. 8.

Согласно принципу Ферма τ должно быть минимальным. Поскольку c — константа, должна быть минимальна величина

$$L = \int_1^2 n ds, \quad (3.1)$$

которую называют оптической длиной пути. В однородной среде оптическая длина пути равна произведению геометрической длины пути s на показатель преломления среды n :

$$L = ns. \quad (3.2)$$

Принцип Ферма можно сформулировать следующим образом: свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна¹).

¹) Точнее, оптическая длина пути должна быть экстремальна, т. е. либо минимальна, либо максимальна, либо стационарна — одинакова для всех возможных путей. В последнем случае все пути света между двумя точками оказываются тautoхронными (требующими для своего прохождения одинакового времени).

Законы отражения и преломления света вытекают из принципа Ферма. Пусть свет попадает из точки A в точку B , отразившись от поверхности MN (рис. 9). Среда, в которой проходит луч, однородна. Поэтому минимальность оптической длины пути сводится к минимальности его геометрической длины. Геометрическая длина произвольно взятого пути равна $AO'B = A'O'B$ (вспомогательная точка A' является зеркальным изображением точки A). Из рисунка видно, что наименьшей длиной обладает

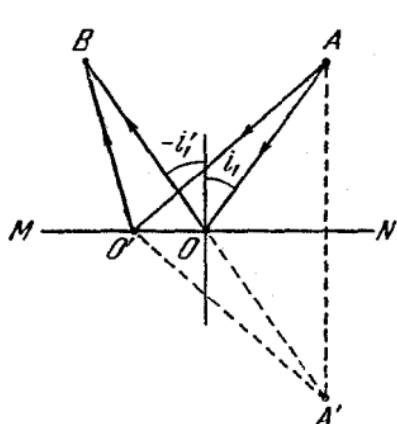


Рис. 9.

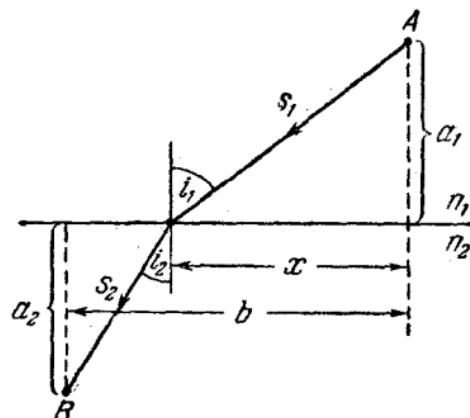


Рис. 10.

путь луча, отразившегося в точке O , для которого угол отражения равен углу падения. Заметим, что при удалении точки O' от точки O геометрическая длина пути неограниченно возрастает, так что в данном случае имеется только один экстремум — минимум.

Теперь найдем точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от A к B , чтобы оптическая длина пути была экстремальна (рис. 10). Для произвольного луча оптическая длина пути равна

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}.$$

Чтобы найти экстремальное значение, продифференцируем L по x и приравняем полученное выражение нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b-x)}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{b-x}{s_2} = 0.$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin i_1$ и $\sin i_2$. Таким образом, мы приходим к соотношению

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

выражающему закон преломления.

§ 4. Скорость света

Первые определения скорости света были осуществлены на основании астрономических наблюдений. В 1676 г. датский астроном Рёмер определил скорость света из наблюдений за затмениями спутников Юпитера. Он получил для c значение 215 000 км/сек.

Движение Земли по орбите приводит к тому, что видимое положение звезд на небесной сфере изменяется. Это явление, называемое aberrацией света, использовал в 1727 г. английский астроном Бредли для определения скорости света.

Предположим, что направление на наблюдалую в телескоп звезду перпендикулярно к плоскости земной орбиты. Тогда угол между направлением на звезду и вектором скорости Земли v будет в течение всего года равен $\pi/2$ (рис. 11). Направим ось телескопа точно на звезду. За время t , которое требуется свету, чтобы пройти расстояние от объектива до окуляра, телескоп сместится вместе с Землей в перпендикулярном к лучу света направлении на расстояние vt . В результате изображение звезды окажется не в центре окуляра. Для того чтобы изображение получилось точно в центре окуляра, нужно повернуть ось телескопа в направлении вектора v на угол α , тангенс которого, как видно из рис. 11, удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}. \quad (4.1)$$

Точно так же падающие вертикально капли дождя пролетят сквозь длинную трубу, установленную

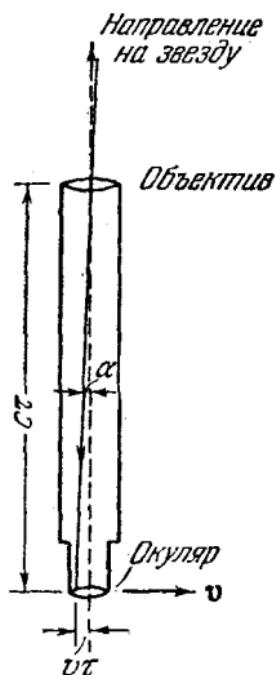


Рис. 11.

на движущейся тележке, лишь в том случае, если немного повернуть ось трубы от вертикали в направлении движения тележки.

Итак, видимое положение звезды оказывается смещенным относительно истинного на угол α . Вектор скорости Земли все время поворачивается в плоскости орбиты. Поэтому ось телескопа тоже поворачивается, описывая конус вокруг истинного направления на звезду. Соответственно видимое положение звезды на небесной сфере описывает окружность, угловой диаметр которой равен 2α . Если направление на звезду образует с плоскостью земной орбиты угол, отличный от прямого, видимое положение звезды описывает эллипс, большая ось которого имеет угловой размер 2α . Для звезды, лежащей в плоскости орбиты, эллипс вырождается в прямую.

Из астрономических наблюдений Брэдли нашел, что $2\alpha = 40'',9$. Соответствующее значение c , полученное по формуле (4.1), оказалось равным $303\,000 \text{ км/сек}$.

В земных условиях скорость света впервые была измерена французским физиком Физо в 1849 г. Схема опыта изображена на рис. 12. Свет от источника S падал

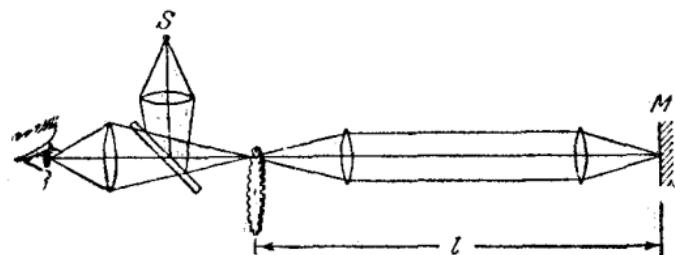


Рис. 12.

на полупрозрачное зеркало. Отразившийся от зеркала свет попадал на край быстро вращающегося зубчатого диска. Всякий раз, когда против светового пучка оказывалась прорезь между зубцами, возникал световой сигнал, который доходил до зеркала M и отражался обратно. Если в момент, когда свет возвращался к диску, против пучка оказывалась прорезь, отраженный сигнал проходил частично через полупрозрачное зеркало и попадал в глаз наблюдателя. Если на пути отраженного сигнала оказывался зубец диска, наблюдатель света не видел.

За время $\tau = 2l/c$, которое свет затрачивал на прохождение пути до зеркала M и обратно, диск успевал повернуться на угол $\Delta\phi = \omega\tau = 2l\omega/c$, где ω — угловая скорость вращения диска. При постепенном увеличении ω угол $\Delta\phi$ возрастал. Когда он достигал значения $(1/2)(2\pi/z)$ (z — число зубьев на диске), наблюдалось первое затемнение. Ему соответствовала угловая скорость $\omega = \omega_1$. Второе затемнение получалось при такой скорости $\omega = \omega_2$, для которой $\Delta\phi = (3/2)(2\pi/z)$, третье — при $\Delta\phi = (5/2)(2\pi/z)$, и т. д. Условие k -го затемнения можно записать в виде

$$\frac{2l\omega_k}{c} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{z}.$$

По этой формуле, зная l , z и угловую скорость ω_k , при которой получается k -е затемнение, можно определить скорость света c . В опыте Физо l было около 8,6 км; для c получилось значение 313 000 км/сек.

В 1928 г. для определения скорости света были применены ячейки Керра (см. § 33). С их помощью можно осуществить прерывание светового пучка с гораздо большей частотой ($\sim 10^7$ сек $^{-1}$), чем с помощью зубчатого диска. Это позволило произвести измерения c при l порядка нескольких метров.

Майкельсон произвел несколько измерений скорости света методом вращающейся призмы. В опытах Майкельсона, осуществленных в 1932 г., свет распространялся в трубе длиной 1,6 км, из которой был откачен воздух.

В настоящее время скорость света в пустоте принимается равной

$$c = 299\,792,5 \pm 0,3 \text{ км/сек.} \quad (4.2)$$

§ 5. Световой поток

Электромагнитная волна несет с собой энергию. Плотность потока энергии дается вектором Пойнтинга (см. т. II, § 112). всякая реальная электромагнитная волна представляет собой наложение колебаний с длинами волн, заключенными в некотором интервале $\Delta\lambda$. Этот интервал остается конечным даже для монохроматической (одноцветной) световой волны. В белом свете $\Delta\lambda$ охватывает весь диапазон воспринимаемых глазом

электромагнитных волн, т. е. простирается от 0,40 до 0,75 мк.

Распределение энергии потока по длинам волн можно охарактеризовать с помощью функции распределения

$$\Phi(\lambda) = \frac{d\Phi_0}{d\lambda}, \quad (5.1)$$

где $d\Phi_0$ — поток энергии, приходящийся на длины волны от λ до $\lambda + d\lambda$.

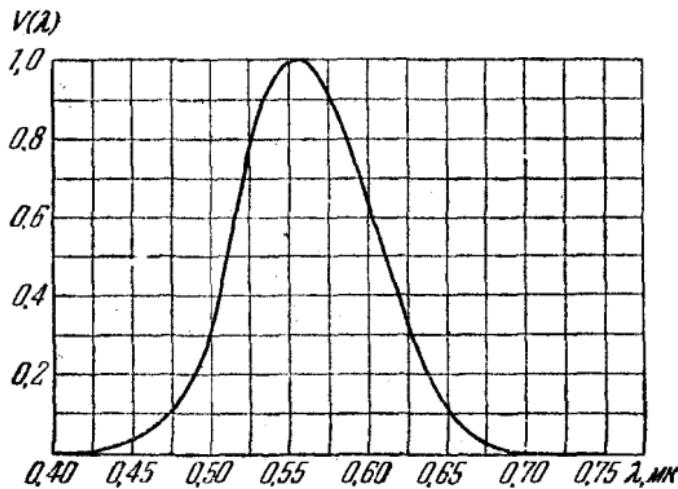


Рис. 13.

Поток энергии, переносимый волнами, заключенными в конечном интервале от λ_1 до λ_2 , может быть представлен следующим образом:

$$\Phi_0 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi(\lambda) d\lambda. \quad (5.2)$$

Действие света на глаз (световое ощущение) в сильной степени зависит от длины волны. Это легко понять, если учесть, что электромагнитные волны с λ , меньшей 0,40 мк и большей 0,75 мк, совсем не вызывают зрительного ощущения. Чувствительность среднего нормального человеческого глаза к излучению разной длины волны дается так называемой кривой видности (рис. 13). По горизонтальной оси отложена длина волны λ , по вертикальной оси — функция видности $V(\lambda)$. Наиболее чувствителен глаз к излучению с длиной волны

$0,555 \text{ мк}^4$) (зеленая часть спектра). Функция видности для этой длины волны принята равной единице. При том же потоке энергии оцениваемая зрительно интенсивность света для других длин волн оказывается меньше. Соответственно и функция видности для этих длин волн меньше единицы. Значения функции видности обратно пропорциональны величинам энергетических потоков, которые вызывают одинаковое по интенсивности зрительное ощущение:

$$\frac{V(\lambda_1)}{V(\lambda_2)} = \frac{(d\Phi_e)_2}{(d\Phi_e)_1}.$$

Так, например, $V(\lambda) = 0,5$ означает, что для получения зрительного ощущения такой же интенсивности свет данной длины волны должен иметь энергетическую мощность в два раза большую, чем свет, для которого $V(\lambda) = 1$. Вне интервала видимых длин волн функция видности равна нулю.

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение вводится величина Φ , называемая световым потоком. Для интервала $d\lambda$ световой поток определяется как произведение потока энергии на соответствующее значение функции видности:

$$d\Phi = V(\lambda) d\Phi_e. \quad (5.3)$$

Выразив поток энергии через функцию распределения энергии по длинам волн согласно формуле (5.1), можно написать:

$$d\Phi = V(\lambda) \varphi(\lambda) d\lambda. \quad (5.4)$$

Полный световой поток равен

$$\Phi = \int_0^\infty V(\lambda) \varphi(\lambda) d\lambda. \quad (5.5)$$

Функция видности $V(\lambda)$ — безразмерная величина. Следовательно, размерность светового потока совпадает с размерностью потока энергии. Это дает основание определить световой поток как поток лучистой энергии, оцениваемый по зрительному ощущению.

¹⁾ Интересно то, что в излучении Солнца эта длина волны представлена с наибольшей интенсивностью.

§. 6. Фотометрические величины и их единицы

Сила света. Назовем точечным такой источник света, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от места наблюдения до источника. В однородной и изотропной среде волна, излучаемая точечным источником, будет сферической. Для характеристики точечных источников света применяется сила света I , которая определяется как поток излучения источника, приходящийся на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (6.1)$$

($d\Phi$ — световой поток, излучаемый источником в пределах телесного угла $d\Omega$).

В общем случае сила света зависит от направления: $I = I(\vartheta, \phi)$ (ϑ и ϕ — полярный и азимутальный углы в сферической системе координат). Если I не зависит от направления, источник света называется изотропным. Для изотропного источника

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (6.2)$$

где Φ — полный световой поток, излучаемый источником по всем направлениям.

В случае протяженного источника можно говорить о силе света элемента его поверхности dS . Тогда под $d\Phi$ в формуле (6.1) следует понимать световой поток, излучаемый элементом поверхности dS в пределах телесного угла $d\Omega$.

Единица силы света — свеча (*св*) является одной из основных единиц Международной системы единиц (СИ). Ее значение принимается таким, чтобы яркость (см. ниже) полного излучателя при температуре затвердевания платины была равна 60 *св* на 1 см^2 (ГОСТ 9867-61). Под полным излучателем понимается устройство, обладающее свойствами абсолютно черного тела (см. § 50).

Световой поток. Единицей светового потока является люмен (*лм*). Он равен световому потоку, излучаемому изотропным источником с силой света в 1 *св* в пределах телесного угла в один стерadian:

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ св} \cdot 1 \text{ стер.} \quad (6.3)$$

Опытным путем установлено, что световому потоку в 1 лм, образованному излучением с длиной волны $\lambda = 0,555 \text{ мк}$, соответствует поток энергии в 0,0016 вт. Величина

$$A = 0,0016 \text{ вт/лм} \quad (6.4)$$

носит название механического эквивалента света.

Световому потоку в 1 лм, образованному излучением, для которого функция видности равна $V(\lambda)$, соответствует поток энергии в $A/V(\lambda) \text{ вт}$.

Освещенность. Степень освещенности некоторой поверхности падающим на нее световым потоком характеризуется величиной

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS}, \quad (6.5)$$

называемой освещенностью ($d\Phi_{\text{пад}}$ — световой поток, падающий на элемент поверхности dS).

Единицей освещенности является люкс (лк), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным по поверхности в 1 м^2 :

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} : 1 \text{ м}^2$$
¹⁾. (6.6)

Освещенность E , созданную точечным источником, можно выразить через силу света I , расстояние r от поверхности до источника и угол α между нормалью к поверхности n и направлением на источник. На площадку

dS (рис. 14) падает поток $d\Phi_{\text{пад}} = I d\Omega$, заключенный в пределах телесного угла $d\Omega$, опирающегося на dS . Угол $d\Omega$ равен $dS \cos \alpha / r^2$. Следовательно, $d\Phi_{\text{пад}} = I dS \cos \alpha / r^2$. Разделив этот поток на dS , получим:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}. \quad (6.7)$$

Светимость. Протяженный источник света можно охарактеризовать светимостью R различных его

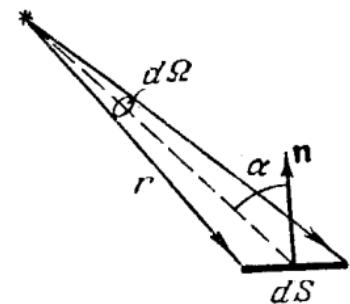


Рис. 14.

¹⁾ Раньше применялась также единица освещенности — фот (ф):

$$1 \text{ ф} = 1 \text{ лм} : 1 \text{ см}^2 = 10^4 \text{ лк}.$$

участков, под которой понимается световой поток, испускаемый единицей поверхности наружу по всем направлениям (в пределах значений θ от 0 до $\pi/2$; θ — угол, образуемый данным направлением с внешней нормалью к поверхности):

$$R = \frac{d\Phi_{исп}}{dS} \quad (6.8)$$

($d\Phi_{исп}$ — поток, испускаемый наружу по всем направлениям элементом поверхности dS источника).

Светимость может возникнуть за счет отражения поверхностью падающего на нее света. Тогда под $d\Phi_{исп}$ в формуле (6.8) следует понимать поток, отраженный элементом поверхности dS по всем направлениям.

Светимость измеряется в тех же единицах, что и освещенность — в люксах (и фотах).

Яркость. Светимость характеризует излучение (или отражение) света данным местом поверхности по всем направлениям. Для характеристики излучения (отражения) света в заданном направлении служит яркость B . Направление можно задать полярным углом θ (отсчитываемым от внешней нормали n к излучающей пло-

щадке ΔS) и азимутальным углом ϕ . Яркость определяется как отношение силы света элементарной поверхности ΔS в данном направлении к проекции площадки ΔS на плоскость, перпендикулярную к взятому направлению.

Рассмотрим элементарный телесный угол $d\Omega$, опирающийся на светящуюся площадку ΔS и ориентированный в направлении (θ, ϕ) (рис. 15). Сила света пло-

щадки ΔS в данном направлении согласно определению (6.1) равна $I = d\Phi/d\Omega$, где $d\Phi$ — световой поток, распространяющийся в пределах угла $d\Omega$. Проекцией ΔS на плоскость, перпендикулярную к направлению (θ, ϕ) (на рис. 15 след этой плоскости изображен пунктиром), будет $\Delta S \cos \theta$. Следовательно, яркость по определению равна

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega \Delta S \cos \theta}. \quad (6.9)$$

В общем случае яркость различна для разных направлений: $B = B(\theta, \phi)$. Как и светимость, яркость может быть использована для характеристики поверхности, отражающей падающий на нее свет.

Согласно формуле (6.9) поток, излучаемый площадкой ΔS в пределах телесного угла $d\Omega$ по направлению, определяемому θ и ϕ , равен

$$d\Phi = B(\theta, \phi) d\Omega \Delta S \cos \theta. \quad (6.10)$$

Источники, яркость которых одинакова по всем направлениям ($B = \text{const}$), называются ламбертовскими (подчиняющимися закону Ламберта) или косинусными (поток, посыпаемый элементом поверхности такого источника, пропорционален $\cos \theta$). Строго следует закону Ламберта только абсолютно черное тело.

Светимость R и яркость B ламбертовского источника связаны простым соотношением. Чтобы найти его, подставим в (6.10) $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ и проинтегрируем полученное выражение по ϕ в пределах от 0 до 2π и по θ от 0 до $\pi/2$, учитя, что $B = \text{const}$. В результате мы найдем полный световой поток, искасаемый элементом поверхности ΔS ламбертовского источника наружу по всем направлениям:

$$\Delta\Phi_{\text{исп}} = B \Delta S \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi B \Delta S.$$

Разделив этот поток на ΔS , получим светимость [см. (6.8)]. Таким образом, для ламбертовского источника

$$R = \pi B. \quad (6.11)$$

Единицей яркости служит свеча на квадратный метр ($\text{св}/\text{м}^2$), или нит (нт). Яркостью в один нит обладает равномерно светящаяся плоская поверхность в направлении нормали к ней, если в этом направлении сила света одного квадратного метра поверхности равна одной свече¹).

¹) Раньше применялась также единица яркости — стильб (сб), равный 1 св : 1 см². Между стилембом и нитом имеется соотношение: 1 сб = 10⁴ нт.

§ 7. Фотометрия

Приборы, применяемые для сравнения источников света или световых потоков, называются фотометрами. Фотометры подразделяются на визуальные (основанные на показаниях глаза) и объективные (не требующие участия глаза).

Визуальные фотометры основаны на способности глаза хорошо устанавливать равенство яркостей двух соприкасающихся поверхностей. Наибольшее распространение получил фотометр Люммера — Бродхуна (рис. 16).

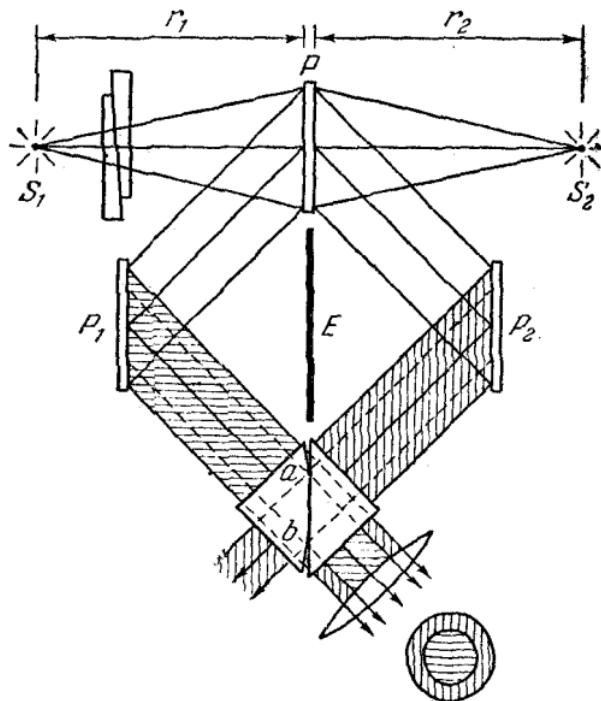


Рис. 16.

Основным его элементом является кубик, образованный двумя сложенными вместе прямоугольными стеклянными призмами. Грань одной из них сошлифована по краям таким образом, что касание между призмами осуществляется только в средней части поверхностей на эллиптическом участке ab . На этом участке призмышлифованы настолько хорошо, что образуют оптический контакт, т. е. ведут себя подобно сплошному прозрачному телу. Следовательно, свет проходит через этот кон-

такт, не претерпевая ни отражения, ни преломления. Предельный угол для стекла меньше 45° , поэтому вне области оптического контакта лучи в обеих призмах претерпевают полное внутреннее отражение и в соседнюю призму не проникают.

Сравниваемые источники света S_1 и S_2 устанавливаются по разные стороны от белой непрозрачной пластиинки P , которая рассеивает упавший на нее свет диффузно (равномерно по всем направлениям). Часть рассеянного света попадает на одинаковые рассеивающие пластиинки P_1 и P_2 . Между пластиинками поставлен непрозрачный, поглощающий свет экран E . Поэтому на пластиинку P_1 попадает лишь свет от источника S_1 , на пластиинку P_2 — от источника S_2 . Отраженные от P_1 и P_2 пучки света попадают на кубик. Идущий от кубика к линзе пучок света образован в средней части лучами, идущими от P_1 , во внешней части — лучами, идущими от P_2 . В результате помещенный за линзой глаз увидит два концентрических поля сравнения, яркости которых пропорциональны освещеностям пластиинок P_1 и P_2 .

При одинаковой с обеих сторон освещенности пластиинки P граница между полями сравнения исчезает. Однаковой освещенности можно достигнуть, подбирая расстояния r_1 и r_2 источников света от пластиинки P . Если источники можно считать точечными, то равенству освещенностей будет соответствовать условие [см. формулу (6.7)]:

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2},$$

из которого по известной силе света эталонного источника можно найти силу света источника, сравниваемого с эталоном.

Вместо изменения расстояний от источников можно ослаблять поток света, идущий от одного из источников, в известное число раз. Для этого можно воспользоваться, например, образованным двумя клиньями фильтром переменной толщины (см. рис. 16). Фильтр должен быть нейтральным, т. е. в одинаковой степени поглощать свет различной длины волны.

Равенство яркостей устанавливается глазом достаточно точно только в том случае, если оба поля сравнения имеют одинаковый цвет. Уже при небольшом

различии цветов сравнение яркостей сильно затрудняется, а при большом различии делается невозможным.

Объективные методы фотометрии делятся на фотографические и электрические. Фотографические методы основаны на том, что почернение фоточувствительного слоя в широких пределах пропорционально количеству световой энергии, попавшей на пластиинку (или пленку) за время экспозиции.

В электрических фотометрах в качестве приемников света применяются фотоэлементы, фотоумножители, фотосопротивления, болометры и термопары.

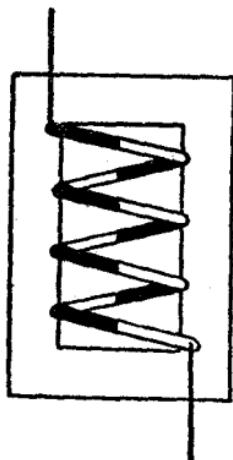


Рис. 17.

Простейший фотоэлектрический фотометр состоит из фотоэлемента и стрелочного гальванометра, измеряющего возникающий под действием света фототок. Шкала гальванометра может быть проградуирована непосредственно в люксах. Имеются фотоэлементы, кривая чувствительности которых к свету различной длины волн близка к кривой чувствительности человеческого глаза. В фотоумножителях (см. т. II, § 87) возникший под действием света фототок подвергается многократному усилению, в результате чего чувствительность фотометра значительно повышается.

Фотосопротивление представляет собой полупроводник, носители тока в котором возникают в результате внутреннего фотоэффекта. Электрическое сопротивление такого полупроводника сильно зависит от интенсивности падающего на него света.

Действие болометра основано на изменении электрического сопротивления тонкого ($0,1-1\text{ мк}$) слоя металла (или полупроводника) при нагревании, обусловленном поглощением этим слоем падающего на него излучения. Для более полного поглощения излучения поверхность чувствительного элемента покрывается чернью.

На рис. 17 показан термостолбик, применяемый для измерения интенсивности излучения. Он представляет собой термобатарею, составленную из чередующихся тонких полосок двух различных металлов. Полоски од-

ного металла на рисунке зачернены, другого — оставлены незачерненными. Спаи, прикрепленные к массивной рамке, имеют одинаковую с ней температуру. Внутренние спаи зачернены и под действием падающего на них излучения нагреваются. По возникающей при этом термо-э. д. с. можно судить об интенсивности излучения. Для увеличения чувствительности термостолбик помещают в эвакуированный баллон.

Объективные фотометры позволяют измерять интенсивность излучения за пределами видимой части спектра. Так, фотопластинки и фотоэлементы применяются для определения интенсивности ультрафиолетового излучения, болометры — термостолбики — для исследования инфракрасного излучения.

ГЛАВА II

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 8. Основные понятия и определения

Многие оптические явления, в частности действие оптических приборов, можно рассматривать, исходя из представления о световых лучах. Раздел оптики, основывающийся на этом представлении, называется геометрической (или лучевой) оптикой.

В изотропной среде под лучами понимаются линии, нормальные к волновым поверхностям. Вдоль этих линий распространяется световая энергия. При пересечении лучи не возмущают друг друга. В однородной среде они прямолинейны. На границе раздела двух сред лучи претерпевают отражение и преломление по законам (1.1) и (1.2).

Представления, геометрической оптики справедливы лишь в той степени, в какой можно пренебречь явлениями интерференции и дифракции световых волн. Дифракция оказывается тем слабее, чем меньше длина волны. Поэтому можно сказать, что геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики, соответствующим исчезающе малой длине волны.

Совокупность лучей образует пучок. Если лучи при своем продолжении пересекаются в одной точке, пучок называется гомоцентрическим. Гомоцентрическому пучку лучей соответствует сферическая волновая поверхность. На рис. 18, а показан сходящийся, а на рис. 18, б — расходящийся гомоцентрический пучок. Частным случаем гомоцентрического пучка является пучок параллельных лучей; ему соответствует плоская световая волна.

Рассмотрим небольшой участок волновой поверхности двоякой кривизны (рис. 19). Возьмем нормальные сечения AB и CD этой поверхности, соответствующие наибольшей и наименьшей кривизне. Из геометрии известно, что эти сечения взаимно перпендикулярны. Лучи, перпендикулярные к сечению AB большей кривизны, пересекутся в точке P_1 . Лучи, перпендикулярные к сечению AB и параллельным ему сечениям $A'B'$ и $A''B''$, пересекутся в точках P'_1 и P''_1 , лежащих приблизительно на одной прямой с точкой P_1 . Аналогично, лучи, перпендикулярные к сечению CD меньшей кривизны и близким к нему сечениям $A'A''$ и $B'B''$, пересекутся в точках P_2 , P'_2 и P''_2 , лежащих на приблизительно прямолинейном отрезке.

Итак, в случае, когда пучку лучей соответствует волновая поверхность двоякой кривизны, пересечение лучей

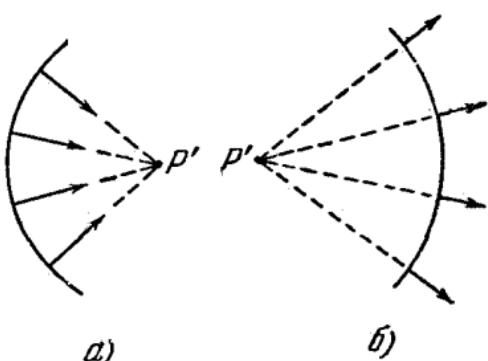


Рис. 18.

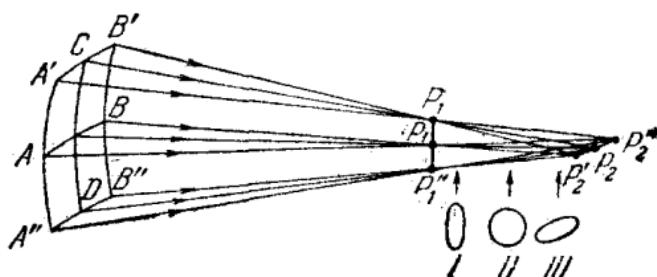


Рис. 19.

происходит не в одной точке, а в совокупности точек, расположенных на двух взаимно перпендикулярных прямолинейных отрезках. Такой пучок лучей называется астигматическим. Расстояние между отрезками $P'_1P''_1$ и $P'_2P''_2$ называют астигматической разностью. При пересечении астигматического пучка плоскостью, перпендикулярной к его оси, получается эллиптическое сечение (I и III на рис. 19). В точках P_1 и P_2

эллипс переходит в прямые $P'_1P''_1$ и $P'_2P''_2$. Одно из сечений (*II* на рис. 19) — круговое; оно называется кружком наименьшего рассеяния. С уменьшением астигматической разности длина отрезков $P'_1P''_1$ и $P'_2P''_2$ и радиус кружка наименьшего рассеяния убывают.

Всякая оптическая система осуществляет преобразование световых пучков. Если система не нарушает гомоцентричности пучков, то лучи, вышедшие из точки P , пересекутся в одной точке P' . Эта точка представляет собой оптическое изображение точки P . Если любая точка предмета изображается в виде точки, изображение называется точечным или стигматическим.

Изображение называется действительным, если световые лучи в точке P' действительно пересекаются (см. рис. 18, *a*), и мнимым, если в P' пересекаются продолжения лучей, проведенные в направлении, обратном распространению света (см. рис. 18, *b*). Действительные изображения непосредственно освещают соответственным образом расположенный экран (например, лист белой бумаги). Мнимое изображение такого освещения произвести не может, но при помощи оптических приборов мнимые изображения могут быть преобразованы в действительные; например, в нашем глазу мнимое изображение преобразуется в действительное, освещдающее определенный участок сетчатой оболочки.

Вследствие обратимости световых лучей источник света P и изображение P' могут поменяться ролями — точечный источник, помещенный в P' , будет иметь свое изображение в P . По этой причине P и P' называют сопряженными точками.

Оптическая система, которая дает стигматическое изображение, геометрически подобное¹⁾ отображаемому предмету, называется идеальной. С помощью такой системы пространственная непрерывность точек P отображается в виде пространственной непрерывности точек P' . Первая непрерывность называется пространством предметов, вторая — пространством

¹⁾ Имеются в виду предмет и изображение, лежащие в плоскостях, перпендикулярных к оси системы. Для предметов, имеющих протяженность вдоль оси, подобие предмета и изображения не сохраняется (см. рис. 24).

изображений. В обоих пространствах точки, прямые и плоскости однозначно соответствуют друг другу. Такое соотношение двух пространств называется в геометрии коллинеарным соотношением¹⁾.

§ 9. Центрированная оптическая система

Оптическая система представляет собой совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, отделяющих друг от друга оптически однородные среды. Обычно эти поверхности бывают сферическими или плоскими

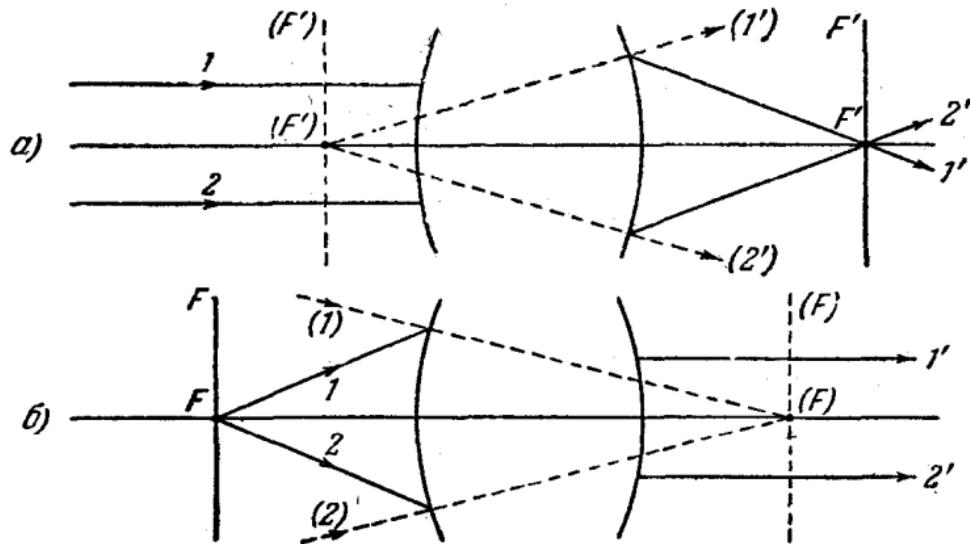


Рис. 20.

(плоскость можно рассматривать как сферу бесконечного радиуса). Реже применяются более сложные, но имеющие ось симметрии поверхности (эллипсоид, гиперболоид, параболоид вращения и др.).

Оптическая система, образованная сферическими (в частности плоскими) поверхностями, называется центрированной, если центры всех поверхностей лежат на одной прямой. Эту прямую называют оптической осью системы.

На рис. 20 показаны внешние преломляющие поверхности и оптическая ось некоторой идеальной центрированной оптической системы. Пусть на систему падает лучок параллельных оптической оси (рис. 20, а).

¹⁾ Теория идеальной оптической системы была создана Гауссом.

Эти лучи можно рассматривать как исходящие из точки, лежащей на оси на бесконечно большом расстоянии от системы. Поскольку система идеальна, пучок лучей по выходе из нее остается гомоцентрическим. В зависимости от конкретного устройства системы вышедший пучок будет либо сходящимся (сплошные лучи), либо расходящимся (пунктирные лучи), либо параллельным (цифрами 1 и $1'$, а также 2 и $2'$ обозначены сопряженные лучи). Точка F' , в которой пересекаются вышедшие из системы лучи, называется задним или вторым фокусом системы. Из соображений симметрии ясно, что F' лежит на оптической оси. Как видно из рис. 20, а, фокус F' может находиться по любую сторону от системы (в частности, он может оказаться внутри системы).

Задний фокус представляет собой точку, сопряженную с бесконечно удаленной точкой в пространстве предметов, лежащей на оптической оси системы. Бесконечно удаленной, перпендикулярной к оптической оси плоскости в пространстве предметов будет, очевидно, соответствовать в пространстве изображений перпендикулярная к той же оси плоскость $F'F'$, проходящая через фокус F' . Эта плоскость называется фокальной. Пучок параллельных лучей, образующих с оптической осью любой угол, после выхода из системы собирается в одной из точек плоскости F' . Следовательно, изображение бесконечно удаленного предмета будет лежать в фокальной плоскости.

В пространстве предметов существует лежащая на оптической оси точка F (рис. 20, б), обладающая тем свойством, что вышедшие из нее (на рисунке — сплошные) или сходящиеся в ней (пунктирные) лучи после прохождения через систему становятся параллельными оптической оси. Эта точка называется передним или первым фокусом системы, а проходящая через нее плоскость, перпендикулярная к оптической оси, называется передней фокальной плоскостью. Она сопряжена с бесконечно удаленной плоскостью в пространстве изображений. Пучок лучей, вышедших из любой точки фокальной плоскости, после прохождения через систему превращается в параллельный пучок, образующий с оптической осью угол, вообще говоря, отличный от нуля.

Рассмотрим две сопряженные плоскости, перпендикулярные к оптической оси системы. Отрезок прямой y (рис. 21), лежащий в одной из этих плоскостей, будет иметь своим изображением отрезок прямой y' , лежащий во второй плоскости. Из осевой симметрии системы вытекает, что отрезки y и y' должны лежать в одной, проходящей через оптическую ось плоскости (в плоскости рисунка). При этом изображение y' может быть обращено либо в ту же сторону, что и предмет y (рис. 21, а), либо в противоположную сторону (рис. 21, б). В первом случае изображение называется прямым, во втором — обратным. Отрезки, откладываемые от оптической оси вверх, считаются положительными, откладываемые

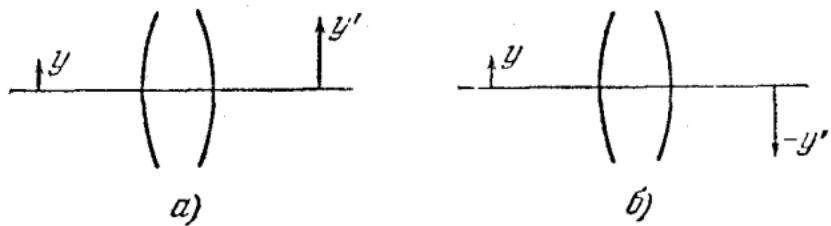


Рис. 21.

вниз — отрицательными. На рисунках указываются действительные длины отрезков, т. е. для отрицательных отрезков положительные величины: $(-y)$ и $(-y')$.

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется линейным или попеченным увеличением. Обозначив его буквой β , можно написать:

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (9.1)$$

Линейное увеличение — алгебраическая величина. Оно положительно, если изображение прямое (знаки y и y' одинаковы), и отрицательно, если изображение обратное (знак y' противоположен знаку y).

Докажем, что существуют две такие сопряженные плоскости, которые отображают друг друга с увеличением $\beta = +1$. Рассмотрим луч l , идущий в пространстве предметов через передний фокус F и пересекающий первую преломляющую поверхность в точке A (рис. 22). В пространстве изображений ему будет соответствовать параллельный оптической оси луч l' , вышедший из точки A' последней преломляющей поверхности. В зависимости от конкретных свойств системы расстояние от оси

до точки A' может быть либо меньше (рис. 22, а), либо больше (рис. 22, б), чем расстояние до точки A . Ход луча внутри системы нас не интересует.

Теперь возьмем в пространстве предметов луч 2 , лежащий на одной прямой с лучом $1'$. Поскольку луч 2 параллелен оптической оси, в пространстве изображений ему будет соответствовать луч $2'$, идущий через задний фокус F' . Идеальная оптическая система не нарушает

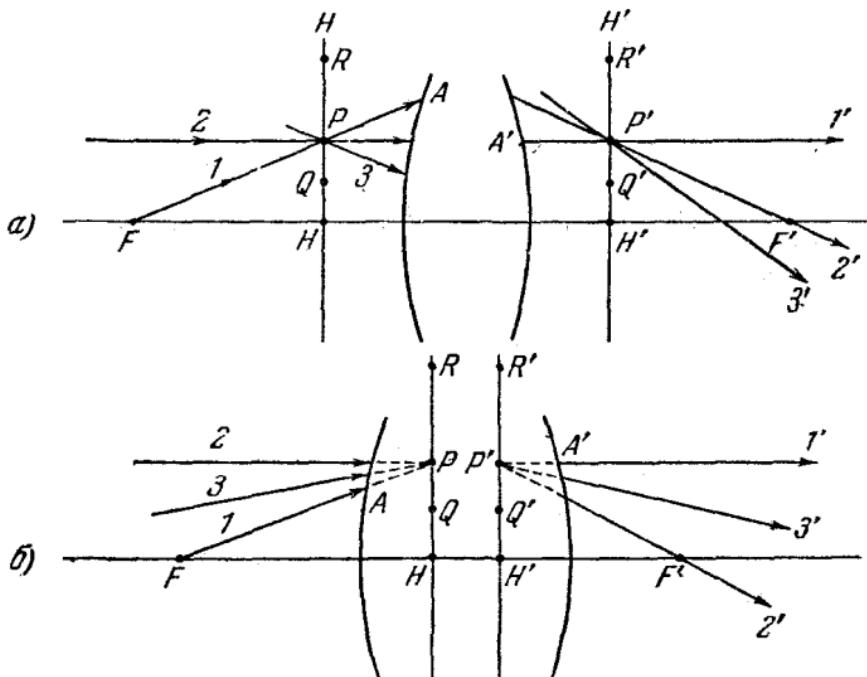


Рис. 22.

гомоцентричности световых пучков. Поэтому любому лучу 3 , проходящему через точку P пересечения лучей 1 и 2 , будет соответствовать луч $3'$, идущий через точку P' пересечения лучей $1'$ и $2'$ (в случае б пересекаются не сами лучи, а их воображаемые продолжения внутри системы). Таким образом, P и P' оказываются сопряженными точками. Проведем через эти точки плоскости H и H' , перпендикулярные к оптической оси. Отрезку HP , лежащему в плоскости H , соответствует изображение $H'P'$, лежащее в плоскости H' , причем изображение является прямым и имеет такие же размеры, как и предмет. Поскольку изображение, даваемое идеальной оптической системой, подобно предмету, точка Q , лежа-

ящая посередине отрезка HP , отобразится точкой Q' , лежащей посередине отрезка $H'P'$. Аналогично, точка R , лежащая на двойном по сравнению с точкой P расстоянии от оси, отобразится точкой R' , лежащей на двойном расстоянии по сравнению с точкой P' . Точки P и P' были взяты совершенно произвольно. Поэтому можно утверждать, что любой предмет, лежащий в плоскости H , отобразится системой в плоскости H' с увеличением, равным $+1$. Иначе говоря, с таким увеличением отображают друг друга сами плоскости.

Плоскость H называется передней или первой, а плоскость H' — задней или второй главной плоскостью оптической системы. Точки пересечения этих плоскостей с оптической осью (их обозначают также буквами H и H') называют главными точками системы. Как видно из рис. 22, главные плоскости (и точки) могут находиться как вне, так и внутри системы. Может случиться, что одна из плоскостей проходит внутри, а другая — вне системы. Возможно, наконец, что обе плоскости будут лежать вне системы по одну и ту же сторону от нее.

Фокальные и главные плоскости называются кардинальными плоскостями оптической системы. Главные точки и фокусы называются кардинальными точками. Расстояние от передней главной точки H до переднего фокуса F представляет собой переднее фокусное расстояние f системы. Аналогично, расстояние от H' до F' является задним фокусным расстоянием f' . Фокусные расстояния f и f' — алгебраические величины. Они положительны, если данный фокус лежит справа от соответствующей главной точки, и отрицательны в противном случае. Так, например, для системы, изображенной на рис. 23, заднее фокусное расстояние f' положительно, а переднее фокусное расстояние f отрицательно. На рисунке указана истинная длина отрезка HF , т. е. положительная величина $(-f)$, равная модулю f .

Ниже будет показано [см. формулу (11.16)], что между фокусными расстояниями f и f' центрированной оптической системы, образованной сферическими преломляющими поверхностями, имеется соотношение:

$$\frac{f}{f'} = - \frac{n}{n'}, \quad (9.2)$$

где n — показатель преломления среды, находящейся перед оптической системой, n' — показатель преломления среды, находящейся за системой. Из (9.2) вытекает, что

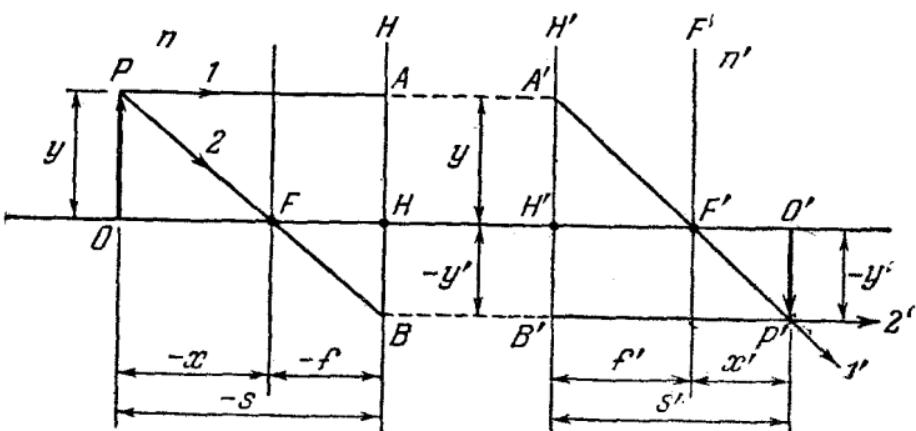


Рис. 23.

в случае, когда показатели преломления сред, находящихся по обе стороны оптической системы, одинаковы, фокусные расстояния f и f' отличаются только знаком:

$$f' = -f. \quad (9.3)$$

Величина

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad (9.4)$$

называется оптической силой системы. Чем больше Φ , тем меньше фокусное расстояние f' и, следовательно, тем сильнее преломляются лучи оптической системой.

Оптическая сила измеряется в диоптриях ($d\pi$). Чтобы получить Φ в диоптриях, фокусное расстояние в формуле (9.4) должно быть взято в метрах. При положительной Φ заднее фокусное расстояние f' также положительно; следовательно, система дает действительное изображение бесконечно удаленной точки — параллельный пучок лучей превращается в сходящийся. В этом случае оптическая система называется собирающей. При отрицательной Φ изображение бесконечно удаленной точки будет мнимым — параллельный пучок лучей превращается системой в расходящийся. Такая система носит название рассеивающей.

Задание кардинальных плоскостей (или, что то же самое, кардинальных точек) полностью определяет свойства оптической системы. В частности, зная положение кардинальных плоскостей, можно построить оптическое изображение, даваемое системой. Возьмем в пространстве предметов отрезок OP , перпендикулярный к оптической оси системы (рис. 23). Положение этого отрезка можно задать либо расстоянием x , отсчитанным от точки F до точки O , либо расстоянием s от H до O . Величины x и s , как и фокусные расстояния f и f' , являются алгебраическими (на рисунках указываются их модули).

Проведем из точки P луч 1 , параллельный оптической оси. Он пересечет плоскость H в точке A . В соответствии со свойствами главных плоскостей сопряженный лучу 1 луч $1'$ должен проходить через сопряженную с точкой A точку A' плоскости H' . Так как луч 1 параллелен оптической оси, сопряженный с ним луч $1'$ пойдет через задний фокус F' . Теперь проведем из точки P луч 2 , проходящий через передний фокус F . Он пересечет плоскость H в точке B . Сопряженный с ним луч $2'$ пройдет через сопряженную с точкой B точку B' плоскости H' и будет параллельным оптической оси. Точка P' пересечения лучей $1'$ и $2'$ представляет собой изображение точки P . Легко видеть, что изображение $O'P'$ отрезка OP должно быть перпендикулярным к оптической оси.

Положение изображения $O'P'$ можно охарактеризовать либо расстоянием x' от точки F' до точки O' , либо расстоянием s' от H' до O' . Величины x' и s' являются алгебраическими. В случае, изображенном на рис. 23, они положительны.

Величина x' , определяющая положение изображения, закономерно связана с величиной x , определяющей положение предмета, и с фокусными расстояниями f и f' . Для прямоугольных треугольников с общей вершиной в точке F (рис. 23) можно написать соотношение:

$$\frac{OP}{HB} = \frac{y}{-y'} = \frac{-x}{-f}. \quad (9.5)$$

Аналогично, для треугольников с общей вершиной в точке F' имеем

$$\frac{H'A'}{O'P'} = \frac{y}{-y'} = \frac{f'}{x'}. \quad (9.6)$$

Объединив оба соотношения, получим, что $(-x)/(-f) = f'/x'$, откуда

$$xx' = ff'. \quad (9.7)$$

Выражение (9.7) называется формулой Ньютона¹). При выполнении условия (9.3) формула Ньютона принимает вид:

$$xx' = -f^2. \quad (9.8)$$

От формулы, связывающей расстояния x и x' предмета и изображения от фокусов системы, легко перейти к формуле, устанавливающей связь между расстояниями s и s' от главных точек. Как следует из рис. 23, $(-x) = (-s) - (-f)$ (т. е. $x = s - f$), $x' = s' - f'$. Подставив эти выражения для x и x' в формулу (9.7) и произведя преобразования, получим:

$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1. \quad (9.9)$$

При выполнении условия (9.3) формула (9.9) упрощается следующим образом:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (9.10)$$

Соотношения (9.7) — (9.10) представляют собой формулы центрированной оптической системы.

Из выражений (9.5) и (9.6) получаются формулы для линейного увеличения, даваемого центрированной оптической системой:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}. \quad (9.11)$$

Как следует из (9.11), линейное увеличение не зависит от размера предмета y . Поэтому изображение плоского предмета, перпендикулярного к оси системы, будет ему подобно. Напротив, изображение предмета, имеющего протяженность вдоль оптической оси, не будет ему подобно (рис. 24). Это вытекает хотя бы из зависимости линейного увеличения от x .

¹) Рекомендуем читателю произвести построение изображения и провести рассуждения, приведшие к формуле (9.7), для случая, когда предмет OP расположен между плоскостями F и H , а также для иного, чем на рис. 23, взаимного расположения кардинальных плоскостей, например, для последовательности $FHF'H'$ или $HF'H'F$.

В оптике часто приходится иметь дело с изображением пространственных предметов, отдельные точки которых лежат на разных расстояниях x от фокальной плоскости. Для характеристики свойств системы в этом

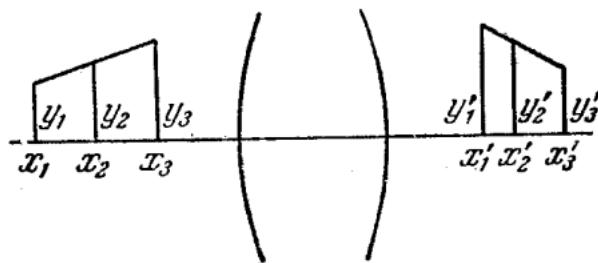


Рис. 24.

случае вводится в рассмотрение продольное увеличение α , показывающее отношение длины изображения dx' к длине изображаемого отрезка dx , расположенного вдоль оптической оси:

$$\alpha = \frac{dx'}{dx}. \quad (9.12)$$

Дифференцирование соотношения (9.7) дает, что $x dx' + x' dx = 0$, откуда

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}. \quad (9.13)$$

Приняв во внимание (9.11), выражение (9.13) можно преобразовать следующим образом:

$$\alpha = -\frac{f'}{f} \left(-\frac{x'}{f'} \right) \left(-\frac{f}{x} \right) = -\frac{f'}{f} \beta^2. \quad (9.14)$$

Соотношение (9.14) устанавливает связь между попечерным β и продольным α увеличениями.

Продольное увеличение характеризует резкость изображения пространственного объекта на плоском экране (так называемую глубину резко изображаемого пространства).

Возьмем два произвольных сопряженных луча: I и I' (рис. 25). Отношение тангенсов углов u' и u , образуемых сопряженными лучами с оптической осью, называется угловым увеличением γ системы:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u}. \quad (9.15)$$

Из рисунка видно, что

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = -\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} (-u)} = -\frac{(-f) + (-x)}{f' + x'} = \frac{f + x}{f' + x'}.$$

Заменив в соответствии с (9.7) x' через ff'/x (или x через ff'/x') и произведя преобразования, получим:

$$\gamma = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'}. \quad (9.16)$$

С учетом (9.11) выражение (9.16) можно преобразовать следующим образом:

$$\gamma = \frac{x}{f'} = -\frac{f}{f'} \left(-\frac{x}{f} \right) = -\frac{f}{f'} \frac{1}{\beta}. \quad (9.17)$$

Наконец, перемножив выражения (9.14) и (9.17), найдем соотношение, устанавливающее связь между всеми тремя увеличениями:

$$\alpha\gamma = \beta. \quad (9.18)$$

Сопряженные точки N и N' , для которых $\gamma = +1$, являются, как и точки H , H' , F и F' , кардинальными точками системы. Они называются узловыми точками или узлами. Сопряженные лучи, проходящие через

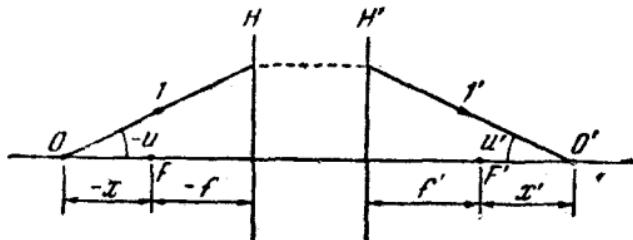


Рис. 25.

узлы, параллельны между собой (см. лучи $2-2'$ и $3-3'$ на рис. 26). Перпендикулярные к оптической оси плоскости, проходящие через узлы, называются узловыми плоскостями. Таким образом, всего имеется три пары кардинальных точек (фокусы, главные точки и узлы) и три пары кардинальных плоскостей центрированной оптической системы.

Приравняв единице выражение (9.16), получим для координат узлов следующие значения:

$$x_N = f', \quad x'_{N'} = f. \quad (9.19)$$

Из рис. 26 легко видеть, что при соблюдении условия (9.3) узлы совпадают с главными точками. В этом случае лучу, проходящему через переднюю главную точку H , соответствует параллельный ему сопряженный луч, идущий через заднюю главную точку H' .

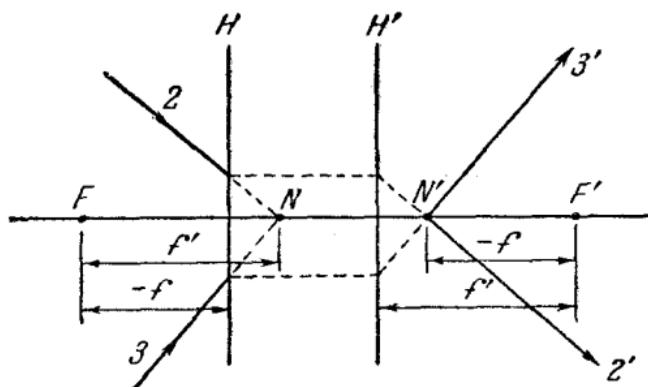


Рис. 26.

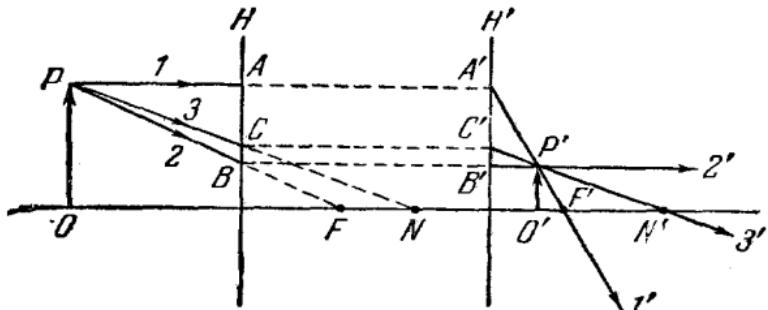


Рис. 27.

Свойство узловых точек можно использовать при построении изображения. На рис. 27, кроме луча 1, параллельного оси, и луча 2, идущего через фокус, изображен луч 3, проходящий через передний узел N . Этот луч пересекает плоскость H в точке C . Сопряженный с лучом 3 луч $3'$ проходит через сопряженную с точкой C точку C' плоскости H' . Кроме того, луч $3'$ должен проходить через задний узел N' . Для построения изображения достаточно взять любую пару из лучей 1, 2 и 3.

§ 10. Сложение оптических систем

Если две центрированные оптические системы разместить одну за другой так, чтобы их оси совпадали, они образуют единую центрированную оптическую систему. Зная расстояние между системами и положение их

кардиальных плоскостей, можно найти положение кардиальных плоскостей составной системы.

На рис. 28 показаны главные плоскости и фокусы складываемых систем. Обозначения, относящиеся к первой системе, снабжены индексом 1, относящиеся ко второй системе — индексом 2. Расстояние от заднего фокуса F'_1 первой системы до переднего фокуса F_2 второй системы обозначено символом Δ . Когда F_2 лежит справа

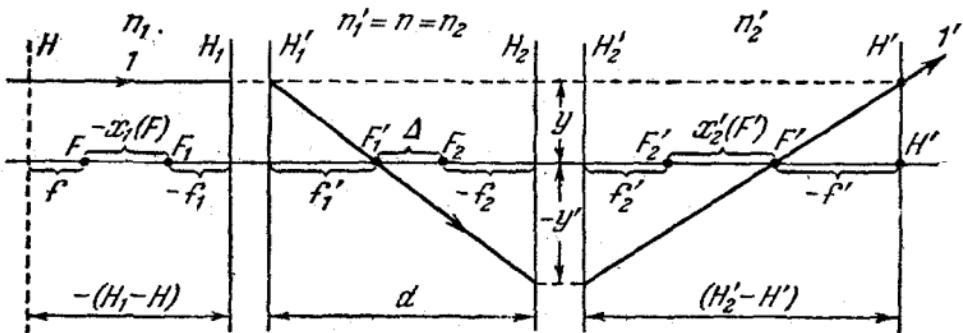


Рис. 28.

от F'_1 , Δ положительно, в противном случае Δ отрицательно. Случай, изображенный на рис. 28, соответствует положительному Δ . Расстояние от задней главной плоскости H'_1 первой системы до передней главной плоскости H_2 второй системы обозначим через d . Величина d также алгебраическая; она будет отрицательной, если плоскость H_2 окажется слева от плоскости H'_1 . Расстояние Δ можно выразить через d :

$$\Delta = d - f'_1 - (-f_2) = d - f'_1 + f_2. \quad (10.1)$$

Возьмем луч I , параллельный оптической оси. Выйдя из первой системы, он пройдет через фокус F'_1 и попадет во вторую систему. Если фокусы F'_1 и F_2 не совпадают ($\Delta \neq 0$), луч по выходе из второй системы пересечет ось в точке F' , которая по определению является задним фокусом составной системы. Точка пересечения луча I' с воображаемым продолжением луча I будет лежать на задней главной плоскости H' составной системы. Это следует из того, что точка пересечения луча I' с плоскостью H' должна находиться на таком же расстоянии от оси, как и точка пересечения луча I с плос-

костью H (положение последней плоскости пока не известно, она изображена на рис. 28 пунктиром). Расстояние $H'F'$ представляет собой заднее фокусное расстояние f' составной системы. Для случая, изображенного на рис. 28, фокусное расстояние f' отрицательно, так что истинное расстояние между точками H' и F' равно $(-f')$.

Каждый из фокусов F_1 , F'_1 , F_2 и F'_2 образует начало системы отсчета. Координаты в этих системах мы будем обозначать соответственно x_1 , x'_1 , x_2 и x'_2 . Рядом, в скобках, будем указывать обозначение точки, для которой написана данная координата.

Координата $x'_2(F')$ фокуса F' , отсчитанная в системе с началом в точке F'_2 , связана с координатой $x_2(F'_1)$ точки F'_1 , отсчитанной в системе с началом в F_2 (для рассматриваемого случая $x_2(F'_1) = -\Delta$), формулой (9.7):

$$(-\Delta) \cdot x'_2(F') = f'_2 f'_2,$$

откуда

$$x'_2(F') = -\frac{f'_2 f'_2}{\Delta}. \quad (10.2)$$

Для прямоугольных треугольников с общей вершиной в точке F'_1 можно написать соотношение:

$$\frac{y}{-y'} = \frac{f'_1}{\Delta + (-f_2)} = \frac{f'_1}{\Delta - f_2}. \quad (10.3)$$

Аналогично, для треугольников с общей вершиной в точке F' имеем:

$$\frac{y}{-y'} = \frac{-f'}{f'_2 + x'_2(F')} = \frac{-f'}{f'_2 - f_2 f'_2 / \Delta} = \frac{-f' \Delta}{f'_2 (\Delta - f_2)}. \quad (10.4)$$

Приравняв правые части соотношений (10.3) и (10.4), приедем к формуле для заднего фокусного расстояния суммарной системы:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}. \quad (10.5)$$

Проследив путь параллельного оси луча, идущего справа налево и проходящего последовательно через вторую и первую системы, легко прийти к формулам для переднего фокусного расстояния f суммарной системы и

координаты $x_1(F)$ переднего фокуса F , отсчитанной от точки F_1 . Повторив рассуждения, приведшие нас к формулам (10.2) и (10.5), можно получить:

$$x_1(F) = \frac{f_1 f'_1}{\Delta}, \quad (10.6)$$

$$f = \frac{f_1 f'_1}{\Delta}. \quad (10.7)$$

Найдем оптическую силу суммарной системы. Согласно формуле (9.4)

$$\Phi = \frac{n'_2}{f'} = - \frac{n'_2 \Delta}{f'_1 f'_2},$$

где n'_2 — показатель преломления среды, находящейся за второй системой.

Преобразуем это выражение следующим образом:

$$\Phi = - \frac{\Delta}{n} \frac{n}{f'_1} \frac{n'_2}{f'_2}.$$

Но n/f'_1 представляет собой оптическую силу Φ_1 первой системы, а n'_2/f'_2 — оптическую силу Φ_2 второй системы. Следовательно,

$$\Phi = - \frac{\Delta}{n} \Phi_1 \Phi_2. \quad (10.8)$$

Выразим в этой формуле Δ через d в соответствии с (10.1):

$$\Phi = - \frac{d - f'_1 + f_2}{n} \Phi_1 \Phi_2 = \frac{f'_1}{n} \Phi_1 \Phi_2 - \frac{f_2}{n} \Phi_1 \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2.$$

Учтя, что $f'_1/n = 1/\Phi_1$, а $f_2/n = -1/\Phi_2$, получим

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2. \quad (10.9)$$

Напомним, что в этой формуле d — расстояние между плоскостями H'_1 и H_2 , n — показатель преломления среды, находящейся между системами.

Вычислив оптическую силу суммарной системы, можно по формулам

$$f' = \frac{n'_2}{\Phi}, \quad f = - \frac{n_1}{\Phi} \quad (10.10)$$

[см. (9.4)] найти ее фокусные расстояния.

Часто вместо величин (10.2) и (10.6) бывает удобнее пользоваться расстояниями $(H_1 - H)$ и $(H'_2 - H')$, определяющими положение главных плоскостей суммарной системы по отношению к главным плоскостям складываемых систем. Из рис. 28 следует, что

$$\begin{aligned} -(H_1 - H) &= -f_1 - x_1(F) + f, \\ (H'_2 - H') &= f'_2 + x'_2(F') - f'. \end{aligned}$$

Подставив значения (10.6), (10.7), (10.2) и (10.5), получим:

$$\left. \begin{aligned} (H_1 - H) &= \frac{f_1(\Delta - f_2 + f'_1)}{\Delta} = \frac{f_1 d}{\Delta}, \\ (H'_2 - H') &= \frac{f'_2(\Delta - f_2 + f'_1)}{\Delta} = \frac{f'_2 d}{\Delta}. \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

Из формулы (10.8) $\Delta = -n\Phi/\Phi_1\Phi_2$; кроме того, $f_1 = -n_1/\Phi_1$, $f'_2 = n'_2/\Phi_2$. Произведя такую замену в формулах (10.11), найдем:

$$\left. \begin{aligned} (H_1 - H) &= \frac{n_1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d, \\ (H'_2 - H') &= -\frac{n'_2}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d. \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

С помощью формул, полученных в этом параграфе, можно найти положение кардинальных плоскостей сложной оптической системы, образованной любым количеством соосных центрированных систем.

§ 11. Преломление на сферической поверхности

Сколько угодно сложную центрированную оптическую систему можно рассматривать как сумму простейших систем, каждая из которых образована одной преломляющей (или отражающей) сферической (в частности, плоской) поверхностью. Следовательно, сферические поверхности раздела двух оптически однородных сред представляют собой те элементы, из которых строится любая центрированная система. Рассмотрим прохождение гомоцентрического пучка через такую поверхность.

На рис. 29 изображена преломляющая поверхность радиуса R с центром в точке C . Показатели преломления сред, лежащих по обе стороны поверхности, равны n

и n' . Прямую, проходящую через точечный источник света P и центр кривизны C , назовем осью системы. Точка O пересечения поверхности с осью называется вершиной преломляющей поверхности. Примем точку O за начало отсчета. Координаты предмета P и изображения P' , отсчитываемые от точки O , обозначим соответственно s и s' .

Возьмем в пространстве предметов произвольный луч I , образующий с осью угол u . Он падает на преломляющую поверхность в точке A под углом i (для луча I , изображенного на рис. 29, углы u и i отрицательны).

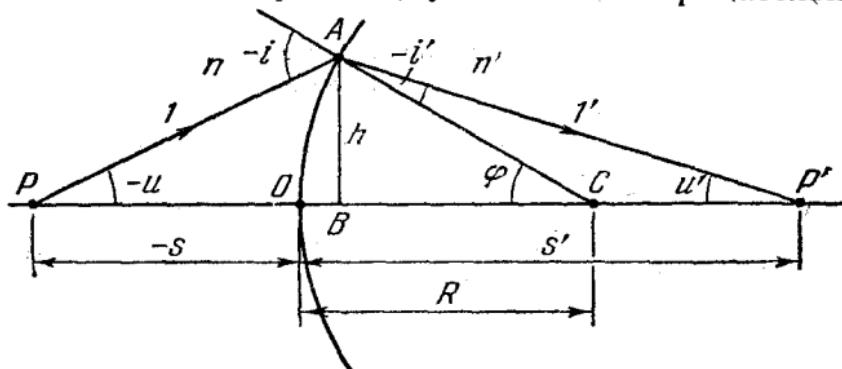


Рис. 29.

Сопряженный лучу I луч I' образует с нормалью угол i' и пересекает ось в точке P' , отстоящей от вершины на расстояние s' . Независимость s' от угла u , под которым идет луч I , означала бы, что исходящий из точки P пучок лучей после преломления на сферической поверхности остался бы гомоцентрическим. Соответствующий расчет показывает, что это справедливо лишь для лучей, образующих с осью небольшие углы u . Такие лучи называются параксимальными (приосевыми). Для параксимальных лучей все углы, обозначенные на рис. 29, будут малыми. Поэтому синусы и тангенсы этих углов можно считать равными самим углам.

Согласно закону преломления (1.6) $n \sin i = n' \sin i'$. Заменив синусы углами, получим:

$$ni = n'i'. \quad (11.1)$$

Из треугольников PAC и $P'AC$ следует, что

$$(-i) = (-u) + \varphi \quad \text{или} \quad i = u - \varphi,$$

$$(-i') = \varphi - u' \quad \text{или} \quad i' = u' - \varphi.$$

Подставив эти значения i и i' в формулу (11.1), придем к соотношению:

$$n(u - \Phi) = n'(u' - \Phi'). \quad (11.2)$$

Для параксиальных лучей длиной отрезка OB можно пренебречь по сравнению с $(-s)$, s' и R и считать $PB = (-s)$, $BP' = s'$ и $BC = R$. Тогда, полагая углы равными их тангенсам, можно написать:

$$(-u) = \frac{h}{(-s)}, \quad \text{т. е.} \quad u = \frac{h}{s}; \quad u' = \frac{h}{s'}, \quad \Phi = \frac{h}{R}. \quad (11.3)$$

Заменив в (11.2) углы их значениями (11.3), сократив на h и произведя преобразования, получим формулу:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \Phi. \quad (11.4)$$

Для того чтобы эта формула давала правильный результат при обращении поверхности выпуклостью в любую сторону, с радиусом кривизны R нужно обращаться как с алгебраической величиной: для выпуклой поверхности (центр кривизны C лежит справа от вершины O) считать его положительным, для вогнутой поверхности (C лежит слева от O) — отрицательным.

Величина

$$\Phi = \frac{n' - n}{R} \quad (11.5)$$

называется оптической силой преломляющей поверхности. Она характеризует преломляющую способность поверхности. Из формулы (11.4) видно, что при фиксированном расстоянии до предмета s расстояние до изображения s' тем меньше (т. е. лучи преломляются тем сильнее), чем больше Φ .

Из уравнения (11.4) следует, что при заданном s , независимо от значения u , получается одно и то же значение s' . Таким образом, для параксиальных лучей гомоцентрический пучок в первом приближении остается после преломления на сферической поверхности гомоцентрическим.

Итак, оптическая система, образованная сферической поверхностью, для параксиальных лучей является идеальной. Размеры участка поверхности, через который

проходят параксиальные лучи, малы по сравнению с радиусом кривизны поверхности R , вследствие чего этот участок можно в первом приближении считать плоским. Пучок лучей, сходящихся в любой точке P преломляющей поверхности (рис. 30, а), преобразуется в пучок, исходящий из точки P' , совпадающей с точкой P . Следовательно, плоскость, проходящая через точку O , отображается с линейным увеличением, равным +1, в виде совпадающей с ней плоскости. Отсюда вытекает, что главные плоскости H и H' преломляющей поверхности совмещены друг с другом и проходят через вершину O

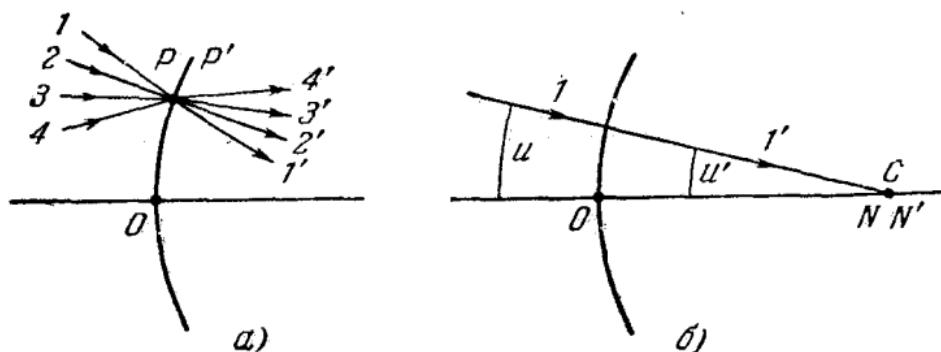


Рис. 30.

преломляющей поверхности. Таким образом, координаты s и s' , отсчитываемые от точки O , совпадают с координатами s и s' , которыми мы пользовались в § 9.

Лучу I , идущему через центр кривизны поверхности C (рис. 30, б), соответствует сопряженный луч I' , идущий по тому же направлению. Следовательно, узлы N и N' также совмещены друг с другом и совпадают с центром поверхности C .

Найдем фокусные расстояния преломляющей поверхности. Предмету, удаленному на бесконечность ($s = \infty$), соответствует изображение, помещающееся в заднем фокусе F' , т. е. отстоящее от точки H' на расстояние $s' = -f'$. Подставив эти значения s и s' в формулу (11.4), имеем:

$$\frac{n'}{f'} - \frac{n}{\infty} = \frac{n' - n}{R} = \Phi,$$

откуда

$$f' = \frac{n'}{n' - n} R = \frac{n'}{\Phi}. \quad (11.6)$$

Если предмет поместить в переднем фокусе F , т. е. на расстоянии $s = f$ от точки H , то изображение окажется на расстоянии $s' = \infty$:

$$\frac{n'}{\infty} - \frac{n}{f} = \frac{n' - n}{R} = \Phi,$$

откуда

$$f = -\frac{n}{n' - n} R = -\frac{n}{\Phi}. \quad (11.7)$$

Из формул (11.6) и (11.7) следует, что

$$\Phi = \frac{n'}{f} = -\frac{n}{f}. \quad (11.8)$$

Таким образом, величина (11.5) совпадает с оптической силой системы, определяемой формулой (9.4).

Разделив уравнение (11.4) на Φ и приняв во внимание (11.6) и (11.7), можно написать:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1,$$

что совпадает с формулой центрированной оптической системы (9.9). Если перейти к координатам предмета x и изображения x' , отсчитываемым от фокусов F и F' , получится для сферической поверхности формула Ньютона (9.7). Все остальные формулы, полученные в § 9 для центрированной оптической системы, также справедливы для одной преломляющей поверхности, если ограничиваться рассмотрением параксиальных пучков лучей.

Отметим, что, положив в формуле (11.4) $n'/n = -1$, т. е. $n' = -n$ ¹⁾, мы получим известную формулу сферического зеркала:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}.$$

Построим изображение Q_2P_2 отрезка Q_1P_1 , даваемое преломляющей поверхностью (рис. 31). Проведем из точки Q_1 произвольный луч Q_1A и сопряженный с ним луч AQ_2 . Все лучи будем считать параксиальными, так что углы $i_1, i_2, -u_1$ и u_2 очень малы. Поэтому можно считать, что

$$i_1 = \frac{y_1}{-s_1}, \quad i_2 = \frac{-y_2}{s_2},$$

¹⁾ См. сноску на стр. 10.

откуда

$$\frac{l_1}{i_2} = \frac{y_1}{y_2} \frac{s_2}{s_1}. \quad (11.9)$$

Аналогично можно считать, что

$$-u_1 = \frac{h}{-s_1}, \quad u_2 = \frac{h}{s_2},$$

откуда

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{u_1}{u_2}. \quad (11.10)$$

Согласно закону преломления (1.6) $n_1 i_1 = n_2 i_2$ (мы заменили синусы углами), т. е.

$$\frac{l_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (11.11)$$

Заменим в формуле (11.9) отношения i_1/i_2 и s_2/s_1 их значениями (11.11) и (11.10). В результате получится соотношение:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{y_1}{y_2} \frac{u_1}{u_2},$$

которому можно придать следующий вид:

$$n_2 u_2 y_2 = n_1 u_1 y_1. \quad (11.12)$$

Если за первой преломляющей поверхностью расположить вторую так, чтобы $Q_2 P_2$ служило для нее предметом, то вторая поверхность даст изображение $Q_3 P_3$

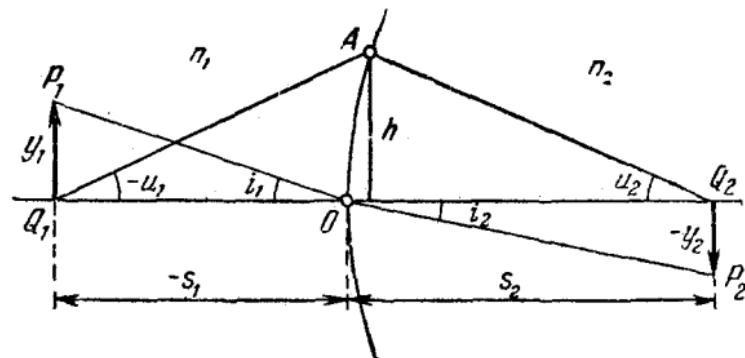


Рис. 31.

размера y_3 . Повторив рассуждения, приведшие нас к соотношению (11.12), найдем, что

$$n_3 u_3 y_3 = n_2 u_2 y_2,$$

где n_3 — показатель преломления среды, расположенной за второй поверхностью. К тому же результату мы при-

дем, расположив за второй преломляющей поверхностью третью и т. д.

Таким образом, в случае центрированной системы, образованной совокупностью сферических поверхностей, разделяющих однородные среды с показателями преломления n_1, n_2, n_3 и т. д., имеет место соотношение:

$$n_1 u_1 y_1 = n_2 u_2 y_2 = n_3 u_3 y_3 = \dots \quad (11.13)$$

Это соотношение носит название теоремы (или условия) Лагранжа — Гельмгольца. Само же выражение $n_i u_i y_i$ называется инвариантом Лагранжа — Гельмгольца.

Углы u_1, u_2 и т. д. суть углы, образованные с осью системы, произвольными сопряженными лучами, проходящими через точки Q_i , в которых предмет (в случае u_1, u_3 и т. д.) или соответствующее изображение (в случае u_2, u_4 и т. д.) пересекается с осью системы. В частности, в качестве углов u_1, u_3 и т. д. можно взять наибольшие углы в пучках лучей, падающих на поверхность 1, 2 и т. д., а в качестве u_2, u_4 и т. д. — наибольшие углы в сопряженных пучках. Тогда эти углы будут определять апертуру (максимальное раскрытие) соответствующих пучков. Можно также взять такие лучи, чтобы h на рис. 31 было равно y_1 . Тогда угол u_1 будет углом, под которым предмет $Q_1 P_1$ виден с расстояния s_1 , u_2 — углом, под которым предмет $Q_1 P_1$ -виден с расстояния s_2 и т. д.

Условие Лагранжа — Гельмгольца накладывает ограничения на преобразования световых пучков при помощи оптических систем. Ограничения вытекают по существу из принципа сохранения светового потока (т. е. из принципа сохранения энергии). Особенно велико значение этих ограничений в фотометрических расчетах.

Обратимся к рис. 23. Из подобия треугольников FHB и PAB вытекает соотношение:

$$\frac{-f}{-y'} = \frac{-s}{y - y'} . \quad (11.14)$$

Аналогично из подобия треугольников $A'F'H'$ и $A'P'B'$ следует соотношение:

$$\frac{f'}{y} = \frac{s'}{y - y'} . \quad (11.15)$$

Разделив (11.14) на (11.15) и произведя несложные преобразования, получим:

$$\frac{f}{f'} = - \frac{y'}{y} \frac{s}{s'}.$$

Заменим в соответствии с (11.10) s/s' отношением u'/u :

$$\frac{f}{f'} = - \frac{u'y'}{uy}.$$

Наконец, приняв во внимание условие (11.12), придем к соотношению:

$$\frac{f}{f'} = - \frac{n}{n'}. \quad (11.16)$$

Этим соотношением мы уже пользовались при рассмотрении центрированных систем [см. формулу (9.2)].

§ 12. Линза

Линза представляет собой систему двух сферических преломляющих поверхностей (рис. 32). Если расстоянием d между их вершинами пренебречь нельзя, линзу

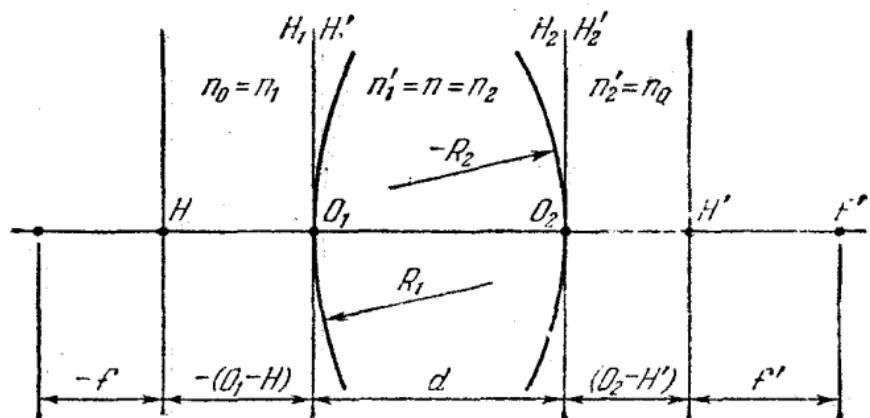


Рис. 32.

называют толстой. Линза с пренебрежимо малым d называется тонкой.

Все величины, относящиеся к первой поверхности, снабдим индексом 1, относящиеся ко второй поверхности — индексом 2. Показатель преломления линзы обозначим через n , показатель преломления среды, окружающей линзу, — через n_0 .

Найдем оптические силы преломляющих поверхностей. В соответствии с формулой (11.5)

$$\Phi_1 = \frac{n'_1 - n_1}{R_1} = \frac{n - n_0}{R_1},$$

$$\Phi_2 = \frac{n'_2 - n_2}{R_2} = \frac{n_0 - n}{R_2}.$$

Воспользуемся выведенными в § 10 формулами сложения систем. Толщина линзы d совпадает с расстоянием от задней главной плоскости H'_1 первой поверхности до передней главной плоскости H_2 второй поверхности. Оптическую силу линзы найдем по формуле (10.9):

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2 = \\ &= \frac{n - n_0}{R_1} + \frac{n_0 - n}{R_2} - \frac{d}{n} \frac{(n - n_0)(n_0 - n)}{R_1 R_2} = \\ &= \frac{n - n_0}{n} \frac{(n - n_0)d - n(R_1 - R_2)}{R_1 R_2}.\end{aligned}$$

Согласно (9.4) $f' = n'_2 / \Phi = n_0 / \Phi$, $f = -n_1 / \Phi = -n_0 / \Phi$. Подставив сюда выражение для Φ , получим:

$$f' = -f = \frac{nn_0}{n - n_0} \frac{R_1 R_2}{(n - n_0)d - n(R_1 - R_2)}. \quad (12.1)$$

Главные плоскости H_1 и H'_1 совпадают с вершиной O_1 первой поверхности, а плоскости H_2 и H'_2 — с вершиной O_2 второй поверхности. Поэтому расстояние ($O_1 - H$) от вершины первой поверхности до передней главной плоскости линзы представляет собой расстояние ($H_1 - H$), которое можно вычислить по формуле (10.12):

$$(O_1 - H) = (H_1 - H) = \frac{n_1}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d = \frac{n_0}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} d.$$

Аналогично,

$$(O_2 - H') = (H'_2 - H') = -\frac{n'_2}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d = -\frac{n_0}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} d$$

(в рассматриваемом случае $n_1 = n'_2 = n_0$).

Подставив значения Φ_1 , Φ_2 и Φ , получим:

$$\left. \begin{aligned}(O_1 - H) &= \frac{n_0 R_1 d}{n(R_1 - R_2) - (n - n_0)d}, \\ (O_2 - H') &= \frac{n_0 R_2 d}{n(R_1 - R_2) - (n - n_0)d}.\end{aligned}\right\} \quad (12.2)$$

В случае тонкой линзы расстоянием d между вершинами преломляющих поверхностей O_1 и O_2 можно пре-
небречь и считать эти вершины находящимися в одной
точке, которую называют оптическим центром
тонкой линзы. Положив в формулах (12.2) d равным
нулю, получим, что отрезки $(O_1 - H)$ и $(O_2 - H')$ также
равны нулю. Это означает, что обе главные плоскости
тонкой линзы проходят через ее оптический центр. Если
показатели преломления сред, находящихся по обе стороны
линзы, одинаковы, то узлы совпадают с главными
точками, т. е. помещаются также в оптическом центре

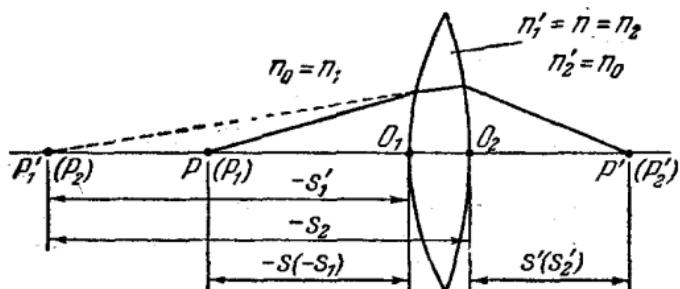


Рис. 33.

лизы. Отсюда вытекает, что любой луч, идущий через оптический центр линзы, не изменяет своего направления.

Формула (10.9) имеет для тонкой линзы вид:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2. \quad (12.3)$$

Таким образом, оптическая сила тонкой линзы равна алгебраической сумме оптических сил преломляющих поверхностей.

Выражение (12.1) упрощается для тонкой линзы следующим образом:

$$f' = -f = \frac{n_0}{n - n_0} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (12.4)$$

Подставив в (9.9) значения (12.4) для f' и f , получим известную формулу тонкой линзы:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{n - n_0}{n_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (12.5)$$

Формулу тонкой линзы можно получить непосредственно, путем последовательного применения соотношения (11.4) к обеим преломляющим поверхностям. Возьмем на оси линзы светящуюся точку P (рис. 33). Эту

точку можно рассматривать как предмет P_1 , отображаемый первой преломляющей поверхностью. Пучок лучей, вышедший из P_1 , после преломления на первой поверхности превратится в пучок с центром в точке P'_1 . Таким образом, точка P'_1 является изображением точки P_1 , даваемым первой преломляющей поверхностью. Согласно (11.4) расстояния s_1 и s'_1 точек P_1 и P'_1 от вершины поверхности O_1 связаны соотношением:

$$\frac{n'_1}{s'_1} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n'_1 - n_1}{R_1} \quad \text{или} \quad \frac{n}{s'_1} - \frac{n_0}{s_1} = \frac{n - n_0}{R_1}. \quad (12.6)$$

На вторую преломляющую поверхность падает гомоцентрический пучок с центром в точке P'_1 . Следовательно, изображение P'_1 , даваемое первой поверхностью, одновременно является предметом P_2 для второй поверхности. После преломления на второй поверхности лучи собираются в точке P'_2 . Для расстояний s_2 и s'_2 точек P_2 и P'_2 от вершины O_2 второй поверхности можно в соответствии с (11.4) написать:

$$\frac{n'_2}{s'_2} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{n'_2 - n_2}{R_2} \quad \text{или} \quad \frac{n_0}{s'_2} - \frac{n}{s_2} = \frac{n_0 - n}{R_2}. \quad (12.7)$$

Сложим соотношения (12.6) и (12.7). Для тонкой линзы расстояния s'_1 и s_2 можно считать совпадающими. Поэтому слагаемые n/s'_1 и $(-n/s_2)$ в сумме дадут нуль и мы получим выражение:

$$\frac{n_0}{s'_2} - \frac{n_0}{s_1} = \frac{n - n_0}{R_1} + \frac{n_0 - n}{R_2}.$$

Для линзы точка P_1 является предметом P , а точка P'_2 — его изображением P' . Расстояние s предмета P от линзы совпадает с s_1 , а расстояние s' изображения P' совпадает с s'_2 . Заменив в полученной нами формуле s'_2 на s' и s_1 на s и произведя преобразования, придем к формуле (12.5).

В заключение напомним, что R_1 и R_2 — алгебраические величины [см. текст, следующий за формулой (11.4)].

§ 13. Погрешности оптических систем

В § 11 мы установили, что сферическая преломляющая поверхность (а следовательно и центрированная система таких поверхностей) дает стигматическое изображение только при использовании параксиальных лучей. Такое ограничение приводит к сильному сокращению размеров изображаемых оптической системой предметов. Кроме того, узость световых пучков обуславливает малую освещенность изображения, так как световой поток пропорционален телесному углу, в пределах которого он заключается [см. формулу (6.10)]. По этим причинам на практике приходится использовать широкие световые пучки, образующие с оптической осью системы значительные углы. В результате отказа от параксиальности возникают различные искажения изображения. Таким образом, реальные оптические системы обладают аберрациями или погрешностями. Наличие аберраций может существенно снизить качество оптического изображения, даваемого системой. Однако, применяя соответствующим образом подобранные комбинации линз, можно добиться практически полного устранения аберраций.

Рассмотрим кратко основные аберрации оптических систем.

Сферическая аберрация. Края линзы сильнее отклоняют лучи, чем требуется для прохождения их через изображение, даваемое средней частью линзы (рис. 34).

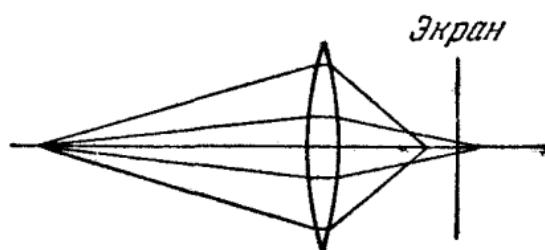


Рис. 34.

В результате изображение светящейся точки на экране получается в виде расплывчатого пятна. Этот вид погрешности оптических систем называется сферической аберрацией. Комбинируя положительные (собирательные) и отрицательные (рассеивающие) линзы, имеющие различные показатели преломления, удается почти полностью устраниć сферическую аберрацию.

Кома. У линз, исправленных на сферическую aberrацию для широких пучков, исходящих от точечного объекта, лежащего на оптической оси системы, может сохраняться сферическая aberrация для косых пучков (исходящих от объекта, лежащего в стороне от оси). В этом случае изображение светящейся точки на экране имеет вид вытянутого несимметричного пятна. Такая aberrация называется комой. Соответствующей комбинацией положительных и отрицательных линз можно устранить эту aberrацию.

Хроматическая aberrация. Показатель преломления зависит от длины волны. Это явление называется дисперсией (см. § 43). Дисперсия приводит к тому, что даже параксиальные лучи разного цвета собираются линзой в различных точках и изображение оказывается окрашенным. Разные сорта стекол обладают неодинаковой дисперсией. Поэтому, комбинируя положительные и отрицательные линзы, изготовленные из разных стекол, удается осуществить ахроматическую (т. е. исправленную на хроматическую aberrацию) оптическую систему.

Система, исправленная на сферическую и хроматическую aberrации, но не устраняющая астигматизм (см. ниже), называется апланатом.

Астигматизм. Изображение точечного объекта в косых лучах имеет вид двух взаимно перпендикулярных смещенных друг относительно друга прямолинейных отрезков, т. е. является астигматическим (см. § 8). Астигматизм устраняется путем подбора радиусов кривизны и оптических сил преломляющих поверхностей.

Оптическую систему, исправленную кроме сферической и хроматической aberrаций также и на астигматизм, называют астигматом.

Дисторсия. Дисторсией называется искажение изображения, вызванное неодинакостью поперечного увеличения в пределах поля зрения. На рис. 35 приведено изображение квадрата, искаженное вследствие дисторсии. Если линейное увеличение растет с расстоянием y от оси системы, имеет место подушкообразная

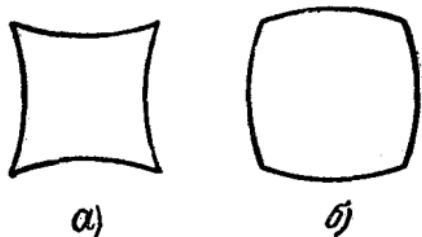


Рис. 35.

дисторсия (рис. 35, а). При уменьшении увеличения во мере удаления от оси системы наблюдается бочкообразная дисторсия (рис. 35, б).

Для одновременного устранения всех aberrаций требуется создавать весьма сложные оптические системы. Обычно идут по другому пути — устраняют полностью лишь те недостатки, которые особенно вредны для тех целей, для которых предназначается оптическая система, и мирятся с неполным устранением остальных недостатков.

§ 14. Оптические приборы

Рассмотрим кратко лишь некоторые приборы, вооружающие глаз. Их назначение заключается в том, чтобы дать на сетчатке глаза увеличенное изображение удаленных или близких, но малых по размерам предметов.

Рис. 36 показывает, что размеры изображения на сетчатке определяются углом φ' , под которым виден рассматриваемый предмет. Достигаемый за счет применения прибора эффект характеризуется увеличением оптического прибора Γ , определяемым соотношением:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (14.1)$$

где φ' и φ — углы, под которыми предмет виден через прибор и без него.

Угол φ растет с уменьшением расстояния s от глаза до предмета (рис. 36). Посредством мышечного усилия фокусное расстояние глаза может меняться в довольно широких пределах, приспосабливаясь к расстоянию до рассматриваемого предмета. Однако эта способность глаза, называемая аккомодацией, ограничена минимальным расстоянием s порядка 20 см. Тем самым ограничено и возрастание изображения за счет приближения глаза к рассматриваемому предмету. Дальнейшее увеличение изображения может быть достигнуто с помощью лупы или микроскопа.

Лупа. Простейшая лупа представляет собой положительную линзу с небольшим фокусным расстоянием (бо-

лее сложные лупы состоят из нескольких линз). Рассматриваемый предмет OP (рис. 37) располагается за фокусом F на небольшом расстоянии от него. В этом случае получается прямое увеличенное изображение $O'P'$, которое рассматривается глазом. Положение лупы подбирается так, чтобы расстояние от изображения до глаза равнялось расстоянию наилучшего зрения $l_{\text{из}}$, т. е. наименьшему расстоянию, на котором предмет можно рассматривать без утомления. Для нормального глаза $l_{\text{из}} = 25 \text{ см}$.

При оценке увеличения, даваемого лупой, нужно исходить из того, что при рассматривании невооруженным глазом предмет располагают на расстоянии наилучшего зрения. Следова-

тельно, $\tan \varphi = y/l_{\text{из}}$, где y — размер предмета. Аналогично, $\tan \varphi' = y'/l_{\text{из}}$, где y' — размер даваемого лупой изображения. Подставив эти значения $\tan \varphi$ и $\tan \varphi'$ в формулу (14.1), получим

$$\Gamma = \frac{\tan \varphi'}{\tan \varphi} = \frac{y'}{y} = \beta, \quad (14.2)$$

т. е. Γ равно поперечному увеличению.

Практически глаз располагают вблизи заднего фокуса лупы. Из рис. 37 видно, что в этом случае $\tan \varphi' = y/f'$. Взяв отношение этого выражения к $\tan \varphi = y/l_{\text{из}}$, найдем, что

$$\Gamma = \frac{l_{\text{из}}}{f'} . \quad (14.3)$$

Таким образом, лупа с фокусным расстоянием, например, 5 см дает пятикратное увеличение. Наибольшее увеличение, которое можно получить с помощью лупы, составляет примерно 25.

Микроскоп. Для получения больших увеличений (до 2000) применяется микроскоп. Он состоит из двух оптических систем — объектива (Ob) и окуляра (Ok), разделенных значительным по сравнению с их фокусными расстояниями промежутком (рис. 38). Рассматриваемый

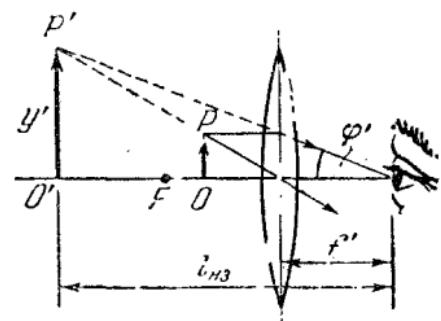


Рис. 37.

предмет OP помещается перед первым фокусом объектива F_1 в непосредственной близости от него. Объектив дает увеличенное обратное изображение предмета $O'P'$, которое рассматривается через окуляр как через лупу. Согласно формуле (9.11) поперечное увеличение, даваемое объективом, равно

$$\beta_1 = -\frac{x'_1}{f'_1} \approx -\frac{\Delta}{f'_1},$$

где через Δ обозначено расстояние между задним фокусом объектива F'_1 и передним фокусом окуляра F_2 (изображение $O'P'$ должно располагаться в непосредственной близости от фокуса окуляра F_2 , поэтому x'_1 можно

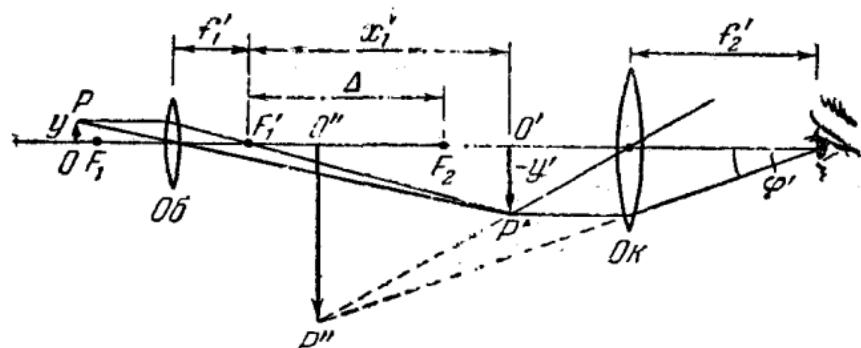


Рис. 38.

положить равным Δ). Следовательно, размер изображения, даваемого объективом, будет равен

$$-y' = -y\beta_1 = y \frac{\Delta}{f'_1}.$$

Для тангенса угла φ' , под которым виден предмет через микроскоп, получается выражение

$$\tan \varphi' = \frac{-y'}{f'_2} = y \frac{\Delta}{f'_1 f'_2}$$

(см. аналогичное выражение для лупы). Разделив это значение $\tan \varphi'$ на $\tan \varphi = y/l_{\text{из}}$, находим

$$\Gamma = \frac{l_{\text{из}} \Delta}{f'_1 f'_2}. \quad (14.4)$$

Из полученной формулы видно, что для получения больших увеличений нужно уменьшать фокусные рас-

стояния объектива и окуляра. Практически f'_1 составляет величину порядка 1 мм, $f'_2 \sim 10$ мм, $\Delta \sim 100$ мм. При этих значениях получается

$$\Gamma = \frac{250 \cdot 100}{1 \cdot 10} = 2500.$$

Казалось бы, что, уменьшая фокусные расстояния и увеличивая Δ , можно достигнуть сколь угодно больших Γ . Однако предел увеличению, даваемому микроскопом, кладется волновой природой света (см. § 27).

Зрительная труба. Для рассматривания удаленных предметов применяются зрительные трубы. Зрительные трубы, предназначенные для наблюдения небесных светил, называются телескопами.

Зрительная труба состоит из объектива (*Об*) и окуляра (*Ок*), расположенных так, что задний фокус объектива F'_1 совпадает с передним фокусом окуляра F_2 (рис. 39). Подобные оптические системы называются телескопическими. Для наводки на резкость расстояние между объективом и окуляром может немного меняться.

Изображение $O'P'$ удаленного предмета, даваемое объективом, лежит практически в задней фокальной плоскости объектива. Это изображение рассматривается через окуляр как через лупу. Длиной трубы можно пренебречь по сравнению с расстоянием до предмета. Поэтому можно считать, что невооруженным глазом предмет будет виден под углом φ , тангенс которого равен $-y'/f'_1$. Тангенс угла φ' , под которым предмет виден в зрительную трубу, равен $-y'/f'_2$. Следовательно, для увеличения, даваемого зрительной трубой, получается выражение

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{f'_1}{f'_2}, \quad (14.5)$$

из которого вытекает, что Γ равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.

Как видно из рис. 39, зрительная труба дает перевернутое изображение рассматриваемого предмета. Для телескопов это не имеет значения. В трубах же, предназначенных для наблюдения земных объектов, для получения прямого изображения вводятся дополнительные обрабатывающие системы.

Кроме телескопов, в которых происходит только преломление световых лучей (такие системы называются рефракторами), применяются также телескопы, в которых роль объектива выполняет параболическое вогнутое зеркало. Изображение, даваемое зеркалом, рассматривается через окуляр. Подобные телескопы называются

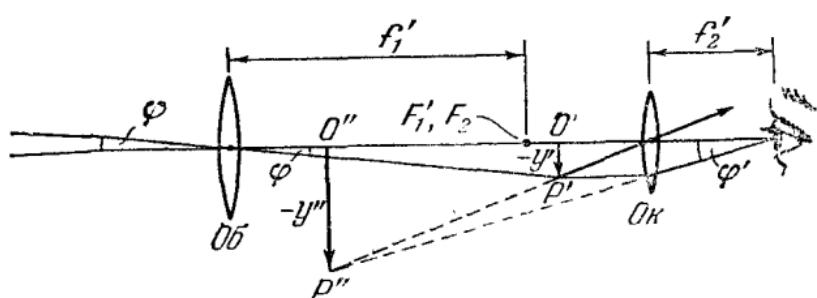


Рис. 39.

рефлекторами. Впервые рефлектор был построен Ньютоном. Одно из преимуществ рефлектора заключается в отсутствии хроматической аберрации.

Отличными оптическими качествами в сочетании с относительной простотой изготовления обладают мениковые телескопы, изобретенные советским оптотехником Д. Д. Максутовым.

В этих телескопах (рис. 40) роль объектива выполняет сферическое (вместо гораздо более сложного в изготовлении параболического) зеркало в сочетании с выпуклово-вогнутой линзой (мениском). Такая линза, как и зеркало, является

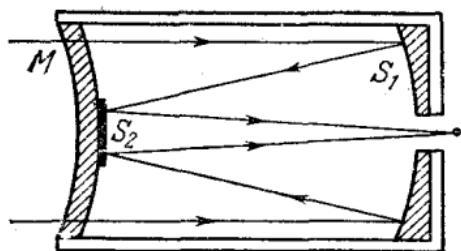


Рис. 40.

ахроматической. Заметная сферическая аберрация, присущая и сферическому зеркалу и мениску, имеет у них противоположные знаки, вследствие чего почти полностью устраняется.

Лучи, идущие от предмета, пройдя через мениск \$M\$, отражаются от сферического зеркала \$S_1\$ и падают на алюминированный участок мениска \$S_2\$, представляющий собой выпуклое зеркало. Отразившись от \$S_2\$, лучи попа-

дают в окуляр. Поскольку лучи несколько раз проходят в приборе путь туда и обратно, телескопы Максутова отличаются также малыми размерами и весом. Системы Максутова применяются для наблюдения как небесных светил, так и земных объектов.

§ 15. Светосила объектива

Светосилой объектива называется величина, характеризующая освещенность даваемого объективом изображения при заданной яркости предмета.

Вычислим освещенность изображения, даваемого объективом фотоаппарата или проектора. Будем считать, что объектив состоит из одной тонкой линзы (рис. 41).

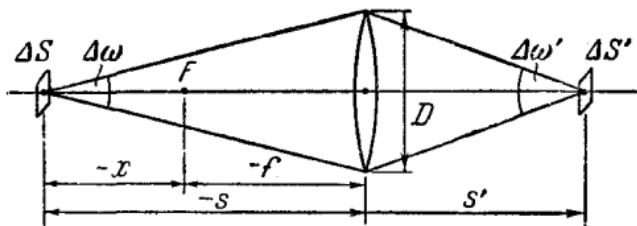


Рис. 41.

Пусть предмет и изображение лежат в плоскостях, перпендикулярных к оптической оси объектива. Площадка предмета ΔS отображается объективом в виде площадки $\Delta S'$ изображения. В соответствии с формулой (6.10) площадка ΔS посылает через объектив поток ($\cos \vartheta = 1$)

$$\Delta\Phi = B \Delta\omega \Delta S,$$

где B — яркость площадки, $\Delta\omega$ — телесный угол, под которым видна линза (в случае сложного объектива — угол, под которым виден так называемый входной зрачок объектива) из места расположения площадки ΔS . Этот угол называется апертурным углом в ходе.

Из объектива выйдет ослабленный за счет поглощения и отражений на преломляющих поверхностях поток

$$\Delta\Phi' = k \Delta\Phi = k B \Delta\omega \Delta S,$$

где k — характеризующий ослабление потока коэффициент, меньший единицы. Этот поток создает освещенность изображения

$$E = \frac{\Delta\Phi'}{\Delta S'} = kB \Delta\omega \frac{\Delta S}{\Delta S'} . \quad (15.1)$$

Поскольку отношение линейных размеров изображения и предмета равно поперечному увеличению β , $\Delta S'/\Delta S = \beta^2$. Заменив в выражении (9.11) x через $s - f$ (см. рис. 23), можно написать

$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{f}{s-f} = -\frac{f/s}{1-f/s} .$$

Согласно (9.9) $1-f/s = f'/s'$; следовательно,

$$\beta = -\frac{f}{f'} \frac{s'}{s} .$$

Если показатели преломления по обе стороны объектива одинаковы, $f' = -f$ [см. формулу (9.3)] и

$$\beta = \frac{s'}{s} .$$

Таким образом,

$$\frac{\Delta S'}{\Delta S} = \beta^2 = \frac{s'^2}{s^2} , \quad (15.2)$$

где s и s' — расстояния от центра линзы до предмета и изображения.

Введем в рассмотрение угол $\Delta\omega'$, под которым видна линза (в случае сложного объектива — угол, под которым виден так называемый выходной зрачок объектива) из места расположения площадки $\Delta S'$. Этот угол называется апертурным углом выхода.

Вследствие малости углов $\Delta\omega$ и $\Delta\omega'$ их можно представить следующим образом:

$$\Delta\omega = \frac{\pi(D/2)^2}{s^2} , \quad \Delta\omega' = \frac{\pi(D/2)^2}{s'^2} . \quad (15.3)$$

В этих выражениях D — диаметр оправы линзы (в случае сложного объектива — диаметр так называемой действующей диафрагмы объектива).

Из формул (15.3) вытекает, что $s'^2/s^2 = \Delta\omega/\Delta\omega'$. Поэтому отношению (15.2) можно придать вид:

$$\frac{\Delta S'}{\Delta S} = \beta^2 = \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega'} . \quad (15.4)$$

Подставив получающееся отсюда значение отношения $\Delta S/\Delta S'$ в формулу (15.1), получим:

$$E = kB \Delta\omega'. \quad (15.5)$$

В случае фотоаппарата расстояние s' до изображения практически равно фокусному расстоянию f' . Поэтому $\Delta\omega'$ можно положить равным $\pi(D/2)^2/f'^2$. Подстановка этого значения в (15.5) дает

$$E = \frac{\pi}{4} kB \left(\frac{D}{f'}\right)^2. \quad (15.6)$$

Таким образом, при заданной яркости предмета B освещенность изображения, даваемого объективом фотоаппарата, пропорциональна величине $(D/f')^2$, которую называют геометрической светосилой или просто светосилой объектива. Произведение коэффициента k на геометрическую светосилу называют физической светосилой. Величина D/f' называется относительным отверстием. Часто светосилой объектива называют отношение D/f' , т. е. относительное отверстие объектива.

В случае проектора фокусному расстоянию f практически равно расстояние s до предмета. Поэтому можно положить равным $\pi(D/2)^2/f^2$ угол $\Delta\omega$. Представим (15.5) в виде

$$E = kB \frac{\Delta\omega'}{\Delta\omega} \Delta\omega.$$

Заменив в соответствии с (15.4) $\Delta\omega'/\Delta\omega$ через $1/\beta^2$ и подставив значение $\Delta\omega$, получим

$$E = \frac{\pi}{4} kB \left(\frac{D}{f}\right)^2 \frac{1}{\beta^2}. \quad (15.7)$$

Следовательно, и в этом случае освещенность изображения пропорциональна светосиле объектива $(D/f')^2$ (напомним, что $f = -f'$). Кроме того, освещенность обратно пропорциональна квадрату линейного увеличения, т. е. обратно пропорциональна площади изображения.

ГЛАВА III

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§ 16. Световая волна

Свет представляет собой сложное явление: в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна, в других — как поток особых частиц (фотонов). В главах III—VII излагается волновая оптика, т. е. круг явлений, в основе которых лежит волновая природа света. В главах VIII и IX рассматривается совокупность явлений, обусловленных корпускулярной природой света.

Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся, например, вдоль оси x , описывается уравнениями [см. т. II, формулы (110.13)]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_m \cos(\omega t - kx + \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (16.1)$$

Значение начальной фазы α определяется выбором начал отсчета t и x . При рассмотрении одной волны начала отсчета времени и координаты обычно выбираются так, чтобы α стала равной нулю. При совместном рассмотрении нескольких волн сделать так, чтобы для всех них начальные фазы обратились в нуль, как правило, не удается.

В электромагнитной волне колеблются два вектора — напряженности электрического и напряженности магнитного полей. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора. В соответствии с этим мы будем в дальнейшем говорить о световом векторе, подразумевая под ним вектор напряженности электрического поля. О магнитном векторе световой волны мы упоминать почти не будем.

Обозначим модуль амплитуды светового вектора буквой A . Закон, по которому изменяется во времени и в пространстве проекция светового вектора,

$$A \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad (16.2)$$

будем называть уравнением световой волны, а величину A — амплитудой световой волны.

Длины волн видимого света заключены в пределах:

$$\lambda_0 = 0,40 - 0,75 \text{ мк}. \quad (16.3)$$

Эти значения относятся к световым волнам в вакууме. В среде с показателем преломления n длины световых волн будут иными. В случае колебаний частоты v длина волны в вакууме равна $\lambda_0 = c/v$. В среде, в которой фазовая скорость световой волны равна $v = c/n$, длина волны имеет значение $\lambda = v/v = c/vn = \lambda_0/n$. Таким образом, длина световой волны в среде с показателем преломления n связана с длиной волны в вакууме соотношением:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (16.4)$$

Частоты видимых световых волн лежат в пределах:

$$v = (0,75 - 0,40) \cdot 10^{15} \text{ Гц}. \quad (16.5)$$

Частота изменений вектора плотности потока энергии, переносимой волной, будет еще больше (она равна $2v$). Ни глаз, ни какой-либо иной приемник световой энергии не может уследить за столь частыми изменениями потока энергии, вследствие чего они регистрируют усредненный по времени световой поток. Среднее по времени значение плотности светового потока, т. е. средний по времени световой поток через единицу поверхности площадки, перпендикулярной к направлению распространения волны, носит название интенсивности света I в данной точке пространства¹⁾.

¹⁾ Нам представляется такое определение интенсивности света единственным возможным. В руководствах по оптике, к сожалению, обычно не дается четкого определения интенсивности света, хотя это понятие многократно в них используется. В физическом энциклопедическом словаре (т. 2, стр. 187) сказано, что «интенсивность света — часто применяемая количественная характеристика света, не имеющая точного определения». На наш взгляд такое положение вещей совершенно неприемлемо. Всякая количественная характеристика должна быть строго определена.

Фазовая скорость электромагнитных волн в веществе v связана со скоростью этих волн в пустоте с следующим соотношением [см. т. II, формулу (109.10)]:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Сопоставив это выражение с формулой (2.2), получим, что показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon\mu}$. Для всех известных в настоящее время прозрачных веществ магнитная проницаемость μ практически равна единице. Поэтому можно положить

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (16.6)$$

Формула (16.6) связывает оптические свойства вещества с его электрическими свойствами. На первый взгляд может показаться, что эта формула неверна. Например, для воды $\epsilon = 81$, а $n = 1,33$. Однако надо иметь в виду, что значение $\epsilon = 81$ получено из электростатических измерений. В быстропеременных электрических полях значение ϵ получается иным, причем оно зависит от частоты колебаний поля. Этим объясняется дисперсия света, т. е. зависимость показателя преломления (или скорости света) от частоты (или длины волны). Подстановка в формулу (16.6) значения ϵ , полученного для соответствующей частоты, приводит к правильному значению n .

Плотность потока энергии, переносимой электромагнитной волной, дается вектором Пойнтинга $S = [EH]$ [см. т. II, формулу (112.3)]. Согласно формуле (110.11) второго тома модули амплитуд векторов E и H в электромагнитной волне связаны соотношением:

$$E_m \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0} \approx H_m \sqrt{\mu_0}$$

(мы положили $\mu = 1$): Отсюда следует, что

$$H_m = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_m = n E_m \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}},$$

где n — показатель преломления среды, в которой распространяется электромагнитная волна. Таким образом, H_m пропорционально E_m и n :

$$H_m \propto n E_m. \quad (16.7)$$

Среднее по времени значение модуля вектора Пойнтинга \bar{S} пропорционально $E_m H_m$. Следовательно, приняв

во внимание соотношение (16.7), можно написать, что

$$\bar{S} \propto nE_m^2 = nA^2.$$

В соответствии с формулой (5.3) плотность светового потока равна плотности потока энергии, умноженной на функцию видности. Следовательно, интенсивность света I (равная усредненной по времени плотности светового потока) пропорциональна \bar{S} , т. е. показателю преломления среды¹⁾ и квадрату амплитуды световой волны:

$$I \propto nA^2. \quad (16.8)$$

Рассмотрим поведение световой волны на границе раздела двух однородных и изотропных прозрачных сред. Пусть волна распространяется первоначально в среде 1 с показателем преломления n_1 . Для простоты будем считать, что граница раздела плоская и направление распространения волны перпендикулярно к этой плоскости. Достигнув поверхности раздела, волна частично пройдет в среду 2 с показателем преломления n_2 , частично же она отразится, в результате чего возникнет волна, распространяющаяся навстречу первоначальной (падающей) волне. Обозначим световой вектор падающей волны в непосредственной близости к границе раздела символом E_1 , световой вектор прошедшей волны — символом E_2 и световой вектор отраженной волны — символом E'_1 (векторы E_2 и E'_1 берутся, как и вектор E_1 , в непосредственной близости к границе раздела сред). Вследствие однородности и изотропности сред все три вектора лежат в одной плоскости (перпендикулярной к поверхности раздела сред). В первой среде имеет место суперпозиция падающей и отраженной волн. Результирующее электрическое поле характеризуется вектором $E_1 + E'_1$. Во второй среде поле характеризуется вектором E_2 . Тангенциальные составляющие вектора E

1) Пропорциональность интенсивности света показателю преломления обычно упускается из вида и предполагается, что $I \propto A^2$. Это вполне допустимо, пока рассматривается распространение света в однородной среде. Однако в случае прохождения света через границу раздела двух сред выражение для интенсивности, не учитывающее множитель n , приводит к несохранению светового потока. Подробнее об этом говорится в конце данного параграфа.

в обеих средах должны быть одинаковыми [см. т. II, формулу (17.3)]:

$$\text{тангенц. сост. } (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1) = \text{тангенц. сост. } \mathbf{E}_2. \quad (16.9)$$

Примем направление вектора \mathbf{E}_1 за ось x и спроектируем все световые векторы на эту ось. В соответствии с условием (16.9) получим:

$$E_{1x} + E'_{1x} = E_{2x}. \quad (16.10)$$

При указанном выборе оси x проекция E_{1x} положительна и равна модулю вектора \mathbf{E}_1 . Знаки двух других проекций нам надлежит установить. Если знак проекции окажется положительным, это будет означать, что соответствующий вектор \mathbf{E} направлен в ту же сторону, что и \mathbf{E}_1 , и, следовательно, колебания в падающей волне и в волне, характеризуемой данным \mathbf{E} , происходят на границе раздела в одинаковой фазе. Если же знак проекции окажется отрицательным, это будет означать, что векторы \mathbf{E} и \mathbf{E}_1 направлены в противоположные стороны, так что колебания в соответствующих волнах происходят на границе раздела в противофазе.

Энергия, которую несет с собой падающая волна, распределается на границе раздела между волной, прошедшей во вторую среду, и отраженной волной. Плотность потока энергии, переносимой волной, пропорциональна, как мы установили выше [см. формулу (16.8)], произведению nE^2 . Следовательно, из закона сохранения энергии вытекает уравнение:

$$n_1 E_{1x}^2 = n_1 E'_{1x}^2 + n_2 E_{2x}^2. \quad (16.11)$$

Исключив E'_{1x} из уравнений (16.10) и (16.11), можно прийти к соотношению

$$E_{2x}^2 = \frac{2E_{1x}E_{2x}}{1 + (n_2/n_1)}.$$

Левая часть этого выражения больше нуля, поэтому должна быть положительна и правая часть. Отсюда вытекает, что $E_{1x}E_{2x} > 0$. Значит, векторы \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 всегда имеют одинаковое направление, т. е. колебания в падающей волне и в волне, прошедшей во вторую среду, происходят на границе раздела в одинаковой фазе — фаза при прохождении волны через эту границу не претерпевает скачка.

Исключив из уравнений (16.10) и (16.11) E_{2x} , легко получить для E'_{1x} следующее значение:

$$E'_{1x} = \frac{1 - (n_2/n_1)}{1 + (n_2/n_1)} E_{1x}. \quad (16.12)$$

Из этой формулы вытекает, что при $n_2 < n_1$ знак E'_{1x} совпадает со знаком E_{1x} . Это означает, что колебания в падающей и отраженной волнах происходят на границе раздела в одинаковой фазе — фаза волны при отражении не изменяется. Если же $n_2 > n_1$, то знак E'_{1x} противоположен знаку E_{1x} , колебания в падающей и отраженной волнах происходят на границе раздела в противофазе — фаза волны при отражении изменяется скачком на π . Полученный нами результат справедлив и при наклонном падении волны на границу раздела двух прозрачных сред.

Итак, при отражении световой волны от границы раздела среды, оптически менее плотной, со средой, оптически более плотной (при $n_1 < n_2$), фаза колебаний светового вектора претерпевает изменение на π . При отражении от границы раздела среды, оптически более плотной, со средой, оптически менее плотной (при $n_1 > n_2$), такого изменения фазы не происходит.

Выражение (16.12) позволяет найти коэффициент отражения ρ световой волны (для случая нормального падения на границу раздела двух прозрачных сред). Действительно, по определению

$$\rho = \frac{I'_1}{I_1} = \frac{n_1 E'^2_1}{n_1 E^2_1} = \frac{n_1 E'^2_{1x}}{n_1 E^2_{1x}},$$

где I'_1 — интенсивность отраженной волны, а I_1 — интенсивность падающей волны. Подстановка в это выражение отношения E'_{1x}/E_{1x} , получающегося из (16.12), приводит после несложных преобразований к формуле:

$$\rho = \left(\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2 \quad (16.13)$$

($n_{12} = n_2/n_1$ — показатель преломления второй среды по отношению к первой).

Для коэффициента проникновения волны τ во вторую среду получается выражение:

$$\tau = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_2 E^2_2}{n_1 E^2_1} = \frac{n_2 E^2_{2x}}{n_1 E^2_{1x}} = n_{12} \left(\frac{2}{n_{12} + 1} \right)^2. \quad (16.14)$$

Легко убедиться в том, что сумма выражений (16.13) и (16.14), как и должно быть, равна единице. Если бы мы приняли интенсивность пропорциональной E^2 (не учли множитель n), в выражении (16.14) отсутствовал бы множитель n_{12} и сумма $\rho + \tau$ была отлична от единицы, что означало бы несохранение светового потока.

Отметим, что замена в формуле (16.13) n_{12} на обратную ему величину $n_{21} = 1/n_{12}$ не изменяет значения ρ . Следовательно, коэффициент отражения поверхности раздела двух данных сред для обоих направлений распространения света имеет одинаковую величину.

Показатель преломления стекол близок к 1,5. Подставив в формулу (16.13) $n_{12} = 1,5$, получим $\rho = 0,04$. Таким образом, каждая поверхность стеклянной пластиинки отражает (при падении, близком к нормальному) около 4% упавшего на нее светового потока.

§ 17. Интерференция световых волн

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$A_1 \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется, как известно [см. т. I, формулу (69.2)], формулой:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Если разность фаз $\alpha_2 - \alpha_1$ возбуждаемых волнами колебаний остается постоянной во времени, то волны называются когерентными. Источники таких волн также называются когерентными.

В случае некогерентных волн $\alpha_2 - \alpha_1$ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ равно нулю. В этом случае

$$\overline{A^2} = \overline{A_1^2} + \overline{A_2^2}.$$

Отсюда, приняв во внимание соотношение (16.8), заключаем, что интенсивность, наблюдаемая при наложе-

ния некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2. \quad (17.1)$$

В случае когерентных волн $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (17.2)$$

В тех точках пространства, для которых $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$, I будет превышать $I_1 + I_2$; в точках, для которых $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$, I будет меньше $I_1 + I_2$. Таким образом, при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн. Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова: $I_1 = I_2$. Тогда согласно (17.2) в минимумах $I = 0$, в максимумах же $I = 4I_1$. Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая освещенность $I = 2I_1$ [см. формулу (17.1)].

Из сказанного вытекает, что при освещении какой-либо поверхности несколькими источниками света (например, двумя лампочками) должна, казалось бы, наблюдаваться интерференционная картина с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности. Однако из повседневного опыта известно, что в указанном случае освещенность поверхности монотонно убывает по мере удаления от источников света и никакой интерференционной картины не наблюдается. Это объясняется тем, что естественные источники света не когерентны. Излучение светящегося тела слагается из волн, испускаемых атомами тела. Излучение отдельного атома продолжается около 10^{-8} сек. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн) протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Однако фаза нового цуга волн никак не связана с фазой предыдущего цуга. Одновременно «вспыхивает» большое количество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют

испускаемую телом световую волну. В этой волне излучение одной группы атомов через время порядка 10^{-8} сек сменяется излучением другой группы, причем фаза результирующей волны претерпевает случайные скачкообразные изменения.

Обсудим понятие когерентности более подробно. Световая волна, описываемая, например, уравнениями:

$$A \cos(\omega t - kx + \alpha) \quad \text{или} \quad \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha)$$

с постоянными A , ω и α , является абстракцией. В реальной световой волне фаза α (а также A и ω , но нас будет интересовать только α) изменяется беспорядочным образом с течением времени, а также при перемещении от одной точки пространства к другой.

Рассмотрим сначала изменение фазы α с течением времени t . Введем время когерентности τ , определив его как время, за которое случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. За время τ колебание как бы забывает свою первоначальную фазу и становится некогерентным по отношению к самому себе. Из сказанного выше об излучении естественного источника света ясно, что время когерентности световой волны, испускаемой таким источником, $\sim 10^{-8}$ сек. Время когерентности называют также продолжительностью цуга волн. За время τ волна проходит путь ct , который представляет собой длину цуга (иногда эту величину называют длиной когерентности). На длине цуга случайные изменения фазы достигают величины $\sim \pi$. При $\tau \sim 10^{-8}$ сек длина цуга составляет ~ 3 м.

Теперь рассмотрим изменения фазы при переходе от одной точки пространства к другой. В идеальной плоской или сферической волне α одинакова во всех точках плоскости $x = \text{const}$ или сферы $r = \text{const}$. Эти плоскости и сферы мы в свое время назвали волновыми поверхностями. В реальной световой волне фаза α при переходе от одной точки «волновой поверхности»¹⁾ к другой изменяется беспорядочным образом. Введем расстояние l ,

¹⁾ Мы взяли термин «волновая поверхность» в кавычки, потому что в данном случае применительно к плоскостям $x = \text{const}$ и сферам $r = \text{const}$ его можно употреблять лишь условно. При неодинаковости фаз в разных точках эти плоскости и сферы перестают быть волновыми поверхностями одинаковой фазы.

при смещении на которое вдоль «волновой поверхности» случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. Колебания в двух точках «волновой поверхности», отстоящих друг от друга на расстояние, меньшее l , будут приблизительно когерентными. Такого рода когерентность называется пространственной. Все пространство, занимаемое волной, можно разбить на части, в каждой из которых волна сохраняет когерентность. Объем такой части пространства, называемый объемом когерентности, по порядку величины равен произведению длины цуга на площадь круга диаметра l .

Пространственная когерентность световой волны вблизи поверхности излучающего ее нагретого тела ограничивается размером l всего в несколько длин волн. Это вызвано тем, что разные участки нагретого тела излучают независимо друга от друга. По мере удаления от источника степень пространственной когерентности возрастает. Излучение лазера (см. § 86) обладает огромной пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается во всем поперечном сечении светового пучка.

Кратко можно сказать, что когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Согласованность, заключающаяся в том, что разность фаз двух колебаний ($\alpha_2 - \alpha_1$) остается неизменной с течением времени в данной точке пространства, называется временной когерентностью. Согласованность, заключающаяся в том, что остается постоянной разность фаз колебаний, происходящих в разных точках «волновой поверхности», называется пространственной когерентностью.

Выше было выяснено, что естественные источники света не когерентны. Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, наблюдается интерференция. Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же результатирующему цугу волн. Если эта разность будет порядка 3 м (см. выше), наложатся колебания, соответствующие

разным цугам, и разность фаз между ними будет непрерывно меняться хаотическим образом.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке O (рис. 42). До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 , вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь s_2 . Если в точке O фаза колебания равна ωt , то первая волна возбудит в точке P колебание

$$A_1 \cos \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right),$$

а вторая волна — колебание

$$A_2 \cos \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right),$$

Рис. 42.

где $v_1 = c/n_1$ и $v_2 = c/n_2$ — фазовая скорость

первой и второй волны. Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке P , будет равна

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1).$$

Заменив ω/c через $2\pi v/c = 2\pi/\lambda_0$ (λ_0 — длина волны в вакууме), выражению для разности фаз можно придать вид:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (17.3)$$

где

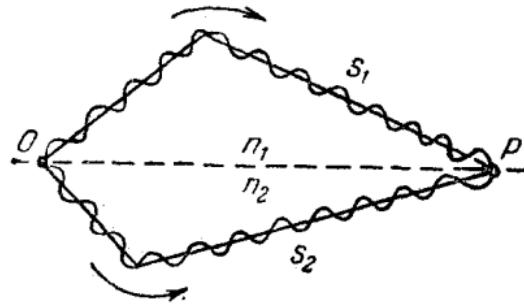
$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1 \quad (17.4)$$

— величина, равная разности оптических длин проходимых волнами путей [см. формулу (3.2)] и называемая оптической разностью хода.

Из формулы (17.3) видно, что если оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm k \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (17.5)$$

то разность фаз δ оказывается кратной 2π и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Следовательно, условие (17.5) есть условие интерференционного максимума.



Если Δ равна полуцелому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (17.6)$$

то $\delta = \pm (k2\pi + \pi)$, так что колебания в точке P находятся в противофазе. Таким образом, условие (17.6) есть условие интерференционного минимума.

Рассмотрим две цилиндрические когерентные световые волны (рис. 43), исходящие из действительных или мнимых источников S_1 и S_2 , имеющих вид параллельных светящихся тонких нитей либо узких щелей. Область OPQ , в которой эти волны перекрываются, называется полем интерференции. Во всей этой области наблюдается чередование мест с максимальной и минимальной интенсивностью света. Если в поле интерференции внести экран E , то на нем будет видна интерференционная картина, которая в случае цилиндрических волн имеет вид чередующихся светлых и темных прямолинейных полос. Вычислим ширину этих полос в предположении, что экран параллелен плоскости, проходящей через источники S_1 и S_2 . Положение точки на экране будем характеризовать координатой x , отсчитываемой в направлении, перпендикулярном к линиям S_1 и S_2 (рис. 44). Начало отсчета выберем в точке O , относительно которой S_1 и S_2 расположены симметрично. Источники будем считать колеблющимися в одинаковой фазе. Из рис. 44 следует, что

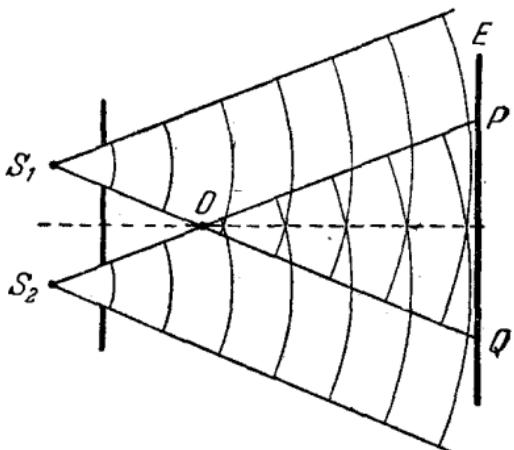


Рис. 43.

$$s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2,$$

$$s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2} \right)^2,$$

откуда

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 + s_1)(s_2 - s_1) = 2xd.$$

Как мы вскоре увидим, для получения различимой интерференционной картины расстояние между источниками d должно быть значительно меньше расстояния до экрана l . Расстояние x , в пределах которого образуются интерференционные полосы, также бывает значительно меньше l . При этих условиях можно положить $s_2 + s_1 \approx 2l$. В среде с показателем преломления $n = 1$

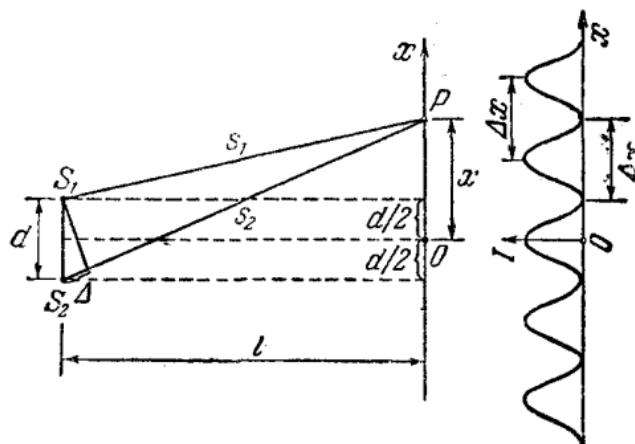


Рис. 44.

разность $s_2 - s_1$ дает оптическую разность хода Δ . Следовательно, можно написать:

$$\Delta = \frac{xd}{l}. \quad (17.7)$$

Подставив это значение Δ в условие (17.5), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться при значениях x , равных

$$x_{\max} = \pm k \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (17.8)$$

Подстановка значения (17.7) в условие (17.6) дает координаты минимумов интенсивности:

$$x_{\min} = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (17.9)$$

Назовем шириной интерференционной полосы Δx расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности. Из формулы (17.9) вытекает, что ширина полосы

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0. \quad (17.10)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами. Из выражения (17.8) следует, что расстояние между полосами также определяется формулой (17.10). В соответствии с этой формулой расстояние между полосами растет с уменьшением расстояния между источниками d . При d , сравнимом с l , расстояние между полосами было бы того же порядка, что и λ_0 , т. е. составило бы несколько десятых микрона. В этом случае отдельные полосы были бы совершенно неразличимы. Для того чтобы интерференционная картина стала отчетливой, необходимо выполнение упоминавшегося выше условия: $d \ll l$.

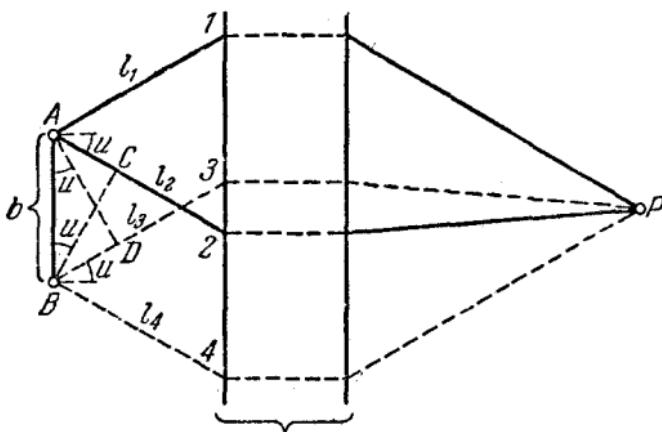
Ширина интерференционных полос и расстояние между ними зависят от длины волны λ_0 . Только в центре картины, при $x = 0$, совпадут максимумы всех длин волн. По мере удаления от центра картины максимумы разных цветов смещаются друг относительно друга все больше и больше. Это приводит к смазыванию интерференционной картины при наблюдении ее в белом свете. В монохроматическом свете число различимых полос интерференции заметно возрастает. Справа на рис. 44 показана получающаяся в монохроматическом свете зависимость интенсивности света I от координаты x .

Измерив расстояние между полосами Δx и зная l и d , можно по формуле (17.10) вычислить λ_0 . Именно из опытов по интерференции света впервые были определены длины волн для световых лучей разного цвета.

Даже в монохроматическом свете изображенный на рис. 44 ход интенсивности будет наблюдаться лишь при исчезающей малой толщине светящейся нити или ширине щели. В случае конечных размеров источника света интерференционная картина становится менее резкой и даже может исчезнуть совсем. Это объясняется тем, что каждая точка источника дает на экране свою интерференционную картину, которая может не совпадать с картинами от других точек.

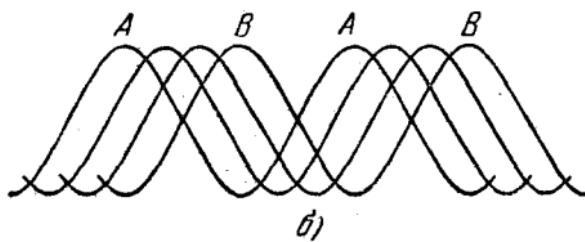
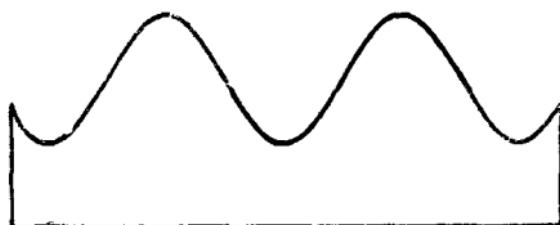
Для оценки предельных допустимых размеров источника рассмотрим интерференционную схему, изображенную на рис. 45, а. Свет, распространяющийся от источника линейных размеров b , разделяется соответствующим устройством (например, описанными в следующем параграфе бизеркалами или бипризмой и т. п.) на два

пучка, которые, перекрываясь, интерферируют друг с другом. От точки A источника в точку экрана P приходят лучи 1 и 2 , которые образуют угол $2u$, называемый



Устройство, разделяющее свет на 2 пучка

a)



б)

Рис. 45.

апертурой интерференции. Обозначим отрезки, проходимые лучами 1 и 2 на пути к точке P , буквами l_1 и l_2 . Тогда разность хода для этих лучей составит

$$\Delta_A = l_2 - l_1. \quad (17.11)$$

Аналогично, разность хода для лучей 3 и 4 , исходящих из точки B , будет равна

$$\Delta_B = l_4 - l_3, \quad (17.12)$$

где l_3 и l_4 — отрезки, проходимые лучами 3 и 4 на пути к точке P .

Если обе разности хода отличаются незначительно, интерференционные картины, порождаемые на экране точками A и B (а также всеми промежуточными точками источника), совпадут и результирующая картина окажется резкой. При заметном отличии Δ_A и Δ_B интерференционная картина будет размытой. В случае, когда $\Delta_A - \Delta_B = \lambda$, максимумы от разных участков источника заполнят весь промежуток между соседними максимумами, даваемыми краями источника, так что экран будет освещен равномерно. Интерференционная картина будет еще хорошо различима при условии, что

$$\Delta_A - \Delta_B < \lambda/2.$$

На рис. 45, б изображено наложение интерференционных картин, получающихся от отдельных участков источника в случае, когда разность хода от краев источника составляет $\lambda/2$. Буквами A помечены максимумы, получающиеся от края A , буквами B — максимумы, получающиеся от края B . В верхней части рисунка показана (весьма приблизительно) результирующая интенсивность.

Подставляя значения (17.11) и (17.12), выражению $\Delta_A - \Delta_B$ можно придать вид:

$$\Delta_A - \Delta_B = (l_2 - l_1) - (l_4 - l_3) = (l_2 - l_4) + (l_3 - l_1). \quad (17.13)$$

Представив себе волну, исходящую из точки P и распространяющуюся через верхнее плечо интерферометра, легко сообразить, что пути AP и DP являются таутогронными (точки A и D лежат на одной волновой поверхности этой волны). Поэтому, полагая лучи 1 и 3 параллельными, можно написать:

$$l_3 - l_1 = BD = b \sin u.$$

Аналогично,

$$l_2 - l_4 = AC = b \sin u.$$

Подставив эти значения в (17.13), находим, что

$$\Delta_A - \Delta_B = 2b \sin u.$$

Таким образом, условие, при котором интерференционная картина получается отчетливой, имеет вид:

$$2b \sin u < \lambda/2. \quad (17.14)$$

Не для всех интерференционных схем лучи 1 и 3, а также 2 и 4 параллельны. Однако и в случае непараллельности этих лучей разность величин Δ_A и Δ_B бывает порядка $2b \sin u$, так что условие (17.14) сохраняет свое значение. Из этого условия вытекает, что чем больше апертура интерференции (т. е. угол $2u$), тем меньше допустимые размеры источника.

§ 18. Способы наблюдения интерференции света

Рассмотрим две конкретные интерференционные схемы, одна из которых использует для разделения световой волны на две части отражение, а другая — преломление света¹⁾.

Зеркала Френеля. Два плоских соприкасающихся зеркала OM и ON располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к 180° (рис. 46).

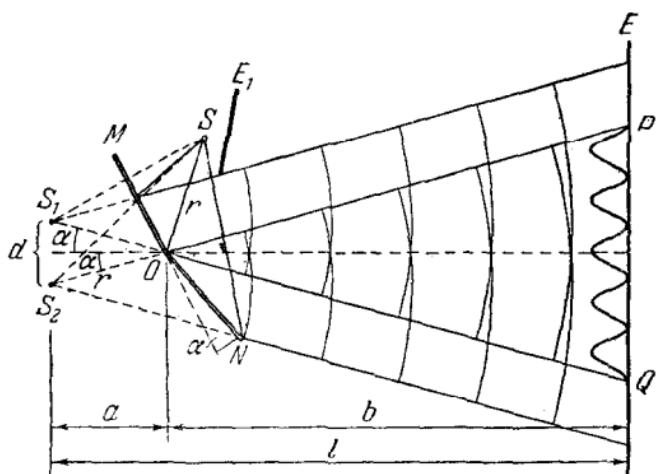


Рис. 46.

Соответственно угол α на рис. 46 очень мал. Параллельно линии пересечения зеркал O на расстоянии r от нее помещается прямолинейный источник света S (например, узкая светящаяся щель). Зеркала отбрасывают на экран

¹⁾ Напомним, что интерферировать могут только колебания одинакового направления. В описанных ниже, а также в других интерференционных приборах направления колебаний во взаимодействующих лучах практически совпадают.

E две цилиндрические когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников S_1 и S_2 . Экран E_1 преграждает свету путь от источника S к экрану E .

Луч OQ представляет собой отражение луча SO от зеркала OM , луч OP — отражение луча SO от зеркала ON . Легко сообразить, что угол между лучами OP и OQ равен 2α . Поскольку S и S_1 расположены относительно OM симметрично, длина отрезка OS_1 равна OS , т. е. r . Аналогичные рассуждения приводят к тому же результату для отрезка OS_2 . Таким образом, расстояние между источниками S_1 и S_2 равно

$$d = 2r \sin \alpha \approx 2r \alpha.$$

Из рис. 46 вытекает, что

$$a = r \cos \alpha \approx r.$$

Следовательно,

$$l = r + b,$$

где b — расстояние от линии пересечения зеркал O до экрана E .

Подставив найденные нами значения d и l в формулу (17.10), найдем ширину интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{r + b}{2r\alpha} \lambda_0. \quad (18.1)$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность $2b \operatorname{tg} \alpha \approx 2b\alpha$. Число наблюдаемых интерференционных полос N найдем, разделив эту длину на ширину полосы Δx . В результате получим:

$$N = \frac{4\alpha^2 br}{\lambda_0 (r + b)}. \quad (18.2)$$

Бипризма Френеля. Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом ϑ имеют общее основание (рис. 47). Параллельно этому основанию на расстоянии a от него располагается прямолинейный источник света S . Угол падения лучей на бипризму мал, вследствие чего все лучи отклоняются бипризмой на одинаковый угол $\alpha = (n - 1)\vartheta$ [см. формулу (1.14)]. В результате образуются две когерентные

цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , лежащих в одной плоскости с S . Расстояние

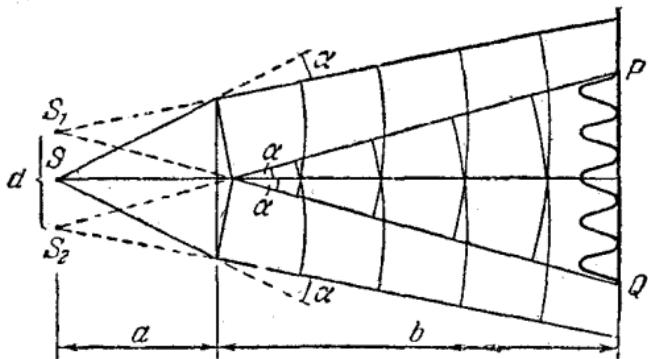


Рис. 47.

между источниками равно

$$d = 2a \sin \alpha \approx 2a \alpha = 2a(n - 1)\theta.$$

Расстояние от источников до экрана:

$$l = a + b.$$

Ширина интерференционной полосы находим по формуле (17.10):

$$\Delta x = \frac{a + b}{2a(n - 1)\theta} \lambda_0. \quad (18.3)$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность:

$$2b \operatorname{tg} \alpha \approx 2ba = 2b(n - 1)\theta.$$

Число наблюдаемых полос

$$N = \frac{4ab(n - 1)^2\theta^2}{\lambda_0(a + b)}. \quad (18.4)$$

§ 19. Интерференция света при отражении от тонких пластинок

При падении световой волны на тонкую прозрачную пластинку или пленку происходит отражение от обеих поверхностей пластиинки. В результате возникают когерентные световые волны, которые могут интерферировать.

Пусть на прозрачную плоскую параллельную пластинку падает параллельный пучок света, представленный на рис. 48 только одним лучом. Пластиинка отбрасывает вверх два когерентных параллельных пучка света, из которых один образуется за счет отражения от верхней поверхности пластиинки, второй — вследствие отражения

от нижней поверхности. При входе в пластинку и при выходе из нее второй пучок претерпевает преломление. Кроме этих двух пучков пластина отбросит вверх пучки, возникающие в результате трех-, пяти- и т. д. кратного отражения от поверхностей пластины. Однако ввиду их малой интенсивности мы эти пучки принимать во внимание не будем¹). Не будем также интересоваться пучками, прошедшими через пластины.

Проведем перпендикулярную к лучам 1 и 2 плоскость AB . На пути от этой плоскости разность фаз волн, представленных лучами 1 и 2, не изменяется. Следовательно, оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = ns_2 - s_1,$$

где s_1 — длина отрезка OA , s_2 — суммарная длина отрезков OC и CB , n — показатель преломления пластины. Показатель преломления окружающей пластины среды полагаем равным единице.

Из рис. 48 следует, что $s_2 = 2b/\cos i_2$, $s_1 = 2b \operatorname{tg} i_2 \sin i_1$ (b — толщина пластины). Подставим эти значения в выражение для Δ :

$$\Delta = \frac{2bn}{\cos i_2} - 2b \operatorname{tg} i_2 \sin i_1. \quad (19.1)$$

Произведя замену $\sin i_1 = n \sin i_2$ и учитя, что $\sin^2 i_2 = 1 - \cos^2 i_2$, легко привести (19.1) к виду:

$$\Delta = 2bn \cos i_2. \quad (19.2)$$

Приняв во внимание, что

$$n \cos i_2 = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 i_2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1},$$

разность хода Δ можно выразить через угол падения i_1 :

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}. \quad (19.3)$$

¹) От поверхности раздела прозрачных сред отражается примерно 5% падающего светового потока. После двух отражений интенсивность будет равна $0,05 \cdot 0,05$, или 0,25% интенсивности первоначального пучка. После трех отражений — $0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,05$, или 0,0125%, что составляет $1/400$ интенсивности однократно отраженного пучка.

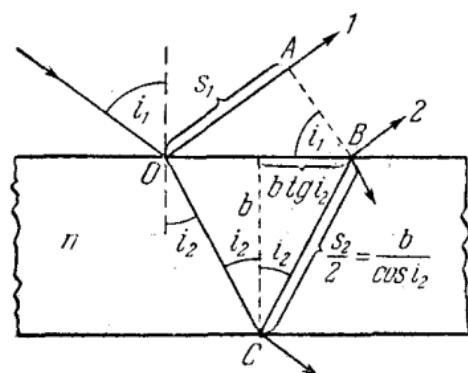


Рис. 48.

При вычислении разности фаз δ между колебаниями в лучах 1 и 2 нужно, кроме оптической разности хода Δ , учесть еще одно обстоятельство. При отражении световой волны от границы раздела среды оптически менее плотной со средой оптически более плотной (отражение в точке O на рис. 48) фаза колебаний светового вектора (вектора E электромагнитной волны) претерпевает изменение на π . При отражении от границы раздела среды оптически более плотной со средой оптически менее плотной (отражение в точке C) такого изменения фазы не происходит. По этой причине между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная π . Ее можно учесть, добавив к Δ (или вычитя из нее) половину длины волны в вакууме. В результате получим:

$$\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (19.4)$$

Если на пути пучков 1 и 2 поставить собирающую линзу, они сойдутся в одной из точек фокальной плоскости линзы и будут интерферировать. Результат интерференции зависит от значения величины (19.4). При $\Delta = k\lambda_0$ получатся максимумы, при $\Delta = (k + 1/2)\lambda_0$ — минимумы интенсивности (k — целое число либо нуль). Таким образом, условие максимума интенсивности имеет вид:

$$2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda_0. \quad (19.5)$$

Значение k в этом выражении называется порядком интерференционного максимума. Возможные для данной пластинки (т. е. при заданных b и n) значения k лежат в пределах:

$$\left(\frac{2b}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - 1} - \frac{1}{2}\right) \leq k \leq \left(\frac{2bn}{\lambda_0} - \frac{1}{2}\right) \quad (19.6)$$

(нижний предел получается при $\sin i_1 = 1$, верхний — при $\sin i_1 = 0$).

При очень малой величине b условию (19.6) удовлетворяет только одно значение $k = 0$. Например, положив в (19.6) $n = 1,5$, $\lambda_0 = 0,5 \text{ мк}$ и $b = 0,1 \text{ мк}$, получим:

$$-0,052 < k < 0,100.$$

При большой толщине пластинки может наблюдаться большое количество максимумов высокого порядка. Так,

положив в предыдущем примере b равной 1 мм, придем к условию:

$$4472 \leq k \leq 6000.$$

Таким образом, с ростом толщины пластиинки увеличивается число наблюдавшихся интерференционных максимумов и их порядок.

Всякая реальная световая волна представляет собой наложение волн вида (16.2) с частотами, заключенными в интервале $\Delta\omega$, которому соответствует интервал длин волн $\Delta\lambda_0$. Даже у монохроматического (одноцветного) света интервал длин волн является хотя и очень малым, но конечным. По этой причине интерференционные максимумы имеют конечную угловую ширину Δi_1 , которую можно найти, продифференцировав (19.5) слева по i_1 , а справа по λ_0 . В результате получим

$$\left[\frac{d}{di_1} (2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}) \right] \Delta i_1 = \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta \lambda_0,$$

откуда угловая ширина интерференционного максимума

$$\Delta i_1 = \frac{1}{\frac{d}{di_1} (2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1})} \left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta \lambda_0, \quad (19.7)$$

Теперь найдем угловое расстояние между соседними максимумами (т. е. между максимумами, для которых значения k отличаются на единицу). Для этого продифференцируем (19.5) слева по i_1 , а справа по k (рассматривая k как непрерывно изменяющийся параметр):

$$\left[\frac{d}{di_1} (2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}) \right] \delta i_1 = \lambda_0 \delta k.$$

Значение δi_1 , соответствующее изменению k на единицу ($\delta k = 1$), представляет собой угловое расстояние между соседними максимумами:

$$\delta i_1 = \frac{1}{\frac{d}{di_1} (2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1})} \lambda_0. \quad (19.8)$$

Если угловая ширина максимума Δi_1 станет равной по модулю (или превзойдет) угловому расстоянию между соседними максимумами δi_1 , интерференционная картина полностью смажется. Поэтому для наблюдения

интерференции при отражении света от прозрачных пластиноок необходимо выполнение условия: $|\Delta i_1| < < |\delta i_1|$. Подставив значения (19.7) и (19.8) для Δi_1 и δi_1 , получим:

$$\left(k + \frac{1}{2} \right) \Delta \lambda_0 < \lambda_0$$

или

$$\left(k + \frac{1}{2} \right) < \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0}. \quad (19.9)$$

Выше мы выяснили, что порядок возникающих максимумов возрастает с увеличением толщины пластиинки. Из (19.9) вытекает, что чем больше интервал длин волн $\Delta \lambda_0$, тем меньше должен быть порядок максимумов, т. е. тем меньше толщина пластиинки, при которой может наблюдаться интерференция.

Согласно (19.5) $k + 1/2 = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} / \lambda_0$. Подставив это выражение в неравенство (19.9), получим предельную толщину пластиинки, при которой можно наблюдать интерференцию:

$$b < \frac{\lambda_0^2}{2 \Delta \lambda_0 \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}, \quad (19.10)$$

где i_1 — угол, под которым лучи падают на пластиинку.

При наблюдении в белом свете интервал $\Delta \lambda_0$ определяется способностью глаза различать оттенки света близких длин волн. Лучи, отличающиеся по длине волны менее чем на 20 \AA , средний глаз воспринимает как имеющие одинаковый цвет. Поэтому для оценки условий, при которых может наблюдаться интерференция от пластиинок в белом свете, $\Delta \lambda_0$ следует положить равным 20 \AA , т. е. $2 \cdot 10^{-3} \text{ мк}$. Положив, кроме того, $\lambda_0 = 0,5 \text{ мк}$, $n = 1,5$, $i_1 = 0$ (нормальное падение света на пластиинку), найдем по формуле (19.10), что толщина пластиинки не должна превышать примерно 40 мк . При наблюдении в монохроматическом свете с $\Delta \lambda_0 = 1 \text{ \AA}$ толщина пластиинки может достигать 1 мм .

Полосы равного наклона. Пусть тонкая плоскопараллельная пластиинка (рис. 49) освещается рассеянным монохроматическим светом. Расположим параллельно пластиинке положительную линзу, в фокальной плоскости которой поместим экран. В рассеянном свете имеются лучи самых разнообразных направлений. Лучи,

параллельные плоскости рисунка и падающие на пластинку под углом i'_1 , после отражения от обеих поверхностей пластиинки собираются линзой в точке P' и создадут в этой точке освещенность, величина которой зависит от значения оптической разности хода (19.3). Лучи, идущие в других плоскостях, но падающие на пластинку под тем же углом i'_1 , собираются линзой в других точках, отстоящих от центра экрана O на такое же расстояние, как и точка P' . Освещенность во всех этих точках будет

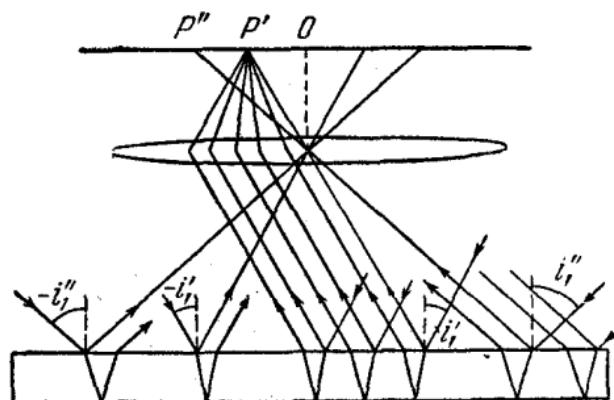


Рис. 49.

одинакова. Таким образом, лучи, падающие на пластинку под одинаковым углом i'_1 , создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных по окружности с центром в O . Аналогично, лучи, падающие под другим углом i''_1 , создадут на экране совокупность одинаково (но иначе, поскольку Δ иная) освещенных точек, расположенных по окружности другого радиуса. В результате на экране возникнет система чередующихся светлых и темных круговых полос с общим центром в точке O . Каждая полоса образована лучами, падающими на пластинку под одинаковым углом i_1 . Поэтому получающиеся в описанных условиях интерференционные полосы носят название полос равного наклона. При ином расположении линзы относительно пластиинки (экран во всех случаях должен совпадать с фокальной плоскостью линзы) форма полос равного наклона будет другой.

Каждая точка интерференционной картины обусловлена лучами, образующими до прохождения через линзу параллельный пучок. Поэтому при наблюдении полос

равного наклона экран должен располагаться в фокальной плоскости линзы, т. е. так, как его располагают для получения на нем изображения бесконечно удаленных предметов. В соответствии с этим говорят, что линии равного наклона локализованы в бесконечности. Роль линзы может играть хрусталик, а экрана — сетчатка глаза. В этом случае для наблюдения полос равного наклона глаз должен быть аккомодирован так, как при рассматривании очень удаленных предметов.

Положение максимумов зависит от длины волны λ_0 [см. формулу (19.5)]. Поэтому в белом свете получается совокупность смещенных друг относительно друга полос, образованных лучами разных цветов, и интерференционная картина приобретает радужную окраску.

Полосы равной толщины. Возьмем пластинку в виде клина с углом при вершине ϑ (рис. 50). Пусть на нее падает параллельный пучок лучей. Из всех лучей, на

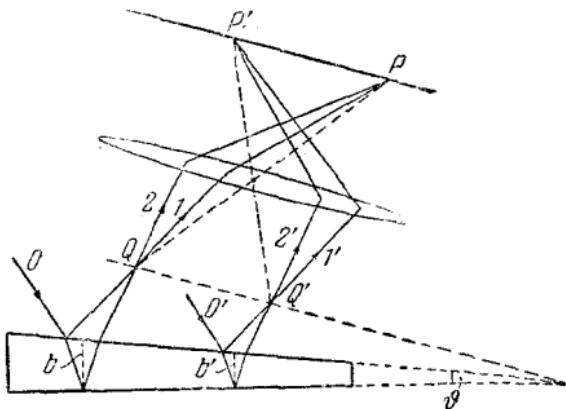


Рис. 50.

которые разделяется падающий луч O , рассмотрим лучи 1 и 2 , отразившиеся от верхней и нижней поверхностей пластиинки. Если свести их линзой в точке P , они будут интерферировать. При небольшом ϑ разность хода лучей можно с достаточной степенью точности вычислять по формуле (19.4), беря в качестве b толщину пластиинки в месте падения на нее луча. Лучи $1'$ и $2'$, образовавшиеся за счет деления луча O' , упавшего в другую точку пластиинки, соберутся линзой в точке P' . Разность хода этих лучей определяется толщиной b' .

Если расположить экран так, чтобы он был сопряжен с поверхностью, проходящей через точки Q, Q', \dots ,

на нем возникнет система светлых и темных полос. Каждая из полос образуется за счет отражений от мест пластиинки, имеющих одинаковую толщину. Поэтому в данном случае интерференционные полосы называются полосами равной толщины.

Полосы равной толщины локализованы вблизи пластиинки — над ней (рис. 51, а) либо под ней (рис. 51, б). При нормальном падении пучка на пластиинку (строго

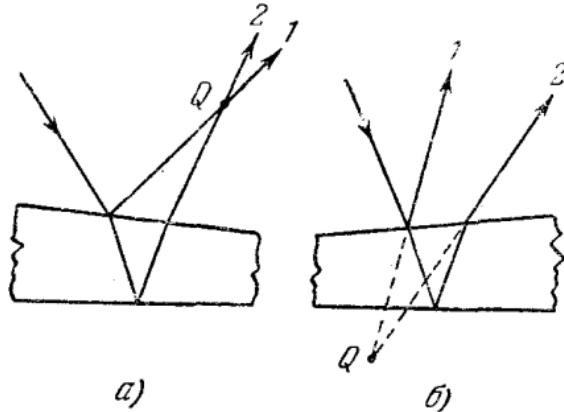


Рис. 51.

говоря, при нормальном падении луча 2 на нижнюю поверхность пластиинки) полосы равной толщины локализованы на верхней поверхности пластиинки¹⁾.

При наблюдении в белом свете полосы будут окрашеными, так что поверхность пластиинки или пленки представляется имеющей радужную окраску. Такую окраску имеют, например, расплывшиеся на поверхности

¹⁾ Удивительно, что во многих учебниках физики интерференция света при отражении от тонких пластиинок излагается совершенно неправильно. В частности, «доказывается», что полосы равной толщины во всех случаях локализованы на поверхности пластиинки. Неправильность заключается в том, что рассматривается интерференция не разных частей одного и того же луча, а интерференция частей двух разных лучей падающего пучка. Очевидно, что, рассуждая таким способом и беря надлежащим образом выбранные лучи, можно «доказать» локализацию интерференционной картины в любом направлении заданном месте. С особенной прямотой высказался по этому поводу Р. В. Поль в своей Оптике: «В этом вопросе авторы учебников предпочитают плутовать. Изображая... толстые клинья и *наклонное* падение лучей, они пытаются, пользуясь какими-либо фальшивыми чертежами, показать, что точки пересечения интерферирующих лучей лежат на поверхности клина» (Р. В. Поль, Оптика и атомная физика, Наука, 1966, стр. 133).

воды тонкие пленки нефти или масла, а также мыльные пленки. Цвета побежалости, возникающие на поверхности стальных изделий при их закалке, тоже обусловлены интерференцией от пленки прозрачных окислов.

Сопоставим два рассмотренных нами случая интерференции при отражении от тонких пленок. Полосы равного наклона получаются при освещении пластинки постоянной толщины ($d = \text{const}$) рассеянным светом, в котором содержатся лучи различных направлений (i_1 и i_2 варьируют в более или менее широких пределах). Локализованы полосы равного наклона в бесконечности. Полосы равной толщины наблюдаются при освещении пластинки непостоянной толщины (d меняется) параллельным пучком света ($i_1 = \text{const}$). Локализованы полосы равной толщины вблизи пластинки, при нормальном падении — на поверхности пластинки. В реальных условиях, например, при наблюдении радужных цветов

на мыльной или масляной пленке, изменяется как угол падения лучей, так и толщина пленки. В этом случае наблюдаются полосы смешанного типа.

Заметим, что интерференция от тонких пленок может наблюдаться не только в отраженном, но и в проходящем свете.

Кольца Ньютона. Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг

с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 52). Роль тонкой пленки, от поверхностей которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластинкой и линзой (вследствие большой толщины пластинки и линзы за счет отражений от других поверхностей интерференционные полосы не возникают). При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей, при наклонном падении — эллипсов. Найдем радиусы колец Ньютона, получающихся при падении света по нормали к пластинке. В этом случае

$\cos i_2 \approx 1$ и оптическая разность хода равна удвоенной толщине зазора [см. формулу (19.2)]; предполагается, что в зазоре $n = 1$. Как следует из рис. 52,

$$R^2 = (R - b)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rb + r^2, \quad (19.11)$$

где R — радиус кривизны линзы, r — радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор b . Ввиду малости b мы пренебрегли величиной b^2 по сравнению с $2Rb$.

В соответствии с (19.11) $b = r^2/2R$. Чтобы учесть возникающее при отражении от пластиинки изменение фазы на π , нужно при вычислении Δ к $2b = r^2/R$ прибавить $\lambda_0/2$. В результате получится:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (19.12)$$

В точках, для которых $\Delta = k\lambda_0 = 2k(\lambda_0/2)$, возникнут максимумы; в точках, для которых $\Delta = (k + 1/2)\lambda_0 = (2k + 1)(\lambda_0/2)$, — минимумы интенсивности. Оба условия можно объединить в одно:

$$\Delta = m \frac{\lambda_0}{2},$$

причем четным значениям m будут соответствовать максимумы, а нечетным — минимумы интенсивности.

Подставив сюда выражение (19.12) для Δ и разрешив получающееся уравнение относительно r , найдем радиусы светлых и темных колец Ньютона:

$$r = \sqrt{\frac{R\lambda_0}{2}(m - 1)} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (19.13)$$

Четным m соответствуют радиусы светлых колец, нечетным m — радиусы темных колец. Значению $m = 1$ соответствует $r = 0$, т. е. точка в месте касания пластиинки и линзы. В этой точке наблюдается минимум интенсивности, обусловленный изменением фазы на π при отражении световой волны от пластиинки.

§ 20. Применения интерференции света

Явление интерференции света находит самые разнообразные применения. Оно используется, например, для определения показателей преломления газообразных веществ, для весьма точного измерения длин и

углов, для контроля качества обработки поверхностей и т. п.

Интерференция при отражении от тонких пленок лежит в основе так называемого просветления оптики. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением примерно 4% падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно и суммарная потеря светового потока достигает заметной величины. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов. В просветленной оптике для устранения отражения света на каждую свободную поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления иным, чем у линзы. Толщина пленки подбирается так, чтобы волны, отраженные от обеих ее поверхностей, погашали друг друга.

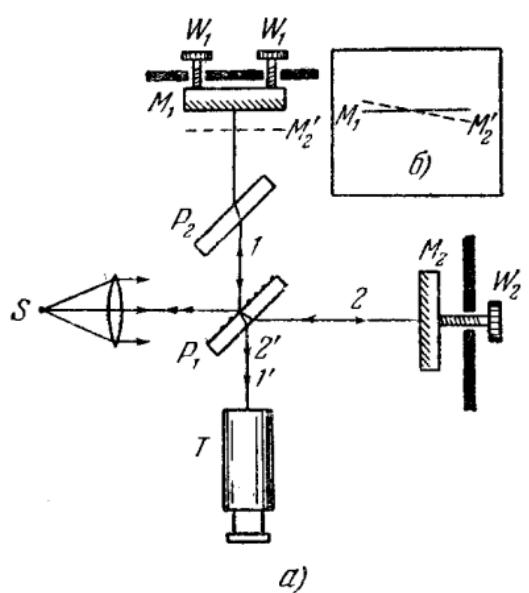


Рис. 53.

Особенно хороший результат достигается в том случае, если показатель преломления пленки равен корню квадратному из показателя преломления линзы. При этом условии интенсивность обеих отраженных от поверхности пленки волн одинакова.

Имеется несколько разновидностей интерференционных приборов, называемых интерферометрами. На рис. 53 изображена схема интерферометра Майкельсона.

Пучок света от источника S падает на полупрозрачную пластинку P_1 , покрытую тонким слоем серебра (этот слой показан на рис. 53 точками). Половина упавшего светового пучка отражается пластинкой P_1 в направлении луча 1, половина проходит сквозь пластинку и распространяется в направлении луча 2. Пучок 1 отражается от зеркала M_1 и возвращается к P_1 , где он делится на два равных по интенсивности пучка. Один из них проходит сквозь пластинку и образует пу-

чок I' , второй отражается в направлении к S ; этот пучок нас интересовать дальше не будет. Пучок 2 , отразившись от зеркала M_2 , тоже возвращается к пластинке P_1 , где он делится на две части: отразившийся от полупрозрачного слоя пучок $2'$ и прошедший сквозь слой пучок, которым мы также интересоваться больше не будем.

Пучки света I' и $2'$ когерентны и обладают одинаковой интенсивностью. Результат интерференции этих пучков зависит от оптической разности их хода от пластинки P_1 до зеркал M_1 и M_2 и обратно. Луч 2 проходит толщу пластинки P_1 трижды, луч I — только один раз. Чтобы скомпенсировать возникающую за счет этого разную (вследствие дисперсии) для различных длин волн оптическую разность хода, на пути луча I становится точно такая, как P_1 , но не посеребренная пластинка P_2 . Тем самым уравниваются пути лучей 1 и 2 в стекле. Интерференционная картина наблюдается с помощью зрительной трубы T .

Разность хода лучей удобно оценивать, заменив мысленно зеркало M_2 его мнимым изображением M'_2 в полупрозрачной пластинке P_1 . Тогда лучи I' и $2'$ можно рассматривать как возникшие за счет отражения от прозрачной пластинки, ограниченной плоскостями M_1 и M'_2 . С помощью юстировочных винтов W_1 можно изменять угол между этими плоскостями, в частности их можно устанавливать строго параллельно друг другу. Вращая микрометрический винт W_2 , можно плавно перемещать зеркало M_2 , не изменяя его наклона. Тем самым можно менять толщину «пластинки», в частности можно заставить плоскости M_1 и M'_2 пересечься друг с другом (рис. 53, б).

Наблюдаемая интерференционная картина зависит от юстировки зеркал и от характера пучка света, падающего на прибор. Если падающий пучок параллелен, а плоскости M_1 и M'_2 образуют угол, не равный нулю, то в поле зрения прибора наблюдаются прямолинейные полосы равной толщины, расположенные параллельно линии пересечения плоскостей M_1 и M'_2 . В белом свете все полосы, кроме располагающейся по упомянутой линии пересечения полосы нулевого порядка, будут окрашеными. Нулевая полоса будет черной, так как луч 1 отражается от пластинки P_1 снаружи, а луч 2 —

изнутри, что дает разность фаз, равную π . Полосы в белом свете наблюдаются лишь при малой толщине «пластинки» $M_1 M'_2$ [см. формулу (19.10) и следующий за ней текст]. В монохроматическом свете, соответствующем красной линии кадмия, Майкельсон наблюдал отчетливую интерференционную картину при разности хода порядка 500 000 длин волн (расстояние между M_1 и M'_2 составляет в этом случае приблизительно 150 м.м.).

При строго параллельном расположении плоскостей M_1 и M'_2 и слегка расходящемся пучке света в поле зрения прибора наблюдаются полосы равного наклона, имеющие вид концентрических колец. При вращении микрометрического винта W_2 кольца увеличиваются или уменьшаются в диаметре. При этом в центре картины либо возникают новые кольца, либо уменьшающиеся кольца стягиваются в точку и затем исчезают. Смещение картины на одну полосу соответствует перемещению зеркала M_2 на половину длины волны.

Пластинка P_2 может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к плоскости рисунка. В нормальном положении она строго параллельна пластинке P_1 . Поворот пластиинки приводит к смещению интерференционной картины. Это позволяет использовать пластиинку P_2 в качестве компенсатора возникающих в интерферометре небольших разностей хода.

С помощью описанного прибора Майкельсон осуществил в 1890—1895 гг. первое сравнение длины волны красной линии кадмия с длиной нормального метра.

Для этой цели было изготовлено девять специальных эталонов длины. Каждый эталон представлял собой два параллельных зеркала A_1 и A_2 , укрепленных на металлическом основании (рис. 54). Расстояние между плоскостями зеркал определяло длину эталона. Первый эталон имел длину, равную 0,39 м.м. Длина каждого следующего эталона превышала длину предыдущего почти точно в два раза. Последний, девятый, эталон имел длину 100 м.м.

Вначале определялось число длин волн, укладываемых на длине первого эталона. Этalon устанавли-

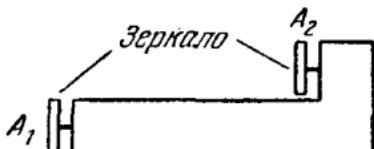


Рис. 54.

вался на интерферометре вместо зеркала M_1 (рис. 55, а; остальная схема — как на рис. 53). Рядом с ним помещалось вспомогательное зеркало N . Это зеркало устанавливалось строго параллельно плоскости M'_2 . Поэтому при освещении прибора монохроматическим светом, соответствующим красной линии кадмия, в части поля зрения, образованной отражением от зеркала N , наблюдалась полосы равного наклона в виде колец (левая нижняя часть рис. 55, б, на котором изображена картина, видимая в трубе). Угол, образованный плоскостями зеркал A_1 и A_2 с плоскостью M'_2 , был слегка отличен от нуля. При освещении прибора белым светом и пересечении плоскости M'_2 с одним из зеркал эталона в трубе, наведенной на это зеркало, получалась нулевая черная полоса¹⁾.

Первоначально плоскость M'_2 приводилась (путем перемещения зеркала M_2) в такое положение, чтобы нулевая полоса пришла на середину зеркала A_1 (рис. 55, б, правая нижняя часть поля зрения). Затем прибор

вместо белого света освещался монохроматическим, труба наводилась на бесконечность и в левой нижней части поля зрения (рис. 55, б) возникала система колец. Медленным вращением микрометрического винта W_2 (рис. 53) плоскость M'_2 смещалась в направлении зеркала A_2 . При этом кольца стягивались к центру и исчезали. Смещение картины на одну полосу соответствовало перемещению плоскости M'_2 на половину длины волны. В конце концов плоскость M'_2 приводилась в такое положение, при котором в белом свете получалась черная полоса, совпадающая с серединой зеркала A_2 (при этом в правом верхнем углу поля зрения наблюдается такая картина, какая изображена в правом нижнем углу на рис. 55, б). Половина сосчитанного к этому времени количества исчезнувших колец давала

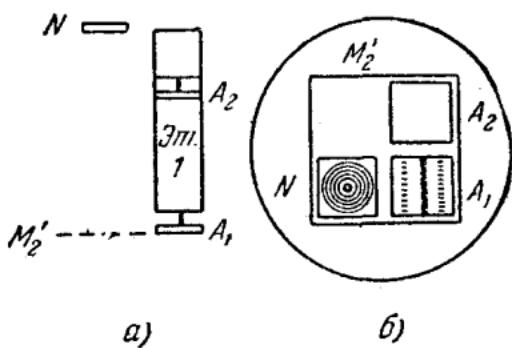


Рис. 55.

¹⁾ Чтобы не повторять рис. 55, б дважды, на нем изображены и кольца в зеркале N , и полосы в зеркале A_1 . В действительности эти две картины наблюдаются не одновременно, а поочередно.

число длин волн, укладывавшихся на длине первого эталона.

Затем производилось сравнение первых двух эталонов. Для этого они устанавливались рядом вместо зеркала M_1 (рис. 56, а). Этalon 2 был укреплен неподвижно, этalon 1 устанавливался на салазках, которые могли перемещаться вдоль эталона 2 с помощью микрометрического винта W_3 . Поле зрения разделяется на четыре части, каждая из которых соответствует одному из зеркал A_1 , A_2 , B_1 и B_2 (рис. 56, б).

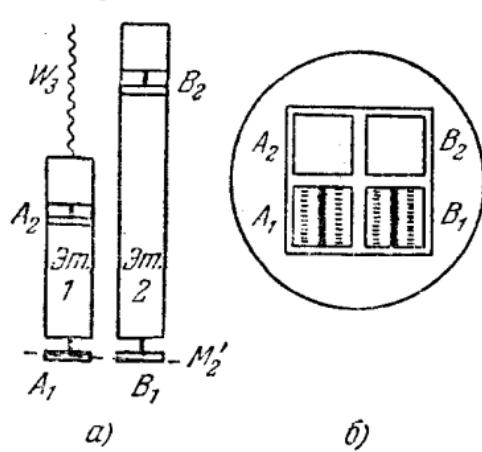


Рис. 56.

Перемещением зеркала M_2 плоскость M'_2 совмещалась с зеркалом B_1 так, чтобы против середины этого зеркала получалась нулевая черная полоса. При неизменном положении плоскости M'_2 этalon 1 устанавливался так, чтобы та же черная полоса возникала и против середины зеркала A_1 . Наблюдавшаяся при этом картина соответствует рис. 56, б. В этом случае зеркала A_1 и B_1 оказывались расположенными в одной плоскости. Далее

плоскость M'_2 приводилась в совпадение с зеркалом A_2 (при этом полосы наблюдались только в квадрате A_2 на рис. 56, б), после чего этalon 1 перемещался так, чтобы с новым положением плоскости M'_2 совпало зеркало A_1 (в этом случае нулевая полоса снова получается в середине квадрата A_1 на рис. 56, б, но в квадрате B_1 полос уже не будет). Таким способом этalon 1 перемещался на расстояние, в точности равное его длине. Затем снова перемещалось зеркало M_2 до тех пор, пока плоскость M'_2 не совпадет с зеркалом A_2 . Если бы длина l_2 эталона 2 точно в два раза превышала длину l_1 эталона 1, нулевая полоса возникла бы одновременно в серединах квадратов A_2 и B_2 . Однако в действительности l_2 немного отличалась от $2l_1$. Поэтому нулевая полоса в B_2 приходилась не на середину зеркала, а была смешена в сторону. Определяя, какому числу полос соответствует это смещение, можно было найти разность между $2l_1$ и l_2 .

Подобным образом производилось попарное сравнение всех эталонов. Последний десятисантиметровый эталон сопоставлялся с нормальным метром (работа производилась в Международном Бюро мер и весов в Севре близ Парижа). Этalon перемещался описанным выше способом десять раз. Совпадение зеркал эталона со штрихами нормального метра устанавливалось под микроскопом. Согласно полученным Майкельсоном результатам на длине нормального метра укладывается 1 553 163,5 длин волн красной линии кадмия.

Международная система единиц (СИ) устанавливает, что метр — это длина, равная 1 650 763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходам между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86 (см. § 77 и примечание на стр. 429).

В настоящее время длины волн многих спектральных линий известны с большой степенью точности. Поэтому отпала необходимость непосредственного счета числа длин волн, укладывающихся на данной длине. На рис. 57 изображен так называемый эталон Фабри — Перо. Он состоит из двух стеклянных пластинок, прижатых к торцам круглой трубы. Поверхности, отмеченные точками, покрыты тонким слоем серебра. Эти поверхности строго параллельны друг другу. Пучки монохроматического света, отразившиеся от посеребренных поверхностей, интерферируя, дают кольца равного наклона. Если, например, для двух длин волн λ_1 и λ_2 в центре картины получается светлое пятно, можно написать следующие соотношения [см. формулу (19.5); i_1 нужно положить равным нулю]:

$$2l = \left(k_1 + \frac{1}{2} \right) \lambda_1, \quad 2l = \left(k_2 + \frac{1}{2} \right) \lambda_2, \quad (20.1)$$

где l — длина эталона, k_1 и k_2 — целые числа, λ_1 и λ_2 — длины волн в среде, находящейся внутри эталона.

Если величины l , λ_1 и λ_2 известны с достаточной степенью точности, подбор целых чисел k_1 и k_2 , удовлетворяющих соотношениям (20.1), оказывается однозначным. Определив числа k_1 и k_2 , можно выразить длину эталона в длинах волн λ_1 и λ_2 .

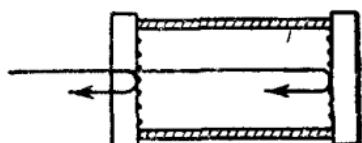


Рис. 57.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 21. Принцип Гюйгенса — Френеля

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдавшихся при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Огибание препятствий звуковыми волнами (т. е. дифракция звуковых волн) наблюдается постоянно в обычной жизни. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено тем, что масштабы дифракции сильно зависят от соотношения размеров препятствия и длины волны. При длине волны, сравнимой с размерами препятствия (что обычно имеет место для звуковых волн), дифракция выражена очень сильно. В случае, если, как это имеет место для света, длина волны значительно меньше размеров препятствия, дифракция выражена слабо и обнаруживается с трудом.

Явление дифракции волн может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса (см. т. I, § 83). Однако принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об амплитуде, а следовательно и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем, который дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства. С помощью усовершенствован-

ного им принципа Френелю удалось дать удовлетворительное объяснение ряда дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света — показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.

Пусть S на рис. 58 представляет собой одну из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Амплитуда светового колебания в точке P , лежащей перед этой поверхностью, может быть согласно Френелю найдена из следующих соображений. Каждый элемент поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS . Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$ [см. т. I, формулу (78.9)]. Следовательно, от каждого участка dS волновой поверхности в точку P приходит колебание

$$d\xi = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0). \quad (21.1)$$

В этом выражении $(\omega t + \alpha_0)$ — фаза колебания в месте расположения волновой поверхности S , k — волновое число, r — расстояние от элемента поверхности dS до точки P . Величина a_0 определяется амплитудой светового колебания в том месте, где находится dS . Коэффициент пропорциональности K Френель считал убывающим при увеличении угла ϕ между нормалью n к dS и направлением от dS к точке P и обращающимся в нуль при $\phi = \pi/2$.

Результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний (21.1), взятых для всей волновой поверхности S :

$$\xi = \int_S K(\phi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (21.2)$$

Формулу (21.2) можно рассматривать как аналитическое выражение принципа Гюйгенса — Френеля.

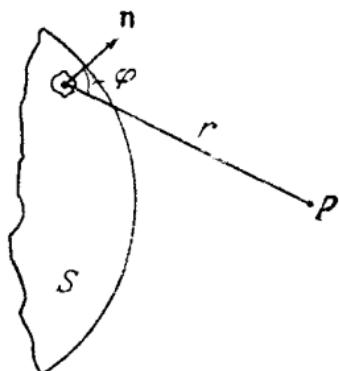


Рис. 58.

Вычисления по формуле (21.2) представляют собой в общем случае чрезвычайно трудную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, говорят о дифракции Фраунгофера или о дифракции в параллельных

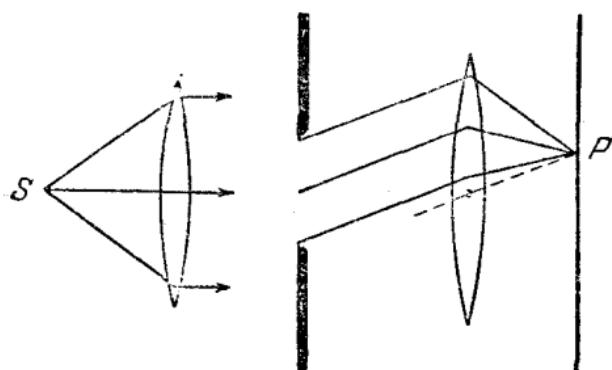


Рис. 59.

лучах. В противном случае говорят о дифракции Френеля. Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать, поместив за источником света S и перед точкой наблюдения P по линзе так, чтобы точки S и P оказались в фокальной плоскости соответствующей линзы (рис. 59).

§ 22. Зоны Френеля

Применим принцип Гюйгенса — Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S (рис. 60). Волновая поверхность такой волны симметрична относительно прямой SP . Воспользовавшись этим, Френель разбил волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$ (λ — длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Легко ви-

деть, что расстояние b_m от внешнего края m -й зоны до точки P можно представить следующим образом:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad (22.1)$$

где b — расстояние от вершины волновой поверхности O до точки P .

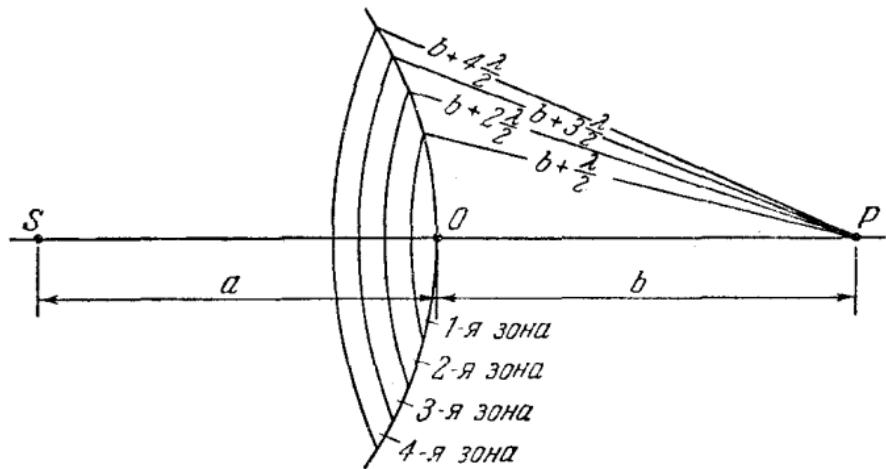


Рис. 60.

Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон (т. е. от точек, лежащих у внешних краев зон, или в середине зон и т. д.), будут находиться в противофазе. Поэтому и результирующие

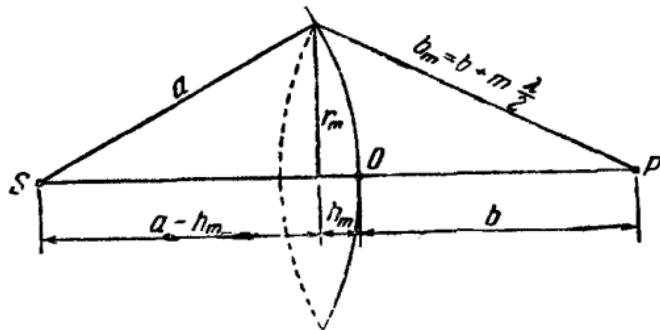


Рис. 61.

колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π .

Для оценки амплитуд колебаний нужно найти площади зон. Внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_m (рис. 61). Обозначим площадь этого сегмента S_m . Тогда

площадь m -й зоны можно представить в виде:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны.

Из рис. 61 следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2$$

(a — радиус волновой поверхности, r_m — радиус внешней границы m -й зоны). Возведя скобки в квадрат, получим

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = b m \lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2, \quad (22.2)$$

откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)}. \quad (22.3)$$

Ограничиваюсь рассмотрением не слишком больших m , можно ввиду малости λ пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом приближении

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (22.4)$$

Площадь сферического сегмента равна $S = 2\pi Rh$ (R — радиус сферы, h — высота сегмента). Следовательно,

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda,$$

а площадь m -й зоны Френеля

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

Полученное нами выражение не зависит от m . Это означает, что при не слишком больших m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Произведем оценку радиусов зон. Согласно (22.2) $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$. При не слишком больших m высота сегмента $h_m \ll a$, поэтому можно считать, что $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив сюда значение (22.4) для h_m , найдем радиус внешней границы m -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda. \quad (22.5)$$

Если положить $a = b = 1$ м и $\lambda = 0,5$ мк, то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение: $r_1 = 0,5$ мм. Радиусы последующих зон возрастают как \sqrt{m} .

Выше мы нашли, что площади зон Френеля примерно одинаковы. Расстояние b_m от зоны до точки P медленно растет с m по линейному закону [см. (22.1)]. Угол ϕ между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P также растет с номером зоны m . Все это приводит к тому, что амплитуда A_m колебания, возбуждаемого m -й зоной в точке P , монотонно убывает с ростом m [см. (21.1)]. Даже при очень больших m , когда, как можно заключить из (22.3), площадь зоны начинает заметно расти с m , убывание множителя $K(\phi)$ перевешивает рост ΔS_m (напомним, что $K(\phi)$ стремится к нулю при $\phi \rightarrow \pi/2$), так что A_m продолжает убывать. Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке P зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на π . Поэтому амплитуда A результирующего светового колебания в точке P может быть найдена алгебраически:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (22.6)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон — с другим. Запишем (22.6) в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (22.7)$$

Вследствие монотонного убывания A_m можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

При этом условии выражения, заключенные в круглые скобки, будут равны нулю и формула (22.7) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (22.8)$$

Полученный нами результат означает, что амплитуда, создаваемая в некоторой точке P сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Иными словами, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны. По произведенной выше оценке центральная зона имеет размеры порядка долей миллиметра. Следовательно, свет от точки S к точке P распространяется как бы в пределах очень узкого прямого канала, т. е. практически прямолинейно.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в точке P будет равна A_1 , т. е. в два раза превзойдет амплитуду (22.8). Соответственно интенсивность света в точке P будет в этом слу-

чае в четыре раза больше, чем при отсутствии препятствий между точками S и P .

Теперь решим задачу о распространении света от источника S к точке P методом графического сложения амплитуд. Разобьем волновую поверхность на равные по площади кольцевые зоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньшие по ширине. Колебание, создаваемое

в точке P каждой такой зоной, можно изобразить в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а угол, образуемый вектором с направлением, принятым за начало отсчета, дает начальную фазу колебания (см. т. I, § 68). Колебание, создаваемое в P любой из таких зон, имеет приблизительно такую же амплитуду, как и колебание, создаваемое предшествующей зоной, но будет отставать от него по фазе на практически одинаковую для всех соседних зон величину. Следовательно, векторная диаграмма, получающаяся при сложении колебаний, возбуждаемых отдельными зонами, имеет вид, показанный на рис. 62.

Если бы величина амплитуды при переходе от зоны к зоне оставалась строго постоянной, конец последнего из изображенных на рис. 62 векторов совпал бы с началом первого вектора. В действительности величина амплитуды, хотя и очень слабо, но убывает, вследствие чего векторы образуют не замкнутую фигуру, а ломаную спиралевидную линию. Если ширину кольцевых зон устрем-



Рис. 62.

мить к нулю (количество их будет при этом неограниченно возрастать), векторная диаграмма примет вид спирали, закручивающейся к точке C (рис. 63). Фазы колебания в точках O и I отличаются на π (бесконечно малые векторы, образующие спираль, направлены в этих точках в противоположные стороны).

Следовательно, участок спирали $O - I$ соответствует первой зоне Френеля. Вектор, проведенный из точки O в точку I (рис. 64, а), изображает колебание, возбуждаемое в точке P этой зоной. Аналогично, вектор, проведенный из точки I в точку 2 (рис. 64, б), изображает колебание, возбуждаемое второй зоной Френеля. В соответствии с тем, что колебания от первой и второй зон находятся в противофазе, векторы OI и 12 направлены в противоположные стороны.

Колебание, возбуждаемое в точке P всей волновой поверхностью, изобразится вектором OC (рис. 64, в). Из

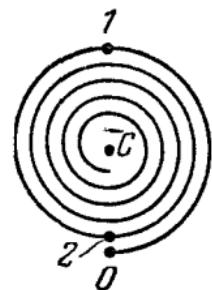


Рис. 63.

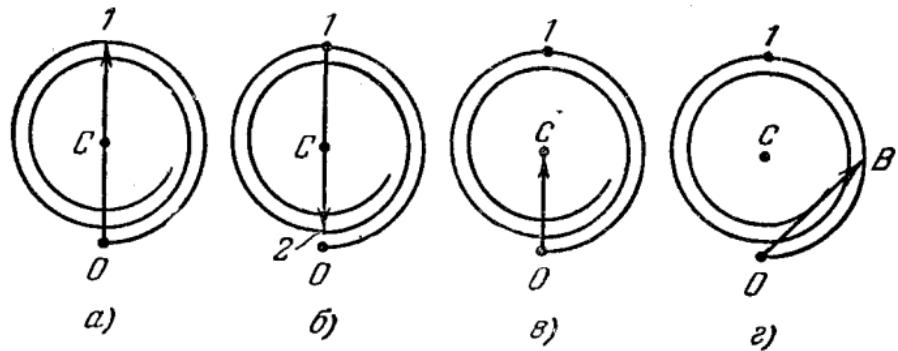


Рис. 64.

рис. 64 видно, что амплитуда в этом случае равна половине амплитуды, создаваемой в P первой зоной. Этот результат мы получили ранее алгебраически [см. формулу (22.8)]. Заметим, что колебание, возбуждаемое внутренней половиной первой зоны Френеля, изобразится вектором OB (рис. 64, г). Таким образом, половина действия первой зоны Френеля не эквивалентна действию половины зоны. Вектор OB в $\sqrt{2}$ раз больше вектора OC . Поэтому, переходя к интенсивностям, можно сказать, что интенсивность света, созданная половиной

первой зоны Френеля, в два раза превышает интенсивность, создаваемую всей волновой поверхностью.

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или все нечетные зоны, то амплитуда колебания в точке P резко возрастает. Такая пластина называется зонной. На рис. 65 изображена зонная пластина, перекрывающая четные зоны.

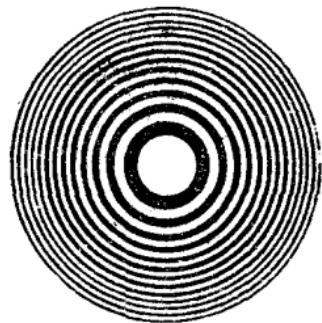


Рис. 65.

Зонная пластина во много раз увеличивает интенсивность света в точке P , действуя подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достигнуть, не перекрывая четные (или нечетные) зоны, а изменяя фазу их колебаний на π . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластины, толщина которой в местах, соответствующих четным и нечетным зонам, отличается на надлежащим образом подобранный величину. Такая пластина называется фазовой зонной пластинкой. По сравнению с обычной (или амплитудной) зонной пластинкой фазовая дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света — в четыре раза.

§ 23. Дифракция Френеля от простейших препятствий

Рассмотренные в предыдущем параграфе методы алгебраического и графического сложения амплитуд позволяют решить простейшие задачи на дифракцию света.

Дифракция от круглого отверстия. Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиуса r_0 . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S , попал в центр отверстия (рис. 66, *a*). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку P . При радиусе отверстия r_0 , значительно меньшем, чем указанные на рис. 66 длины a и b , a можно считать равной расстоянию от источника S до препятствия, b — расстоянию от препятствия до точки P . Если

расстояния a и b удовлетворяют условию [см. (22.5)]

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda, \quad (23.1)$$

где m — целое число, то отверстие оставит открытыми ровно m первых зон Френеля, построенных для точки P .

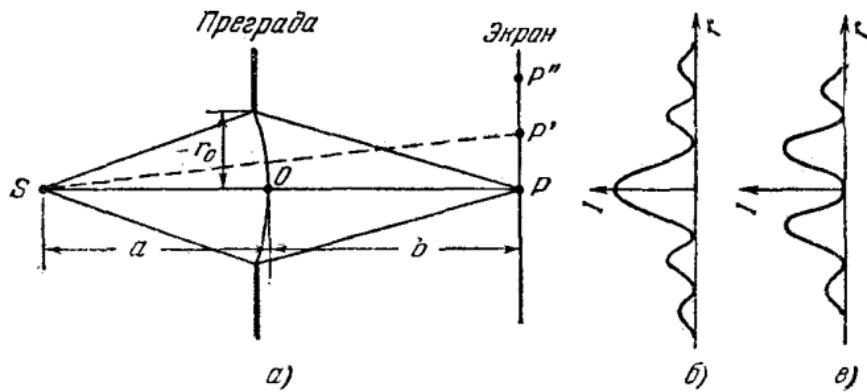


Рис. 66.

Разрешив (23.1) относительно m , получим число открытых зон Френеля:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (23.2)$$

В соответствии с (22.6) амплитуда колебания в точке P будет равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (23.3)$$

В этом выражении амплитуда A_m берется со знаком плюс, если m нечетное, и со знаком минус, если m четное.

Формулу (23.3) можно записать следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \begin{cases} \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} & (m \text{ нечетное}), \\ \left(\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m & (m \text{ четное}). \end{cases}$$

Как было установлено в предыдущем параграфе, выражения, заключенные в круглые скобки, можно положить равными нулю. Амплитуды от двух соседних зон

мало отличаются по величине. Поэтому $A_{m-1}/2 - A_m$ можно заменить через $-A_m/2$. В результате получится:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (23.4)$$

где опять-таки знак плюс берется для нечетных m и минус — для четных.

При малых m величина A_m мало отличается от A_1 . Следовательно, при нечетных m амплитуда в точке P будет приближенно равна A_1 , при четных m — нулю. Этот результат легко получить с помощью векторной диаграммы, изображенной на рис. 63. Если убрать преграду, амплитуда в точке P станет равной $A_1/2$ [см. (22.8)]. Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, не только не ослабляет свет в точке P , но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза, а интенсивности — почти в четыре раза.

Заметим, что при неограниченном увеличении размеров отверстия A_m будет стремиться к нулю и (23.4) перейдет в (22.8).

Поместим в точку P плоский экран, параллельный преграде с отверстием (см. рис. 66). Выясним характер дифракционной картины, которая будет наблюдаться на этом экране. Вследствие симметрии преграды относительно прямой SP интенсивность света (т. е. освещенность) в разных точках экрана будет зависеть только от расстояния r от центра дифракционной картины, помещающегося в точке P . В самой этой точке интенсивность будет достигать максимума или минимума в зависимости от того, каким — четным или нечетным — будет число открытых зон Френеля. Пусть, например, это число равно трем. Тогда в центре дифракционной картины получится максимум интенсивности. Картина зон Френеля для точки P дана на рис. 67, а. Теперь сместимся по экрану из точки P в точку P' . Прямая SP' уже не будет осью симметрии преграды. Ограниченнная краями отверстия картина зон Френеля для точки P' имеет вид, показанный на рис. 67, б. Края отверстия закроют часть третьей зоны, одновременно частично откроется четвертая зона. В итоге интенсивность света уменьшится и при некотором положении точки P' станет равной нулю. Если сместиться по экрану в точку P'' , края отверстия частично

закроют не только третью, но и вторую зону Френеля, одновременно откроется частично пятая зона (рис. 67, в). В итоге действие открытых участков нечетных зон перевесит действие открытых участков четных зон и интен-

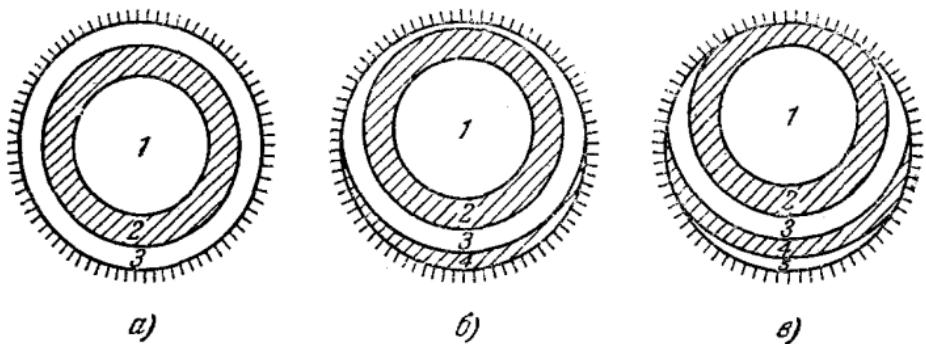


Рис. 67.

сивность достигнет максимума, правда, более слабого, чем максимум, наблюдающийся в точке P .

Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия представляет собой чередование светлых и темных концентрических колец. В центре картины будет либо

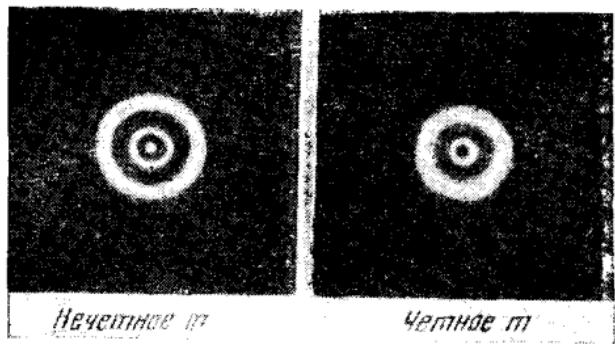


Рис. 68.

светлое (m нечетное), либо темное (m четное) пятно (рис. 68). Ход интенсивности I с расстоянием r от центра дифракционной картины изображен на рис. 66, б (для нечетного m) и на рис. 66, в (для четного m). При перемещении экрана параллельно самому себе вдоль прямой SP картины, изображенные на рис. 68, будут сменять друг друга [согласно (23.2) при изменении b значение m становится то нечетным, то четным].

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередование светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

Дифракция от круглого диска. Поместим между точечным источником света S и точкой наблюдения P непрозрачный круглый диск радиуса r_0 (рис. 69, а) так,

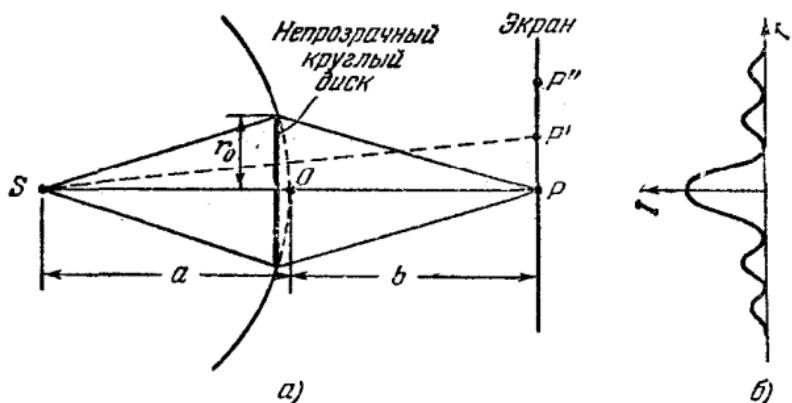


Рис. 69.

чтобы он закрывал m первых зон Френеля [m можно найти по формуле (23.2)]. Тогда амплитуда световой волны в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \\ = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Так как выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, получаем

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (23.5)$$

Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране, расположенном в точке P перпендикулярно к линии SP . Очевидно, что интенсивность света может зависеть только от расстояния r от центра картины P . При небольшом числе закрытых зон A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому в точке P интенсивность бу-

дет почти такая же, как при отсутствии преграды между S и P [см. (22.8)]. Для точки P' , смещенной относительно точки P в любом радиальном направлении, диск будет перекрывать часть $(m + 1)$ -й зоны Френеля, одновременно открываясь часть m -й зоны. Это приведет к ослаблению интенсивности. При некотором положении точки P' интенсивность станет равной нулю. Если сместиться из центра дифракционной картины еще дальше, диск перекроет дополнительно часть $(m + 2)$ -й зоны, одновременно открываясь часть $(m - 1)$ -й зоны. В результате интенсивность возрастет и в точке P'' достигнет максимума.

Таким образом, в случае непрозрачного круглого диска дифракционная картина имеет вид чередующихся концентрических светлых и темных колец. В центре картины при любом (как четном, так и нечетном) m получается светлое пятно (рис. 70). Зависимость интенсивности света I от расстояния r от центра картины изображена на рис. 69, б.

Если непрозрачный диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае $A_{m+1} \ll A_1$ и величина (23.5) очень мала, так что интенсивность света в области геометрической тени практически всюду равна нулю. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени — освещенность экрана всюду остается такой же, как при отсутствии преград.

Светлое пятнышко в центре тени, отбрасываемой диском, послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем. Парижская Академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако на конкурс была представлена Френелем работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения.

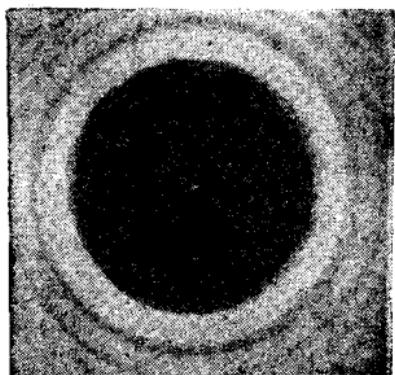


Рис. 70.

Рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает «нелепый» вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт и оказалось, что такое пятно действительно есть. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света.

Дифракция от прямолинейного края полуплоскости. Поместим на пути световой волны (которую мы для простоты будем считать плоской) непрозрачную полуплоскость с прямолинейным краем (рис. 71). Расположим

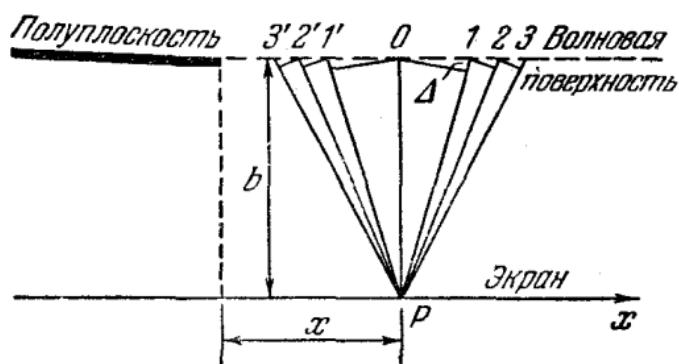


Рис. 71.

эту полуплоскость так, чтобы она совпала с одной из волновых поверхностей. За полуплоскостью поставим на расстоянии b параллельный ей экран, на котором возьмем точку P . Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны, имеющие вид очень узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости. Ширину зон выберем так, чтобы отсчитанные в плоскости рисунка расстояния от точки P до краев любой зоны отличались на одинаковую величину Δ . При этом условии колебания, создаваемые в точке P соседними зонами, будут отличаться по фазе на постоянную величину.

Зонам, расположенным справа от точки P , припишем номера 1, 2, 3 и т. д., расположенным слева — номера 1', 2', 3' и т. д. («штрихованные» и «нештрихованные» зоны). Зоны с номерами m и m' имеют одинаковую ширину и расположены относительно точки P симметрично. Поэтому создаваемые ими в P колебания совпадают по амплитуде и фазе. Для выяснения зависимости ампли-

туды от номера зоны m оценим площади зон. Из рис. 72 видно, что ширина первой зоны равна

$$d_1 = \sqrt{(b + \Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2b\Delta + \Delta^2} \approx \sqrt{2b\Delta}$$

(вследствие узости зон $\Delta \ll b$).

Суммарная ширина первых m зон

$$d_1 + d_2 + \dots + d_m = \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta + m^2\Delta^2}.$$

При не очень больших m членом $m^2\Delta^2$ под корнем можно пренебречь. Тогда

$$d_1 + d_2 + \dots + d_m = \sqrt{2bm\Delta} = d_1 \sqrt{m}.$$

Отсюда

$$d_m = d_1 (\sqrt{m} - \sqrt{m-1}).$$

Расчет по этой формуле дает, что

$$d_1 : d_2 : d_3 : d_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots \quad (23.6)$$

В таких же соотношениях находятся и площади зон. Следовательно, амплитуда колебаний, создаваемых в точке P отдельными зонами, вначале (для первых зон) убывает очень быстро; затем это убывание становится медленным. По этой причине ломаная линия, получающаяся при графическом сложении колебаний, возбуждаемых прямолинейными зонами, идет сначала более полого, чем в случае кольцевых зон (площади которых при аналогичном построении примерно равны). На рис. 73 сопоставлены обе векторные диаграммы. В обоих случаях отставание по фазе каждого следующего колебания взято одно и то же. Величина амплитуды для кольцевых зон (рис. 73, а) принята постоянной, а для прямолинейных зон (рис. 73, б) — убывающей в соответствии с пропорцией (23.6). Графики на рис. 73 являются приближенными. При точном построении графиков необходимо учитывать зависимость амплитуды от r и ϕ [см. (21.1)]. Однако на общем характере кривых это не отразится.

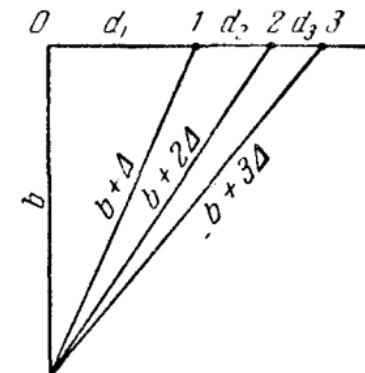


Рис. 72.

На рис. 73, б показаны только колебания, вызванные зонами, лежащими справа от точки P . Зоны с номерами m и m' расположены симметрично относительно точки P . Поэтому естественно при построении диаграммы

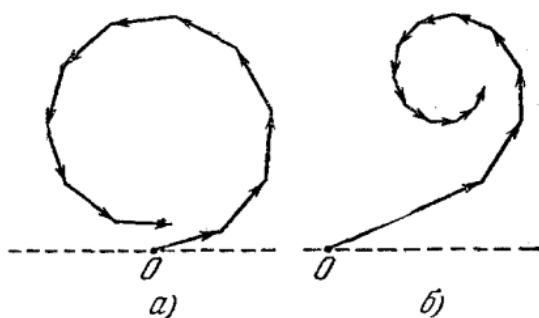


Рис. 73.

векторы, изображающие соответствующие этим зонам колебания, располагать симметрично относительно начала координат O (рис. 74). Если ширину зон устремить к нулю, ломаная линия, изображенная на рис. 74, превратится в плавную кривую (рис. 75), которая называется спиралью Корнью. Уравнение спирали Корнью может

быть найдено теоретически. В параметрической форме оно имеет вид:

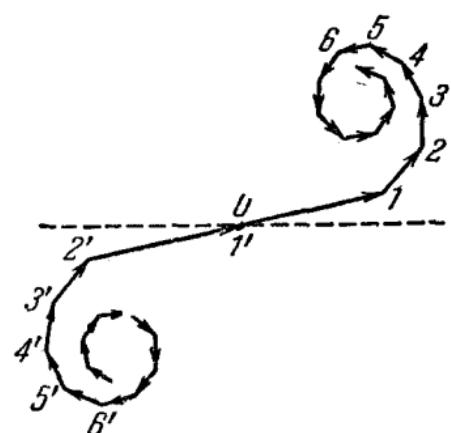


Рис. 74.

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \int_0^v \cos \frac{\pi u^2}{2} du, \\ \eta &= \int_0^v \sin \frac{\pi u^2}{2} du. \end{aligned} \right\} \quad (23.7)$$

Выражения (23.7) называются интегралами Френеля. Они не берутся в элементарных функциях,

однако имеются таблицы, по которым можно находить значения интегралов для разных v .

Чтобы понять смысл параметра v , сопоставим бесконечно узкую зону и возбуждаемое этой зоной в точке P колебание dA . Вектор dA совпадает с участком спирали, отвечающим определенному значению параметра v . Это

значение v связано с расстоянием x' от точки P до проекции на экран данной бесконечно узкой зоны соотношением:

$$v = x' \sqrt{\frac{2a}{\lambda b(a+b)}} \quad (23.8)$$

(a — расстояние от источника света до полуплоскости, b — расстояние от полуплоскости до экрана, λ — длина волны).

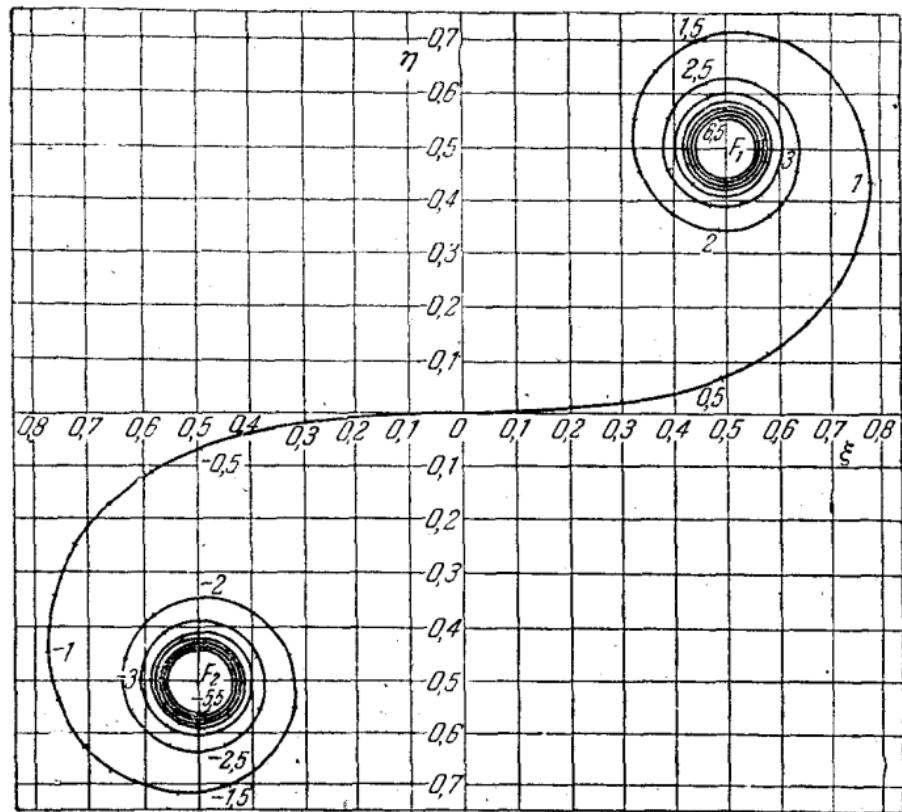


Рис. 75.

В рассматриваемом нами случае плоской волны $a = \infty$ и

$$v = x' \sqrt{\frac{2}{\lambda b}}. \quad (23.9)$$

Числа, отмеченные вдоль кривой на рис. 75, дают значения v . Точки F_1 и F_2 , к которым асимптотически приближается кривая при стремлении v к $+\infty$ и $-\infty$, называются фокусами или полюсами спирали. Их

координаты равны:

$$\xi = +\frac{1}{2}, \quad \eta = +\frac{1}{2} \quad \text{для точки } F_1,$$

$$\xi = -\frac{1}{2}, \quad \eta = -\frac{1}{2} \quad \text{для точки } F_2.$$

Правый завиток спирали (участок OF_1) соответствует зонам, расположенным справа от точки P , левый завиток (участок F_2O) — зонам, расположенным слева от точки P .

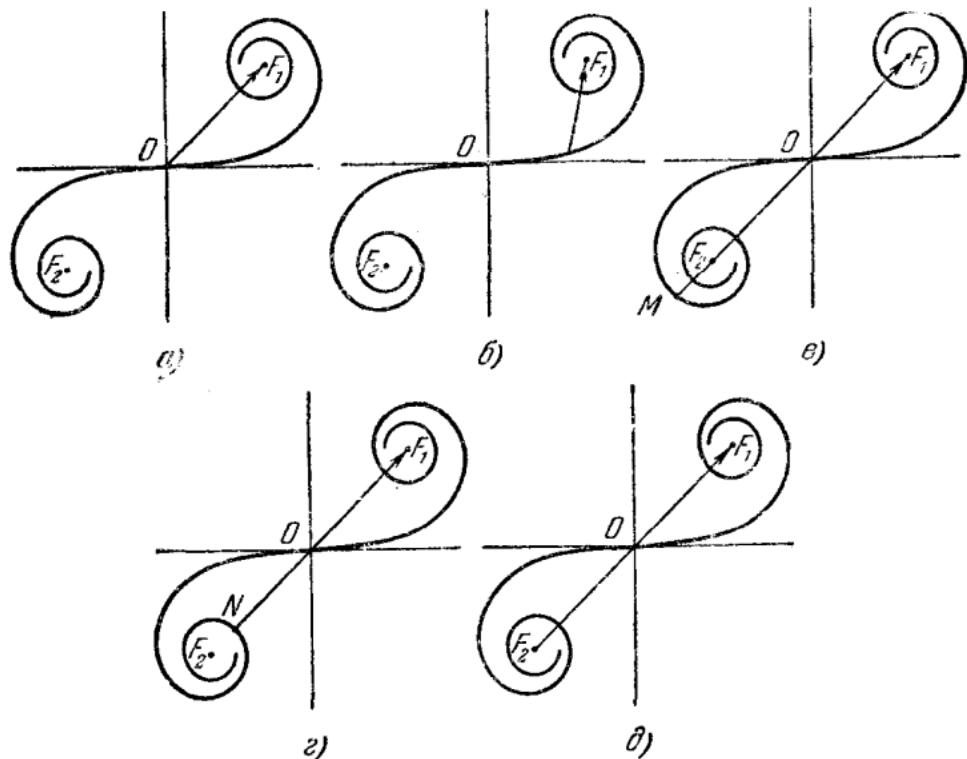


Рис. 76.

С помощью спирали Корню можно найти амплитуду светового колебания для точек, находящихся на любом расстоянии x^1) от края геометрической тени (см. рис. 71). Для точки P , лежащей на границе геометрической тени, все штрихованные зоны будут закрыты. Колебаниям от нештрихованных зон соответствует правый завиток спирали. Следовательно, результирующее колебание изобразится вектором, начало которого находится в точке O ,

¹⁾ Легко сообразить, что координата x и взятая для края полу-плоскости величина x' , фигурирующая в формуле (23.9), отличаются только знаком.

конец — в точке F_1 (рис. 76, а). При смещении точки P в область геометрической тени полуплоскость станет закрывать все большее число нештрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора будет перемещаться по правому завитку, приближаясь к полюсу F_1 (рис. 76, б). В результате амплитуда колебания в точке P будет монотонно стремиться к нулю.

Если точка P смещается от границы геометрической тени вправо, в дополнение к нештрихованным зонам открывается все возрастающее число штрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора скользит по левому завитку спирали в направлении к полюсу F_2 . В результате амплитуда проходит через ряд максимумов (первый из них равен длине отрезка MF_1 на рис. 76, в) и минимумов (первый из них равен длине отрезка NF_1 на рис. 76, г). При полностью открытой волновой поверхности амплитуда равна длине отрезка F_2F_1 (рис. 76, д), т. е. ровно в два раза превышает амплитуду на границе геометрической тени (см. рис. 76, а). Соответственно интенсивность на границе геометрической тени составляет $\frac{1}{4}$ интенсивности I_0 , получающейся на экране в отсутствие преград. Зависимость интенсивности света I от расстояния x дана на рис. 77. Из графика видно, что при

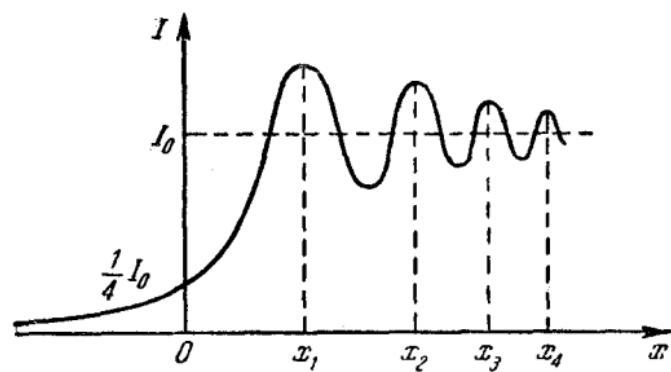


Рис. 77.

переходе в область геометрической тени интенсивность изменяется не скачком, а постепенно стремится к нулю. Справа от границы геометрической тени расположен ряд чередующихся максимумов и минимумов интенсивности. Максимумы получаются при значениях параметра u (для точек, совпадающих с началом результирующего

вектора), равных $-1,22$; $-2,34$; $-3,08$; $-3,69$ и т. д. Положив $b = 1$ м, $\lambda = 0,5$ мк, можно, подставив в формулу (23.9) приведенные значения v , получить для координат максимумов (см. рис. 77) следующие величины:

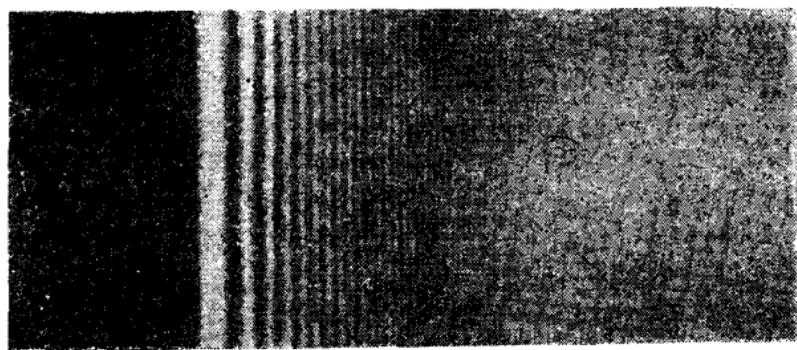


Рис. 78.

$x_1 = 0,61$ мм; $x_2 = 1,17$ мм; $x_3 = 1,54$ мм; $x_4 = 1,85$ мм;... Таким образом, максимумы располагаются довольно густо. При меньших расстояниях b максимумы располагаются еще гуще. С помощью спирали Корню можно также найти относительную величину интенсивности в

максимумах и минимумах. Для первого максимума получается значение $1,37 I_0$, для первого минимума $0,78 I_0$.

Фотография дифракционной картины от края полуплоскости дана на рис. 78.

Дифракция от щели. Бесконечно длинную щель образуют две обращенные в разные стороны полуплоскости, расстояние между краями которых равно ширине щели. Поэтому ясно, что задача о дифракции Френеля от щели может быть решена с помощью спирали Корню.

Волновую поверхность падающего света, плоскость щели и экран, на котором наблюдается дифракционная картина, будем считать параллельными друг другу (рис. 79).

Для точки P , лежащей точно против середины щели, начало и конец вектора амплитуды оказываются в сим-

метрических относительно начала координат точках спирали (рис. 80). Если сместиться в точку P' , лежащую против края щели, начало результирующего вектора переместится в середину спирали O . Конец вектора переместится по спирали в направлении полюса F_1 . При углублении в область геометрической тени конец и начало вектора амплитуды будут скользить по спирали и в конце концов окажутся в ближайших точках соседних витков кривой (см. на рис. 80 вектор, соответствующий точке P''). Интенсивность света при этом практически станет равной нулю. При дальнейшем скольжении по спирали начало и конец вектора снова отойдут друг от друга и интенсивность будет расти. То же самое будет происходить при смещении из точки P в противоположную сторону, так как дифракционная картина должна быть симметричной относительно середины щели.

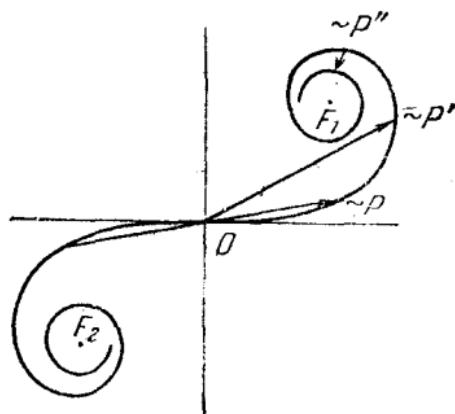


Рис. 80.

друг от друга и интенсивность будет расти. То же самое будет происходить при смещении из точки P в противоположную сторону, так как дифракционная картина должна быть симметричной относительно середины щели.

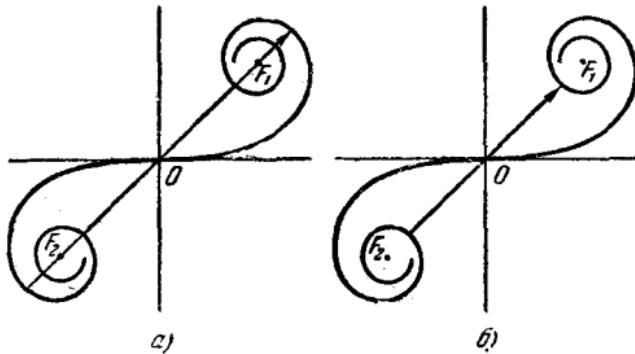


Рис. 81.

Если менять ширину щели, сдвигая полуплоскости в противоположные стороны, интенсивность в средней точке P будет пульсировать, попеременно проходя через максимумы (рис. 81, а) и отличные от нуля минимумы (рис. 81, б).

Итак, дифракционная картина от щели представляет собой либо светлую (в случае, изображенном на рис. 81, а),

либо относительно темную (в случае, изображенном на рис. 81, б) центральную полосу, по обе стороны которой располагаются симметричные относительно нее чередующиеся темные и светлые полосы.

При большой ширине щели начало и конец вектора амплитуды лежат на внутренних витках спирали вблизи полюсов F_1 и F_2 . Поэтому интенсивность света вне области геометрической тени будет практически постоянна. Только на границах геометрической тени образуется система густо расположенных узких темных и светлых полос.

§ 24. Дифракция Фраунгофера от щели

Пусть на бесконечно длинную¹⁾ щель падает плоская световая волна (рис. 82). Поместим за щелью собирающую линзу, а в фокальной плоскости линзы — экран.

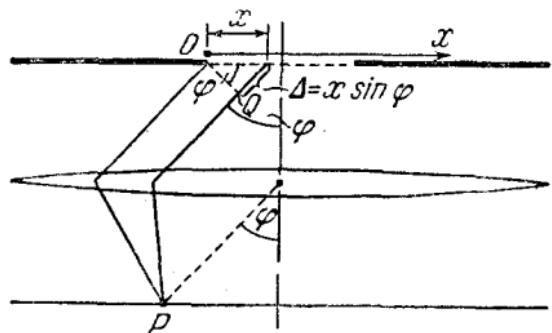


Рис. 82.

Волновая поверхность падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу.

Разобьем открытую часть волновой поверхности на параллельные краям щели элементарные зоны ширины dx . Вторичные волны, посыпаемые зонами под углом ϕ к оптической оси линзы, соберутся в некоторой точке экрана P . Каждая элементарная зона создаст в точке P колебание $d\xi$ [см. формулу (21.1)], которое можно изобразить с помощью вектора $d\mathbf{A}$. Линза собирает в фокальной плоскости плоские (а не сферические) волны. Поэтому множитель $1/r$ в выражении для $d\xi$ в случае

¹⁾ Практически достаточно, чтобы длина щели была во много раз больше, чем ее ширина.

дифракции Фраунгофера будет отсутствовать. Ограничевшись рассмотрением не слишком больших углов ϕ , можно коэффициент K в формуле (21.1) считать приблизительно постоянным. Тогда амплитуда колебания, посыпанного зоной в любую точку экрана, будет зависеть только от площади зоны. Площадь пропорциональна ширине зоны dx . Следовательно, амплитуда dA колебания $d\xi$, возбужденного зоной ширины dx в любой точке экрана, может быть представлена в виде:

$$dA = C dx,$$

где C — коэффициент пропорциональности, не зависящий от угла ϕ .

Обозначим алгебраическую сумму амплитуд колебаний, посыпанных в некоторую точку экрана всеми зонами, через A_0 . Ее можно найти, проинтегрировав dA по всей ширине щели b :

$$A_0 = \int dA = \int_0^b C dx = Cb.$$

Отсюда $C = A_0/b$ и, следовательно,

$$dA = \frac{A_0}{b} dx.$$

Теперь определим фазовые соотношения между отдельными колебаниями $d\xi$. Сопоставим фазы колебаний, создаваемых в точке P элементарными зонами с координатами 0 и x (рис. 82). Оптические пути OP и QP таутохронны. Поэтому разность фаз между рассматриваемыми колебаниями образуется на пути Δ , равном $x \sin \phi$. Если фазу колебания, созданного элементарной зоной, примыкающей к левому краю щели ($x = 0$), положить равной ωt , то фаза колебания, созданного зоной с координатой x , будет равна

$$\omega t - 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi,$$

где λ — длина волны в данной среде.

Таким образом, колебание, созданное элементарной зоной с координатой x в точке P , положение которой

на экране определяется углом ϕ (рис. 82), может быть представлено следующим образом:

$$d\xi = \frac{A_0}{b} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi \right) dx.$$

Результирующее колебание, создаваемое в точке P всем открытым участком волновой поверхности, найдем, проинтегрировав $d\xi$ по ширине щели:

$$\begin{aligned} \xi &= \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \phi \right) dx = \\ &= \frac{A_0}{b} \left(-\frac{\lambda}{2\pi \sin \phi} \right) \left[\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \phi \right) - \sin \omega t \right] = \\ &= \left[A_0 \frac{\sin [(\pi/\lambda) b \sin \phi]}{(\pi/\lambda) b \sin \phi} \right] \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} b \sin \phi \right)^1. \end{aligned}$$

Модуль выражения, стоящего в квадратных скобках, дает амплитуду A_ϕ результирующего колебания в точке P (положение которой определяется углом ϕ):

$$A_\phi = \left| A_0 \frac{\sin [(\pi/\lambda) b \sin \phi]}{(\pi/\lambda) b \sin \phi} \right|. \quad (24.1)$$

Для точки, лежащей против центра линзы, $\phi = 0$. Подстановка этого значения в формулу (24.1) дает $A_\phi = A_0^2$). Этот результат можно получить более простым путем. При $\phi = 0$ колебания от всех элементарных зон приходят в точку P в одинаковой фазе. Поэтому амплитуда результирующего колебания равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний.

При значениях ϕ , удовлетворяющих условию: $(\pi/\lambda)b \sin \phi = \pm k\pi$, т. е. в случае, если

$$b \sin \phi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (24.2)$$

амплитуда A_ϕ обращается в нуль. Таким образом, условие (24.2) определяет положение минимумов интенсивности.

¹⁾ Мы воспользовались формулой:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

²⁾ Напомним, что $\lim_{u \rightarrow 0} (\sin u/u) = 1$ (при малых u можно полагать $\sin u \approx u$).

Условие (24.2) легко получить из следующих соображений. Если разность хода Δ от краев щели равна $\pm k\lambda$, открытую часть волновой поверхности можно разбить на $2k$ равных по ширине зон, причем разность хода от краев каждой зоны будет равна $\lambda/2$ (см. рис. 83, выполненный для $k = 2$). Колебания, посылаемые в точку наблюдения P соответственными участками двух соседних зон (например, помеченными крестиками участками зон 1 и 2), находятся в противофазе. Поэтому колебания от каждой пары соседних зон взаимно погашают друг друга и результирующая амплитуда в точке P равна нулю. При $\Delta = \pm (k + \frac{1}{2})\lambda$ число зон будет нечетным, действие одной из них окажется не компенсированным, так что будет наблюдаться максимум интенсивности.

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно,

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 [(\pi/\lambda) b \sin \varphi]}{[(\pi/\lambda) b \sin \varphi]^2}, \quad (24.3)$$

где I_0 — интенсивность света в середине дифракционной картины (против центра линзы), I_φ — интенсивность в точке, положение которой определяется данным значением φ .

Из формулы (24.3) вытекает, что $I_{-\varphi} = I_\varphi$. Это означает, что дифракционная картина симметрична относительно центра линзы. Заметим, что при смещении щели параллельно экрану (вдоль оси x на рис. 82) дифракционная картина, наблюдавшаяся на экране, остается неподвижной (ее середина лежит против центра линзы). Напротив, смещение линзы при неподвижной щели сопровождается таким же смещением картины на экране.

График функции (24.3) изображен на рис. 84. По оси абсцисс отложены значения $\sin \varphi$, по оси ординат — интенсивность I_φ . Количество минимумов интенсивности определяется отношением ширины щели b и длины

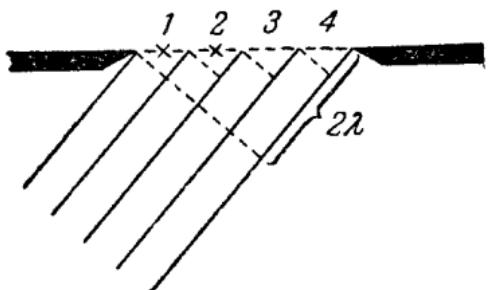


Рис. 83.

волны λ . Из условия (24.2) $\sin \phi = \pm k\lambda/b$. Модуль $\sin \phi$ не может превзойти единицу. Поэтому $k\lambda/b \leq 1$, откуда

$$k \leq \frac{b}{\lambda}. \quad (24.4)$$

При ширине щели, меньшей длины волны, минимумы вообще не возникают. В этом случае интенсивность света монотонно спадает от середины картины к ее краям.

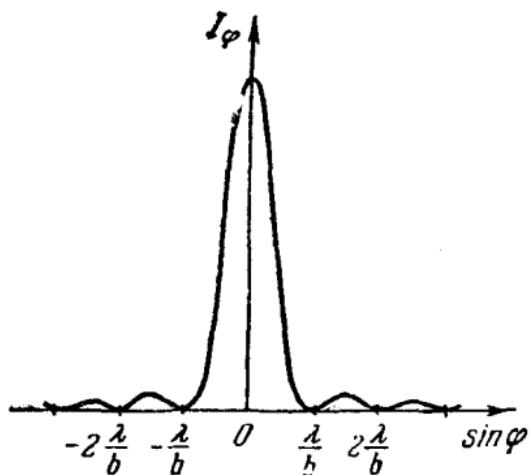


Рис. 84.

Значения угла ϕ , отвечающие краям центрального максимума, удовлетворяют условию [см. (24.2)]: $b \sin \phi = \pm \lambda$, откуда $\phi = \pm \arcsin(\lambda/b)$. Следовательно, угловая ширина центрального максимума равна

$$\delta\phi = 2 \arcsin \frac{\lambda}{b}. \quad (24.5)$$

В случае, если $b \gg \lambda$, $\sin(\lambda/b)$ можно положить равным λ/b . Тогда формула для угловой ширины центрального максимума упрощается следующим образом:

$$\delta\phi = \frac{2\lambda}{b}. \quad (24.6)$$

Решим задачу о дифракции Фраунгофера от щели методом графического сложения амплитуд. Разобьем открытую часть волновой поверхности на одинаковые по ширине очень узкие зоны. Колебание ΔA от каждой такой зоны имеет одинаковую амплитуду и отстает от предыдущего колебания по фазе на одну и ту же вели-

чину δ , зависящую от угла φ , определяющую направление на точку наблюдения P . При $\varphi = 0$ разность фаз δ равна нулю и векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 85, а). Амплитуда результирующего колебания A_0 равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний. Если разность фаз колебаний, соответствующих краям щели, равна π (т. е. $\Delta = b \sin \varphi = \lambda/2$), векторы $\Delta \mathbf{A}$ располагаются вдоль полуокружности (рис. 85, б) длиной A_0 . Следовательно, для результирующей амплитуды получается значение: $A = A_0 - b \sin \varphi = 2A_0/\pi$. В случае, когда $\Delta = b \sin \varphi = \lambda$, колебания от краев щели отличаются по фазе на 2π . Соответствующая векторная диаграмма изображена на рис. 85, в. Векторы $\Delta \mathbf{A}$ расположены вдоль окружности длиной A_0 . Результирующая амплитуда равна нулю — имеет место первый минимум. Первый максимум наблюдается при $\Delta = b \sin \varphi = 3\lambda/2$. В этом случае колебания от краев щели отличаются по фазе на 3π .

Строя последовательно векторы $\Delta \mathbf{A}$, мы обойдем полтора раза окружность диаметра $A_1 = 2A_0/3\pi$ (рис. 85, г). Таким образом, амплитуда A_1 первого максимума составляет $2/3\pi$ от амплитуды A_0 нулевого максимума, а интенсивность $I_1 = (2/3\pi)^2 I_0 \approx 0,045 I_0$. Аналогично можно найти и относительную интенсивность остальных максимумов. В итоге получаются следующие соотношения:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{7\pi}\right)^2 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots \quad (24.7)$$

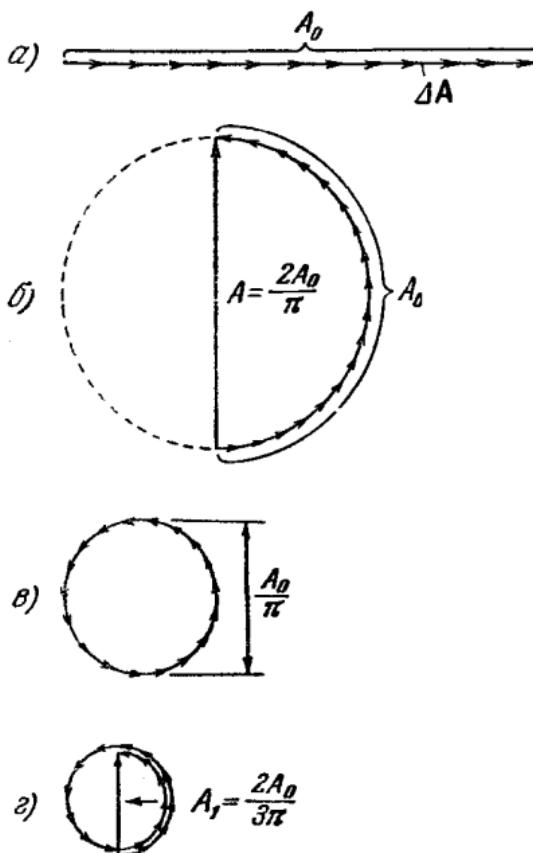


Рис. 85.

Таким образом, центральный максимум значительно превосходит по интенсивности остальные максимумы; в нем сосредоточивается основная доля светового потока, прошедшего через щель.

Если ширина щели b значительно меньше расстояния l от щели до экрана (рис. 86), дифракция Фраунгофера будет иметь место и в отсутствие линзы между щелью и экраном (падающая на щель волна должна быть плоской). В этом случае лучи, идущие в точку P от краев щели, будут практически параллельными, так что все полученные

Рис. 86.

нами выше результаты остаются справедливыми. В частности, будут справедливыми формулы (24.5) и (24.6) для ширины центрального максимума и соотношение (24.7) между интенсивностями.

§ 25. Дифракционная решетка

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга

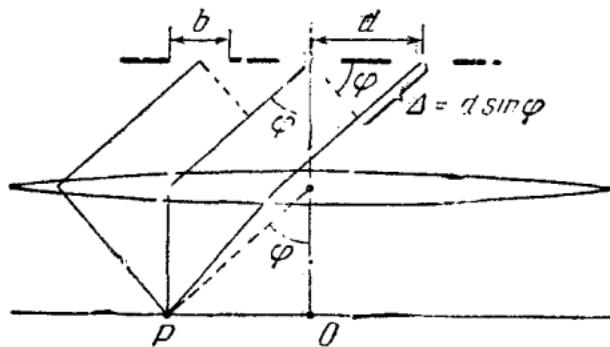


Рис. 87.

на одно и то же расстояние щелей (рис. 87). Расстояние d между серединами соседних щелей называется постоянной или периодом решетки.

Расположим параллельно решетке собирательную линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран.

Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении на решетку плоской световой волны (для простоты будем считать волновые поверхности параллельными плоскостями решетки). Каждая из щелей даст на экране картину, описываемую графиком, изображенным на рис. 84. Картины от всех щелей придется на одно и то же место экрана (независимо от положения щели, центральный максимум лежит против центра линзы). Если бы колебания, приходящие в точку P от различных щелей, были некогерентными, результирующая картина от N щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью, лишь тем, что все интенсивности возросли бы в N раз. Однако колебания от различных щелей являются когерентными; поэтому для нахождения результирующей интенсивности нужно найти фазовые соотношения между этими колебаниями.

Разобъем открываемую щелями часть волновой поверхности на очень узкие параллельные щелям зоны. Вектор амплитуды колебания, созданного в точке P , экрана i -й зоной, обозначим $\Delta \mathbf{A}_i$. Тогда вектор амплитуды результирующего колебания можно представить следующим образом:

$$\mathbf{A} = \sum_{\text{по всем щелям}} \Delta \mathbf{A}_i = \sum_{\text{по 1-й щели}} \Delta \mathbf{A}_i + \sum_{\text{по 2-й щели}} \Delta \mathbf{A}_i + \dots + \sum_{\text{по } N\text{-й щели}} \Delta \mathbf{A}_i = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 + \dots + \mathbf{A}_N,$$

где \mathbf{A}_i — вектор амплитуды колебания, созданного в точке P i -й щелью. Модули всех этих векторов одинаковы и зависят от угла ϕ [см. формулу (24.1)]. Каждый следующий вектор повернут относительно предыдущего на один и тот же угол, равный разности фаз δ колебаний, возбуждаемых соседними щелями.

Для направлений, удовлетворяющих условию:

$$b \sin \phi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (25.1)$$

все \mathbf{A}_i равны нулю [см. формулу (24.2)]. Поэтому амплитуда результирующего колебания в соответствующей точке экрана будет равна нулю. Таким образом, условие (25.1) минимума для одной щели является также условием минимума для решетки.

Из рис. 87 видно, что разность хода лучей от соседних щелей равна $\Delta = d \sin \varphi$. Следовательно, разность фаз

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi,$$

где λ — длина волны в данной среде.

Для тех направлений, для которых $\delta = \pm 2\pi m$, т. е.

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (25.2)$$

колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, вследствие чего амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна

$$A_{\max} = N A_\varphi, \quad (25.3)$$

где A_φ — амплитуда колебания, посыпанного одной щелью под углом φ .

Формула (25.2) определяет положения максимумов интенсивности, называемых главными. Число m дает так называемый порядок главного максимума. Максимум нулевого порядка только один, максимумов первого, второго и т. д. порядков бывает по два.

Возведя (25.3) в квадрат, получим, что интенсивность главных максимумов I_{\max} пропорциональна интенсивности I_φ , создаваемой в направлении φ одной щелью:

$$I_{\max} = N^2 I_\varphi. \quad (25.4)$$

Кроме минимумов, определяемых условием (25.1), в промежутках между соседними главными максимумами имеется по $(N - 1)$ -му добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления добавочных минимумов определяются условием:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda \quad (25.5)$$

$$(k' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots)$$

[k' принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, т. е. кроме тех, при которых условие (25.5) переходит в (25.2)].

Докажем справедливость этого условия на примерах $N = 5$ (N нечетное) и $N = 6$ (N четное). Если $N = 5$,

определенная (25.5) разность фаз для соседних щелей равна

$$\delta = \frac{2\pi}{5} k' \quad (k' = 1, 2, 3, 4, 6, 7, \dots).$$

На рис. 88 показано взаимное расположение векторов амплитуды колебаний от всех пяти щелей, получающееся при различных k' (начала векторов совмещены

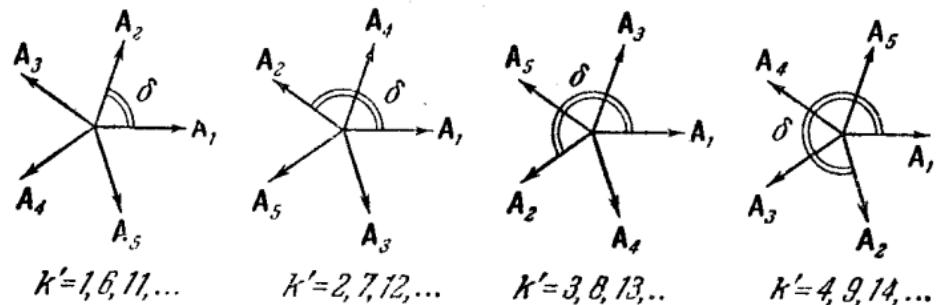


Рис. 88.

в одной точке). Очевидно, что во всех изображенных на рисунке случаях сумма векторов равна нулю (если начало каждого следующего вектора поместить в конец предыдущего, они образуют замкнутую фигуру — пятиугольник). Векторная диаграмма для $N = 6$ приведена

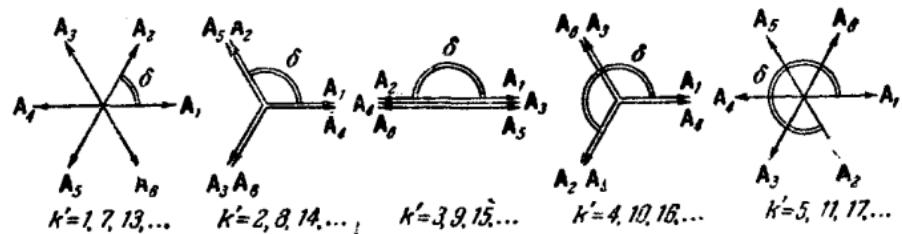


Рис. 89.

на рис. 89. Сумма векторов в этом случае, как легко видеть, также равна нулю. Аналогичный результат получается при любом числе щелей N .

Между дополнительными минимумами располагаются слабые вторичные максимумы. Число таких максимумов, приходящееся на промежуток между соседними главными максимумами, равно $N - 2$. Соответствующий расчет дает, что интенсивность вторичных максимумов не превышает $1/23$ интенсивности ближайшего главного максимума.

Таким образом, дифракционная картина, получающаяся от решетки, имеет вид, показанный на рис. 90 (рисунок выполнен для $N = 4$ и $d/b = 3$). Пунктирная кривая, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 [см. формулу (25.4)]. При взятом на рисунке отношении периода решетки к ширине щели ($d/b = 3$) главные максимумы 3-го, 6-го и т. д. порядков приходятся на минимумы интенсивности от одной щели, вследствие

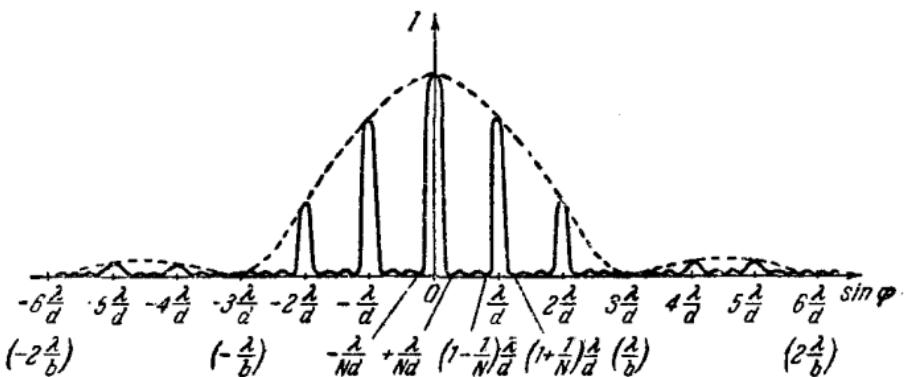


Рис. 90.

чего эти максимумы пропадают. Вообще из формул (25.1) и (25.2) вытекает, что главный максимум m -го порядка придется на k -й минимум от одной щели, если будет выполнено равенство: $m/d = k/b$, или $m/k = d/b$. Это возможно, если d/b равно отношению двух целых чисел r и s (практический интерес представляет случай, когда эти числа невелики). Тогда главный максимум r -го порядка наложится на s -й минимум от одной щели, максимум $2r$ -го порядка — на $2s$ -й минимум и т. д., в результате чего максимумы порядков r , $2r$, $3r$ и т. д. будут отсутствовать.

Количество наблюдающихся главных максимумов определяется отношением периода решетки d к длине волны λ . Модуль $\sin \phi$ не может превысить единицу. Поэтому из (25.2) вытекает, что

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (25.6)$$

Найдем угловую ширину центрального (нулевого) максимума. Положение примыкающих к нему дополнитель-

тельных минимумов определяется условием [см. (25.5)]: $d \sin \varphi = \pm \lambda/N$ (рис. 90). Следовательно, этим минимумам соответствуют значения $\varphi = \pm \arcsin(\lambda/Nd)$, откуда угловая ширина максимума

$$\delta\varphi_0 = 2 \arcsin \frac{\lambda}{Nd} \approx \frac{2\lambda}{Nd} \quad (25.7)$$

(при больших N величина λ/Nd значительно меньше единицы).

Положение дополнительных минимумов, примыкающих к главному максимуму m -го порядка, определяется условием: $d \sin \varphi = (m \pm 1/N)\lambda$. Отсюда для угловой ширины m -го максимума получается выражение:

$$\delta\varphi_m = \arcsin \left(m + \frac{1}{N} \right) \frac{\lambda}{d} - \arcsin \left(m - \frac{1}{N} \right) \frac{\lambda}{d}. \quad (25.8)$$

Обозначив $m\lambda/d = x$, а $\lambda/Nd = \Delta x$, формулу (25.8) можно записать следующим образом:

$$\delta\varphi_m = \arcsin(x + \Delta x) - \arcsin(x - \Delta x). \quad (25.9)$$

При большом числе щелей $\Delta x = \lambda/Nd$ будет очень мало. Поэтому можно положить $\arcsin(x \pm \Delta x) \approx \arcsin x \pm (\arcsin x)' \Delta x$. Подстановка этих значений в формулу (25.9) дает для $\delta\varphi_m$ приближенное значение:

$$\delta\varphi_m \approx 2(\arcsin x)' \Delta x = \frac{2\Delta x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2(\lambda/d)^2}} \frac{2\lambda}{Nd}. \quad (25.10)$$

При $m = 0$ эта формула переходит в (25.7).

Произведение Nd дает длину дифракционной решетки. Следовательно, угловая ширина главных максимумов обратно пропорциональна длине решетки. С увеличением порядка максимума m $\delta\varphi_m$ возрастает.

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального, разложатся в спектр, фиолетовый конец которого обращен к центру дифракционной картины, красный — наружу. Таким образом, дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор. Заметим, что в то время как стеклянная призма сильнее всего отклоняет фиолетовые лучи, дифракционная решетка, напротив, сильнее отклоняет красные лучи. На рис. 91 показаны

схематически спектры разных порядков, даваемые решеткой при пропускании через нее белого света. В центре лежит узкий максимум нулевого порядка; у него окрашены только края [дф₀ зависит от λ , см. формулу (25.7)]. По обе стороны от центрального максимума расположены два спектра 1-го порядка, затем два спектра 2-го порядка и т. д. Положения красного конца спектра m -го



Рис. 91.

порядка и фиолетового конца спектра $(m + 1)$ -го порядка определяются соотношениями:

$$\sin \Phi_{kp} = m \frac{0,76}{d}, \quad \sin \Phi_{fiol} = (m + 1) \frac{0,40}{d},$$

где d нужно брать в микронах. При условии, что

$$0,76m > 0,40(m + 1),$$

спектры m -го и $(m + 1)$ -го порядков частично перекрываются. Из неравенства получается $m > 10/9$. Следовательно, частичное перекрывание начинается со спектров 2-го и 3-го порядков (см. рис. 91, на котором для наглядности спектры разных порядков смешены друг относительно друга по вертикали).

Основными характеристиками любого спектрального прибора являются его дисперсия и разрешающая сила. Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на 1 \AA . Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн $\delta\lambda$, при которой две линии воспринимаются на спектре раздельно.

Угловой дисперсией называется величина:

$$D = \frac{\delta\Phi}{\delta\lambda}, \quad (25.11)$$

где $\delta\Phi$ — угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Чтобы найти угловую дисперсию дифракционной решетки, продифференцируем условие (25.2) главного

максимума слева по φ , а справа по λ . Опуская знак минус, получим:

$$d \cos \varphi \delta\varphi = m \delta\lambda,$$

откуда

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (25.12)$$

В пределах небольших углов $\cos \varphi \approx 1$ и

$$D \approx \frac{m}{d}. \quad (25.13)$$

Из полученного выражения следует, что угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решетки d . Чем выше порядок спектра, тем больше дисперсия.

Линейной дисперсией называют величину:

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda},$$

где δl — линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, отличающимися по длине волн на $\delta\lambda$.

Из рис. 92 видно, что при небольших φ имеем $\delta l \approx f' \delta\varphi$, где f' — фокусное расстояние линзы, собирающей дифрагирующие лучи на экране. Следовательно, линейная дисперсия может быть выражена через угловую дисперсию D :

$$D_{\text{лин}} = f' D.$$

Для дифракционной решетки (при небольших φ)

$$D_{\text{лин}} = f' \frac{m}{d}. \quad (25.14)$$

Возможность разрешения (т. е. раздельного восприятия) двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними (которое определяется дисперсией прибора), но также и от ширины спектрального максимума. На рис. 93 показана результирующая

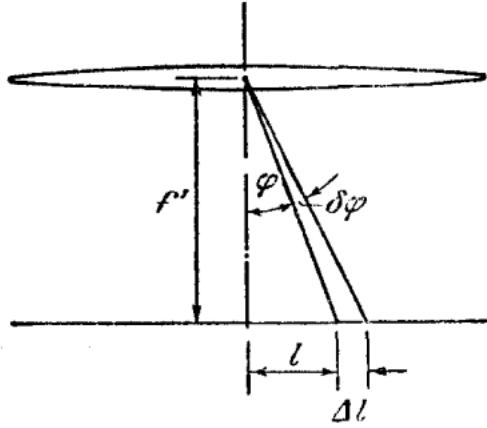


Рис. 92.

интенсивность (сплошные кривые), наблюдающаяся при наложении двух близких максимумов (пунктирные кривые). В случае *a* оба максимума воспринимаются как один. В случае *b* между максимумами лежит минимум. Согласно критерию, предложенному Рэлеем, спектральные линии считаются полностью разрешенными, если середина одного максимума совпадает с краем другого (рис. 93, *b*). В этом случае минимум между линиями составляет около 80% от максимумов. Такое взаимное расположение максимумов получается при определенном (для данного прибора)

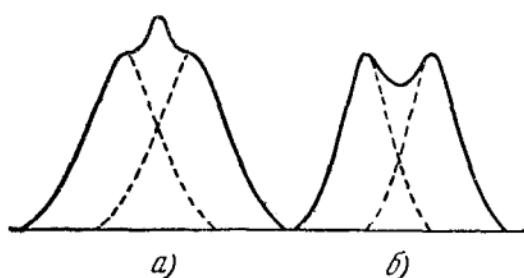


Рис. 93.

значении $\delta\lambda$. Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}. \quad (25.15)$$

Найдем разрешающую силу дифракционной решетки. Положение середины *m*-го максимума для длины волны λ_1 определяется условием:

$$d \sin \varphi_{\max} = m\lambda_1.$$

Края *m*-го максимума для длины волны λ_2 расположены под углами, удовлетворяющими соотношению:

$$d \sin \varphi_{\min} = \left(m \pm \frac{1}{N}\right) \lambda_2.$$

Середина максимума для длины волны $(\lambda + \delta\lambda)$ наложится на край максимума для длины волны λ в том случае, если

$$m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda,$$

откуда

$$m \delta\lambda = \frac{\lambda}{N}.$$

Решая это соотношение относительно $\lambda/\delta\lambda$, находим

$$R = mN. \quad (25.16)$$

Итак, разрешающая сила дифракционной решетки пропорциональна порядку спектра m и числу щелей N .

На рис. 94 сопоставлены дифракционные картины, получающиеся для двух спектральных линий с помощью решеток, отличающихся значениями D и R . Решетки I и II обладают одинаковой разрешающей силой (у них одинаковое N), но различной дисперсией (у решетки I d в два раза больше, соответственно дисперсия в два раза меньше, чем у решетки II). Решетки II и III имеют одинаковую дисперсию (у них одинаковые d), но различную разрешающую силу (у решетки III число штрихов N и разрешающая сила R в два раза меньше, чем у решетки II).

Дифракционные решетки бывают прозрачные и отражательные. Прозрачные решетки изготавливаются из стеклянных или кварцевых пластинок, на поверхность которых с помощью специальной машины наносится алмазным резцом ряд параллельных штрихов. Промежутки между штрихами служат щелями.

Отражательные решетки наносятся алмазным резцом на поверхность металлического зеркала. Теория отражательной дифракционной решетки ничем не отличается от теории прозрачной решетки. Свет падает на отражательную решетку наклонно. При этом решетка с периодом d действует, как при нормальном падении света действовала бы решетка с периодом $d \cos i$, где i — угол падения. Это позволяет наблюдать спектр при отражении света, например, от патефонной пластинки, имеющей всего несколько штрихов (канавок) на 1 мм, если расположить ее так, чтобы угол падения был близок к $\pi/2$. Роуланд изобрел вогнутую отражательную решетку, которая сама (без линзы) фокусирует дифракционные спектры.

Лучшие решетки имеют до 1200 штрихов на 1 мм ($d \approx 0,8 \text{ мк}$). Из формулы (25.6) следует, что спектры

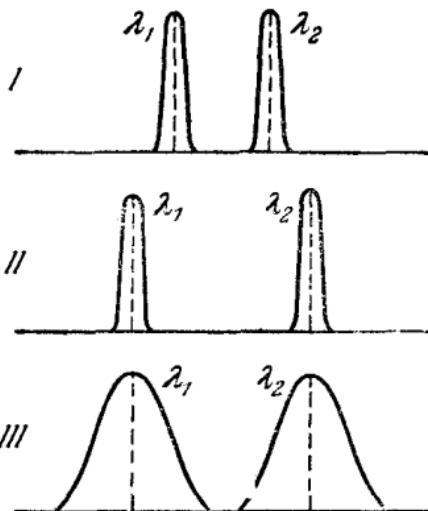


Рис. 94.

2-го порядка в видимом свете при таком периоде уже не наблюдаются. Общее число штрихов у подобных решеток достигает $2 \cdot 10^5$ (длина порядка 200 мкм). По формуле (25.12) для периода $d = 1 \text{ мкм}$ (10^4 \AA) в спектре 1-го порядка ($m = 1$) получается значение дисперсии, равное $10^{-4} \text{ рад}/\text{\AA}$. При фокусном расстоянии прибора $f' = 2 \text{ м}$ линейная дисперсия составляет $0,2 \text{ мм}/\text{\AA}$. Ширина видимого спектра 1-го порядка достигает в этом случае более 700 мкм.

§ 26. Дифракция рентгеновских лучей

Пусть две дифракционные решетки поставлены одна за другой так, что их штрихи взаимно перпендикулярны.

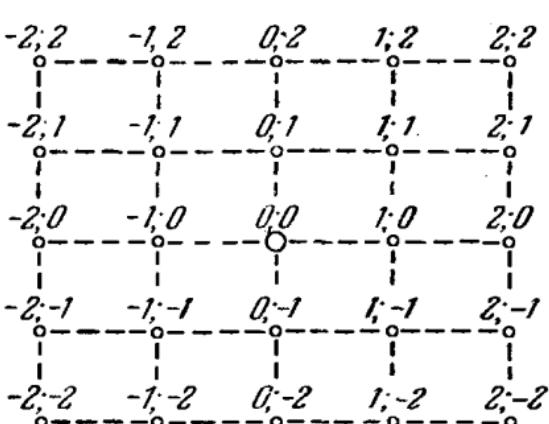


Рис. 95.

Тогда первая решетка (штрихи которой, скажем, вертикальны) даст в горизонтальном направлении ряд максимумов, положения которых определяются условием:

$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, 1, 2, \dots). \quad (26.1)$$

Вторая решетка (с горизонтальными штрихами) разобьет каждый из образовавшихся таким образом пучков на расположенные по вертикали максимумы, положения которых определяются условием:

$$d_2 \sin \varphi_2 = \pm m_2 \lambda \quad (m_2 = 0, 1, 2, \dots). \quad (26.2)$$

В итоге дифракционная картина будет иметь вид правильно расположенных пятен, каждому из которых соответствуют два целочисленных индекса m_1 и m_2 (рис. 95).

Тот же результат получится, если вместо двух раздельных решеток взять одну прозрачную пластинку с нанесенными на нее двумя системами взаимно перпендикулярных штрихов. Такая пластина представляет собой двумерную периодическую структуру (обычная решетка — одномерную структуру). Измерив углы φ_1 и φ_2 ,

определяющие положение максимумов, и зная длину волны λ , можно найти по формулам (26.1) и (26.2) периоды структуры d_1 и d_2 . Если направления, в которых структура периодична (например, направления, перпендикулярные к штрихам решеток), образуют угол α , отличный от $\pi/2$, дифракционные максимумы расположатся не в вершинах прямоугольников (как на рис. 95), а в вершинах параллелограммов. В этом случае по дифракционной картине можно определить не только периоды d_1 и d_2 , но и угол α .

Дифракционную картину, аналогичную изображенной на рис. 95, дают любые двумерные периодические структуры, например система небольших отверстий или система непрозрачных маленьких шариков.

Заметим, что для получения дифракционной картины нужно, чтобы период структуры d был больше λ . В противном случае условия (26.1) и (26.2) могут быть удовлетворены только при значениях m_1 и m_2 , равных нулю (модуль $\sin \phi$ не должен превосходить единицу).

Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, т. е. пространственных образованиях, обнаруживающих периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако период их ($\sim 10^{-4}$ мк) слишком мал для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. Условие $d > \lambda$ выполняется в случае кристаллов лишь для рентгеновских лучей. Впервые дифракция рентгеновских лучей от кристаллов наблюдалась в 1913 г. в опыте Лауз, Фридриха и Книппинга (Лауз принадлежит идея, остальным авторам — практическое осуществление опытов).

Найдем условия образования дифракционных максимумов от трехмерной структуры. Проведем в направлениях, по которым свойства структуры обнаруживают периодичность, координатные оси x , y и z (рис. 96). Пространственную структуру можно представить как совокупность параллельных линейных цепочек из структурных

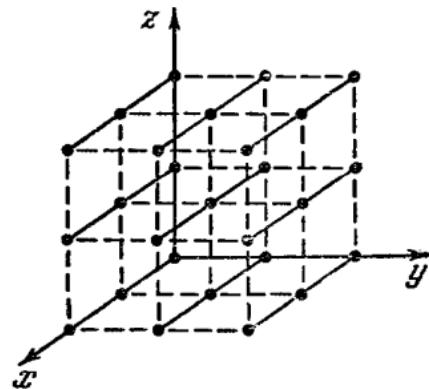


Рис. 96.

элементов, расположенных вдоль одной из координатных осей. Рассмотрим действие отдельной линейной цепочки, параллельной, например, оси x (рис. 97). Пусть на нее падает пучок параллельных лучей, образующих с осью x угол α_0 . Каждый структурный элемент является источником вторичных волн, распространяющихся во все стороны¹⁾.

Между соседними источниками имеется разность фаз $\delta_0 = 2\pi\Delta_0/\lambda$, где $\Delta_0 = d_1 \cos \alpha_0$ (d_1 — период структуры вдоль оси x). Кроме того, между вторичными волнами, распространяющимися в направлениях, образующих с осью x угол α (все такие направления лежат

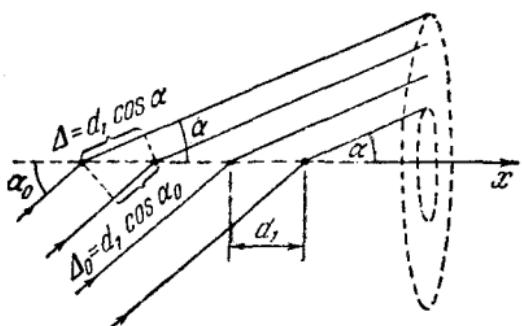


Рис. 97.

вдоль образующих конуса, осью которого служит ось x), возникает дополнительная разность хода $\Delta = d_1 \cos \alpha$. Колебания от соседних структурных элементов будут взаимно усиливаться для тех направлений, для которых

$$d_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, 1, 2, \dots). \quad (26.3)$$

Каждому значению m_1 соответствует свой конус направлений, вдоль которых получаются максимумы интенсивности от одной отдельно взятой цепочки, параллельной оси x . Ось этого конуса совпадает с осью x .

Условие максимума для цепочки, параллельной оси y , имеет вид:

$$d_2(\cos \beta - \cos \beta_0) = \pm m_2 \lambda \quad (m_2 = 0, 1, 2, \dots), \quad (26.4)$$

где d_2 — период структуры в направлении оси y , β_0 — угол между падающим пучком и осью y , β — угол, образуемый с осью y направлениями, вдоль которых получаются дифракционные максимумы. Каждому значению m_2 соответствует конус направлений, ось которого совпадает с осью y .

В направлениях, удовлетворяющих одновременно условиям (26.3) и (26.4), колебания от различных парал-

¹⁾ Под действием рентгеновского излучения каждый атом кристаллической решетки становится источником сферических волн той же частоты, что и падающая волна.

ельных оси x (либо оси y) цепочек, лежащих в одной плоскости, перпендикулярной к оси z , взаимно усиливают друг друга¹⁾ и получаются более интенсивные максимумы. Указанные направления лежат вдоль линий пересечения конусов направлений, один из которых определяется условием (26.3), второй — условием (26.4).

Наконец, для цепочки, параллельной оси z , направления максимумов определяются условием:

$$d_3(\cos \gamma - \cos \gamma_0) = \pm m_3 \lambda \quad (m_3 = 0, 1, 2, \dots), \quad (26.5)$$

где d_3 — период структуры в направлении оси z , γ_0 — угол между падающим пучком и осью z , γ — угол, образуемый с осью z направлениями, вдоль которых получаются максимумы интенсивности. Как и в предыдущих случаях, каждому значению m_3 соответствует конус направлений, осью которого является ось z .

В направлениях, удовлетворяющих одновременно условиям (26.3), (26.4) и (26.5), колебания от всех параллельных оси x , либо оси y , либо оси z цепочек взаимно усиливают друг друга²⁾. Следовательно, именно в этих направлениях получаются дифракционные максимумы от пространственной структуры. Направления этих максимумов лежат на линиях пересечения трех конусов, оси которых параллельны координатным осям.

Для удобства обозрения запишем все три условия еще раз вместе:

$$\left. \begin{aligned} d_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= \pm m_1 \lambda, \\ d_2(\cos \beta - \cos \beta_0) &= \pm m_2 \lambda, \quad (m_i = 0, 1, 2, \dots). \\ d_3(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= \pm m_3 \lambda \end{aligned} \right\} \quad (26.6)$$

Уравнения (26.6) носят название формул Лазэ. Каждому определяемому этими уравнениями направлению (α, β, γ) соответствуют три целочисленных индекса m_1, m_2 и m_3 . Наибольшее значение модуля разности косинусов равно 2. Следовательно, условия (26.6) могут быть выполнены при отличных от нуля значениях индексов m лишь в том случае, если λ не превышает $2d$.

¹⁾ Иначе говоря, взаимно усиливают друг друга колебания от структурных элементов, лежащих в одной и той же плоскости, перпендикулярной к оси z , и, следовательно, образующих двумерную структуру.

²⁾ Иначе говоря, взаимно усиливают друг друга колебания от всех элементов, образующих пространственную структуру.

Углы α , β и γ не являются независимыми. В случае, например, прямоугольной системы координат они связаны соотношением:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (26.7)$$

Таким образом, при заданных α_0 , β_0 , γ_0 и λ углы α , β , γ , определяющие направления максимумов, могут быть найдены путем решения системы из четырех уравнений. Если число уравнений превышает число неизвестных, система уравнений разрешима только при соблюдении определенных условий¹⁾. В нашем случае система оказывается разрешимой лишь для некоторых, вполне определенных длин волн (λ можно рассматривать как четвертое неизвестное, значения которого, получающиеся из решения системы, и дают те длины волн, для которых наблюдаются максимумы). Каждому такому значению λ соответствует, вообще говоря, только один максимум. Однако может получиться и несколько симметрично расположенных максимумов.

Если длина волны является фиксированной (монохроматическое излучение), систему уравнений можно сделать совместной, варьируя значения α_0 , β_0 и γ_0 , т. е. поворачивая пространственную структуру относительно направления падающего пучка.

При рассмотрении дифракции от трехмерной структуры мы не касались вопроса о том, каким образом лучи, идущие от различных структурных элементов, сходятся в одну точку экрана. В случае дифракции, наблюдаемой в видимом свете, это, как мы знаем, достигается с помощью линзы, в фокальной плоскости которой расположен экран. Для рентгеновских лучей осуществить линзу нельзя, так как показатель преломления этих лучей во всех веществах практически равен единице. Поэтому интерференция вторичных волн достигается путем использования весьма узких пучков лучей, которые и без линзы дают на экране (или фотопластинке) пятна очень малых размеров.

Русский ученый Ю. В. Вульф и английские физики У. Г. и У. Л. Брэгги показали независимо друг от друга, что расчет дифракционной картины от кристаллической

¹⁾ Только при соблюдении этих условий три конуса могут пересечься друг с другом по одной линии.

решетки можно провести также следующим простым способом. Проведем через узлы кристаллической решетки параллельные равноотстоящие плоскости (рис. 98). В дальнейшем мы будем называть их атомными слоями. Если падающая на кристалл волна плоская, огибающая вторичных волн, порождаемых атомами, лежащими в таком слое, также будет представлять собой плоскость. Таким образом, суммарное действие атомов, лежащих в одном слое, можно представить в виде плоской волны, отразившейся от усеянной атомами поверхности по обычным законам отражения. Плоские вторичные волны, отразившиеся от разных атомных слоев, когерентны и будут интерферировать между собой подобно волнам, посыпаемым в данном направлении различными щелями дифракционной решетки. При этом, как и в случае решетки, вторичные волны будут практически погашать друг друга во всех направлениях, кроме тех, для которых разность хода между соседними волнами является кратной λ . Из рис. 98 видно, что разность хода двух волн, отразившихся от соседних атомных слоев, равна $2d \sin \vartheta$, где d — период идентичности кристалла в направлении, перпендикулярном к рассматриваемым слоям, ϑ — угол, дополнительный к углу падения и называемый углом скольжения падающих лучей. Следовательно, направления, в которых получаются дифракционные максимумы, определяются условием:

$$2d \sin \vartheta = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (26.8)$$

Соотношение (26.8) называется формулой Вульфа — Брагга.

Атомные слои в кристалле можно провести множеством способов (рис. 99). Каждая система слоев может дать дифракционный максимум, если для нее окажется выполненным условие (26.8). Однако заметную интенсивность имеют лишь те максимумы, которые получаются за счет отражений от слоев, достаточно густо

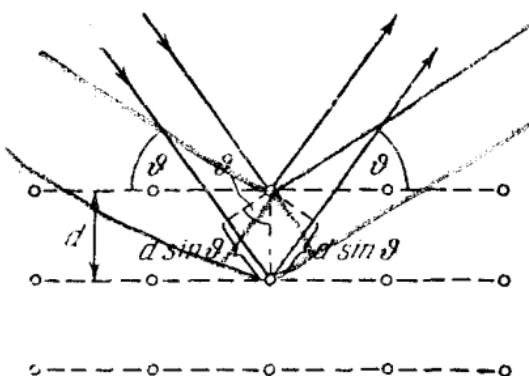


Рис. 98.

усеянных атомами (например, от слоев I и II на рис. 99).

Заметим, что расчет по формулам Лауз и расчет по формуле Вульфа — Брэгга приводят к совпадающим результатам.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения. Она используется для

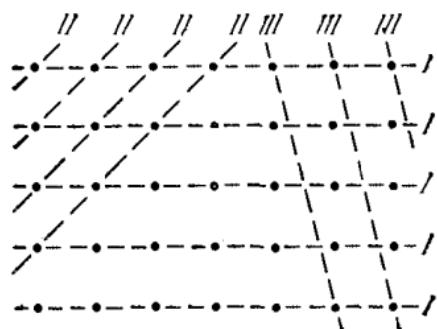


Рис. 99.

исследования спектрального состава рентгеновского излучения (рентгеновская спектроскопия) и для изучения структуры кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

Определяя направления максимумов, получающихся при дифракции исследуемого рентгеновского излучения от кристаллов с известной структурой, можно вычислить, например, по формуле (26.8) длины волн. Первоначально для определения длин волн были использованы кристаллы кубической системы, причем межплоскостные расстояния определялись из плотности и молекулярного веса кристалла.

В методе структурного анализа, предложенном Лауз, пучок рентгеновского излучения со сплошным спектром направляется на неподвижный монокристалл. Для каждой системы слоев, достаточно густо усеянных атомами, находится в излучении длина волны, при которой выполняется условие (26.8). Поэтому на поставленной за кристаллом фотопластинке получается (после проявления) совокупность черных пятнышек. Взаимное расположение пятнышек отражает симметрию кристалла. По расстояниям между пятнышками и по их интенсивности удается найти размещение атомов в кристалле и расстояния между ними. На рис. 100 приведена лаузограмма берилла (минерала из группы силикатов).

В методе структурного анализа, разработанном Дебаем и Шерером, используются монохроматическое рентгеновское излучение и поликристаллические образцы. Исследуемое вещество измельчается в порошок, из которого прессуется образец в виде проволочки. Образец устанавливается по оси цилиндрической камеры, на бо-

ковую поверхность которой укладывается фотопленка (рис. 101). В огромном количестве беспорядочно ориентированных кристалликов найдется множество таких,

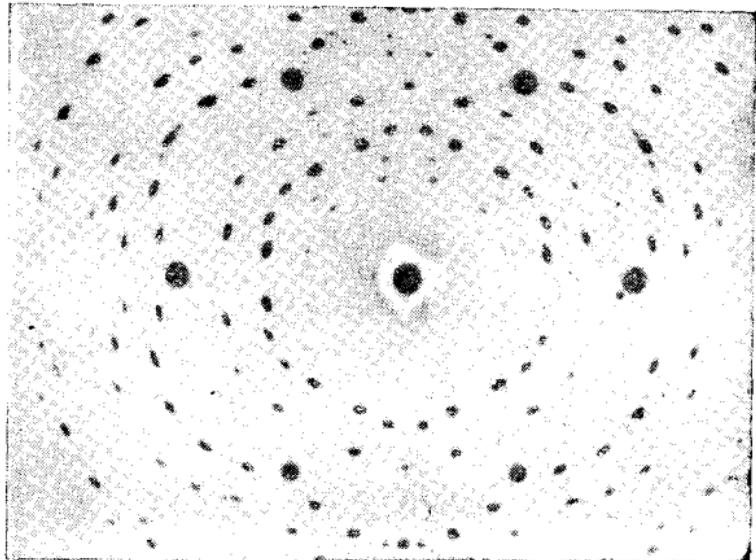


Рис. 100.

для которых окажется выполненным условие (26.8), причем дифрагированный луч будет для разных кристалликов лежать во всевозможных плоскостях. В результате

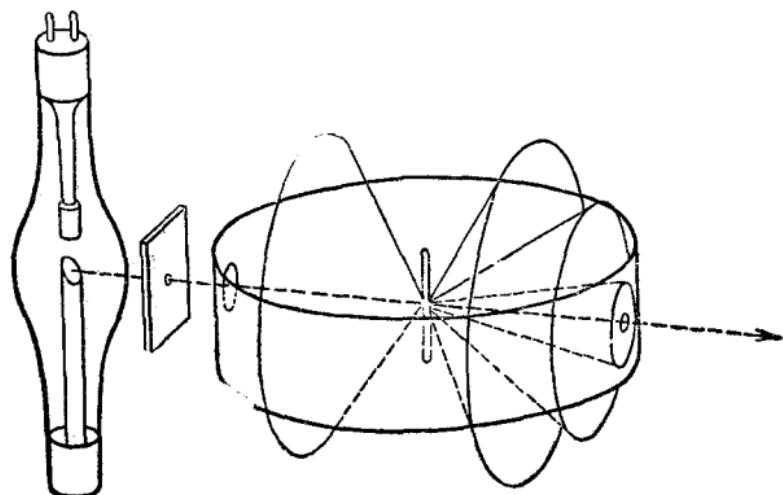


Рис. 101.

для каждой системы атомных слоев и каждого m получится не одно направление максимума, а конус направлений, ось которого совпадает с направлением

падающего пучка (рис. 101). Получающаяся на пленке картина (дебаеграмма) имеет вид, показанный на рис. 102. Каждая пара симметрично расположенных



Рис. 102.

линий соответствует одному из дифракционных максимумов, удовлетворяющих условию (26.8) при некотором значении m . Расшифровка рентгенограммы позволяет определить структуру кристалла.

§ 27. Разрешающая сила объектива

Картина, получающаяся на экране в случае дифракции Фраунгофера от круглого отверстия, имеет вид центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами (рис. 103). Соответствую-

щий расчет дает, что первый минимум находится на угловом расстоянии от центра дифракционной картины, равном

$$\Phi_{\min} = \arcsin 1,22 \frac{\lambda}{D}, \quad (27.1)$$

где D — диаметр отверстия [напомним, что для щели это расстояние равно $\arcsin(\lambda/b)$]. Если $D \gg \lambda$, формулу (27.1) можно упростить следующим образом:

$$\Phi_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (27.2)$$

Рис. 103.

Подавляющая часть (около 84%) светового потока, прошедшего через отверстие, попадает в область центрального светлого пятна. Интенсивность первого максимума составляет всего 1,74%, а второго — 0,41% от

интенсивности центрального максимума. Интенсивность остальных максимумов еще меньше. Поэтому в первом приближении дифракционную картину можно считать состоящей из одного лишь светлого пятна с угловым радиусом, определяемым формулой (27.2). Это пятно является по существу изображением бесконечно удаленного точечного источника света (на отверстие падает плоская световая волна).

Дифракционная картина не зависит от расстояния между отверстием и линзой. В частности, она остается такой же и в случае, когда края отверстия совмещены с краями линзы. Отсюда вытекает, что самая совершенная линза не может дать идеального оптического изображения. Вследствие волновой природы света изображение точки, даваемое линзой, имеет вид пятнышка, представляющего собой центральный максимум дифракционной картины. Угловой размер этого пятнышка уменьшается с ростом диаметра оправы линзы D .

При очень малом угловом расстоянии между двумя точками их изображения, получающиеся с помощью какого-либо оптического прибора, наложатся друг на друга и дадут одно светящееся пятно. Следовательно, две очень близкие точки не будут восприниматься прибором раздельно или, как говорят, не будут разрешаться прибором. Поэтому, как бы ни было велико по размерам изображение, на нем не будут видны соответствующие детали. Именно это мы имели в виду, когда писали в § 14, что предел увеличению, даваемому микроскопом, кладется волновой природой света.

Обозначим через $\delta\phi$ наименьшее угловое расстояние между двумя точками, при котором они еще разрешаются оптическим прибором. Величина, обратная $\delta\phi$, называется разрешающей силой прибора:

$$R = \frac{1}{\delta\phi}. \quad (27.3)$$

Найдем разрешающую силу объектива зрительной трубы или фотоаппарата для случая, когда рассматриваются или фотографируются очень удаленные предметы. При этом условии лучи, идущие в объектив от каждой точки предмета, можно считать параллельными и пользоваться формулой (27.2). Согласно критерию Рэлея две близкие точки будут еще разрешены, если середина

центрального дифракционного максимума для одной точки совпадет с краем центрального максимума (т. е. первым минимумом) для второй точки (см. рис. 93, б, который применим и к данному случаю). Из рис. 104 видно, что это произойдет, если угловое расстояние между точками $\delta\phi$ окажется равным угловому радиусу (27.2)

центрального максимума. Следовательно,

$$\delta\phi = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

или

$$R = \frac{D}{1,22\lambda}, \quad (27.4)$$

где D — диаметр оправы (или входного зрачка) объектива.

Как следует из формулы (27.4), разрешающая сила объектива тем больше, чем больше его диаметр.

Диаметр зрачка глаза при нормальном освещении составляет примерно 2 м.м. Подставив это значение в формулу (27.4) и взяв $\lambda = 0,5 \text{ мк} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$, получим:

$$\delta\phi = 1,22 \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2} = 0,305 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 1'.$$

Таким образом, минимальное угловое расстояние между точками, при котором глаз воспринимает их еще раздельно, равно одной угловой минуте. Любопытно, что расстояние между соседними светочувствительными элементами сетчатки глаза соответствует этому угловому расстоянию.

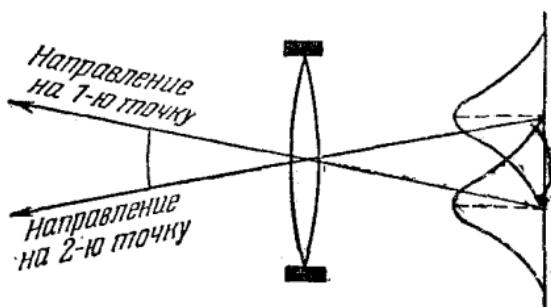


Рис. 104.

ГЛАВА V

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§ 28. Естественный и поляризованный свет

Электромагнитные волны, как мы знаем, поперечны (см. т. II, § 110). Вместе с тем световые волны обычно не обнаруживают асимметрии относительно направления распространения (луча). Это обусловлено тем, что в естественном свете имеются колебания, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу (рис. 105). В § 17 было указано, что световая волна слагается из множества цугов волн, испускаемых отдельными атомами. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайным образом. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений представлены с равной вероятностью.

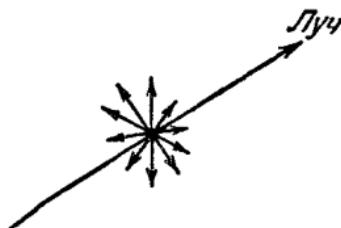


Рис. 105.

В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Свет, в котором направления колебаний упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости (рис. 106), свет называют плоско- (или прямолинейно-) поляризованным. Плоскость, в которой колеблется световой вектор (т. е. вектор напряженности электрического поля E), мы будем называть плоскостью колебаний. По историческим причинам плоскостью поляризации была названа не плоскость, в которой колеблется вектор E ,

а перпендикулярна к ней плоскость. Определенная таким образом плоскость поляризации обладает меньшей наглядностью, чем плоскость колебаний. Поэтому в дальнейшем мы термином «плоскость поляризации» пользоваться не будем.

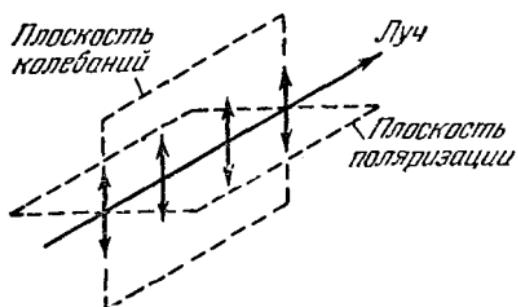


Рис. 106.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых поляризаторами. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которую мы будем называть плоскостью поляризатора, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости. Колебание амплитуды A , совершающееся в плоскости, образующей угол φ с плоскостью поляризатора, можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{\parallel} = A \cos \varphi$ и $A_{\perp} = A \sin \varphi$ (рис. 107; луч

выйдет из поляризатора в направлении, перпендикулярном к плоскости рисунка).

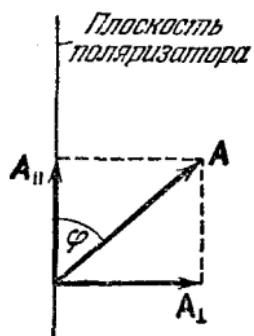


Рис. 107.

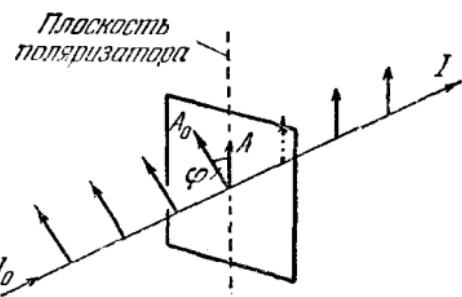


Рис. 108.

перпендикулярен к плоскости рисунка). Первое колебание пройдет через прибор, второе будет задержано. Интенсивность прошедшей волны пропорциональна $A_{\parallel}^2 = A^2 \cos^2 \varphi$, т. е. равна $I \cos^2 \varphi$, где I — интенсивность колебания с амплитудой A . Следовательно, колебание, параллельное плоскости поляризатора, несет с собой долю интенсивности, равную $\cos^2 \varphi$. В естественном свете все значения φ равновероятны. Поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему зна-

чению $\cos^2 \phi$, т. е. $1/2$. При вращении поляризатора вокруг направления естественного луча интенсивность прошедшего света остается одной и той же, изменяется лишь ориентация плоскости колебаний света, выходящего из прибора.

Пусть на поляризатор падает плоскополяризованный свет амплитуды A_0 и интенсивности I_0 (рис. 108). Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой $A = A_0 \cos \phi$, где ϕ — угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора. Следовательно, интенсивность прошедшего света I определяется выражением:

$$I = I_0 \cos^2 \phi. \quad (28.1)$$

Соотношение (28.1) носит название закона Малюса.

Поставим на пути естественного луча два поляризатора, плоскости которых образуют угол ϕ . Из первого поляризатора выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_0 составит половину интенсивности естественного света $I_{\text{ест}}$. Согласно закону Малюса из второго поляризатора выйдет свет интенсивности $I_0 \cos^2 \phi$. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cdot \cos^2 \phi. \quad (28.2)$$

Максимальная интенсивность, равная $1/2 I_{\text{ест}}$, получается при $\phi = 0$ (поляризаторы параллельны). При $\phi = \pi/2$ интенсивность равна нулю — скрещенные поляризаторы света не пропускают.

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется частично поляризованным. Такой свет можно рассматривать как смесь естественного и плоско-поляризованного. Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от I_{\max} до I_{\min} , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол $\phi = \pi/2$ (за один полный поворот два раза будет достигаться максимальное

и два раза минимальное значение интенсивности). Степень поляризации называют выражение:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (28.3)$$

Для плоскополяризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$.

Рассмотрим две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны. Пусть колебания в одной волне совершаются вдоль оси x (рис. 109), во второй — вдоль оси y (оси x и y лежат в перпендикулярной к лучу плоскости).

Проекции световых векторов этих волн на соответствующие оси изменяются по закону:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= A_1 \cos \omega t, \\ E_y &= A_2 \cos (\omega t + \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (28.4)$$

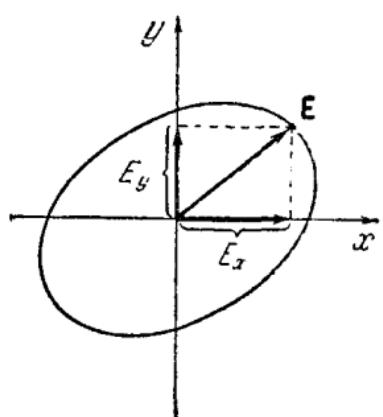


Рис. 109.

Величины E_x и E_y представляют собой координаты конца результирующего светового вектора \mathbf{E} (см. рис. 109). Из учения о механических колебаниях

(см. т. I, § 71) мы знаем, что два взаимно перпендикулярных гармонических колебания одинаковой частоты при сложении дают в общем случае движение по эллипсу (в частности может получиться движение по прямой или по окружности). Аналогично, точка с координатами (28.4), т. е. конец вектора \mathbf{E} , движется по эллипсу. Следовательно, две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении друг на друга дают волну, в которой световой вектор (вектор \mathbf{E}) изменяется со временем так, что конец его описывает эллипс. Такой свет называется эллиптически поляризованным. При разности фаз α , кратной π , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При разности фаз, равной нечетному числу $\pi/2$, и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность. В этом случае получается свет, поляризованный по кругу.

Заметим, что частично поляризованный и естественный свет также можно представить как наложение двух плоскополяризованных волн с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. Однако эти волны не когерентны, значение α в (28.4) все время меняется, вследствие чего направление результирующего вектора \mathbf{E} изменяется беспорядочным образом. В случае естественного света амплитуды складываемых волн должны быть одинаковыми, в случае частично поляризованного света — разными.

В зависимости от направления вращения вектора \mathbf{E} различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию. Если по отношению к направлению, противоположному направлению луча, вектор \mathbf{E} вращается по часовой стрелке, поляризация называется правой, в противном случае — левой.

Пусть эллиптически поляризованный свет падает на поляризатор. Прибор пропускает составляющую \mathbf{E}_{\parallel} вектора \mathbf{E} по направлению плоскости поляризатора (рис. 110). Максимальное значение этой составляющей достигается в точках 1 и 2. Следовательно, амплитуда вышедшего из прибора плоскополяризованного света равна длине отрезка $O1'$. Вращая поляризатор вокруг направления луча, мы будем наблюдать изменения интенсивности в пределах от I_{\max} (получающейся при совпадении плоскости поляризатора с большой полуосью эллипса) до I_{\min} (получающейся при совпадении плоскости поляризатора с малой полуосью эллипса). Такой же характер изменения интенсивности света при вращении поляризатора получается в случае частично поляризованного света. В случае света, поляризованного по кругу, вращение поляризатора не сопровождается (как и в случае естественного света) изменением интенсивности света, прошедшего через прибор.

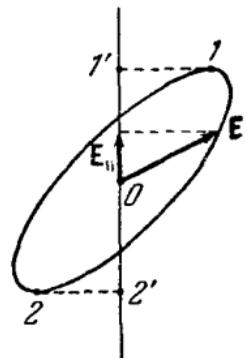


Рис. 110.

§ 29. Поляризация при отражении и преломлении

Если угол падения света на границу раздела двух диэлектриков (например, на поверхность стеклянной пластиинки) не равен нулю, отраженный и преломленный

лучи оказываются частично поляризованными¹). В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения (на рис. 111 эти колебания обозначены точками), в преломленном луче — колебания, параллельные плоскости падения (на рисунке они изображены двусторонними стрелками). Степень поляризации зависит от угла падения. При угле падения, удовлетворяющем условию

$$\operatorname{tg} i_B = n_{12} \quad (29.1)$$

(где n_{12} — показатель преломления второй среды относительно первой), отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения). Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном i_B , достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

Соотношение (29.1) носит название закона Брюстера. Угол i_B называют углом Брюстера или углом полной поляризации. Легко проверить, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

Степень поляризации отраженного и преломленного лучей при различных углах падения получается из решения уравнений Максвелла с учетом условий на границе диэлектриков. К числу этих условий принадлежат: равенство тангенциальных составляющих векторов **E** и **H** по обе стороны границы раздела (с одной стороны нужно брать сумму соответствующих векторов для падающей и отраженной волн, с другой — вектор для преломленной волны) и равенство нормальных составляющих векторов **D** и **B** [см. т. II, формулы (17.1), (17.3), (45.1) и (45.3)]. В результате получаются следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} (A'_1)_\perp &= -(A_1)_\perp \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}, \\ (A_2)_\perp &= (A_1)_\perp \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}, \\ (A'_1)_\parallel &= (A_1)_\parallel \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}, \\ (A_2)_\parallel &= (A_1)_\parallel \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}, \end{aligned} \right\} \quad (29.2)$$

¹) При отражении от проводящей поверхности (например, от поверхности металла) получается эллиптически поляризованный свет.

где $(A_1)_{\perp}$, $(A'_1)_{\perp}$ и $(A_2)_{\perp}$ — амплитуда¹⁾ составляющей светового вектора, перпендикулярной к плоскости падения, соответственно в падающем, отраженном и преломленном лучах; $(A_1)_{\parallel}$, $(A'_1)_{\parallel}$ и $(A_2)_{\parallel}$ — аналогичные величины для составляющих, параллельных плоскости падения; i_1 — угол падения, i_2 — угол преломления.

Точно такие же формулы для амплитуд световых колебаний были получены Френелем на основе представления о свете как об упругих волнах, распространяющихся в эфире. Поэтому соотношения (29.2) называют формулами Френеля.

Третья из формул (29.2) дает, что при $i_1 + i_2 = \pi/2$ (что соответствует углу Брюстера) амплитуда составляющей, параллельной плоскости падения, для отраженного луча обращается в нуль. Таким образом, из формул Френеля непосредственно вытекает закон Брюстера.

При малых углах падения синусы и тангенсы в формулах (29.2) можно заменить самими углами, а косинусы считать равными 1. Кроме того, в этом случае можно положить $i_1 = n_{12}i_2$ (это следует из закона преломления после замены синусов углами). В результате формулы Френеля для малых углов падения принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} (A'_1)_{\perp} &= - (A_1)_{\perp} \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} = - (A_1)_{\perp} \frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1}, \\ (A_2)_{\perp} &= (A_1)_{\perp} \frac{2i_2}{i_1 + i_2} = (A_1)_{\perp} \frac{2}{n_{12} + 1}, \\ (A'_1)_{\parallel} &= (A_1)_{\parallel} \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} = (A_1)_{\parallel} \frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1}, \\ (A_2)_{\parallel} &= (A_1)_{\parallel} \frac{2i_2}{i_1 + i_2} = (A_1)_{\parallel} \frac{2}{n_{12} + 1}. \end{aligned} \right\} \quad (29.3)$$

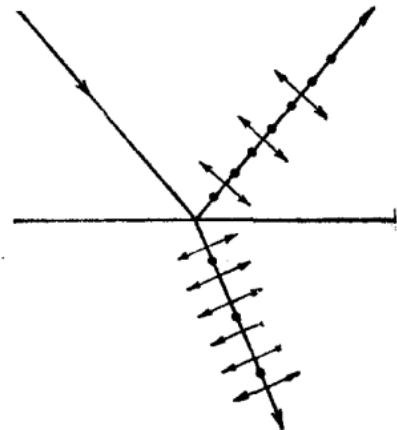


Рис. III.

Возведя уравнения (29.3) в квадрат и умножив получившиеся значения на показатель преломления

¹⁾ Точнее — максимальное значение проекции. Знак минус в первой из формул отражает скачок фазы на π при отражении от оптически более плотной среды (см. § 16).

соответствующей среды, получим отношения между интенсивностями падающего, отраженного и преломленного лучей для случая малых углов падения [см. формулу (16.8)]. При этом, например, интенсивность отраженного света I'_1 можно вычислять как сумму интенсивностей обеих составляющих $(I'_1)_{\perp}$ и $(I'_1)_{\parallel}$, так как эти составляющие в естественном свете не когерентны [в случае некогерентных волн складываются не амплитуды, а интенсивности, см. формулу (17.1)]. В итоге получается:

$$\left. \begin{aligned} I'_1 &= I_1 \left(\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2, \\ I_2 &= n_{12} I_1 \left(\frac{2}{n_{12} + 1} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (29.4)$$

Взяв отношение интенсивности отраженного света I'_1 к интенсивности падающего света I_1 , получим коэффициент отражения ρ данной поверхности. В соответствии с (29.4)

$$\rho = \left(\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2 \quad (29.5)$$

[ср. с формулой (16.13)].

Физическая суть явлений, приводящих к поляризации отраженного и преломленного лучей, заключается в следующем. Предположим для простоты, что отражение и преломление происходит на границе диэлектрика с вакуумом. Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, заставляет входящие в состав атомов электрические заряды совершать вынужденные колебания. Колеблющиеся заряды излучают электромагнитные волны (см. т. II, § 114), которые мы назовем вторичными. Вне диэлектрика вторичные волны, налагаясь друг на друга, дают отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с падающей (первой) волной. Результирующая первичная и вторичная волны дает преломленную волну. Вынужденные колебания зарядов совершаются в направлении вектора \mathbf{E} этой результирующей волны.

Рассмотрим один из зарядов, излучающих вторичную волну. Разложим колебание этого заряда на два колебания, одно из которых совершается в плоскости падения (на рис. 112 это колебание изображено сплошной двусторонней стрелкой), второе — в направлении, пер-

пендикулярном к этой плоскости (оно изображено пунктирной двусторонней стрелкой). Каждому из колебаний соответствует плоскополяризованная вторичная волна. Излучение колеблющегося заряда имеет направленный характер (см. т. II, рис. 246). Сильнее всего заряд излучает в направлениях, перпендикулярных к направлению колебаний; в направлении колебаний заряд не излучает. Сплошные и пунктирные лепестки на рис. 112 изображают диаграммы направленности соответствующих колебаний. Из рисунка видно, что в направлении отраженного луча интенсивность волны с плоскостью колебаний, перпендикулярной к плоскости падения (пунктирный лепесток), намного превышает интенсивность волны, в которой вектор E колеблется в плоскости падения (сплошной лепесток). Следовательно, в отраженном луче колебания, перпендикулярные к плоскости падения, преобладают над колебаниями иных направлений — отраженный луч будет частично поляризован. При падении света под углом Брюстера направление колебаний заряда, параллельных плоскости падения (сплошная двусторонняя стрелка), совпадает с направлением отраженного луча, так что интенсивность излучения волны с соответствующим направлением поляризации обращается в нуль — отраженный луч оказывается полностью поляризованным.

В естественном падающем луче интенсивность колебаний различных направлений одинакова. Энергия этих колебаний распределяется между отраженной и преломленной волной. Поэтому, если в отраженном луче будет больше интенсивность колебаний одного направления, то в силу закона сохранения энергии в преломленном луче должна быть больше интенсивность колебаний другого направления. Отсюда следует, что преломленный луч будет частично поляризован.

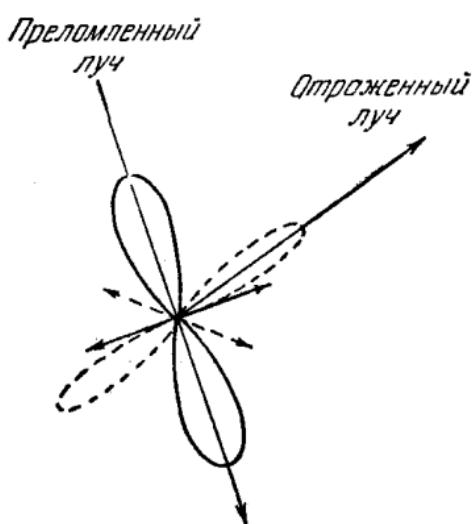


Рис. 112

Поляризация происходит также при рассеянии света на частицах, значительно меньших длины световой волны. Рассеиваемый пучок света вызывает в частицах колебания зарядов, направления которых лежат в плоскости,

перпендикулярной к пучку (рис. 113). Колебания вектора E во вторичной волне происходят в плоскости, проходящей через направление колебаний зарядов (см. т. II, рис. 245). Поэтому свет, рассеиваемый частицами в направлениях, перпендикулярных к пучку, будет полностью поляризован.

В направлениях, образующих с пучком угол, отличный от $\pi/2$, рассеянный свет поляризован только частично.

§ 30. Поляризация при двойном лучепреломлении

При прохождении света через некоторые кристаллы световой луч разделяется на два луча. Это явление, получившее название двойного лучепреломления, было наблюдено в 1670 г. Эразмом Бартоломином для исландского шпата (разновидность углекислого кальция, CaCO_3 — кристаллы гексагональной системы). При двойном лучепреломлении один из лучей удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью. Этот луч называется обычным и обозначается на чертежах буквой o . Для другого луча, называемого необыкновенным (его принято обозначать буквой e), отношение $\sin i_1 / \sin i_2$ не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальному падении необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от первоначального направления (рис. 114). Кроме того, необыкновенный

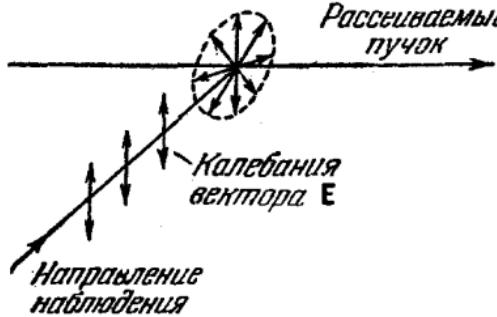


Рис. 113.

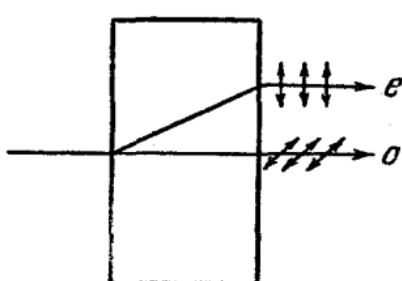


Рис. 114.

луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности.

Явление двойного лучепреломления наблюдается для всех прозрачных кристаллов, за исключением принадлежащих к кубической системе. У так называемых односных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью. Это направление называется оптической осью кристалла. Следует иметь в виду, что оптическая ось — это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется главным сечением или главной плоскостью кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей с помощью, например, стеклянного зеркала показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (см. рис. 114). Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. По выходе из кристалла оба луча отличаются друг от друга только направлением поляризации, так что названия «обыкновенный» и «необыкновенный» луч имеют смысл только внутри кристалла.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется дихроизмом. Весьма сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм. Таким же свойством обладает поляроид — цефалулонидная пленка, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов сульфата ѹодистого хинина (в этих кристаллах один из лучей поглощается на пути примерно в 0,1 мм). Следовательно, поляроид может быть использован в качестве поляризатора.

Большое распространение получил поляризатор, называемый призмой Николя (или сокращенно просто николем). Он представляет собой призму из исландского шпата (рис. 115), разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом¹). Показатель преломления канадского бальзама n лежит между показателями преломления n_o и n_e обычного и необыкновенного лучей в кристалле ($n_o > n > n_e$). Угол

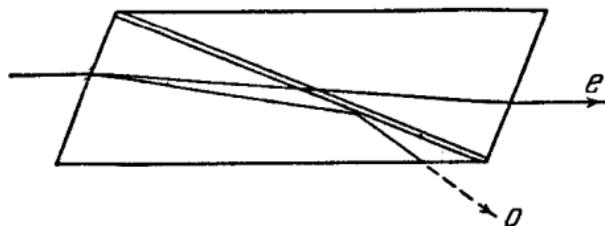


Рис. 115.

падения оказывается таким, что обычный луч претерпевает на прослойке бальзама полное внутреннее отражение и отклоняется в сторону, необыкновенный же луч свободно проходит через эту прослойку и выходит из призмы.

Помимо одноосных кристаллов (таких как исландский шпат, турмалин, кварц) существуют двуосные кристаллы (например, слюда, гипс), у которых имеется два направления, в которых свет не разделяется на два луча. В таких кристаллах оба луча необыкновенные — показатели преломления для них зависят от направления в кристалле.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы зависимость от направления обнаруживает, в частности, диэлектрическая проницаемость ϵ . В одноосных кристаллах ϵ в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней, имеет различные значения ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} . В других направлениях ϵ имеет промежуточные значения. Если значения ϵ для разных направлений

¹⁾ Канадским бальзамом называется смелообразное вещество, добываемое из канадской пихты. Показатель преломления этого вещества близок к показателю преломления стекла, поэтому канадский бальзам применяется для склеивания стеклянных частей в оптических приборах.

в одноосном кристалле изображать отрезками, отложенными по этим направлениям из некоторой точки, то концы отрезков расположатся по поверхности эллипсоида вращения, ось симметрии которого совпадает с оптической осью кристалла. На рис. 116 показано сечение этого эллипсоида главной плоскостью кристалла.

В § 16 было показано, что

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

[см. формулу (16.6)]. Следовательно, из анизотропии ϵ вытекает, что электромагнитным волнам с различными направлениями колебаний вектора E соответствуют разные значения показателя преломления n . Поэтому скорость световых волн в кристалле будет зависеть от направления колебаний светового вектора E .

Выше было указано, что в обыкновенном луче колебания светового вектора происходят в направлении,

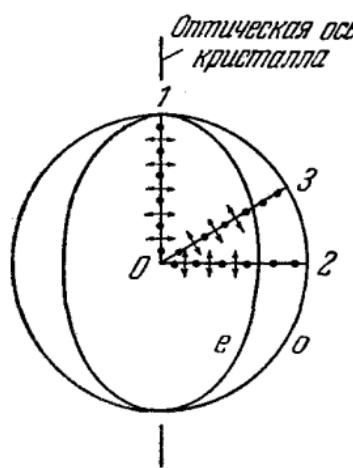


Рис. 117.

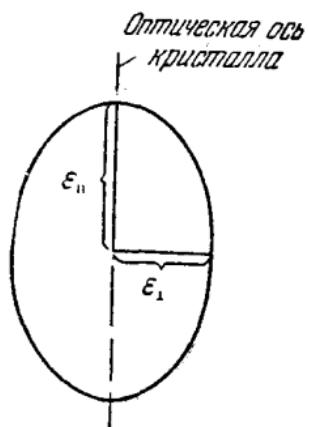


Рис. 116.

перпендикулярном к главному сечению кристалла (на рис. 117 эти колебания изображены точками на соответствующем луче). Поэтому при любом направлении обыкновенного луча (на рисунке указаны три направления: 1, 2 и 3) вектор E образует с оптической осью кристалла прямой угол и скорость световой волны будет одна и та же, равная $v_o = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}$. Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям, мы получим сферическую по-

верхность. На рис. 117 показано пересечение этой поверхности с плоскостью чертежа. Такая картина, как на рисунке, наблюдается в любом главном сечении, т. е. в любой плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла. Представим себе, что в точке O кристалла

помещается точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет не что иное, как волновая поверхность обыкновенных лучей в кристалле.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направления колебаний вектора \mathbf{E} (на рис. 117 эти направления изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью разные углы α . Для луча 1 угол $\alpha = \pi/2$, вследствие чего скорость равна $v_o = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}$, для луча 2 угол $\alpha = 0$ и скорость равна $v_e = c/\sqrt{\epsilon_{\parallel}}$. Для луча 3 скорость имеет промежуточное значение. Таким образом, волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью кристалла сфера и эллипсоид соприкасаются.

Величина $n_o = c/v_o$ называется показателем преломления обыкновенного луча, величина $n_e = c/v_e$ — показателем преломления необыкновенного луча. Следовательно, под n_e подразумевается показатель преломления необыкновенного луча для направления распространения, перпендикулярного к оптической оси кристалла.

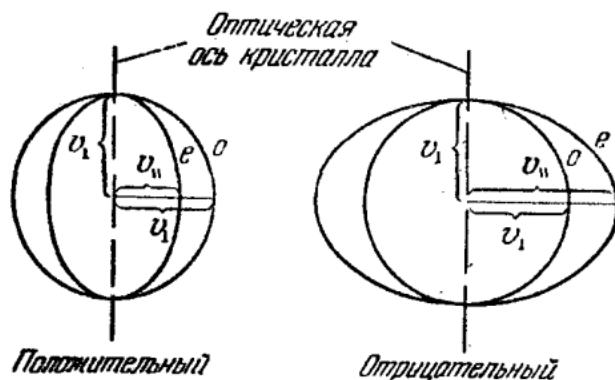


Рис. 118.

В зависимости от того, какая из скоростей, v_o или v_e , больше, различают положительные и отрицательные однодиосные кристаллы (рис. 118). У положительных кристаллов $v_e < v_o$ (это означает, что $n_e > n_o$). У отрицательных кристаллов $v_e > v_o$ ($n_e < n_o$). Легко запомнить, какие кристаллы называются положительными, а какие отрицательными. У положительных кристаллов эллип-

соид скоростей вытянут по вертикали, что соответствует вертикальному штриху в знаке «+», у отрицательных кристаллов эллипсоид растянут по горизонтали, ассоциируясь с горизонтальной чертой — знаком «—».

Зная вид волновых поверхностей, можно с помощью принципа Гюйгенса определять направления обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле. На рис. 119 построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центром в точке 2, лежащей на поверхности кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт достигает точки 1. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками 1 и 2, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Преломленный луч *o* или *e*, выходящий из точки 2, проходит через точку касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью.

Ранее при рассмотрении распространения света в изотропных средах мы всегда наблюдали, что направление, в котором распространяется энергия световой волны (т. е. луч), совпадает с нормалью к волновой поверхности. Как следует из рис. 119, то же самое наблюдается для обыкновенного луча *o*. Однако необыкновенный луч *e* заметно отклоняется от нормали к соответствующей волновой поверхности. Таким образом, в случае анизотропных сред понятие луча должно быть уточнено: под лучом следует понимать направление, в котором переносится световая энергия.

На рис. 120 изображены три случая нормального падения света на поверхность кристалла, отличающиеся направлением оптической оси кристалла. В случае *a* лучи *o* и *e* распространяются вдоль оптической оси и поэтому идут не разделяясь. Рис. 120, *b* показывает, что даже при нормальном падении света на преломляющую

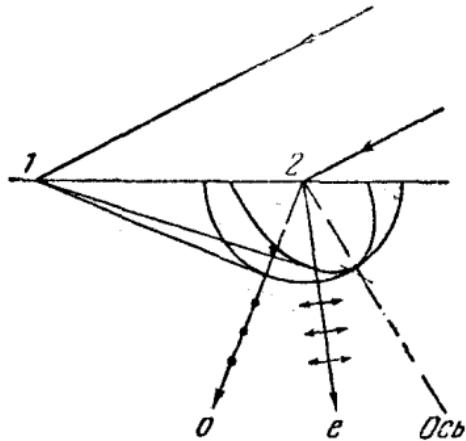


Рис. 119.

поверхность необыкновенный луч может отклониться от нормали к этой поверхности (ср. с рис. 114). На рис. 120, *a* оптическая ось кристалла параллельна преломляющей поверхности. В этом случае при нормальном падении света обычный *o* и необыкновенный *e* лучи идут по одному и тому же направлению, но они распространяются с разной скоростью, вследствие чего

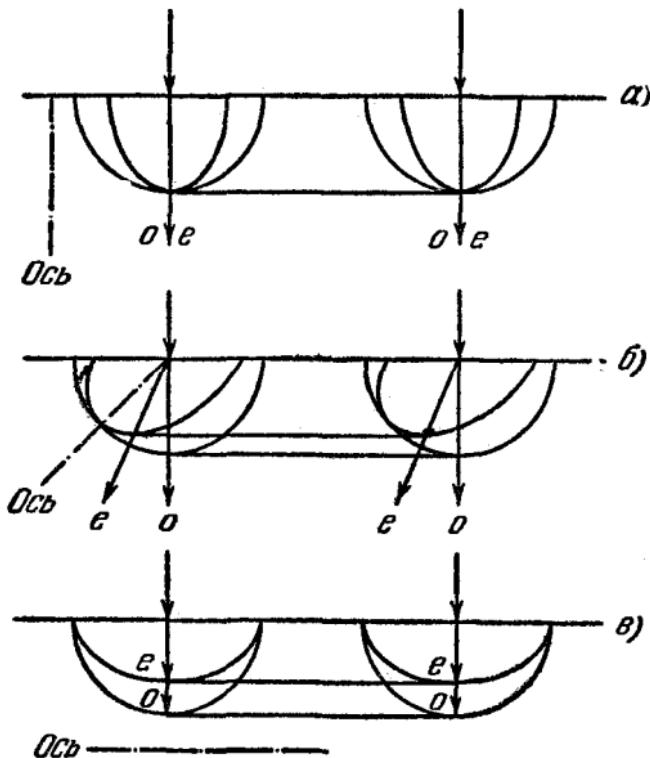


Рис. 120.

между ними возникает все возрастающая разность фаз. Характер поляризации обычного и необыкновенного лучей на рис. 120 не указан. Он таков же, как для лучей, изображенных на рис. 119.

§ 31. Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая поляризация

При наложении двух когерентных лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, никакой интерференционной картины, с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности, не наблюдается. Интерференция возникает только

в том случае, если колебания во взаимодействующих лучах совершаются вдоль одного и того же направления. Направления колебаний в двух лучах, первоначально поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, можно свести в одну плоскость, пропустив эти лучи через поляризационное устройство, установленное так, чтобы его плоскость не совпадала с плоскостью колебаний ни одного из лучей.

Рассмотрим, что получается при наложении вышедших из кристаллической пластиинки обыкновенного и необыкновенного лучей. При нормальном падении света

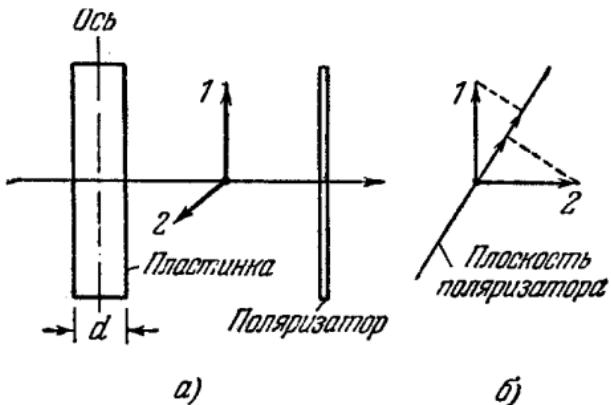


Рис. 121.

на параллельную оптической оси грань кристалла обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь, но с различной скоростью. В связи с этим между ними возникает разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e) d \quad (31.1)$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{(n_o - n_e) d}{\lambda_0} 2\pi, \quad (31.2)$$

где d — путь, пройденный лучами в кристалле, λ_0 — длина волны в вакууме [см. формулы (17.3) и (17.4)].

Таким образом, если пропустить естественный свет через вырезанную параллельно оптической оси кристаллическую пластиинку толщины d (рис. 121, а), из пластиинки выйдут два поляризованных во взаимно

перпендикулярных плоскостях луча 1 и 2¹), между которыми будет существовать разность фаз (31.2). Поставим на пути этих лучей какой-нибудь поляризатор, например поляроид или николь. Колебания обоих лучей после прохождения через поляризатор будут лежать в одной плоскости. Амплитуды их будут равны составляющим амплитудам лучей 1 и 2 в направлении плоскости поляризатора (рис. 121, б).

Поскольку оба луча получены разделением света, полученного от одного источника, они, казалось бы, должны интерферировать, и при толщине кристалла d такой, что возникающая между лучами разность хода (31.1) равна, например, $\lambda_0/2$, интенсивность выходящих из поляризатора лучей (при определенной ориентации плоскости поляризатора) должна быть равна нулю.

Опыт, однако, показывает, что, если лучи 1 и 2 возникают за счет прохождения через кристалл естественного света, они не дают интерференции, т. е. не являются когерентными. Это объясняется весьма просто. Хотя обыкновенный и необыкновенный лучи порождены одним и тем же источником света, они содержат в основном колебания, принадлежащие разным цугам волн, испускаемых отдельными атомами. Колебания, соответствующие одному такому цугу волн, совершаются в случайно ориентированной плоскости. В обыкновенном луче колебания обусловлены преимущественно цугами, плоскости колебаний которых близки к одному направлению в пространстве, в необыкновенном луче — цугами, плоскости колебаний которых близки к другому, перпендикулярному к первому направлению. Поскольку отдельные цуги некогерентны, возникающие из естественного света обыкновенный и необыкновенный лучи, а следовательно и лучи 1 и 2, также оказываются некогерентными.

Иначе обстоит дело, если на кристаллическую пластинку, изображенную на рис. 121, падает плоскополяризованный свет. В этом случае колебания каждого цуга разделяются между обыкновенным и необыкновенным лучами в одной и той же пропорции (зависящей от

¹⁾ В кристалле луч 1 был необыкновенным и мог быть обозначен буквой e , луч 2 был обыкновенным (o). По выходе из кристалла эти лучи утратили право называться обыкновенным и необыкновенным.

ориентации оптической оси пластиинки относительно плоскости колебаний в падающем луче), так что лучи o и e , а следовательно и лучи 1 и 2, оказываются когерентными.

В § 28 было показано, что две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении друг на друга дают, вообще говоря, эллиптически поляризованный свет. В частном случае может получиться свет, поляризованный по кругу, или плоскополяризованный свет. Какая из этих трех возможностей имеет место, зависит от толщины кристаллической пластиинки и показателей преломления n_o и n_e , а также от соотношения амплитуд лучей 1 и 2.

Вырезанная параллельно оптической оси пластиинка, для которой $(n_o - n_e)d = \lambda_0/4$, называется пластиинкой в четверть волны; пластиинка, для которой $(n_o - n_e)d = \lambda_0/2$, называется пластиинкой в полволны и т. д.¹⁾.

Пропустим плоскополяризованный свет через пластиинку в четверть волны (рис. 122). Если расположить пластиинку так, чтобы угол ϕ между плоскостью колебаний P в падающем луче и осью пластиинки O равнялся 45° , амплитуды обоих лучей, вышедших из пластиинки, будут одинаковы (предполагается, что дихроизма нет). Сдвиг по фазе между колебаниями в этих лучах составит $\pi/2$. Следовательно, свет, вышедший из пластиинки, будет поляризован по кругу. При ином значении угла ϕ амплитуды вышедших из пластиинки лучей будут неодинаковыми. Поэтому при наложении эти лучи образуют свет, поляризованный по эллипсу, одна из осей которого совпадает по направлению с осью пластиинки O . При ϕ , равном 0 или $\pi/2$, в пластиинке будет

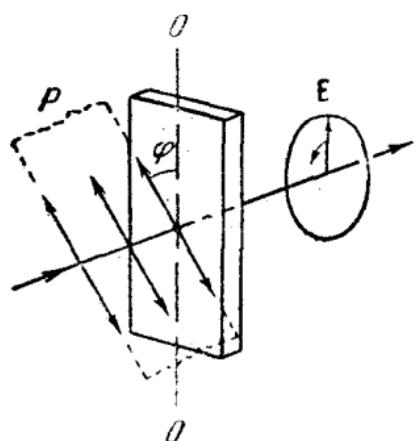


Рис. 122.

¹⁾ Пластиинка, для которой $(n_o - n_e)d = (k + 1/4)\lambda_0$ (k — целое число), будет оказывать такое же действие, как пластиинка в четверть волны; аналогично, пластиинка, для которой $(n_o - n_e)d = (k + 1/2)\lambda_0$, будет действовать как пластиинка в полволны.

распространяться только один луч (в первом случае — необыкновенный, во втором — обыкновенный), так что на выходе из пластиинки свет останется плоскополяризованным с плоскостью колебаний, совпадающей с P .

Если на пути эллиптически поляризованного света (или света, поляризованного по кругу) поставить пластинку в четверть волны, расположив ее оптической осью вдоль одной из полуосей эллипса, то такая пластиинка внесет дополнительную разность фаз, равную $\pi/2$.

В результате разность фаз двух плоскополяризованных волн, дающих в сумме эллиптически поляризованную волну, станет равна 0 или π , так что суперпозиция этих волн даст плоскополяризованную волну. Следовательно, надлежащим образом повернутая пластиинка в четверть волны превращает эллиптически поляризованный свет в плоскополяризованный. На этом основывается метод, с помощью которого можно отличить эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного или

свет, поляризованный по кругу, от естественного. Исследуемый свет пропускается через пластиинку в четверть волны и помещенный за ней поляризатор. Если исследуемый луч является эллиптически поляризованным (или поляризованным по кругу), то, вращая пластиинку и поляризатор вокруг направления луча, удается добиться полного затемнения поля зрения. Если же свет является частично поляризованным (или естественным), то ни при каком положении пластиинки и поляризатора невозможно получить полного погашения исследуемого луча.

Рассмотрим прохождение плоскополяризованного света через пластиинку в полволны. Колебание E в падающем луче, совершающемся в плоскости P , возбудит при входе в кристалл колебание E_o обыкновенного луча и колебание E_e необыкновенного луча (рис. 123). За время прохождения через пластиинку разность фаз между колебаниями E_o и E_e изменится на π . Поэтому

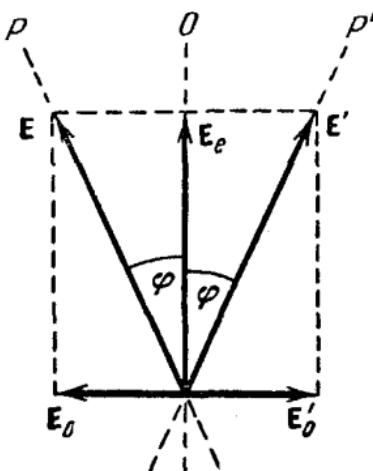


Рис. 123.

на выходе из пластиинки фазовое соотношение между обыкновенным и необыкновенным лучами будет соответствовать взаимному расположению векторов E_e и E_o (на входе в пластиинку оно соответствовало взаимному расположению векторов E_e и E_o). Следовательно, свет, вышедший из пластиинки, будет поляризован в плоскости P' . Плоскости P и P' расположены симметрично относительно оптической оси пластиинки O . Таким образом, пластиинка в полволны поворачивает плоскость прошедшего через нее света на угол 2ϕ , где ϕ — угол между плоскостью колебаний в падающем луче и осью пластиинки.

Легко видеть, что пластиинка в целое число волн оставит прошедшй через нее плоскополяризованный свет без изменений.

§ 32. Кристаллическая пластиинка между двумя поляризаторами

Поместим между двумя поляризаторами P и P' пластиинку из одноосного кристалла, вырезанную параллельно оптической оси O (рис. 124). Из поляризатора P ,

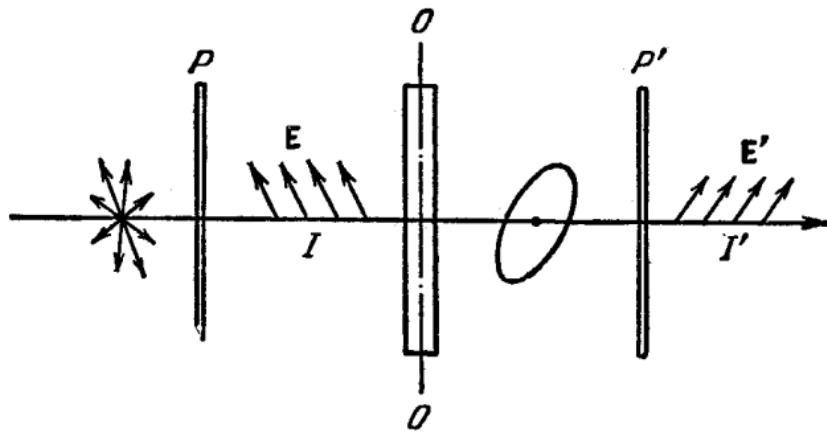


Рис. 124.

выйдет плоскополяризованный свет интенсивности I . Пройдя через пластиинку, свет станет в общем случае поляризованным по эллипсу. По выходе из поляризатора P' свет снова будет плоскополяризованным¹⁾. Его

¹⁾ Второй по ходу луча поляризатор P' называют также анализатором.

интенсивность I' зависит от взаимной ориентации плоскостей поляризаторов P и P' и оптической оси пластиинки, а также от разности фаз δ , приобретаемой обыкновенным и необыкновенным лучами при прохождении через пластинку.

Рассмотрим два частных случая: а) оба поляризатора параллельны (рис. 125, а) и б) поляризаторы P и P' скрещены (рис. 125, б). Обозначим угол между плоскостью поляризатора P и осью OO' кристаллической пластиинки буквой ϕ . Световое колебание, вышедшее из

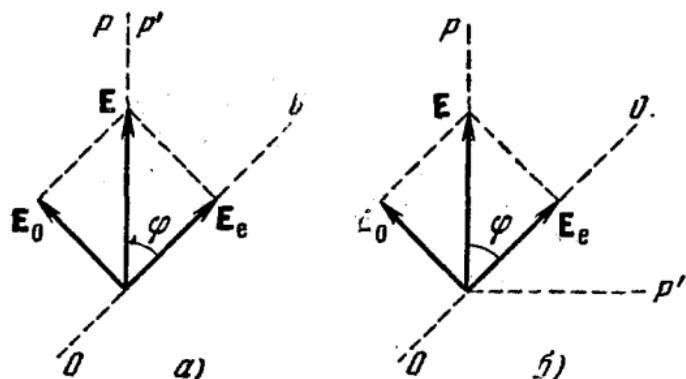


Рис. 125.

поляризатора P , изобразится вектором E , лежащим в плоскости P . При входе в пластиинку колебание E возбудит два колебания — перпендикулярное к оптической оси колебание E_o (обыкновенный луч) и параллельное оси колебание E_e (необыкновенный луч). Эти колебания будут когерентными; проходя через пластиинку, они приобретут разность фаз δ , которая определяется толщиной пластиинки и разностью показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей. Амплитуды этих колебаний равны проекциям вектора E на соответствующие направления:

$$E_o = E \sin \phi, \quad E_e = E \cos \phi.$$

Через поляризатор P' пройдут составляющие колебаний E_o и E_e по направлению плоскости P' . В первом случае (см. рис. 125, а) амплитуды этих составляющих равны:

$$\begin{aligned} E'_{o\parallel} &= E_o \sin \phi = E \sin^2 \phi, \\ E'_{e\parallel} &= E_e \cos \phi = E \cos^2 \phi. \end{aligned} \tag{32.1}$$

Если положить $\phi = 45^\circ$ (рис. 125 выполнен в этом предположении), то амплитуды (32.1) будут одинаковыми и равными:

$$E'_{o\parallel} = E'_{e\parallel} = \frac{1}{2} E. \quad (32.2)$$

Колебания $E'_{o\parallel}$ и $E'_{e\parallel}$ будут интерферировать. Амплитуда E'_\parallel результирующего колебания связана с амплитудами интерферирующих колебаний соотношением:

$$E'^2_\parallel = E'^2_{o\parallel} + E'^2_{e\parallel} + 2E'_{o\parallel}E'_{e\parallel} \cos \delta.$$

Подставив сюда значения амплитуд (32.2), получим:

$$\begin{aligned} E'^2_\parallel &= \frac{1}{4} E^2 + \frac{1}{4} E^2 + 2 \frac{1}{4} E^2 \cos \delta = \frac{1}{2} E^2 (1 + \cos \delta) = \\ &= \frac{1}{2} E^2 \left[1 + \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right) \right] = E^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \text{.} \end{aligned}$$

Интенсивности пропорциональны квадратам соответствующих амплитуд. Поэтому можно написать, что

$$I'_\parallel = I \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (32.3)$$

где I — интенсивность света, прошедшего через поляризатор P , I'_\parallel — интенсивность по выходе света из поляризатора P' , получающаяся при условии, что поляризаторы P и P' параллельны, δ — разность фаз, приобретаемая обыкновенным и необыкновенным лучами в кристаллической пластинке.

Во втором случае (рис. 125, б) амплитуды $E'_{o\perp}$ и $E'_{e\perp}$, получающиеся по выходе из поляризатора P' , будут такой же величины, как и амплитуды (32.2). Это следует непосредственно из сравнения рис. 125, а и б. Однако, в отличие от первого случая, проекции векторов E_o и E_e на направление P' имеют разные знаки. Это означает, что в дополнение к разности фаз δ , которая имелась в первом случае, возникает дополнительно разность фаз π . Следовательно, интенсивность на выходе из системы при скрещенных поляризаторах можно найти, заменив в формуле (32.3) δ на $\pi + \delta$. В итоге получим:

$$I'_\perp = I \cos^2 \frac{\pi + \delta}{2} = I \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (32.4)$$

¹⁾ Мы воспользовались формулой: $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2(\delta/2)$.

Из формул (32.3) и (32.4) вытекает, что при

$$\delta = 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (32.5)$$

интенсивность I'_{\parallel} будет равна I , а интенсивность I'_{\perp} обращается в нуль. При значениях же

$$\delta = (2k + 1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (32.6)$$

интенсивность I'_{\parallel} становится равной нулю, а интенсивность I'_{\perp} достигает значения I .

Разность показателей преломления $n_o - n_e$ зависит от длины волны света λ_0 . Кроме того, λ_0 входит непосредственно в выражение (31.2) для δ . Пусть свет, падающий на поляризатор P , состоит из излучения двух длин волн λ_1 и λ_2 таких, что δ для λ_1 удовлетворяет условию (32.5), а для λ_2 — условию (32.6). В этом случае при параллельных поляризаторах через пластинку и поляризатор P' пройдет беспрепятственно свет с длиной волны λ_1 и полностью будет задержан свет с длиной волны λ_2 . При скрещенных поляризаторах пройдет беспрепятственно свет с длиной волны λ_2 и полностью будет задержан свет с длиной волны λ_1 . Следовательно, при одном расположении поляризаторов окраска прошедшего через систему света будет соответствовать длине волны λ_1 , при другом расположении — длине волны λ_2 . Такие две окраски называются дополнительными. При вращении одного из поляризаторов окраска непрерывно меняется, переходя за каждые четверть оборота от одного дополнительного цвета к другому. То же самое наблюдается и при ϕ , отличном от $\pi/4$ (но не равном 0 или $\pi/2$), только цвета оказываются менее насыщенными.

Разность фаз δ зависит от толщины пластинки. Поэтому, если двоякопреломляющая прозрачная пластинка, помещенная между поляризаторами, имеет в разных местах неодинаковую толщину, эти места при наблюдении со стороны поляризатора P' будут представляться окрашенными в различные цвета. При вращении поляризатора P' эти цвета изменяются, причем каждый из цветов переходит в дополнительный к нему цвет. Поясним это следующим примером. На рис. 126, *a* изображена помещенная между поляризаторами пластинка, у которой

нижняя половина толще верхней. Пусть свет, проходящий через пластинку, содержит излучение только двух длин волн: λ_1 и λ_2 . На рис. 126, б дан «вид» со стороны поляризатора P' . По выходе из кристаллической пластиинки каждая из составляющих излучения будет, вообще говоря, поляризована по эллипсу. Ориентация и эксцентриситет эллипсов для длин волн λ_1 и λ_2 , а также

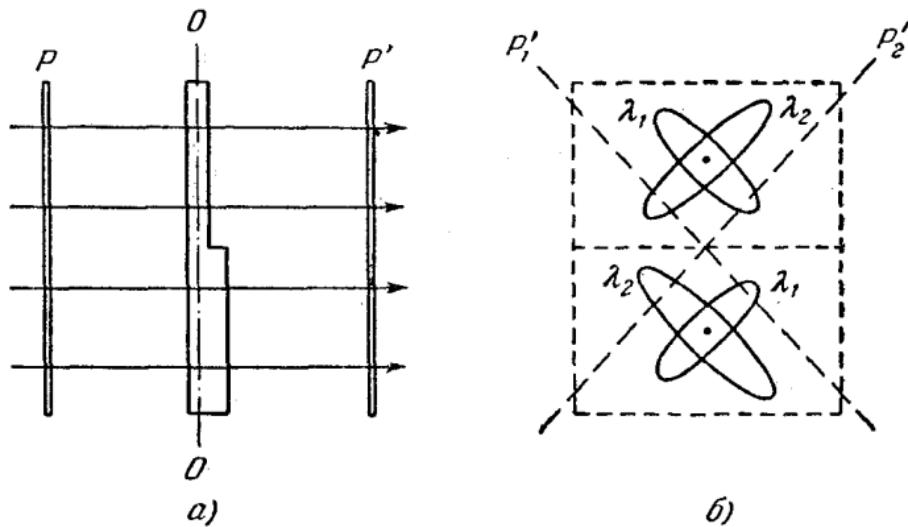


Рис. 126.

для разных половин пластиинки будут различны [напомним, что отношение полуосей и ориентация эллипса относительно координатных осей зависит от разности фаз складываемых взаимно перпендикулярных колебаний (см. т. I, § 71); в данном случае координатными осями служат оптическая ось пластиинки и перпендикулярная к ней ось]. При установке плоскости поляризатора P' в положение P'_1 в излучении, прошедшем через P' , будет преобладать в верхней половине пластиинки длина волны λ_1 , в нижней половине — λ_2 . Поэтому обе половины будут иметь разную окраску. При установке поляризатора P' в положение P'_2 окраска верхней половины будет определяться излучением с длиной волны λ_2 , нижней половины — излучением с длиной волны λ_1 . Таким образом, при повороте поляризатора P' на 90° обе половины пластиинки как бы обмениваются окраской. Разумеется, так будет обстоять дело лишь при определенном соотношении толщин обеих частей пластиинки.

§ 33. Искусственное двойное лучепреломление

Двойное лучепреломление может возникать в прозрачных изотропных телях, а также в кристаллах кубической системы под влиянием различных воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии может служить разность показателей преломления обычного и необыкновенного лучей. Опыт показывает,

что эта разность пропорциональна напряжению σ в данной точке тела [т. е. силе, приходящейся на единицу площади; см. т. I, формулу (45.3)]:

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (33.1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

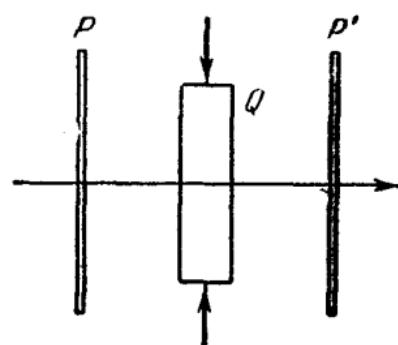
Поместим стеклянную пластинку Q между скрещенными поляризаторами P и P' (рис.

Рис. 127.

127). Пока стекло не деформировано, такая система свет не пропускает. Если же стекло подвергнуть деформации (например, одностороннему сжатию), свет через систему начинает проходить, причем наблюдаемая в прошедших лучах картина будет испещрена цветными полосами. Каждая такая полоса соответствует одинаково деформированным местам пластиинки. Следовательно, по характеру расположения полос можно судить о распределении напряжений внутри пластиинки.

На искусственном двойном лучепреломлении основывается оптический метод исследования напряжений. Изготовленная из прозрачного изотропного материала (например, из целлулоида или плексигласа) модель какой-либо детали или конструкции помещается между скрещенными поляризаторами. Модель подвергается действию нагрузок, аналогичных тем, какие будет испытывать само изделие. Наблюдаемая при этом в проходящем белом свете картина позволяет определить распределение напряжений, а также судить об их величине.

Остаточные напряжения также приводят к искусственноной оптической анизотропии. Поэтому оптический



метод применяется для проверки стеклянных изделий на отсутствие в них вредных напряжений. Такой метод отбраковки является очень чувствительным.

В 1875 г. Керр обнаружил, что в жидкостях (и в аморфных твердых телах) под воздействием электрического поля возникает двойное лучепреломление. Это явление получило название эффекта Керра. В 1930 г. эффект Керра был наблюден также и в газах.

На рис. 128 изображена схема установки для наблюдения эффекта Керра в жидкостях. Установка состоит

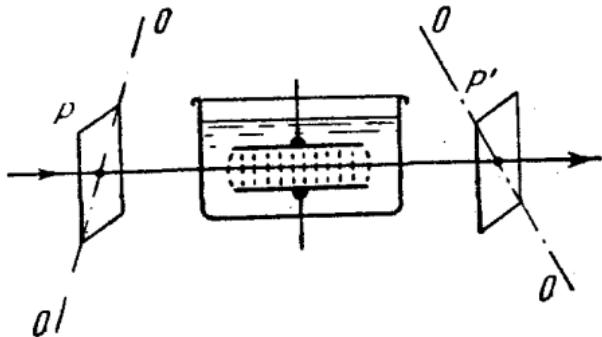


Рис. 128.

из ячейки Керра, помещенной между скрещенными поляризаторами P и P' . Ячейка Керра представляет собой герметичную кювету с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче на пластины напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле. Под его действием жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля. Разность показателей преломления n_o и n_e пропорциональна квадрату напряженности поля E :

$$n_o - n_e = kE^2. \quad (33.2)$$

На пути l между обычным и необыкновенным лучами возникает разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)l = kIE^2$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda_0} 2\pi = 2\pi \frac{k}{\lambda_0} IE^2.$$

Последнее выражение принято записывать следующим образом:

$$\delta = 2\pi BIE^2, \quad (33.3)$$

где B — характерная для вещества величина, называемая постоянной Керра. Постоянная Керра зависит от температуры вещества и от длины волны света λ_0 .

В выражения (33.2) и (33.3) входит квадрат напряженности поля. Поэтому знак разности $(n_o - n_e)$, а также разности фаз δ не изменяется при изменении направления поля.

Из известных жидкостей наибольшей постоянной Керра обладает нитробензол ($C_6H_5NO_2$). Для него $B = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^2/\text{в}^2$. При $l = 10 \text{ см}$ и $E = 10000 \text{ в/см}$ по формуле (33.3) получается для нитробензола $\delta = 0,44\pi \approx \pi/2$.

Эффект Керра объясняется оптической анизотропией молекул жидкости, т. е. различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. В отсутствие поля молекулы ориентированы хаотическим образом, поэтому жидкость в целом не обнаруживает анизотропии. Под действием поля молекулы поворачиваются так, чтобы в направлении поля были ориентированы либо их дипольные электрические моменты (у полярных молекул), либо направления наибольшей поляризуемости (у неполярных молекул). В результате жидкость становится анизотропной. Ориентирующему действию поля противится тепловое движение молекул. Этим обусловливается наблюдающееся на опыте уменьшение постоянной Керра B с повышением температуры.

Время, в течение которого устанавливается (при включении поля) или исчезает (при выключении поля) преимущественная ориентация молекул, составляет около 10^{-10} сек. Таким образом, ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами (см. рис. 128), может служить практически безынерционным световым затвором. В отсутствие напряжения на пластинах конденсатора затвор будет закрыт. При включении напряжения затвор пропускает значительную часть света, падающего на первый поляризатор. В § 4 отмечалось, что такие затворы были использованы для измерения скорости света в лабораторных условиях.

§ 34. Вращение плоскости поляризации

Естественное вращение. При прохождении плоско-поляризованного света через некоторые вещества наблюдается вращение плоскости колебаний светового вектора или, как принято говорить, вращение плоскости

поляризации. Вещества, обладающие такой способностью, называются оптически активными. К их числу принадлежат кристаллические тела (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Кристаллические вещества, например кварц, сильнее всего врашают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота ϕ пропорционален пути l , пройденному лучом в кристалле:

$$\phi = \alpha l. \quad (34.1)$$

Коэффициент α называют постоянной вращения. Ее принято выражать в угловых градусах на миллиметр. Постоянная вращения зависит от длины волны (дисперсия вращательной способности). Так, например, у кварца для желтых лучей ($\lambda_0 = 0,5890 \text{ мк}$) $\alpha = 21,7 \text{ град/мм}$, а для фиолетовых лучей ($\lambda_0 = 0,4047 \text{ мк}$) $\alpha = 48,9 \text{ град/мм}$.

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути луча в растворе l и концентрации активного вещества c :

$$\phi = [\alpha] cl, \quad (34.2)$$

где $[\alpha]$ — величина, называемая удельной постоянной вращения.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на право- и левовращающие. Если смотреть навстречу лучу, то в правовращающих веществах плоскость поляризации будет поворачиваться по часовой стрелке, в левовращающих — против часовой стрелки. Таким образом, направление луча и направление вращения образуют в правовращающем веществе левовинтовую систему, а в левовращающем веществе — правовинтовую систему. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча в оптически активной среде. Поэтому, если, например, луч, прошедший вдоль оптической оси через кристалл кварца, отразить зеркалом и заставить пройти через кристалл еще раз в обратном направлении, то восстанавливается первоначальное положение плоскости поляризации.

Для объяснения вращения плоскости поляризации Френель предположил, что в оптически активных веществах лучи, поляризованные по кругу вправо и влево, распространяются с неодинаковой скоростью. Плоскополяризованный свет можно представить как суперпозицию двух поляризованных по кругу волн, правой и левой, с одинаковыми частотами и амплитудами.

Действительно, геометрическая сумма \mathbf{E} световых векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 поляризованных по кругу волн в каждый момент времени будет лежать в одной и той же

плоскости P (рис. 129, а). Если скорости распространения обеих волн окажутся неодинаковыми, то по мере прохождения через вещество один из векторов, \mathbf{E}_1 или \mathbf{E}_2 , будет отставать в своем вращении от другого вектора, в результате чего плоскость P' , в которой лежит результирующий вектор \mathbf{E} , будет поворачиваться относительно первоначальной плоскости P (рис. 129, б).

Различие в скоростях света с разным направлением круговой поляризации обусловливается асимметрией молекул, либо асимметричным размещением атомов в кристалле. На рис. 130 приведен пример асимметричной молекулы. В центре тетраэдра помещается атом углерода, в вершинах — отличающиеся друг от друга атомы или группировки атомов (радикалы), обозначенные буквами X , Y , Z и T . Если смотреть на тетраэдр, изображенный на рис. 130, а, вдоль направления CX , то при обходе по часовой стрелке будет иметь место чередова-

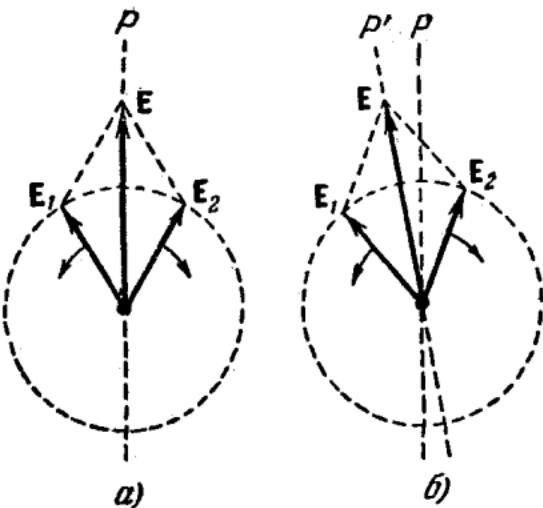


Рис. 129.

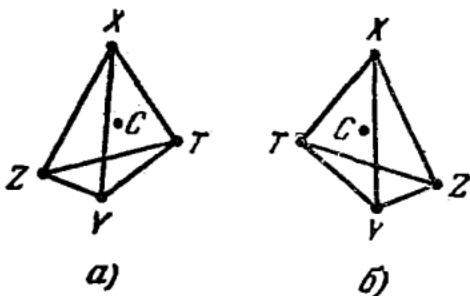


Рис. 130.

ние $ZYTZ$, а при обходе против часовой стрелки — $ZTYZ$. То же самое наблюдается для любого из других направлений: CY , CZ и CT . Молекула, изображенная на рис. 130, б, является зеркальным отражением молекулы, показанной на рис. 130, а. Чередование радикалов X , Y , Z , T в молекуле б противоположно их чередованию в молекуле а. Поэтому, если, например, вещество, образованное молекулами а, правоворачающее, то вещество, образованное молекулами б, будет левовращающим.

Оказывается, что все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях — правоворачающей и левовращающей. Таким образом, существуют право- и левовращающий кварц, право- и левовращающий сахар и т. д. Молекулы или кристаллы одной разновидности являются зеркальным отражением молекулы или кристаллов другой разновидности (в кристаллографии две такие формы кристаллов носят название энантиоморфных). Обе разновидности отличаются только направлением вращения плоскости поляризации. Численное значение постоянной вращения у них одинаково.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптический активное вещество (кристалл кварца или прозрачную кювету с раствором сахара), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть второй поляризатор на угол ϕ , определяемый выражением (34.1) или (34.2). Зная удельную постоянную вращения $[\alpha]$ данного вещества и длину l , можно, измерив угол поворота ϕ , определить по формуле (34.2) концентрацию раствора c . Такой способ определения концентрации широко применяется в производстве различных веществ, в частности в сахароварении (соответствующий прибор называется сахариметром).

Установка поляризатора на темноту не может быть осуществлена достаточно точно. Поэтому вместо обычного поляризатора применяются так называемые полутеневые устройства, с помощью которых производится установка не на темноту, а на равенство освещенностей двух половин поля зрения. Простейшее полутеневое устройство представляет собой сочетание двух расположенных рядом друг с другом поляризаторов, плоскости которых P' и P'' образуют небольшой (порядка 5°) угол (рис. 131). Если плоскость колебаний

падающего света перпендикулярна к биссектрисе этого угла, то обе половины поля зрения будут освещены одинаково. При малейшем повороте плоскости колебаний равенство освещенностей сразу нарушится. Глаз очень чувствителен к нарушениям равенства освещенностей

двух соседних полей. Поэтому с помощью полутеневого устройства положение плоскости поляризации может быть установлено с гораздо большей точностью, чем путем установки поляризатора на темноту.

На рис. 132 изображена схема простейшего сахариметра. P — обычный поляризатор, P' — полутеневое устройство, K — кювета, в которую наливают исследуемый раствор.

На рис. 131 изображена схема простейшего сахариметра. P — обычный поляризатор, P' — полутеневое устройство, K — кювета, в которую наливают исследуемый раствор. Полутеневое устройство устанавливается на равенство освещенностей обеих половин поля зрения дважды — до и после заливки раствора в кювету. Угол между обоими положениями устройства дает угол поворота плоскости поляризации раствором. На оправе полутеневого устройства наносится шкала, против делений которой отмечаются непосредственно значения концентрации.

Н. А. Умов создал очень эффектный демонстрационный опыт, основанный на вращении плоскости поляризации (винт Умова). Цилиндрический стеклянный сосуд длиной 0,5—1 м и диаметром порядка 10 см заполняется концентрированным раствором сахара и герметически закупоривается. Если через сосуд пропустить вдоль его оси плоскополяризованный белый свет, то при наблюдении сбоку жидкость представляется заполненной навитыми вокруг оси сосуда радужно окрашенными лентами (рис. 133). При вращении поляризатора P вся картина смещается вдоль оси сосуда.

Чтобы понять причины возникновения винта Умова, рассмотрим прохождение плоскополяризованного моно-

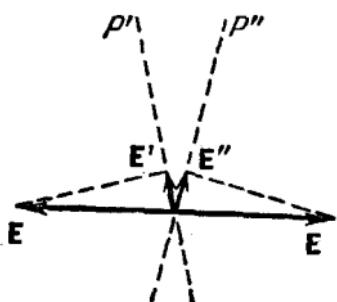


Рис. 131.

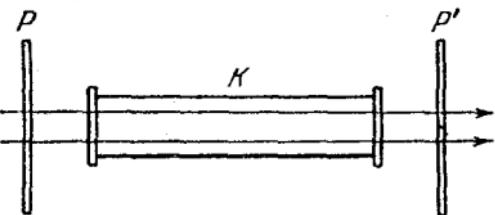


Рис. 132.

хроматического света через раствор сахара, заключенный в сосуде с плоскими стенками (рис. 134). При наблюдении сбоку мы будем видеть рассеянный свет. Если бы раствор сахара не вращал плоскость поляризации, вынужденные колебания зарядов, обусловленные проходящим через раствор светом, совершились бы в одной плоскости, совпадающей с плоскостью поляризатора P . Вследствие направленности излучения электрического диполя (см. т. II, рис. 246)

Рис. 133.

интенсивность рассеянного света максимальна в направлении, перпендикулярном к плоскости P , и равна нулю в направлениях, лежащих в этой плоскости. Оптическая активность сахара приводит к тому, что направление колебаний поворачивается по мере прохождения плоскополяризованного света через сосуд. Поэтому в одних местах колебания зарядов совершаются в вертикальном направлении (при наблюдении сбоку эти места будут светлыми), в других местах — в горизонтальном направлении (эти места будут темными). Таким образом, сбоку жидкость

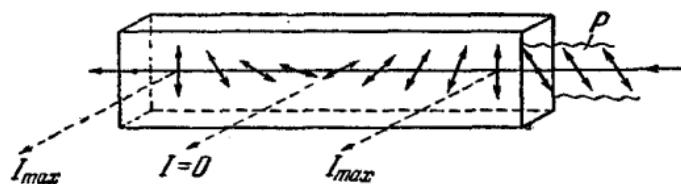
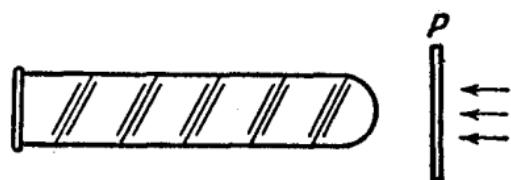


Рис. 134.

представляется состоящей из чередующихся светлых и темных слоев, перпендикулярных к лучу света, идущему через сосуд. Расстояние между соседними светлыми (или темными) слоями равно тому пути, при прохождении которого плоскость поляризации поворачивается на 180° . При пропускании белого света из-за дисперсии вращательной способности максимумы интенсивности рассеянного света для разных длин волн придется на разные сечения сосуда, так что жидкость будет представляться распавшейся на радужно окрашенные слои.

В цилиндрическом сосуде из-за преломления рассеянных лучей при выходе из стекла в воздух¹⁾ окрашенные слои оказываются наклоненными относительно оси сосуда, давая картину, изображенную на рис. 133. На рис. 135, б дан поперечный разрез сосуда. Лучи, идущие в глаз наблюдателя от верхней части, от середины и от нижней части сосуда, обозначены 1', 2' и 3'. Середина сосуда будет казаться темной в том сечении, где колебания зарядов имеют направление, указанное двусторонней стрелкой 2 (на рис. 135, а это сечение обозначено тоже цифрой 2). Верхняя часть сосуда будет темной в том сечении, в котором колебания совершаются вдоль направления 1 (сечение 1 на рис. 135, а). Наконец, нижняя часть сосуда будет темной в том сечении, в котором колебания зарядов совершаются вдоль направления 3 (сечение 3 на рис. 135, а). Сечения 1 и 3 лежат симметрично относительно сечения 2. Точки 1, 2 и 3 воспринимаются наблюдателем как имеющие одинаковую яркость (в монохроматическом свете) или одинаковую окраску (в белом свете).

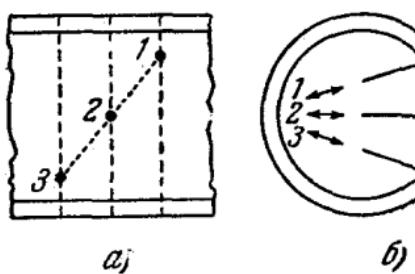


Рис. 135.

Магнитное вращение плоскости поляризации. Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем (1846 г.) и поэтому называется иногда эффектом Фарадея. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления магнитного поля (точнее — вдоль направления намагничения). Поэтому для наблюдения эффекта Фарадея в полюсных наконечниках электромагнита просверливают отверстия, через которые пропускается луч света. Исследуемое вещество помещается между полюсами электромагнита.

Угол поворота плоскости поляризации ϕ пропорционален пути l , проходимому светом в веществе, и напря-

¹⁾ На границе раствора со стеклом луч преломляется незначительно (относительный показатель преломления близок к единице).

женности магнитного поля H (точнее — намагничению вещества):

$$\Phi = VH. \quad (34.3)$$

Коэффициент V называется постоянной Верде или удельным магнитным вращением. Постоянная V , как и постоянная вращения α , зависит от длины волны.

Направление вращения определяется по отношению к направлению магнитного поля. Для положительных веществ направление поля и направление вращения образуют правовинтовую систему, для отрицательных веществ — левовинтовую систему. От направления луча знак вращения не зависит. Следовательно, если, отразив луч зеркалом, заставить его пройти через намагниченное вещество еще раз в обратном направлении, поворот плоскости поляризации удвоится.

Магнитное вращение плоскости поляризации обусловлено возникающей под действием магнитного поля прецессией электронных орбит (см. т. II, § 52). В результате прецессии электронов скорость волн с различным направлением круговой поляризации становится неодинаковой, а это, как мы видели, приводит к вращению плоскости поляризации.

Оптически активные вещества под действием магнитного поля приобретают дополнительную способность вращать плоскость поляризации, которая складывается с их естественной способностью.

ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

§ 35. Опыт Физо и опыт Майкельсона

До сих пор мы предполагали, что источники, приемники и другие тела, относительно которых рассматривалось распространение света, неподвижны. Естественно заинтересоваться вопросом, как скажется на распространении света движение, например, источника или приемника световых волн. При этом возникает необходимость указать, относительно чего происходит движение. В акустике (см. т. I, § 86) мы рассмотрели движение источника и приемника звуковых волн относительно среды, в которой эти волны распространяются. Выяснилось, что такое движение оказывает влияние на протекание акустических явлений (эффект Допплера) и, следовательно, может быть обнаружено.

Первоначально волновая теория рассматривала свет как упругие волны, распространяющиеся в некой среде, получившей название мирового эфира. После возникновения теории Максвелла на смену упругому эфиру пришел эфир — носитель электромагнитных волн и полей. Под этим эфиром подразумевалась особая среда, заполняющая, как и ее предшественник упругий эфир, все мировое пространство и пронизывающая все тела. Раз эфир представлял собой некую среду, можно было рассчитывать обнаружить движение тел, например источников или приемников света, по отношению к этой среде. В частности, следовало ожидать существования «эфирного ветра», обдувающего Землю при ее движении вокруг Солнца.

Обнаружение движения тел относительно эфира привело бы к появлению абсолютной системы отсчета, по отношению к которой можно было бы рассматривать движение всех других систем. В механике (см. т. I, § 17) мы познакомились с принципом относительности Галилея, согласно которому все механические явления протекают в различных инерциальных системах отсчета одинаковым образом¹). Из этого утверждения вытекает полная равноправность в механическом отношении всех инерциальных систем отсчета. Обнаружение эфира сделало бы возможным выделение (с помощью оптических явлений) особенной (связанной с эфиром), преиущественной, абсолютной системы отсчета. Тогда движение остальных систем можно было бы рассматривать по отношению к этой абсолютной системе.

Из сказанного вытекает, что выяснение вопроса о взаимодействии мирового эфира с движущимися телами имело большое значение. Можно было допустить три возможности: 1) эфир совершенно не возмущается движущимися телами; 2) эфир увлекается движущимися телами частично, приобретая скорость, равную αv , где v — скорость тела относительно абсолютной системы отсчета, α — коэффициент увлечения, меньший единицы; 3) эфир полностью увлекается движущимися телами, например Землей, подобно тому как тело при своем движении увлекает прилежащие к его поверхности слои газа (см. т. I, § 60). Однако такая возможность опровергается рядом опытных фактов, в частности существованием явления aberrации света. В § 4 мы видели, что изменение видимого положения звезд может быть объяснено движением телескопа относительно системы отсчета (среды), в которой рассматривается распространение световой волны.

Опыт Физо. В 1851 г. Физо, с целью выяснения вопроса о том, увлекается ли эфир движущимися телами, осуществил следующий опыт. Параллельный пучок света от источника S разделялся посеребренной полупрозрачной пластинкой P на два пучка, обозначенных цифрами 1 и 2 (рис. 136). За счет отражения от зеркал M_1 , M_2 и M_3 пучки, пройдя в общей сложности одинаковый

¹⁾ Иными словами, уравнения механики инвариантны по отношению к преобразованию координат и времени от одной инерциальной системы отсчета к другой.

путь L , снова попадали на пластинку P . Пучок 1 частично проходил через P , пучок 2 частично отражался, в результате чего возникало два когерентных пучка $1'$ и $2'$, которые давали в фокальной плоскости зрительной трубы интерференционную картину в виде полос. На

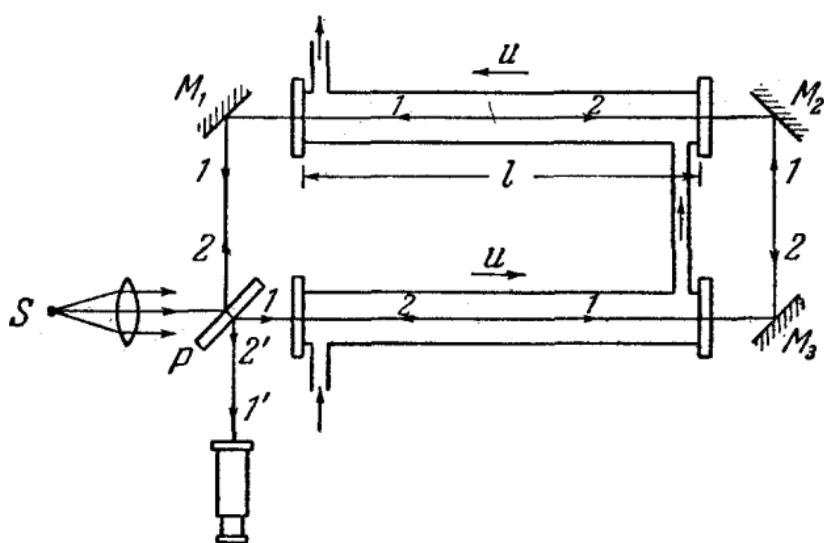


Рис. 136.

пути пучков 1 и 2 были установлены две трубы, по которым могла пропускаться вода со скоростью u в направлении, показанном стрелками. Луч 2 распространялся в обеих трубах навстречу движению воды, луч 1 — по течению.

При неподвижной воде пучки 1 и 2 проходят путь L за одинаковое время. Если вода при своем движении хотя бы частично увлекает эфир, то при включении тока воды луч 2, который распространяется против течения, затратит на прохождение пути L большее время, чем распространяющийся по течению луч 1. В результате между лучами возникнет некоторая разность хода и интерференционная картина сместится. Интересующая нас разность хода возникает лишь на пути лучей, пролегающим в воде. Этот путь имеет длину $2l$. Обозначим скорость света относительно эфира в воде буквой v . Когда эфир не увлекается водой, скорость света относительно установки будет совпадать с v . Предположим, что вода при своем движении частично увлекает эфир, сообщая ему относительно установки скорость αu (u — скорость воды, α — коэффициент увлечения). Тогда скорость све-

та относительно установки для луча 1 будет равна $v + \alpha u$, а для луча 2 равна $v - \alpha u$. Луч 1 пройдет путь $2l$ за время $t_1 = 2l/(v + \alpha u)$, луч 2 — за время $t_2 = 2l/(v - \alpha u)$. Таким образом, число полос, на которое сместится интерференционная картина при включении тока воды, составит¹:

$$\Delta N = \frac{c(t_2 - t_1)}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda_0} \left(\frac{2l}{v - \alpha u} - \frac{2l}{v + \alpha u} \right) = \frac{4clau}{\lambda_0(v^2 - \alpha^2 u^2)}.$$

Физо обнаружил, что интерференционные полосы действительно смещаются. Определенное из величины смещения значение коэффициента увлечения оказалось равным

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}, \quad (35.1)$$

где n — показатель преломления воды.

Таким образом, опыт Физо показал, что эфир (если он существует) увлекается движущейся водой только частично.

Опыт Майкельсона. В 1881 г. Майкельсон осуществил знаменитый опыт, с помощью которого он рассчитывал обнаружить движение Земли относительно эфира (эфирный ветер). В 1887 г. Майкельсон повторил свой опыт совместно с Морли на более совершенном приборе. Установка Майкельсона — Морли изображена на рис. 137. Кирпичное основание поддерживало кольцевой чугунный желоб с ртутью. На ртути плавал деревянный поплавок, имеющий форму нижней половины разрезанного вдоль бублика. На поплавок устанавливалась массивная квадратная каменная плита. Такое устройство позволяло очень плавно без толчков поворачивать плиту вокруг вертикальной оси прибора. На плите монтировался интерферометр Майкельсона (см. рис. 53), видоизмененный так, что оба луча, прежде чем вернуться к полупрозрачной пластинке, несколько раз проходили туда и обратно путь, совпадающий с диагональю плиты. Схема хода лучей показана на рис. 138. Обозначения на этом рисунке соответствуют обозначениям на рис. 53.

¹) Оптическую длину пути nl можно представить следующим образом: $nl = (c/v)l = ct$, где t — время, затрачиваемое лучом на прохождение пути l в среде с показателем преломления n . Тогда выражение для оптической разности хода принимает вид: $\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1 = c(t_2 - t_1)$.

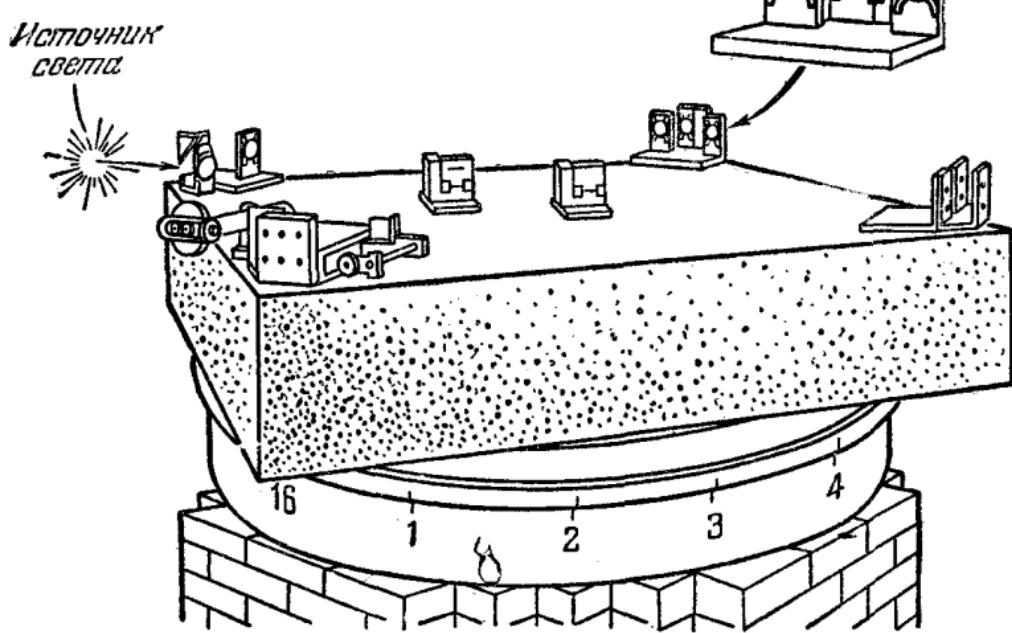


Рис. 137.

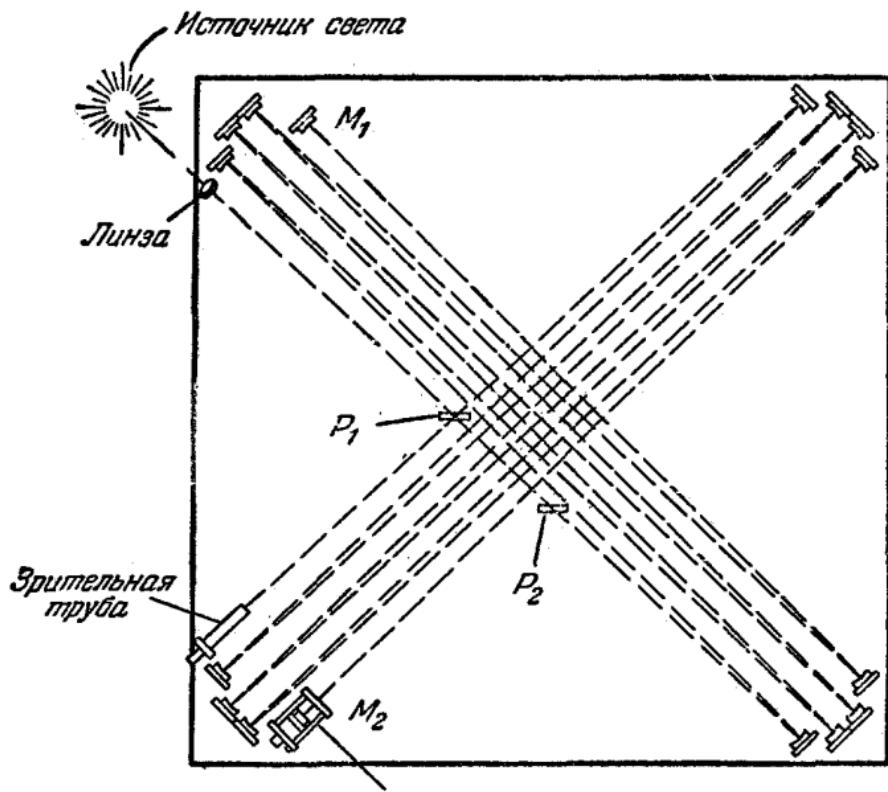


Рис. 138.

Опыт основывался на следующих соображениях. Предположим, что плечо интерферометра PM_2 (рис. 139) совпадает с направлением движения Земли относительно эфира. Тогда время, необходимое лучу 1, чтобы пройти путь до зеркала M_1 и обратно, будет отлично от времени, необходимого для прохождения пути PM_2P лучом 2. В результате, даже при равенстве длин обоих плеч, между лучами 1 и 2 возникнет некоторая разность хода. Если повернуть прибор на 90° , плечи поменяются местами и разность хода изменит знак. Это должно привести к смещению интерференционной картины, величину которого, как показывают соответствующие расчеты, вполне можно было бы обнаружить.

Чтобы вычислить ожидаемое смещение интерференционной картины, найдем времена прохождения соответствующих путей лучами 1 и 2. Если эфир не увлекается Землей и скорость света относительно эфира равна c (показатель преломления воздуха практически равен единице), то скорость света относительно прибора будет равна $c - v$ для направления PM_2 и $c + v$ для направления M_2P . Следовательно, время для луча 2 определяется выражением:

$$t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (35.2)$$

(скорость движения Земли по орбите равна 30 км/сек; поэтому $v^2/c^2 = 10^{-8} \ll 1$).

Прежде чем приступить к вычислению времени t_1 , рассмотрим следующий пример из механики. Пусть катер, который развивает скорость c относительно воды, требуется пересечь реку, текущую со скоростью v , в направлении, точно перпендикулярном к ее берегам (рис. 140). Для того чтобы катер перемещался в заданном направлении, его скорость c относительно воды должна быть направлена так, как показано на рисунке.

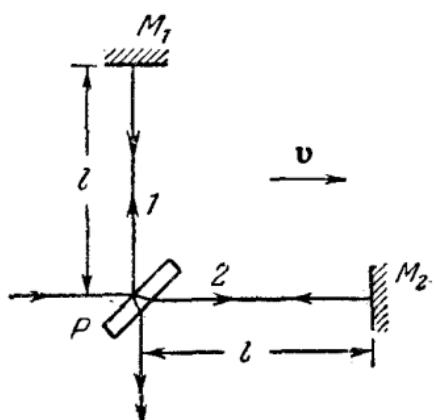
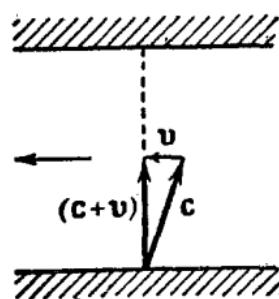


Рис. 139.

Поэтому скорость катера относительно берегов будет равна $|c + v| = \sqrt{c^2 - v^2}$. Такова же будет в опыте Майкельсона скорость луча 1 относительно прибора. Следовательно, время для луча 1 равно

$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (35.3)$$

Подставив в выражение $\Delta = c(t_2 - t_1)$ (см. сноску на стр. 193) значения (35.3) и (35.2) для t_1 и t_2 , получим разность хода лучей 1 и 2:



$$\Delta = 2l \left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) \right] = l \frac{v^2}{c^2}.$$

При повороте прибора на 90° разность хода изменит знак. Следовательно, число полос, на которое сместится интерференционная картина, составит

$$\Delta N = \frac{2\Delta}{\lambda_0} = 2 \frac{l}{\lambda_0} \frac{v^2}{c^2}. \quad (35.4)$$

Рис. 140.

Длина плеча l (учитывая многочленные отражения) составляла на установке Майкельсона — Морли 11 м. Длина волны применявшегося ими света равнялась $0,59 \text{ мк}$ ($0,59 \cdot 10^{-6} \text{ м}$). Подстановка этих значений в формулу дает

$$\Delta N = \frac{2 \cdot 11}{0,59 \cdot 10^{-6}} 10^{-8} = 0,37 \approx 0,4 \text{ полосы.}$$

Прибор позволял обнаружить смещение порядка 0,01 полосы. Однако никакого смещения интерференционной картины обнаружено не было. Чтобы исключить возможность того, что в момент измерений плоскость горизонта оказалась перпендикулярной к вектору орбитальной скорости Земли, опыт повторялся в различное время суток. Впоследствии опыт производился многократно в различное время года (за год вектор орбитальной скорости Земли поворачивается в пространстве на 360°) и неизменно давал отрицательные результаты. Обнаружить эфирный ветер не удавалось. Мировой эфир оставался неуловимым.

¹⁾ Мы воспользовались формулами: $\sqrt{1-x} \approx 1 - (1/2)x$ и $1/(1-x) \approx 1+x$, справедливыми для малых x .

Было предпринято несколько попыток объяснить отрицательный результат опыта Майкельсона, не отказываясь от гипотезы о мировом эфире. Однако все эти попытки оказались несостоятельными. Исчерпывающее непротиворечивое объяснение всех опытных фактов, в том числе и результатов опыта Майкельсона, было дано в 1905 г. Эйнштейном. Для этого Эйнштейну пришлось кардинальным образом изменить существовавшие до того времени представления о пространстве и времени.

§ 36. Специальная теория относительности

Эйнштейн пришел к выводу, что мирового эфира, т. е. особой среды, которая могла бы служить абсолютной системой отсчета, не существует. В соответствии с этим Эйнштейн распространил механический принцип относительности Галилея на все без исключения физические явления. Согласно принципу относительности Эйнштейна *все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой* (в специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета). Далее Эйнштейн постулировал в соответствии с опытными фактами, что *скорость света в пустоте одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света*.

Принцип относительности и принцип постоянства скорости света образуют основу специальной теории относительности, которая представляет собой по существу физическую теорию пространства и времени.

В классической механике пространство и время рассматривались независимо друг от друга. Ньюton считал, что существуют абсолютное пространство и абсолютное время. Абсолютное пространство определялось им как безотносительное к чему-либо внешнему вместе существо веющей, остающееся всегда одинаковым и неподвижным. О времени Ньюton писал: «Абсолютное, истинное или математическое время само по себе и в силу своей внутренней природы течет равномерно, безотносительно к чему-либо внешнему». В соответствии с этим считалось совершенно очевидным, что два события, одновременные в какой-либо системе отсчета, будут одновременными и во всех остальных системах отсчета. Однако

легко убедиться в том, что последнее утверждение находится в противоречии с принципом постоянства скорости света.

Возьмем две инерциальные системы отсчета, которые мы обозначим буквами K и K' (рис. 141). Пусть система K' движется относительно системы K со скоростью v . Направим оси x и x' вдоль вектора v ; оси y и y' , а также z и z' предположим параллельными друг другу. Рассмотрим в обеих системах один и тот же процесс, заключающийся в испускании телом, находящимся в начале координат O' системы K' , светового сигнала и достижении этим сигналом тел A и B . Источник сигнала и тела A и B поются относительно системы K' , причем измеренные в этой системе расстояния $O'A$ и $O'B$ одинаковы. Тогда в системе K' сигнал будет достигать тел A и B в один

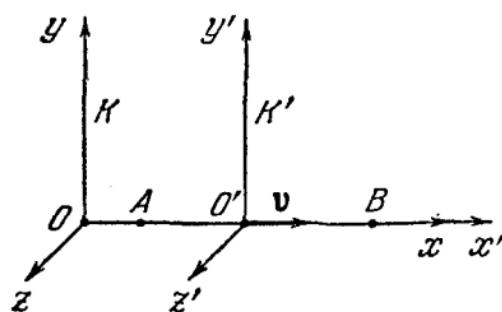


Рис. 141.

и тот же момент времени (скорость света во всех направлениях одинакова и равна c). Рассмотрим тот же процесс в системе отсчета K . Относительно этой системы свет также распространяется по всем направлениям со скоростью c . Тело A движется навстречу лучу света, тело B лучу приходится догонять. Поэтому тела A луч достигнет раньше, чем тела B . Таким образом, события, которые в системе K' были одновременными, в системе K оказываются неодновременными. Отсюда вытекает, что время в разных системах течет неодинаковым образом.

Эйнштейн обратил внимание на то, что утверждение об одновременности двух событий, как и всякое другое физическое утверждение, нуждается в экспериментальной проверке. Чтобы описать событие в некоторой системе отсчета, нужно указать, в каком месте и в какое время оно происходит. Эта задача окажется осуществимой, если в каждой точке пространства поместить метку, указывающую координаты, а также часы, по которым можно было бы отметить момент времени, в который происходит событие в данном месте. Координатные метки

Эйнштейн обратил внимание на то, что утверждение об одновременности двух событий, как и всякое другое физическое утверждение, нуждается в экспериментальной проверке. Чтобы описать событие в некоторой системе отсчета, нужно указать, в каком месте и в какое время оно происходит. Эта задача окажется осуществимой, если в каждой точке пространства поместить метку, указывающую координаты, а также часы, по которым можно было бы отметить момент времени, в который происходит событие в данном месте. Координатные метки

можно нанести путем перекладывания единичного масштаба. В качестве часов можно взять любую систему, совершающую периодически повторяющийся процесс. Чтобы сравнивать моменты времени, в которые происходят два события в разных точках пространства, нужно убедиться в том, что часы, находящиеся в этих точках, идут синхронно.

Синхронизацию можно, казалось бы, выполнить, поместив часы сначала рядом, а затем, после сверки их показаний, перенести часы в соответствующие точки пространства. Однако такой способ нужно отвергнуть, так как мы не знаем, как повлияет на ход часов их перенос из одного места в другое. Поэтому нужно сначала расставить часы по местам и лишь затем произвести сверку их показаний. Это можно сделать, посыпая от одних часов к другим световой сигнал¹). Пусть из точки A посыпается в момент t_1 (отсчитанный по часам в A) световой сигнал, который отражается от зеркала, помещенного в точке B , и возвращается в A в момент t_2 . Часы в B нужно считать синхронными с часами в A , если в момент дохождения до них сигнала часы в B показывали время t , равное $(t_1 + t_2)/2$. Такую сверку необходимо проделать для всех часов, расположенных в разных точках системы K . События в A и B будут считаться одновременными в системе K , если соответствующие им отсчеты времени по часам в A и B совпадут.

Аналогично производится синхронизация всех часов в системе K' и любой другой инерциальной системе отсчета. Скорость светового сигнала, с помощью которого осуществляется синхронизация, во всех инерциальных системах отсчета одна и та же. Этим и обусловлен выбор в качестве сигнала для синхронизации хода часов именно светового сигнала. Оказывается, что скорость света является предельной. Никакой сигнал, никакое воздействие одного тела на другое не могут распространяться со скоростью, превышающей скорость света. Этим и объясняется одинаковость скорости света во всех системах отсчета. Согласно принципу относительности законы природы во всех системах должны быть одинаковы. Тот

¹⁾ Проверка часов по радиосигналам представляет собой по существу такую синхронизацию.

факт, что скорость сигнала не может превышать предельного значения, есть также закон природы. Поэтому значение предельной скорости должно быть одинаково во всех системах отсчета.

§ 37. Преобразования Лоренца

Обратимся снова к рассмотрению двух инерциальных систем отсчета K и K' (K' движется относительно K со скоростью v). Направим координатные оси так, как показано на рис. 141. Какому-либо событию соответствуют в системе K значения координат и времени, равные x, y, z, t , в системе $K' - x', y', z', t'$. В классической физике считалось, что время в обеих системах течет одинаково, т. е. что $t = t'$. Если в момент $t = t' = 0$ начала координат обеих систем совпадали, то тогда между координатами событий в обеих системах имеются следующие соотношения:

$$\left. \begin{array}{l} x = x' + vt' = x' + vt; \\ y = y', \\ z = z', \\ t = t'. \end{array} \right\} \quad (37.1)$$

Совокупность уравнений (37.1) носит название преобразований Галилея¹⁾. Из них вытекает закон сложения скоростей классической механики:

$$u_x = u'_x + v, \quad u_y = u'_y, \quad u_z = u'_z. \quad (37.2)$$

Легко видеть, что этот закон находится в противоречии с принципом постоянства скорости света. Действительно, если в системе K' световой сигнал распространяется со скоростью c ($u'_x = c$), то согласно (37.2) в системе K скорость сигнала окажется равной $u_x = c + v$, т. е. превзойдет c . Отсюда вытекает, что преобразования Галилея должны быть заменены другими формулами. Эти формулы нетрудно найти.

Из однородности пространства следует, что формулы преобразования не должны изменяться при переносе начала координат (т. е. при замене x на $x + a$ и т. д.). Этому условию могут удовлетворять только линейные

¹⁾ См. т. I, § 17.

преобразования. При указанном на рис. 141 выборе координатных осей плоскость $y = 0$ совпадает с плоскостью $y' = 0$, а плоскость $z = 0$ — с плоскостью $z' = 0$. Отсюда следует, что, например, координаты y и y' могут быть связаны только соотношением вида

$$y = \epsilon y'.$$

В силу полной равноправности систем K и K' должно также соблюдаться соотношение

$$y' = \epsilon y$$

с тем же значением ϵ , что и в первом случае. Перемножая оба соотношения, получим, что $\epsilon^2 = 1$, откуда $\epsilon = \pm 1$. Знак плюс соответствует одинаково направленным осям y и y' , знак минус — противоположно направленным. Направив оси одинаковым образом, получим:

$$y = y'. \quad (37.3)$$

Такие же рассуждения приводят к формуле:

$$z = z'. \quad (37.4)$$

Обратимся к нахождению преобразований для x и t . Начало координат системы K имеет координату $x = 0$ в системе K и $x' = -vt'$ в системе K' . Следовательно, при обращении $x' + vt'$ в нуль должна обращаться в нуль и координата x . Для этого линейное преобразование должно иметь вид:

$$x = \gamma(x' + vt'). \quad (37.5)$$

Аналогично, начало координат системы K' имеет координату $x' = 0$ в системе K' и $x = vt$ в системе K , откуда следует, что

$$x' = \gamma(x - vt). \quad (37.6)$$

Из полного равноправия систем K и K' вытекает, что коэффициент пропорциональности в обоих случаях должен быть один и тот же (различный знак при v в этих формулах обусловлен противоположным направлением движения систем друг относительно друга — если система K' движется относительно K вправо, то система K движется относительно K' влево).

Формула (37.5) позволяет по известным координате x' и времени t' события в системе K' определить координату x события в системе K . Чтобы найти формулу

для определения времени t события в системе K , исключим x из уравнений (37.5) и (37.6) и разрешим получившееся выражение относительно t . В результате получим:

$$t = \gamma \left[t' + \frac{x'}{v} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \right]. \quad (37.7)$$

Для нахождения коэффициента пропорциональности γ используем принцип постоянства скорости света. Предположим, что в момент времени $t = t' = 0$ (в обеих системах время отсчитывается от момента, когда их начала координат совпадают) в направлении оси x посыпается световой сигнал, который производит вспышку света на экране, находящемся в точке с координатой $x = a$. Это событие (вспышка) описывается координатами $x = a$, $t = b$ в системе K и $x' = a'$, $t' = b'$ в системе K' , причем $a = cb$, $a' = cb'$, так что координаты события в обеих системах можно представить в виде:

$$x = cb, \quad t = b \quad \text{и} \quad x' = cb', \quad t' = b'.$$

Подставив эти значения в формулы (37.5) и (37.6), получим:

$$\left. \begin{aligned} cb &= \gamma(cb' + vb') = \gamma(c+v)b', \\ cb' &= \gamma(cb - vb) = \gamma(c-v)b. \end{aligned} \right\} \quad (37.8)$$

Перемножив оба уравнения, приедем к соотношению:

$$c^2 = \gamma^2(c^2 - v^2),$$

откуда

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (37.9)$$

Подстановка этого значения в (37.5) и (37.7) даст окончательные формулы для x и t . Добавив к ним формулы (37.3) и (37.4), получим совокупность уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \right\} \quad (37.10)$$

По формулам (37.10) осуществляется переход от координат и времени, отсчитанных в системе K' , к координатам и времени в системе K (короче, переход от системы K' к системе K). Если разрешить уравнения (37.10) относительно штрихованных величин, получается формулы преобразования для перехода от системы K к системе K' :

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \right\} \quad (37.11)$$

Как и следовало ожидать, учитывая полную равноправность систем K и K' , формулы (37.11) отличаются от формул (37.10) только знаком при v . Формулы (37.10) и (37.11) носят название преобразований Лоренца. Легко видеть, что в случае $v \ll c$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея (37.1). Таким образом, преобразования Галилея сохраняют значение для скоростей, малых по сравнению со скоростью света. При $v > c$ выражения (37.10) и (37.11) для x , t , x' и t' становятся мнимыми. Это находится в соответствии с тем, что движение со скоростью, большей скорости света в пустоте, невозможно. Нельзя даже пользоваться системой отсчета, движущейся со скоростью c , так как при $v = c$ в знаменателях формул для x и t получается нуль.

§ 38. Следствия из преобразований Лоренца

Из преобразований Лоренца вытекает ряд необычных с точки зрения классической механики следствий.

Одновременность событий в разных системах отсчета. Пусть в системе K в точках с координатами x_1 и x_2 происходят одновременно два события в момент времени $t_1 = t_2 = b$. Согласно формулам (37.11) в системе K'

этим событиям будут соответствовать координаты

$$x'_1 = \frac{x_1 - vb}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vb}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

и моменты времени

$$t'_1 = \frac{b - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_2 = \frac{b - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Из написанных формул видно, что в случае, если события в системе K происходят в одном и том же месте пространства ($x_1 = x_2$), то они будут совпадать в пространстве ($x'_1 = x'_2$) и во времени ($t'_1 = t'_2$) также и в системе K' . Если же события в системе K пространственно разобщены ($x_1 \neq x_2$), то в системе K' они также окажутся пространственно разобщенными ($x'_1 \neq x'_2$), но не будут одновременными ($t'_1 \neq t'_2$). Знак разности $t'_2 - t'_1$ определяется знаком выражения $v(x_1 - x_2)$; следовательно, в разных системах K' (при разных v) разность $t'_2 - t'_1$ будет различна по величине и может отличаться по знаку.

Это означает, что в одних системах событие 1 будет предшествовать событию 2, в других системах, наоборот, событие 2 будет предшествовать событию 1. Заметим, что сказанное относится лишь к событиям, между которыми отсутствует причинная связь. Причинно

связанные события (например, выстрел и попадание пули в мишень) ни в одной из систем отсчета не будут одновременными и во всех системах событие, являющееся причиной, будет предшествовать следствию. Поглубнее об этом будет речь в следующем параграфе.

Длина тел в разных системах. Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x и покоящийся относительно системы отсчета K' (рис. 142). Длина его в этой системе

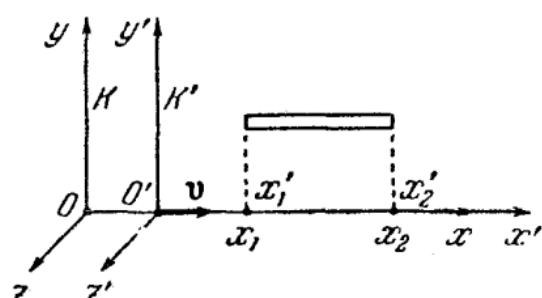


Рис. 142.

равна $l_0 = x'_2 - x'_1$, где x'_1 и x'_2 — не изменяющиеся со временем t' координаты концов стержня. Относительно системы K стержень движется со скоростью v . Для определения его длины в этой системе нужно отметить координаты концов стержня x_1 и x_2 в один и тот же момент времени $t_1 = t_2 = b$. Их разность $l = x_2 - x_1$ даст длину стержня, измеренную в системе K . Чтобы найти соотношение между l_0 и l , следует взять ту из формул преобразований Лоренца, которая содержит x' , x и t , т. е. первую из формул (37.11). Согласно этой формуле

$$x'_1 = \frac{x_1 - vb}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vb}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

откуда

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

или окончательно

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (38.1)$$

Таким образом, длина стержня l , измеренная в системе, относительно которой он движется, оказывается меньше длины l_0 , измеренной в системе, относительно которой стержень поконится.

Если стержень длины $l_0 = x_2 - x_1$ поконится относительно системы K , то для определения его длины в системе K' нужно отметить координаты концов x'_1 и x'_2 в один и тот же момент времени $t'_1 = t'_2 = b$. Разность $l = x'_2 - x'_1$ даст длину стержня в системе K' , относительно которой он движется со скоростью v . Использовав первое из уравнений (37.10), снова придем к соотношению (38.1).

Заметим, что в направлении осей y и z размеры стержня одинаковы во всех системах отсчета.

Итак, у движущихся тел размеры их в направлении движения сокращаются тем больше, чем больше скорость движения. Это явление называется лоренцевым (или фитцджеральдовым) сокращением. Любопытно, что визуально (или на фотографии) изменение формы тел, даже при сравнимых со скоростью света скоростях,

не может быть обнаружено. Причина этого весьма проста. Наблюдая визуально или фотографируя какое-либо тело, мы регистрируем импульсы света от разных участков тела, достигшие одновременно сетчатки глаза или фотопластинки. Испускаются же эти импульсы неодновременно. Импульсы от более удаленных участков были испущены раньше, чем от более близких участков. Таким образом, если тело движется, на сетчатке глаза или на фотографии получается искаженное изображение тела. Соответствующий расчет показывает, что следствием указанного искажения будет уничтожение лоренцева сокращения¹), так что тела кажутся не искаженными, а лишь повернутыми. Следовательно, тело сферической формы даже при больших скоростях движения будет восприниматься визуально как тело сферического очертания.

Длительность событий в разных системах. Пусть в точке, неподвижной относительно системы K' , происходит событие, длящееся время $\Delta t_0 = t'_2 - t'_1$. Началу события соответствует в этой системе координата $x'_1 = a$ и момент времени t'_1 , концу события — координата $x'_2 = a$ и момент времени t'_2 . Относительно системы K точки, в которой происходит событие, перемещается. Согласно формулам (37.10) началу и концу события соответствуют в системе K :

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2} a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2} a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

откуда

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Введя обозначение $t_2 - t_1 = \Delta t$, получим:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (38.2)$$

¹) Если бы лоренцева сокращения не было, быстро движущиеся тела должны были бы представляться вытянутыми в направлении движения.

В этой формуле Δt_0 — длительность события, измеренная по часам системы, движущейся с той же скоростью, что и тело, в котором происходит процесс (тело в этой системе покоятся). Иначе можно сказать, что Δt_0 определено по часам, движущимся вместе с телом. Промежуток Δt измерен по часам системы, относительно которой тело движется со скоростью v . Иначе можно сказать, что Δt определено по часам, движущимся относительно тела со скоростью v . Как следует из (38.2), промежуток времени Δt_0 , измеренный по часам, неподвижным относительно тела, оказывается меньше, чем промежуток времени Δt , измеренный по часам, движущимся относительно тела.

Рассматривая протекание процесса в системе K , можно определить Δt как длительность события, измеренную по неподвижным часам, а Δt_0 — как длительность, измеренную по часам, движущимся со скоростью v . Согласно (38.2) $\Delta t_0 < \Delta t$, поэтому можно сказать, что движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся часы (имеется в виду, что во всем, кроме скорости движения, часы совершенно идентичны).

Время Δt_0 , отсчитанное по часам, движущимся вместе с телом, называется собственным временем этого тела. Как видно из (38.2), собственное время всегда меньше, чем время, отсчитанное по часам, движущимся относительно тела. Можно показать, что собственное время есть инвариант (т. е. одинаково во всех системах отсчета).

Соотношение (38.2) получило непосредственное экспериментальное подтверждение. В составе космических лучей (см. § 94) имеются частицы, именуемые μ^+ - и μ^- -мезонами. Эти частицы нестабильны — они распадаются самопроизвольно на позитрон (или электрон) и два нейтрино. Среднее время жизни μ -мезонов, измеренное в условиях, когда они неподвижны (или движутся с малой скоростью), составляет около $2 \cdot 10^{-6}$ сек. Казалось бы, что, даже двигаясь со скоростью света, μ -мезоны могут пройти лишь путь порядка 600 м. Однако, как показывают наблюдения, μ -мезоны образуются в космических лучах на высоте 20—30 км и успевают в значительном количестве достигнуть земной поверхности. Это объясняется тем, что $2 \cdot 10^{-6}$ сек — собственное время жизни μ -мезона, т. е. время, измеренное по часам, движущимся

вместе с ним. Время, отсчитанное по часам экспериментатора, связанного с Землей, оказывается гораздо большим [см. формулу (38.2); v мезона близка к c]. Поэтому нет ничего удивительного в том, что этот экспериментатор наблюдает пробег мезона, значительно больший 600 м. Отметим, что с позиции наблюдателя, движущегося вместе с мезоном, расстояние, пролетаемое им до поверхности Земли, сокращается до 600 м [см. формулу (38.1)], так что мезон успевает пролететь это расстояние за $2 \cdot 10^{-6}$ сек.

§ 39. Интервал

Какое-либо событие можно охарактеризовать местом, где оно произошло (координатами x, y, z), и временем t , когда оно произошло. Таким образом, событию можно сопоставить четыре числа: x, y, z, t . Введем воображаемое четырехмерное пространство, на координатных осях которого будем откладывать пространственные координаты и время. В этом пространстве событие изобразится точкой, которую принято называть мировой точкой. Всякой частице (даже неподвижной) соответствует в четырехмерном пространстве некоторая линия, называемая мировой линией (для покоящейся частицы она имеет вид прямой линии, параллельной оси t).

Пусть одно событие имеет координаты x_1, y_1, z_1, t_1 , другое событие — координаты x_2, y_2, z_2, t_2 . Величину

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} \quad (39.1)$$

называют интервалом между соответствующими событиями. Введя расстояние

$$l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

между точками обычного трехмерного пространства, в которых произошли оба события, и обозначив разность $t_2 - t_1$ через t_{12} , выражение для интервала можно записать в виде:

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2}. \quad (39.2)$$

Легко убедиться в том, что величина интервала между двумя данными событиями оказывается во всех инерциальных системах одной и той же. Чтобы упростить

выкладки, запишем квадрат интервала в системе K в виде

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2,$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$ и т. д.

Интервал между теми же событиями в системе K' равен

$$\Delta s'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2. \quad (39.3)$$

Согласно формулам (37.11)

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta y' = \Delta y, \quad \Delta z' = \Delta z, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Подставив эти значения в формулу (39.3), после несложных преобразований получим, что $\Delta s'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$, т. е. что

$$\Delta s'^2 = \Delta s^2.$$

Таким образом, интервал (39.1) является инвариантом по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой. В предыдущем параграфе мы видели, что промежуток времени t_{12} и расстояние l_{12} не являются инвариантами. Следовательно, каждое из слагаемых, образующих величину $s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2$, изменяется при переходе от одной системы к другой; сама же величина s_{12}^2 остается неизменной.

Пусть первое событие заключается в том, что из точки с координатами x_1, y_1, z_1 отправлен в момент времени t_1 световой сигнал, а вторым событием является прием этого сигнала в точке x_2, y_2, z_2 в момент времени t_2 . Сигнал распространяется со скоростью c ; следовательно, расстояние между точками l_{12} равно ct_{12} . Отсюда следует, что интервал s_{12} между событиями равен нулю [см. (39.2)]. Если расстояние l_{12} между точками, в которых произошли два события, превышает ct_{12} ($l_{12} > ct_{12}$), то рассматриваемые события никак не могут оказать влияние друг на друга (не существует воздействий, распространяющихся со скоростью, большей чем c), т. е. не могут быть причинно связанными друг с другом. Из (39.2) следует, что интервал s_{12} в этом случае будет мнимым. Мнимые интервалы называются пространственно-подобными. События, разделенные такими

интервалами, ни в какой системе отсчета не могут оказаться пространственно совмещенными. В самом деле, для пространственного совмещения событий необходимо, чтобы l_{12} равнялось нулю. Но тогда подкоренное выражение в (39.2) станет положительным, а интервал — вещественным. В силу же инвариантности интервала он во всех системах отсчета должен оставаться мнимым. Для событий, разделенных пространноподобным интервалом, всегда можно найти такую систему отсчета, в которой они происходят одновременно ($t_{12} = 0$).

Вещественные интервалы называются временеподобными. Для них выполняется условие: $l_{12} < ct_{12}$. Следовательно, события, разделенные временеподобными интервалами, могут быть причинно связанными друг с

другом. Для таких событий не существует системы отсчета, в которой они происходили бы одновременно [при $t_{12} = 0$ подкоренное выражение в (39.2) становится отрицательным, а интервал — мнимым], зато имеется система отсчета, в которой они происходят в одной и той же точке пространства ($l_{12} = 0$).

Возьмем мировую точку O некоторого события за начало отсчета времени и координат. Проведем в четырехмерном пространстве че-

рез эту точку взаимно перпендикулярные оси x, y, z, t^1). На рис. 143 взята плоскость x, t , для которой $y = z = 0$. Движение частицы со скоростью c , происходящее в трехмерном пространстве вдоль оси x , изобразится на рис. 143 прямыми $x = \pm ct$. Скорость частицы не может превышать c . Поэтому мировые линии всех частиц, проходящих при своем движении через мировую точку O , будут лежать в пределах незаштрихованной области. В четырех-

Рис. 143.

¹⁾ В двумерном пространстве (на плоскости) можно провести только две взаимно перпендикулярные оси, в трехмерном — три, в четырехмерном — четыре.

мерном пространстве этой области соответствует конус, осью которого является t . Образующие конуса представляют собой мировые линии световых сигналов. Поэтому его называют световым конусом.

Для любой мировой точки A , лежащей в области, названной на рис. 143 абсолютно будущей, $c^2t^2 - x^2 > 0$. Следовательно, интервал s_{OA} между событиями O и A времениподобный, причем в выбранной нами на рис. 143 системе отсчета $t_A = t_{OA} > 0$. Если брать системы отсчета, скорость которых v относительно нашей системы меняется непрерывно, будет непрерывно изменяться и промежуток времени t_{OA} ¹⁾. Однако, как мы знаем, ни в одной из систем отсчета t_{OA} не может стать равным нулю (два события, разделенные времениподобным интервалом, ни в какой системе отсчета не могут происходить одновременно). Следовательно, не существует и таких систем отсчета, в которых $t_{OA} < 0$ (чтобы стать отрицательным, t_{OA} должен при непрерывном изменении v измениться скачком). Таким образом, во всех системах отсчета событие A будет происходить позже события O . Для любой мировой точки B , лежащей в абсолютно прошедшей области, $c^2t^2 - x^2$ также больше нуля, т. е. интервал s_{OB} времениподобный, однако $t_B = t_{OB} < 0$. Это значит, что $t_{BO} = -t_{OB} > 0$. Во всех системах отсчета событие B предшествует событию O .

Для любого события C или D , мировая точка которого лежит в абсолютно удаленных областях, $c^2t^2 - x^2 < 0$. Следовательно, интервалы s_{OC} и s_{OD} пространственноподобные. В любой системе отсчета события O и C или O и D происходят в разных точках пространства. Понятие одновременности для этих событий является относительным. В одних системах отсчета событие C (или D) происходит позже, в других — раньше события O . Наконец, имеется одна система отсчета, в которой событие C (и одна, в которой событие D) происходит одновременно с событием O .

Очевидно, что события, о которых идет речь в начале предыдущего параграфа (стр. 203—204), разделены пространственноподобным интервалом.

¹⁾ Инвариантен только интервал s_{OA} , промежутки же времени и длины не инвариантны.

§ 40. Сложение скоростей

Рассмотрим движение материальной точки В системе K положение точки определяется в каждый момент времени t координатами x, y, z . Выражения:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}$$

представляют собой проекции на оси x, y, z вектора скорости точки относительно системы K . В системе K' положение точки характеризуется каждый момент времени t' координатами x', y', z' . Проекции на оси x', y', z' вектора скорости точки относительно системы K' определяются выражениями:

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

Из формул (37.10) вытекает, что

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Разделив первые три равенства на четвертое, получим формулы преобразования скоростей при переходе от одной системы отсчета к другой:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \\ u_y &= \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \\ u_z &= \frac{u'_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (40.1)$$

В случае, когда $v \ll c$, соотношения (40.1) переходят в формулы сложения скоростей (37.2) классической механики.

Если тело движется параллельно оси x , его скорость v относительно системы K совпадает с u_x , а скорость u' относительно системы K' — с u'_x . В этом случае закон сложения скоростей имеет вид:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \quad (40.2)$$

Пусть скорость u' равна c . Тогда для u получается по формуле (40.2) значение:

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c.$$

Этот результат не является удивительным, так как в основе преобразований Лоренца (а следовательно и формул сложения скоростей) лежит утверждение, что скорость света одинакова во всех системах отсчета. Положив в формуле (40.2) $u' = v = c$, получим для u также значение, равное c . Таким образом, если складываемые скорости u' и v не превышают c , то и результирующая скорость u не может превысить c .

Легко убедиться в том, что результат опыта Физо (см. § 35) объясняется релятивистским законом сложения скоростей. Связем с прибором систему отсчета K , а с движущейся водой — систему K' . Тогда под u' нужно подразумевать скорость света относительно воды, равную c/n , под v — скорость течения воды (которая в § 35 была обозначена буквой u). Согласно (40.2) скорость света относительно прибора будет равна:

$$u = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{cv}{nc^2}} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}}.$$

Если $v \ll c$, полученное выражение можно представить следующим образом:

$$u = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}} \approx \left(\frac{c}{n} + v\right)\left(1 - \frac{v}{nc}\right) \approx \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

(мы пренебрели членом $(v/n)(v/c)$). Такой же результат дает классическая формула сложения скоростей

в предположении, что коэффициент увлечения эфира равен $(1 - 1/n^2)$, т. е. значению, полученному Физо.

Следует обратить внимание на то, что одинакова во всех системах отсчета лишь скорость света в вакууме. Скорость света в веществе различна в разных системах отсчета. Значение c/n она имеет в системе отсчета, связанной со средой, в которой происходит распространение света.

Из формул (37.11) легко получить выражения для скоростей в системе K' через скорости в системе K :

$$\left. \begin{aligned} u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}, \\ u'_y &= \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}, \\ u'_z &= \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (40.3)$$

Эти формулы отличаются от формул (40.1) лишь знаком перед v . Такой результат, конечно, можно было предвидеть заранее.

§ 41. Эффект Допплера

В акустике изменение частоты, обусловленное эффектом Допплера, определяется скоростями движения источника и приемника по отношению к среде, являющейся носителем звуковых волн [см. т. I, формулу (86.3)]. Для световых волн также существует эффект Допплера. Однако, поскольку особой среды, которая служила бы носителем электромагнитных волн, не существует, доплеровское смещение частоты световых волн определяется только относительной скоростью источника и приемника.

Связем с приемником света начало координат системы K , а с источником — начало координат системы K' (рис. 144). Оси x и x' направим, как обычно, вдоль вектора скорости v , с которой система K' (т. е. источник) движется относительно системы K (т. е. при-

емника). Уравнение плоской световой волны, испускаемой источником по направлению к приемнику, будет в системе K' иметь вид¹⁾

$$E(x', t') = A' \cos \left[\omega' \left(t' + \frac{x'}{c} \right) + \alpha' \right], \quad (41.1)$$

где ω' — частота волны, фиксируемая в системе отсчета, связанной с источником, т. е. частота, с которой колебляется источник. Чтобы не ограничивать общности, мы допускаем, что начальная фаза α' может быть отлична от нуля [см. формулы (16.1) и следующий за ними текст]. Мы снабдили штрихами все величины, кроме c , которая одинакова во всех системах отсчета.

Согласно принципу относительности законы природы имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета. Следовательно, в системе K волна (41.1) описывается уравнением:

$$E(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) + \alpha \right], \quad (41.2)$$

где ω — частота, фиксируемая в системе отсчета K , т. е. частота, воспринимаемая приемником.

Уравнение волны в системе K можно получить из уравнения (41.1), перейдя от x' и t' к x и t с помощью преобразований Лоренца. Заменив в (41.1) x' и t' согласно (37.11), получим:

$$E(x, t) = A' \cos \left[\omega' \left(\frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{x - vt}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) + \alpha' \right].$$

Последнее выражение легко привести к виду:

$$E(x, t) = A' \cos \left[\omega' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t + \frac{x}{c} \right) + \alpha' \right]. \quad (41.3)$$

¹⁾ В выражении для фазы взят знак плюс, так как волна распространяется в сторону убывания x [см. т. I, формулу (78.5)].

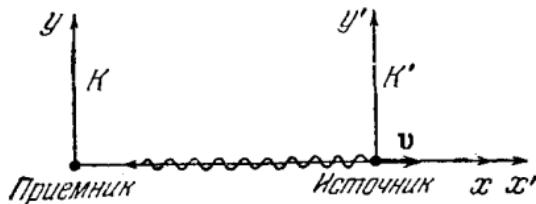


Рис. 144.

Уравнение (41.3) описывает в системе K ту же волну, что и уравнение (41.2). Поэтому должно выполняться соотношение¹⁾:

$$\omega = \omega' \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \omega' \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}.$$

Переходя от круговой частоты ω к обычной v и обозначая частоту v' в системе источника через v_0 , получим:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \quad (41.4)$$

Скорость v источника по отношению к приемнику есть величина алгебраическая. При удалении источника $v > 0$ и согласно (41.4) $v < v_0$; при приближении источника к приемнику $v < 0$ и $v > v_0$.

В случае, если $v \ll c$, формулу (41.4) можно приблизенно записать следующим образом:

$$v \approx v_0 \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{v}{c}}{1 + \frac{1}{2} \frac{v}{c}} \approx v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v}{c}\right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v}{c}\right),$$

откуда, ограничиваясь членами порядка v/c , получаем

$$v = v_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (41.5)$$

Из (41.5) можно найти относительное изменение частоты:

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{v}{c}, \quad (41.6)$$

где под Δv подразумевается $v - v_0$.

Из теории относительности следует, что, кроме рассмотренного нами продольного эффекта, для

¹⁾) Сопоставление уравнений (41.2) и (41.3) дает, что $\alpha = \alpha'$. Следовательно, положив в (41.1) $\alpha' = 0$, нужно в (41.2) считать $\alpha = 0$. Это объясняется очень просто: преобразования (37.11) предусматривают такой выбор начала отсчета в системах K и K' , что при $x' = 0$ и $t' = 0$ значения x и t также обращаются в нуль.

световых волн должен существовать также поперечный эффект Допплера. Он заключается в уменьшении воспринимаемой приемником частоты, наблюдающимся в том случае, когда вектор относительной скорости направлен перпендикулярно к прямой, проходящей через приемник и источник¹⁾ (когда, например, источник движется по окружности, в центре которой находится приемник). В этом случае частота v_0 в системе источника связана с частотой v в системе приемника соотношением:

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx v_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (41.7)$$

Относительное изменение частоты при поперечном эффекте Допплера

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (41.8)$$

пропорционально квадрату отношения v/c и, следовательно, значительно меньше, чем при продольном эффекте (для которого относительное изменение частоты пропорционально первой степени v/c):

Существование поперечного эффекта Допплера было доказано экспериментально Айвсом в 1938 г. В опытах Айвса определялось изменение частоты излучения атомов водорода в каналовых лучах (см. т. II, § 89). Скорость атомов составляла примерно $2 \cdot 10^6$ м/сек. Эти опыты представляют собой непосредственное экспериментальное подтверждение справедливости преобразований Лоренца.

В общем случае вектор относительной скорости можно разложить на две составляющие, одна из которых направлена параллельно, а другая — перпендикулярно к лучу. Первая составляющая обусловит продольный, вторая — поперечный эффект Допплера.

Продольный эффект Допплера используется для определения «радиальной» скорости звезд. Измеряя относительное смещение линий в спектрах звезд, можно по формуле (41.6) определить v .

Тепловое движение молекул светящегося газа приводит вследствие эффекта Допплера к уширению спектральных линий. Из-за хаотичности теплового движения

¹⁾ Напомним, что для звуковых волн поперечного эффекта Допплера не существует.

все направления скоростей молекулы относительно спектрографа равновероятны. Поэтому в регистрируемом прибором излучении присутствуют все частоты, заключенные в интервале от $v_0(1 - v/c)$ до $v_0(1 + v/c)$, где v_0 — частота, излучаемая молекулами, v — скорость теплового движения [см. формулу (41.6)]. Таким образом, регистрируемая ширина спектральной линии составит $2v_0v/c$. Величину

$$\delta v_D = 2v_0 \frac{v}{c} \quad (41.9)$$

называют *допплеровской шириной спектральной линии*¹⁾.

По величине допплеровского уширения спектральных линий можно судить о скорости теплового движения молекул, а следовательно и о температуре светящегося газа.

§ 42. Релятивистская динамика

Принцип относительности Эйнштейна утверждает, что все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой. Уравнения Ньютона, как мы знаем, инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея (см. т. I, § 17). Однако легко убедиться в том, что по отношению к преобразованиям Лоренца эти уравнения не инвариантны. С этой целью рассмотрим, как выглядит в инерциальных системах K и K' абсолютно неупругое центральное столкновение двух одинаковых шаров (рис. 145, *a*). Пусть система K' движется относительно системы K со скоростью v . В системе K шары движутся навстречу друг другу вдоль оси x с одинаковыми по величине скоростями, проекции которых на ось x равны: $u_{x1} = v$ и $u_{x2} = -v$. При этих условиях после столкновения шары в системе K будут покойться: $u_{x1} = u_{x2} = 0$. Полный импульс системы и до и после столкновения равен нулю — в системе K импульс сохраняется.

Теперь рассмотрим тот же процесс в системе K' . Воспользовавшись первой из формул (40.3), найдем для скоростей шаров до столкновения значения $u'_{x1} = 0$ и

¹⁾ Строгое рассмотрение требует учета распределения молекул по скоростям. Под v в (41.9) подразумевается наиболее вероятная скорость молекул.

$u'_{x2} = -2v/(1+v^2/c^2)$, а для скоростей шаров после столкновения значение $u'_{x1} = u'_{x2} = -v$. Полагая, как это делается в ньютоновской механике, массу шаров инвариантной, получим для суммарного импульса до столкновения значение $-2mv/(1+v^2/c^2)$ и после столкновения — значение $-2mv$. Таким образом, исходя из представлений ньютоновской механики, мы пришли к выводу, будто в системе K' импульс не сохраняется. Один

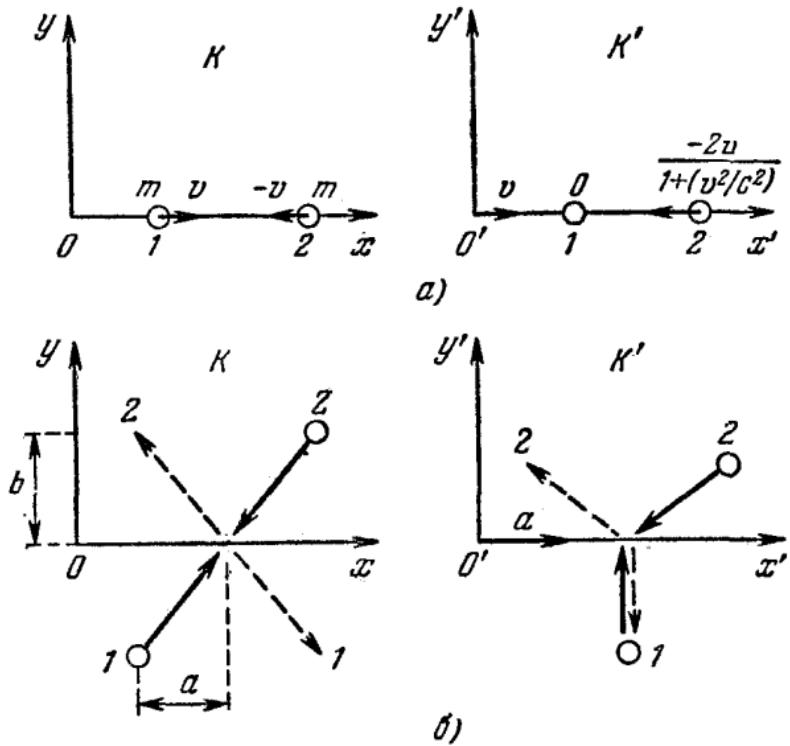


Рис. 145.

из основных законов механики — закон сохранения импульса — в ньютоновской формулировке оказывается не инвариантным.

Инвариантная относительно преобразований Лоренца форма уравнений механики была найдена Эйнштейном. Рассуждения Эйнштейна слишком сложны для того, чтобы их излагать на страницах учебника общей физики. Поэтому мы выберем другой путь. Прежде всего заметим, что сохранение суммарного импульса шаров в системе K' можно получить, если допустить, что масса шара зависит от величины его скорости. Для выяснения вида этой зависимости рассмотренное нами неупругое

столкновение не годится, поскольку при таком соударении не сохраняется кинетическая энергия системы, что, как мы увидим ниже, приводит к дополнительному своеобразному эффекту. Поэтому мы рассмотрим другой мысленный эксперимент, предложенный Толменом.

Рассмотрим абсолютно упругое соударение двух одинаковых шаров, которое в системе K выглядит так, как показано на рис. 145, б¹). Проекции на оси системы K скоростей шаров до и после соударения имеют значения, приведенные в табл. 2. Легко видеть, что в систе-

Таблица 2

Система координат	До столкновения		После столкновения		
	1-й шар	2-й шар	1-й шар	2-й шар	
K	u_x	a	$-a$	a	$-a$
	u_y	b	$-b$	$-b$	b
	u	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\sqrt{a^2 + b^2}$
K'	u'_x	0	$\frac{-2a}{1 + \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{-2a}{1 + \alpha^2}$	0	$\frac{-2a}{1 + \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{-2a}{1 + \alpha^2}$
	u'_y	$\frac{b \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}}{1 - \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{\gamma}{1 - \alpha^2}$	$\frac{-b \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}}{1 + \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{-\gamma}{1 + \alpha^2}$	$\frac{-b \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}}{1 - \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{-\gamma}{1 - \alpha^2}$	$\frac{b \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}}{1 + \frac{a^2}{c^2}} =$ $= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2}$
	u'	$\frac{\gamma}{1 - \alpha^2}$	$\sqrt{\frac{4a^2 + \gamma^2}{1 + \alpha^2}}$	$\frac{\gamma}{1 - \alpha^2}$	$\sqrt{\frac{4a^2 + \gamma^2}{1 + \alpha^2}}$

¹⁾ Отметим, что хотя скорости шаров до и после столкновения коллинеарны, рассматриваемый удар является нецентральным.

ме K имеет место сохранение как импульса, так и энергии (указанные в третьей строке таблицы величины скоростей шаров до и после соударения одинаковы).

Теперь рассмотрим тот же процесс в системе K' , движущейся относительно K со скоростью v , равной a . Расчет по формулам (40.3) дает для проекций скоростей значения, приведенные во второй части табл. 2. Для упрощения записей применены обозначения:

$$\gamma = b \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}, \quad \alpha = \frac{a}{c}. \quad (42.1)$$

В последней строке таблицы даны величины скоростей шаров до и после удара.

Из табл. 2 следует, что составляющая суммарного импульса по оси x' будет одинакова до и после удара при любой зависимости m от u' (величина скорости u' для каждого из шаров до и после удара одна и та же, проекция скорости на ось x' также одна и та же). Иначе обстоит дело с составляющей импульса по оси y' . В предположении инвариантности массы для проекции суммарного импульса на ось y' получаются значения

$$m \left(\frac{\gamma}{1 - \alpha^2} + \frac{-\gamma}{1 + \alpha^2} \right) = \frac{2m\gamma\alpha^2}{1 - \alpha^4}$$

до удара и

$$m \left(\frac{-\gamma}{1 - \alpha^2} + \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \right) = -\frac{2m\gamma\alpha^2}{1 - \alpha^4}$$

после удара. Поскольку эти значения неодинаковы, мы приходим к несохранению импульса.

Допустим, что $m = m(u')$, и потребуем сохранения проекции суммарного импульса на ось y' . В результате получим следующее функциональное уравнение:

$$\begin{aligned} m \left(\frac{\gamma}{1 - \alpha^2} \right) \frac{\gamma}{1 - \alpha^2} + m \left(\frac{\sqrt{4a^2 + \gamma^2}}{1 + \alpha^2} \right) \frac{-\gamma}{1 + \alpha^2} = \\ = m \left(\frac{\gamma}{1 - \alpha^2} \right) \frac{-\gamma}{1 - \alpha^2} + m \left(\frac{\sqrt{4a^2 + \gamma^2}}{1 + \alpha^2} \right) \frac{\gamma}{1 + \alpha^2}. \end{aligned}$$

Сократив на отличный от нуля общий множитель γ и приведя подобные члены, придем к соотношению:

$$m \left(\frac{\gamma}{1 - \alpha^2} \right) \frac{2}{1 - \alpha^2} = m \left(\frac{\sqrt{4a^2 + \gamma^2}}{1 + \alpha^2} \right) \frac{2}{1 + \alpha^2}. \quad (42.2)$$

Это соотношение должно выполняться при любых значениях a и b . В частности, оно должно выполняться и при b , равном нулю. В этом случае соотношение (42.2) принимает вид [γ обращается в нуль вместе с b ; см. формулы (42.1)]:

$$m(0) \frac{2}{1-a^2} = m\left(\frac{2a}{1+a^2}\right) \frac{2}{1+a^2}. \quad (42.3)$$

Подставив значение (42.1) для α , перепишем (42.3) следующим образом:

$$m\left(\frac{2a}{1+\frac{a^2}{c^2}}\right) = m(0) \frac{1+\frac{a^2}{c^2}}{1-\frac{a^2}{c^2}}. \quad (42.4)$$

Это соотношение связывает массу шара, движущегося со скоростью

$$u' = \frac{2a}{1+\frac{a^2}{c^2}}, \quad (42.5)$$

с массой покоящегося шара $m_0 = m(0)$.

Перепишем равенство (42.5) следующим образом:

$$\frac{u'}{c} = \frac{2 \frac{a}{c}}{1 + \frac{a^2}{c^2}}.$$

Отсюда

$$1 + \frac{u'}{c} = 1 + \frac{2 \frac{a}{c}}{1 + \frac{a^2}{c^2}} = \frac{\left(1 + \frac{a}{c}\right)^2}{1 + \frac{a^2}{c^2}},$$

$$1 - \frac{u'}{c} = 1 - \frac{2 \frac{a}{c}}{1 + \frac{a^2}{c^2}} = \frac{\left(1 - \frac{a}{c}\right)^2}{1 + \frac{a^2}{c^2}}.$$

Перемножив эти равенства, получим, что

$$1 - \frac{u'^2}{c^2} = \frac{\left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right)^2}{\left(1 + \frac{a^2}{c^2}\right)^2},$$

откуда

$$\frac{1 + \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Подставив это значение в формулу (42.4) и заменив обозначение величины скорости v' на v , придем к окончательной формуле:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (42.6)$$

Здесь m_0 — инвариантная, т. е. одинаковая во всех инерциальных системах отсчета, величина, называемая массой покоя данного тела; $m = m(v)$ — масса того же тела, которой оно обладает, двигаясь со скоростью v . Величина m называется релятивистской массой или просто массой тела.

Формула (42.6) нам уже хорошо знакома. Напомним, что Томсон в опытах по определению удельного заряда электрона наблюдал изменение получаемых им значений e/m , происходившее в точном соответствии с формулой (42.6) [см. т. II, § 66].

Умножив (42.6) на скорость v , получим релятивистское выражение для импульса материальной точки:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (42.7)$$

При $v \ll c$ выражение (42.7) переходит в классическое выражение для импульса $p = m_0 v$, где m_0 — постоянная величина. Аналогично, все другие формулы релятивистской динамики переходят при скоростях, много меньших скорости света в пустоте, в формулы классической механики.

Одна из формулировок второго закона Ньютона гласит, что производная импульса материальной точки по времени равна действующей на тело силе [см. т. I, формулу (22.3)]. В такой формулировке уравнение второго закона оказывается инвариантным относительно преобразований Лоренца, если под импульсом подразумевать

величину (42.7). Следовательно, релятивистское выражение второго закона Ньютона имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \mathbf{f}, \quad (42.8)$$

где \mathbf{f} — результирующая сила, действующая на тело. При переходе от одной системы отсчета к другой сила \mathbf{f} преобразуется по определенным законам. Рассмотрение этих законов выходит за рамки нашего курса.

Найдем релятивистское выражение для энергии материальной точки (для краткости будем называть ее частицей). Будем исходить из уравнения движения (42.8). Умножим его на $v dt$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) v dt = \mathbf{f} v dt.$$

Правая часть этого соотношения дает работу dA , совершенную над частицей за время dt . Из закона сохранения энергии следует, что работа, совершаемая над частицей, должна быть равна приращению энергии частицы dE . Поэтому можно написать:

$$dE = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) v dt = v d \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

Преобразуем правую часть этого выражения, помня, что $v^2 = \mathbf{v}^2$, а $v dv = \mathbf{v} d\mathbf{v}$:

$$\begin{aligned} dE &= \mathbf{v} \left\{ \frac{m_0 d\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m_0 v \left(\frac{\mathbf{v}}{c^2} d\mathbf{v} \right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} \right\} = \\ &= - \frac{m_0 \mathbf{v} d\mathbf{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} = \frac{m_0 c^2 d \left(\frac{v^2}{c^2} \right)}{2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} = d \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \end{aligned}$$

Интегрирование полученного нами соотношения дает:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \text{const.}$$

Эйнштейн положил константу равной нулю. При этом условии для энергии частицы получается выражение:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m c^2, \quad (42.9)$$

где m — релятивистская масса частицы.

В случае, когда скорость частицы $v = 0$, энергия принимает значение

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (42.10)$$

Величина (42.10) носит название энергии покоя частицы. Эта энергия, очевидно, представляет собой внутреннюю энергию частицы, не связанную с движением частицы как целого.

Кинетическую энергию частицы T естественно определить как разность E и E_0 . Подставив значения (42.9) и (42.10) этих величин, получим:

$$T = E - E_0 = \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \right) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (42.11)$$

В случае малых скоростей ($v \ll c$) эту формулу можно преобразовать следующим образом:

$$T \approx m_0 c^2 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right) \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{m_0 v^2}{2}.$$

Мы пришли к классическому выражению для кинетической энергии частицы. В этом нет ничего удивительного — выше уже отмечалось, что при скоростях, много меньших скорости света, все формулы релятивистской механики переходят в формулы классической механики.

Исключив из уравнений (42.7) и (42.9) скорость v [уравнение (42.7) нужно взять в скалярном виде], получим выражение энергии частицы через импульс p :

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} \quad (42.12)$$

(классическое выражение имеет вид: $E = p^2/2m$).

Формулы (42.9) и (42.10) справедливы не только для элементарной частицы, но и для сложного тела, состоящего из многих частиц. Энергия E_0 покоящегося

тела содержит в себе, помимо энергий покоя входящих в его состав частиц, также кинетическую энергию частиц (обусловленную их движением относительно центра инерции тела) и энергию их взаимодействия друг с другом. В энергию покоя, как и в полную энергию (42.9), не входит потенциальная энергия тела во внешнем силовом поле.

Из соотношения (42.9) вытекает, что энергия и масса тела всегда пропорциональны друг другу. Всякое¹⁾ изменение энергии тела ΔE сопровождается изменением массы тела $\Delta m = \Delta E/c^2$ и, наоборот, всякое изменение массы Δm сопровождается изменением энергии $\Delta E = c^2 \Delta m$. Это утверждение носит название закона взаимосвязи или закона пропорциональности массы и энергии²⁾.

Отметим, что пропорциональность между релятивистской массой и энергией приводит к тому, что утверждение о сохранении суммарной релятивистской массы частиц представляет собой сказанное иными словами утверждение о сохранении суммарной полной энергии. В связи с этим в физике не принято говорить о законе сохранения релятивистской массы как об отдельном законе.

Обратимся снова к неупругому соударению двух шаров (рис. 145, а). На первый взгляд может показаться, что записав закон сохранения импульса в системе K' в виде

$$m(u'_0) u'_0 = 2m(u') u' \quad (42.13)$$

(где $u'_0 = -2v/(1 + v^2/c^2)$, а $u' = -v$) и взяв в качестве $m(u')$ функцию (42.6), мы получим тождество. Однако нас ждет разочарование. В самом деле, подставив в (42.13) функцию $m(u')$ и соответствующие значения проекций скоростей, получим соотношение:

$$\sqrt{\frac{m_0}{1 - \left(\frac{2v/(1 + v^2/c^2)}{c}\right)^2}} \frac{-2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = 2 \sqrt{\frac{m_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (-v), \quad (42.14)$$

¹⁾ За исключением изменения потенциальной энергии во внешнем поле сил.

²⁾ Иногда говорят об эквивалентности массы и энергии, подразумевая под этим их взаимосвязь и пропорциональность друг другу. Очевидно, что термин «пропорциональность» правильнее отражает существа дела, чем термин «эквивалентность».

которое после элементарных преобразований приобретает вид:

$$\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Таким образом, никакого тождества не получилось. Причина нашей неудачи заключается в том, что мы без должных на то оснований полагали, что масса покоя M_0 составного тела, возникающего после удара шаров, равна удвоенной массе покоя каждого шара в отдельности. В действительности внутренняя энергия составного тела больше суммы внутренних энергий шаров перед ударом (удар неупругий), а следовательно, и масса покоя M_0 должна быть больше $2m_0$ [см. формулу (42.10)].

Если не делать заранее никаких предположений относительно M_0 , в правую часть уравнения (42.14) нужно вместо $2m_0$ подставить M_0 . Тогда после преобразований мы придем к соотношению:

$$M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m(v). \quad (42.15)$$

Заметим, что формула (42.15) следует непосредственно из закона сохранения энергии. В этом можно убедиться, умножив обе части формулы на c^2 и приняв во внимание выражение (42.9).

Итак, при неупругих соударениях масса покоя образующегося составного тела не равна сумме масс покоя соударяющихся частиц. При взаимодействиях частиц суммарная масса покоя не сохраняется.

ГЛАВА VII

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
С ВЕЩЕСТВОМ

§ 43. Дисперсия света

Дисперсией света называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от частоты (или длины) световой волны. Этую зависимость можно охарактеризовать функцией

$$n = f(\lambda_0), \quad (43.1)$$

где λ_0 — длина световой волны в вакууме.

Первое экспериментальное исследование дисперсии света было выполнено Ньютоном в 1672 г. по способу преломления в стеклянной призме.

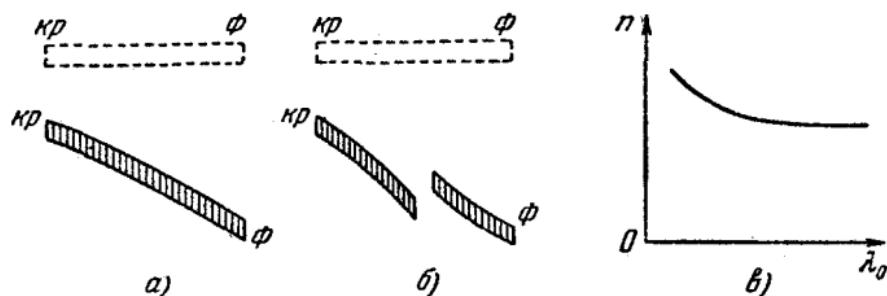


Рис. 146.

Характер дисперсии становится особенно наглядным, если применить метод скрещенных призм. Первая (вспомогательная) стеклянная призма разворачивает пучок света вдоль одного направления (см. пунктирную полосу на рис. 146, а и б). Вторая призма, изготовленная из исследуемого вещества, отклоняет каждый из лучей в

другом направлении. Это отклонение определяется значением $n(\lambda_0)$ для данного вещества, так что получающаяся на экране искривленная радужная полоса наглядно передает ход показателя преломления с длиной волны λ_0 .

Для всех прозрачных бесцветных веществ функция (43.1) имеет в видимой части спектра вид, показанный на рис. 146, *в*. С уменьшением длины волны показатель преломления увеличивается со все возрастающей скоростью, так что величина $dn/d\lambda_0$, называемая дисперсией вещества, также увеличивается по модулю с уменьшением λ_0 . Такой характер дисперсии называют нормальным. Рис. 146, *а* соответствует случаю нормальной дисперсии.

Зависимость n от λ_0 в области нормальной дисперсии может быть представлена приближенно формулой:

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2} + \frac{c}{\lambda_0^4} + \dots, \quad (43.2)$$

где a, b, c, \dots — постоянные, значения которых для каждого вещества определяются экспериментально. В большинстве случаев можно ограничиться двумя первыми членами формулы, полагая

$$n = a + \frac{b}{\lambda_0^2}.$$

В этом случае дисперсия вещества изменяется по закону:

$$\frac{dn}{d\lambda_0} = - \frac{2b}{\lambda_0^3}.$$

Если вещество поглощает часть лучей, в области поглощения и вблизи от нее ход дисперсии обнаруживает аномалию (рис. 146, *б*). На некотором участке более короткие волны преломляются меньше, чем более длинные. Такой ход зависимости n от λ_0 называется аномальной дисперсией.

§ 44. Групповая скорость

Волна, описываемая уравнением

$$\xi = A \cos (\omega t - kx), \quad (44.1)$$

представляет собой последовательность горбов и впадин, имеющую бесконечные протяженность и длительность.

В самом деле, уравнение (44.1) определяет смещение ξ для всех значений x и t , заключенных в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Ясно, что с помощью такой волны нельзя передать никакого сигнала. Для того чтобы волна могла быть использована для передачи сигнала, на ней нужно сделать «отметку», скажем, оборвать ее на какой-то промежуток времени. Однако в этом случае волна уже не будет описываться уравнением (44.1).

Возьмем фиксированное значение фазы волны (44.1):

$$\omega t - kx = \text{const.}$$

Дифференцирование этого выражения дает: $\omega dt - k dx = 0$, откуда для скорости $v = dx/dt$, с которой перемещается данное значение фазы в пространстве, получается значение:

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (44.2)$$

Величина v , как мы знаем, называется фазовой скоростью волны.

В § 19 мы уже отмечали, что даже свет, определяемый как монохроматический, представляет собой наложение волн вида (44.1) с частотами, заключенными в интервале $\Delta\omega$. Суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте (или длине волны), называется группой волн. Выражение группы волн имеет вид:

$$\int_{\omega - \Delta\omega/2}^{\omega + \Delta\omega/2} A_\omega \cos(\omega t - k_\omega x) d\omega. \quad (44.3)$$

Суммируемые в (44.3) волны отличаются друг от друга по λ , а следовательно и по k ($k = 2\pi/\lambda$). В некоторый момент времени t отличие по фазе складываемых волн в разных точках (для разных x) будет различно. В одних точках волны усиливают друг друга больше, в других — меньше. В том месте, где волны в данный момент больше всего усиливают друг друга, будет наблюдаться максимум интенсивности. С течением времени этот максимум перемещается в пространстве. Сказанное можно пояснить на примере сложения двух волн с различными λ (рис. 147). Одна из волн изображена сплошной линией, вторая — пунктирной. Интенсивность максимальна в точке A , где фазы обеих волн в данный момент

совпадают. В точках B и C обе волны находятся в противофазе, вследствие чего интенсивность результирующей волны минимальна.

Точку, в которой амплитуда (а следовательно и интенсивность) группы волн имеет максимум, называют центром группы волн. Если все составляющие группы волны распространяются с одинаковой фазовой скоростью v , то относительное расположение волн остается все время неизменным. Следовательно, центр

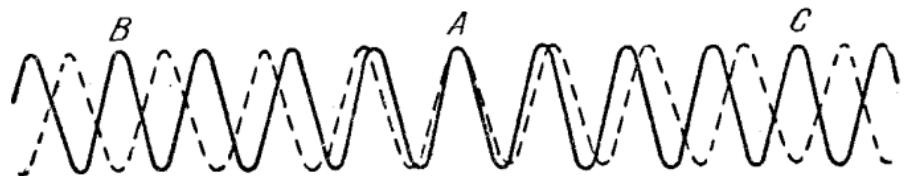


Рис. 147.

группы также будет перемещаться в пространстве со скоростью v . Иначе обстоит дело, если наблюдается дисперсия, т. е. зависимость фазовой скорости волн от частоты. В этом случае центр группы волн перемещается со скоростью

$$u = \frac{d\omega}{dk}, \quad (44.4)$$

называемой групповой скоростью.

Заменив согласно (44.2) ω через vk , выражение для групповой скорости можно представить в виде

$$u = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}.$$

Заменим в этом выражении dv/dk через $(dv/d\lambda) \times (\lambda/k)$. По определению $k = 2\pi/\lambda$ или $\lambda = 2\pi/k$. Следовательно $d\lambda/dk = -2\pi/k^2 = -\lambda/k$, так что $dv/dk = -(dv/d\lambda)(\lambda/k)$. Подставив это значение в формулу для u , получим:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (44.5)$$

Очевидно, что выражения (44.4) и (44.5) эквивалентны.

Докажем правильность формулы (44.4) на примере двух слагаемых волн, описываемых уравнениями

$$\xi_1 = a \cos(\omega t - kx),$$

$$\xi_2 = a \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x].$$

Для упрощения выкладок мы положили амплитуды обеих волн одинаковыми. Будем предполагать выполняющимися условия: $\Delta\omega \ll \omega$; $\Delta k \ll k$. Сложив уравнения и произведя преобразования по формуле для суммы косинусов, получим уравнение результирующей волны:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \left[2a \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x \right) \right] \cos (\omega t - kx) \quad (44.6)$$

(во втором множителе мы пренебрегли $\Delta\omega$ по сравнению с 2ω и Δk по сравнению с $2k$).

Множитель, стоящий в квадратных скобках, изменяется с t и x гораздо медленнее, чем второй множитель. Поэтому выражение (44.6) можно рассматривать как уравнение плоской волны, амплитуда которой изменяется по закону¹⁾

$$\text{Амплитуда} = \left[2a \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x \right) \right].$$

Максимуму амплитуды соответствует фаза, равная нулю (или $\pm m\pi$, где m — целое число). Следовательно, координата x_m центра группы волн в момент времени t определяется из условия:

$$\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x_m = 0.$$

Отсюда для групповой скорости $u = dx_m/dt$ получается значение: $u = \Delta\omega/\Delta k$. Перейдя к дифференциалам, получим формулу (44.4).

Из формулы (44.5) видно, что в зависимости от знака $dv/d\lambda$ групповая скорость u может быть как меньше, так и больше фазовой скорости v . В отсутствие дисперсии $dv/d\lambda = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой.

Максимум интенсивности приходится на центр группы волн. Поэтому в тех случаях, когда понятие групповой скорости имеет смысл, скорость переноса энергии волной равна групповой скорости.

Понятие групповой скорости применимо только при условии, что поглощение энергии волны в данной среде невелико. При значительном затухании волн понятие групповой скорости утрачивает смысл. Такой случай имеет место в области аномальной дисперсии. В этой

¹⁾ Ср. с т. I, формулами (70.1) и (70.2). Зависимость функции (44.6) от x при фиксированном t изображается кривой, аналогичной кривой на рис. 173, *a* в т. I.

области поглощение очень велико и понятие групповой скорости оказывается неприменимым.

Из сказанного в этом параграфе ясно, что во всех описанных в § 4 опытах определялась не фазовая, а групповая скорость световых волн (напомним, что в вакууме эти скорости совпадают).

§ 45. Элементарная теория дисперсии

Дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества. Для этого нужно рассмотреть процесс взаимодействия света с веществом. Движение электронов в атоме подчиняется законом квантовой механики (см. § 66). В частности, понятие траектории электрона в атоме теряет всякий смысл. Однако, как показал Лоренц, для качественного понимания многих оптических явлений достаточно ограничиться гипотезой о существовании внутри атомов и молекул электронов, связанных квазиупруго. Будучи выведены из положения равновесия, такие электроны начнут колебаться, постепенно теряя энергию колебания на излучение электромагнитных волн. В результате колебания будут затухающими. Затухание можно учесть, введя «силю трения», пропорциональную скорости.

При прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон оказывается под действием электрической силы, изменяющейся по закону:

$$f = eE_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (45.1)$$

где α — величина, определяемая координатами данного электрона, E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны.

Под воздействием этой силы электрон начинает совершать вынужденные колебания, амплитуда (r_m) и фаза (φ) которых определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} r_m &= \frac{(eE_0/m)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (45.2)$$

[см. т. 1, формулы (75.7) и (75.8); ω_0 — собственная частота электрона, β — коэффициент затухания].

Колеблющийся электрон возбуждает вторичную волну, распространяющуюся со скоростью c . Вторичные волны, складываясь с первичной, образуют результирующую волну. Фазы вторичных волн отличаются от фазы первичной волны [см. (45.2)]. Это приводит к тому, что результирующая волна распространяется в веществе с фазовой скоростью v , отличной от скорости волн в пустоте (фазовая скорость первичной и вторичной волн в веществе равна c). Различие между v и c будет тем больше, чем сильнее вынужденные колебания электронов (т. е. чем ближе частота волны к резонансной частоте электронов). Отсюда вытекает существование зависимости v от ω , т. е. дисперсии.

Чтобы упростить вычисления, затуханием за счет излучения вначале будем пренебречь. Впоследствии мы учтем затухание, внеся в полученные формулы соответствующие поправки. Положив в формулах (45.2) $\beta = 0$, получим:

$$r_m = \frac{(eE_0/m)}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \phi = 0.$$

Таким образом, при отсутствии затухания электрон будет совершать под действием силы (45.1) колебание, описываемое формулой:

$$r(t) = \frac{(eE_0/m)}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t + \alpha).$$

Учтя, что мгновенное значение напряженности электрического поля в данной точке вещества равно $E(t) = E_0 \cos(\omega t + \alpha)$, мгновенное значение смещения электрона из положения равновесия можно представить в виде:

$$r(t) = \frac{(e/m) E(t)}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

В результате смещения электронов¹⁾ из положений равновесия молекула приобретет электрический дипольный момент [см. т. II, формулу (13.3)]:

$$p(t) = \sum e_i r_i(t) = \left(\sum \frac{e_i^2 / m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \right) E(t)$$

¹⁾ Масса ядер во много раз больше массы электронов, поэтому смещениями положительных зарядов можно пренебречь.

(суммирование производится по всем электронам, входящим в состав молекулы; направления смещений $r_i(t)$ совпадают с направлением $\mathbf{E}(t)$, поэтому геометрическое сложение можно заменить алгебраическим).

Умножив $p(t)$ на число молекул в единице объема N , получим мгновенное значение вектора поляризации вещества:

$$P(t) = Np(t) = N \left(\sum \frac{e_i^2/m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \right) E(t). \quad (45.3)$$

Диэлектрическая проницаемость вещества по определению [см. т. II, формулы (16.8) и (15.2)] равна:

$$\epsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}.$$

Подставив сюда значение P/E из (45.3) и заменив согласно (16.6) κ через n^2 , получим формулу:

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\epsilon_0} \sum \frac{e_i^2/m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}. \quad (45.4)$$

При значениях частоты волны ω , заметно отличающихся от всех собственных частот ω_{0i} , сумма в (45.4) будет мала по сравнению с единицей, так что $n^2 \approx 1$. Вблизи каждой из собственных частот функция (45.4) терпит разрыв: при $\omega \rightarrow \omega_{0i}$ она обращается в $+\infty$, если $\omega < \omega_{0i}$, и в $-\infty$, если $\omega > \omega_{0i}$. Такое поведение функции обусловлено тем, что мы пренебрели затуханием (если положить $\beta = 0$, то выражение (45.2) для амплитуды вынужденных колебаний обращается в ∞ при $\omega = \omega_0$; когда β отлично от нуля, амплитуда при всех значениях ω остается конечной). Учет затухания приводит к зависимости n^2 от ω , показанной на рис. 148 [пунктиром показан ход функции (45.4)].

Перейдя от n^2 к n и от ω к λ_0 , получим кривую, изображенную на рис. 149 (дан лишь участок кривой

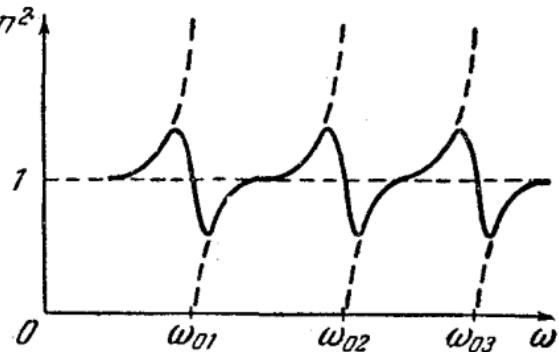


Рис. 148.

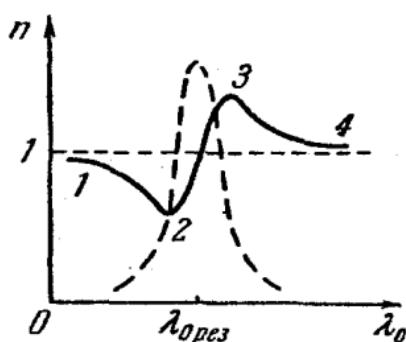
в области одной из резонансных длин волн). Пунктирная кривая изображает ход коэффициента поглощения света веществом (см. следующий параграф). Участок 3—4 аналогичен кривой, приведенной на рис. 146, в. Участки 1—2 и 3—4 соответствуют нормальной дисперсии ($dn/d\lambda_0 < 0$). На участке 2—3 дисперсия аномальна ($dn/d\lambda_0 > 0$). В области 1—2 показатель преломления меньше единицы, следовательно, фазовая скорость волны превышает c . Это обстоятельство не противоречит

теории относительности, основывающейся на утверждении, что скорость передачи сигнала не может превысить c . В предыдущем параграфе мы выяснили, что передать сигнал с помощью идеально монохроматической волны невозможно. Передача же энергии (т. е. сигнала) с помощью не вполне монохроматической волны (группы волн) осуществляется со скоростью, равной групповой скорости (44.5).

Рис. 149.

вой скорости (44.5). В области нормальной дисперсии $dv/d\lambda > 0$ (dn и dv имеют разные знаки, а $dn/d\lambda < 0$), так что, хотя $v > c$, групповая скорость оказывается меньше c . В области аномальной дисперсии понятие групповой скорости теряет смысл (поглощение очень велико). Поэтому вычисленное по формуле (44.5) значение v не будет характеризовать скорости передачи энергии. Соответствующий расчет дает и в этой области для скорости передачи энергии значение, меньшее c .

В заключение отметим, что при известных допущениях, хорошо оправдывающихся на опыте для многих веществ, из формулы (45.4) может быть получена приближенная формула (43.2).



§ 46. Поглощение света

При прохождении электромагнитной волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, возбуждаемых электронами; частично же она переходит в дру-

гие виды энергии (например, в энергию движения атомов, т. е. во внутреннюю энергию вещества). Таким образом, интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается — свет поглощается в веществе. Вынужденные колебания электронов, а следовательно и поглощение света, становятся особенно интенсивными при резонансной частоте (см. изображенную пунктиром кривую поглощения на рис. 149).

Опыт показывает, что изменение интенсивности света на пути dl пропорционально величине этого пути и величине самой интенсивности:

$$dI = -\kappa I dl. \quad (46.1)$$

В этом выражении κ — постоянная, зависящая от свойств поглощающего вещества и называемая коэффициентом поглощения. Знак минус поставлен потому, что dI и dl имеют разные знаки.

Пусть на входе в поглощающий слой (на границе или в каком-то месте внутри вещества) интенсивность света равна I_0 . Найдем интенсивность I света, прошедшего слой вещества толщины l . Для этого проинтегрируем выражение (46.1), предварительно разделив переменные:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\kappa \int_0^l dl.$$

В результате получим: $\ln I - \ln I_0 = -\kappa l$, откуда

$$I = I_0 e^{-\kappa l}. \quad (46.2)$$

Соотношение (46.2) носит название закона Бугера. Согласно этому закону интенсивность света убывает в поглощающем веществе экспоненциально. При $l = 1/\kappa$ интенсивность I оказывается в e раз меньше, чем I_0 . Таким образом, коэффициент поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны света λ (или частоты ω). У вещества, находящегося в таком состоянии, что атомы или молекулы практически не воздействуют друг на друга (газы и пары металлов при невысоком давлении), коэффициент поглощения для большинства длин волн близок к нулю и лишь для очень узких спектральных областей (ширина в несколько

сотых ангстрема) обнаруживает резкие максимумы (рис. 150). Эти максимумы соответствуют резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов. В случае многоатомных молекул обнаружаются также частоты, соответствующие колебаниям атомов внутри молекул. Так как массы атомов в десятки тысяч раз больше массы электрона, молекулярные частоты бывают намного меньше атомных — они попадают в инфракрасную область спектра.

Твердые тела, жидкости и газы при высоких давлениях дают широкие полосы поглощения (рис. 151).

По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие (см. рис. 150), все более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов приближается к спектрам поглощения жидкостей. Этот факт указывает на то, что расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

Металлы практически непрозрачны для света (κ для них составляет величину порядка десятков тысяч обратных сантиметров; для сравнения укажем, что для стекла $\kappa \approx 10^{-2} \text{ см}^{-1}$). Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение — в металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением ленц-джоулема тепла. В результате энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

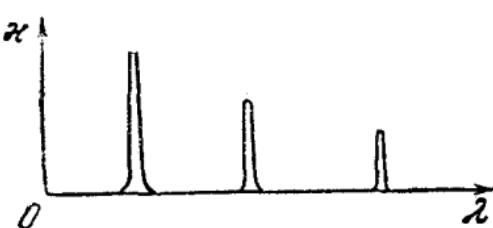


Рис. 150.



Рис. 151.

§ 47. Рассеяние света

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, возбуждает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны становятся источниками вторичных

волн, распространяющихся по всем направлениям. Это явление, казалось бы, должно при всех условиях приводить к рассеянию света. Однако вторичные волны являются когерентными, так что необходимо учесть их взаимную интерференцию.

Соответствующий расчет показывает, что в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределение света по направлениям, т. е. рассеяние света, отсутствует. В направлении первичного луча вторичные волны, интерферируя с первичной проходящей волной, образуют результирующую волну с фазовой скоростью, отличной от с. Этим, как мы видели в предыдущих параграфах, объясняются преломление и дисперсия света.

Таким образом, рассеяние света возникает только в неоднородной среде. Световые волны, дифрагируя на неоднородностях среды, дают дифракционную картину, характеризующуюся довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света¹⁾.

Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название мутных сред. К их числу принадлежат: 1) дымы, т. е. взвеси мельчайших частиц в газах; 2) туманы — взвеси в газах мельчайших капелек жидкости; 3) взвеси или суспензии, образованные плавающими в жидкости твердыми частичками; 4) эмульсии, т. е. взвеси мельчайших капелек одной жидкости в другой, не растворяющей первую (примером эмульсии может служить молоко, представляющее собой взвесь капелек жира в воде); 5) твердые тела вроде перламутра, опалов, молочных стекол и т. д.

В результате рассеяния света в боковых направлениях интенсивность в направлении распространения убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому для мутного вещества в выражении (46.2), наряду с коэффициентом истинного поглощения κ , должен стоять добавочный коэффициент κ' , обусловленный

¹⁾ Иногда это явление называют диффузией или явлением Тиндаля.

рассеянием:

$$I = I_0 e^{-(\kappa + \kappa') l}. \quad (47.1)$$

Величина κ' носит название коэффициента экспоненты.

Если размеры неоднородностей малы по сравнению с длиной световой волны (не более $\sim 0,1\lambda$), интенсивность рассеянного света I оказывается пропорциональной четвертой степени частоты или обратно пропорциональной четвертой степени длины волны:

$$I \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4}. \quad (47.2)$$

Эта зависимость носит название закона Рэлея. Ее происхождение легко понять, если учесть, что согласно электромагнитной теории интенсивность вторичных волн пропорциональна квадрату ускорения излучающего электрона [см. т. II, формулу (114.5)]. Движение электрона под действием световой волны происходит по гармоническому закону: $r = r_m \cos \omega t$. В этом случае ускорение пропорционально ω^2 . Следовательно, интенсивность излучения будет пропорциональна ω^4 .

Если размеры неоднородностей сравнимы с длиной волны, электроны, находящиеся в различных местах неоднородности, колеблются с заметным сдвигом по фазе. Это обстоятельство усложняет явление и приводит к иным закономерностям. Интенсивность рассеянного света становится пропорциональной всего лишь квадрату частоты (обратно пропорциональной квадрату длины волны).

Напомним, что рассеянный свет является частично поляризованным (см. § 29, рис. 113).

Проявление закономерности (47.2) легко наблюдать, пропуская пучок белого света через сосуд с мутной жидкостью (рис. 152). Вследствие рассеяния след пучка в жидкости хорошо виден сбоку, причем, так как короткие световые волны рассеиваются гораздо сильнее длинных, этот след представляется голубоватым. Прошедший через жидкость пучок оказывается обогащенным длинноволновым излучением и образует на экране E не белое, а красновато-желтое пятно. Поставив на входе пучка в сосуд поляризатор, мы обнаружим, что интенсивность рассеянного света в различных направлениях, перпенди-

кулярных к первичному пучку, не одинакова. Направленность излучения диполя (см. т. II, рис. 246) приводит к тому, что в направлениях, совпадающих с плоскостью колебаний первичного пучка, интенсивность рассеянного света практически равна нулю, в направлениях же, перпендикулярных к плоскости колебаний, интенсивность рассеянного света максимальна. Поворачивая поляризатор вокруг направления первичного пучка, мы будем наблюдать попеременное усиление и ослабление света, рассеивающегося в данном направлении.

Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы, которых нельзя называть мутными средами, в некоторой степени рассеивают

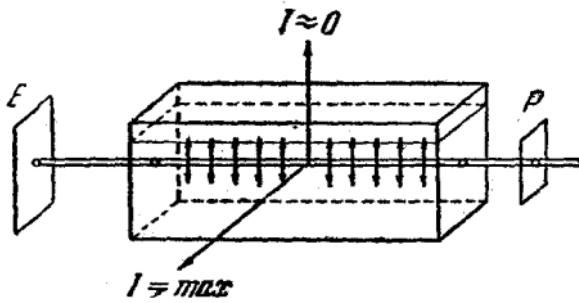


Рис. 152.

свет. Л. И. Мандельштам и М. Смолуховский установили, что причиной появления оптических неоднородностей являются в этом случае флюктуации плотности (т. е. наблюдаемые в пределах малых объемов отклонения плотности от ее среднего значения). Эти флюктуации вызваны беспорядочным движением молекул вещества; поэтому обусловленное ими рассеяние света называется молекулярным.

Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере, вследствие беспорядочного молекулярного движения, места сгущения и разрежения воздуха рассеивают солнечный свет. При этом согласно закону (47.2) голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обусловливая голубой цвет неба. Когда Солнце находится низко над горизонтом, распространяющиеся непосредственно от него лучи проходят большую толщу рассеивающей среды, в результате чего они оказываются обогащенными большими длинами волн. По этой причине небо на заре окрашивается в красные тона.

Особенно благоприятные условия для возникновения значительных флуктуаций плотности имеются вблизи критического состояния вещества (в критической точке $d\rho/dV = 0$; см. т. I, § 118). Эти флуктуации приводят к столь интенсивному рассеянию света, что «на просвет» стеклянная ампула с веществом кажется совершенно черной (это явление называется критической опалесценцией).

§ 48. Эффект Вавилова — Черенкова

В 1934 г. П. А. Черенков, работавший под руководством С. И. Вавилова, обнаружил особый вид свечения жидкостей под действием γ -лучей радия. Вавилов высказал правильное предположение, что источником излучения служат быстрые электроны, создаваемые γ -лучами.

Полное теоретическое объяснение этого явления, получившего название эффекта Вавилова — Черенкова, было дано в 1937 г. И. Е. Таммом и И. М. Франком¹⁾.

Согласно электромагнитной теории заряд, движущийся без ускорения, не излучает электромагнитных волн (см. т. II, § 114). Однако, как показали

Тамм и Франк, это справедливо лишь в том случае, если скорость заряженной частицы v не превышает фазовую скорость c/n электромагнитных волн в той среде, в которой движется частица²⁾. При условии, что скорость заряженной частицы $v > c/n$, даже двигаясь равномерно, частица будет излучать электромагнитные волны.

В действительности излучающая частица теряет энергию, вследствие чего движется с отрицательным ускорением. Но это ускорение является не причиной (как в

¹⁾ В 1958 г. работа Черенкова, Тамма и Франка была отмечена Нобелевской премией.

²⁾ Напомним, что согласно теории относительности скорость частицы не может не только превысить, но и достигнуть значения, равного скорости света в пустоте,

случае $v < c/n$), а следствием излучения. Если бы потеря энергии за счет излучения восполнялась каким-либо способом, то частица, движущаяся равномерно со скоростью $v > c/n$, все равно была бы источником излучения.

В излучении Вавилова — Черенкова преобладают короткие волны, поэтому оно имеет голубую окраску. Наиболее характерным свойством этого излучения является то, что оно испускается не по всем направлениям, а лишь вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы (рис. 153). Угол θ между направлениями распространения излучения и вектором скорости частицы определяется следующим соотношением:

$$\cos \theta = \frac{(c/n)}{v} = \frac{c}{nv}. \quad (48.1)$$

Экспериментально наблюдался эффект Вавилова — Черенкова для электронов, мезонов и протонов, при движении их в жидких и твердых средах.

Эффект Вавилова — Черенкова находит все более широкое применение в экспериментальной технике. В так называемых счетчиках Черенкова световая вспышка, порожденная быстродвижущейся заряженной частицей, превращается с помощью фотоумножителя¹⁾ в импульс тока. Для того чтобы заставить сработать такой счетчик, энергия частицы должна превысить пороговое значение, определяемое условием: $v = c/n$. Поэтому черенковские счетчики позволяют не только регистрировать частицы, но и судить об их энергии. Удастся даже определить угол θ между направлением вспышки и скорость частицы, что дает возможность вычислить по формуле (48.1) скорость (а значит и энергию) частицы.

¹⁾ Фотоумножителем называют электронный умножитель (см. т. II, стр. 320), первый электрод которого (фотокатод) способен испускать электроны под действием света.

ГЛАВА VIII

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 49. Тепловое излучение и люминесценция

Энергия, расходуемая светящимся телом на излучение, может пополняться из различных источников. Окисляющийся на воздухе фосфор светится за счет энергии, выделяемой при химическом превращении. Такой вид свечения называется хемилюминесценцией. Свечение, возникающее при различных видах самостоятельного газового разряда, носит название электролюминесценции. Свечение твердых тел, вызванное бомбардировкой их электронами, называют катодолюминесценцией. Испускание телом излучения некоторой характерной для него длины волны λ_1 можно вызвать, облучая это тело (или облучив предварительно) излучением длины волны λ_2 , меньшей чем λ_1 . Такие процессы объединяются под названием фотолюминесценции¹⁾.

Самым распространенным является свечение тел, обусловленное их нагреванием. Этот вид свечения называется тепловым (или температурным) излучением. Тепловое излучение имеет место при любой температуре, однако при невысоких температурах излучаются практически лишь длинные (инфракрасные) электромагнитные волны.

Окружим излучающее тело непроницаемой оболочкой с идеально отражающей поверхностью (рис. 154). Воздух

¹⁾ Люминесценцией называется излучение, избыточное над тепловым излучением тела при данной температуре и имеющее длительность, значительно превосходящую период излучаемых волн. Люминесцирующие вещества называются люминофорами.

из оболочки удалим. Отраженное оболочкой излучение, упав на тело, поглотится им (частично или полностью). Следовательно, будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением. Если распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны, состояние системы тело — излучение будет равновесным. Опыт показывает, что единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является тепловое излучение. Все остальные виды излучения оказываются неравновесными.

Способность теплового излучения находиться в равновесии с излучающими телами обусловлена тем, что его интенсивность возрастает при повышении температуры. Допустим, что равновесие между телом и излучением (см. рис. 154) нарушено и тело излучает энергию больше, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия тела будет убывать, что приведет к понижению температуры. Это в свою очередь обусловит уменьшение количества излучаемой телом энергии. Температура тела будет понижаться до тех пор, пока количество излучаемой телом энергии не станет равным количеству поглощаемой энергии. Если равновесие нарушится в другую сторону, т. е. количество излучаемой энергии окажется меньше, чем поглощаемой, температура тела будет возрастать до тех пор, пока снова не установится равновесие. Таким образом, нарушение равновесия в системе тело — излучение вызывает возникновение процессов, восстанавливающих равновесие.

Иначе обстоит дело в случае любого из видов люминесценции. Покажем это на примере хемилюминесценции. Пока протекает обусловливающая излучение химическая реакция, излучающее тело все больше и больше удаляется от первоначального состояния. Поглощение телом излучения не изменит направления реакции, а наоборот приведет к более быстрому (вследствие нагревания) протеканию реакции в первоначальном направлении. Равновесие установится лишь тогда, когда будет израсходован весь запас реагирующих веществ и свечение,

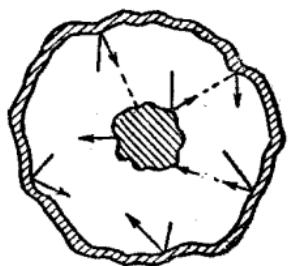


Рис. 154.

обусловленное химическими процессами, заменится тепловым излучением.

Итак, из всех видов излучения равновесным может быть только тепловое излучение. К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики. Следовательно, и тепловое излучение должно подчиняться некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики. К рассмотрению этих закономерностей мы и перейдем.

§ 50. Закон Кирхгофа

Для характеристики теплового излучения мы будем пользоваться величиной потока энергии, измеряемой в ваттах (напомним, что световой поток связан с потоком энергии через функцию видности; см. § 5).

Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям (в пределах телесного угла 2π), называют энергетической светимостью тела R_ω [ср. с величиной (6.8)].

Излучение состоит из волн различных частот $\omega^1)$ (или длин λ). Обозначим поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в интервале частот $d\omega$, через dR_ω (чтобы не усложнять обозначений, мы опустили индекс «э» при R). При малой величине интервала $d\omega$ поток dR_ω будет пропорционален $d\omega$:

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \quad (50.1)$$

Величина r_ω называется испускательной способностью тела. Опыт показывает, что испускательная способность сильно зависит от температуры тела. Таким образом, r_ω есть функция частоты и температуры. Соответственно и энергетическая светимость является функцией температуры.

Зная испускательную способность, можно вычислить энергетическую светимость:

$$R_{\text{ст}} = \int dR_{\omega T} = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega \quad (50.2)$$

¹⁾ Вместо обычной частоты v удобнее пользоваться круговой частотой ω .

(чтобы подчеркнуть, что энергетическая светимость и испускательная способность зависят от температуры, мы их снабдили индексом « T »).

Излучение можно характеризовать вместо частоты ω длиной волны λ . Участку спектра $d\omega$ будет соответствовать интервал длин волн $d\lambda$. Определяющие один и тот же участок величины $d\omega$ и $d\lambda$ связаны простым соотношением, вытекающим из формулы: $\lambda = c/v = 2\pi c/\omega$. Дифференцирование дает:

$$d\lambda = - \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = - \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (50.3)$$

Знак минус в этом выражении не имеет существенного значения, он лишь указывает на то, что с возрастанием одной из величин, ω или λ , другая величина убывает. Поэтому знак минус в дальнейшем мы не будем писать.

Доля энергетической светимости, приходящаяся на интервал $d\lambda$, может быть по аналогии с (50.1) представлена в виде:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (50.4)$$

Если интервалы $d\omega$ и $d\lambda$, входящие в выражения (50.1) и (50.4), связаны соотношением (50.3), т. е. относятся к одному и тому же участку спектра, то величины dR_ω и dR_λ должны совпадать:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda.$$

Заменив в последнем равенстве $d\lambda$ согласно (50.3), получим:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega,$$

откуда

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \quad (50.5)$$

С помощью (50.5) можно перейти от r_λ к r_ω и наоборот.

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток лучистой энергии $d\Phi_\omega$, обусловленный электромагнитными волнами, частота которых заключена в интервале $d\omega$. Часть этого потока $d\Phi'_\omega$ будет поглощена

телом. Безразмерная величина

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}} \quad (50.6)$$

называется поглощательной способностью тела. Поглощательная способность зависит от температуры тела. Следовательно, $a_{\omega T}$ есть функция частоты и температуры.

По определению $a_{\omega T}$ не может быть больше единицы. Для тела, полностью поглощающего упавшее на него излучение всех частот, $a_{\omega T} \equiv 1$. Такое тело называют

абсолютно черным. Тело, для которого $a_{\omega T} \equiv a_T = \text{const} < 1$, называется серым.

Между испускательной и поглощательной способностью любого тела имеется определенная связь. В этом можно убедиться, рассмотрев следующий эксперимент. Пусть внутри замкнутой оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T , помещены несколько тел (рис. 155). Полость

внутри оболочки эвакуирована, так что тела могут обмениваться энергией между собой и с оболочкой лишь путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия — все тела примут одну и ту же температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью $r_{\omega T}$, теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей $r_{\omega T}$. Поскольку температура (а следовательно и энергия) тел не меняется, то тело, испускающее больше энергии, должно и больше поглощать, т. е. обладать большей $a_{\omega T}$. Таким образом, чем больше испускательная способность тела $r_{\omega T}$, тем больше и его поглощательная способность $a_{\omega T}$. Отсюда вытекает соотношение:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_3 = \dots,$$

где индексы 1, 2, 3 и т. д. относятся к разным телам.

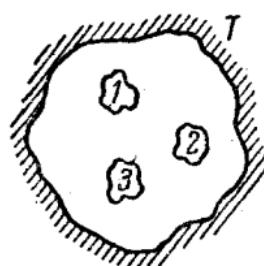


Рис. 155.

Кирхгоф сформулировал следующий закон: отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T). \quad (50.7)$$

Сами величины $r_{\omega T}$ и $a_{\omega T}$, взятые отдельно, могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел. Это означает, что тело, сильнее поглощающее какие-либо лучи, будет эти лучи сильнее и испускать (не следует смешивать испускание лучей с их отражением).

Для абсолютно черного тела по определению $a_{\omega T} \equiv 1$. Следовательно, из формулы (50.7) вытекает, что $r_{\omega T}$ для такого тела равна $f(\omega, T)$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $f(\omega, T)$ есть не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела.

При теоретических исследованиях для характеристики спектрального состава равновесного теплового излучения удобнее пользоваться функцией частоты — $f(\omega, T)$. В экспериментальных работах удобнее пользоваться функцией длины волны — $\Phi(\lambda, T)$. Обе функции связаны друг с другом формулой

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \Phi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \Phi(\lambda, T), \quad (50.8)$$

аналогичной формуле (50.5). Согласно (50.8) для того, чтобы по известной функции $f(\omega, T)$ найти $\Phi(\lambda, T)$, нужно заменить в $f(\omega, T)$ частоту ω через $2\pi c/\lambda$ и получившееся выражение умножить на $2\pi c/\lambda^2$:

$$\Phi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right). \quad (50.9)$$

Для нахождения $f(\omega, T)$ по известной $\Phi(\lambda, T)$ нужно воспользоваться соотношением:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \Phi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right). \quad (50.10)$$

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглощательную способность $a_{\omega T}$, близкую к единице, лишь в ограниченном

интервале частот; в далекой инфракрасной области их поглощающая способность заметно меньше единицы. Однако можно создать устройство, сколь угодно близкое по своим свойствам к абсолютно черному телу. Такое устройство представляет собой почти замкнутую полость, снабженную малым отверстием (рис. 156). Излучение, проникшее внутрь через отверстие, прежде чем выйти обратно из отверстия, претерпевает многократные отражения. При каждом отражении часть энергии поглощается,

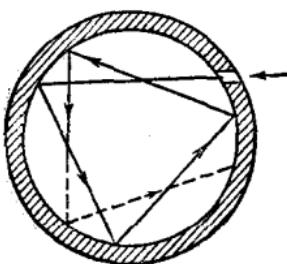


Рис. 156.

в результате чего практически все излучение любой частоты поглощается такой полостью¹⁾. Согласно закону Кирхгофа испускательная способность такого устройства очень близка к $f(\omega, T)$, причем T означает температуру стенок полости. Таким образом, если стенки полости поддерживать при некоторой температуре T , то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектрально-

му составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре. Разлагая это излучение в спектр с помощью дифракционной решетки и измеряя болометром (см. § 7) интенсивность различных участков спектра, можно найти экспериментально вид функции $f(\omega, T)$ или $\phi(\lambda, T)$. Результаты таких опытов приведены на рис. 157. Разные кривые относятся к различным значениям температуры T абсолютно черного тела. Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

Кривые на рис. 157 очень похожи на кривые распределения молекул газа по скоростям (см. т. I, рис. 240). Правда, есть и существенное отличие. В то время как кривые распределения по скоростям для разных температур пересекают друг друга (охватываемые ими площади одинаковы), кривые спектрального распределения излучения абсолютно черного тела для более низких температур целиком лежат внутри кривых, соответствующих более высоким температурам (как мы увидим в следую-

¹⁾ По той же причине внутренность комнаты в яркий солнечный день при рассматривании издали через открытое окно кажется темной.

щем параграфе, площадь, охватываемая этими кривыми, пропорциональна четвертой степени температуры).

Из рис. 157 следует, что энергетическая светимость абсолютно черного тела сильно возрастает с температурой.

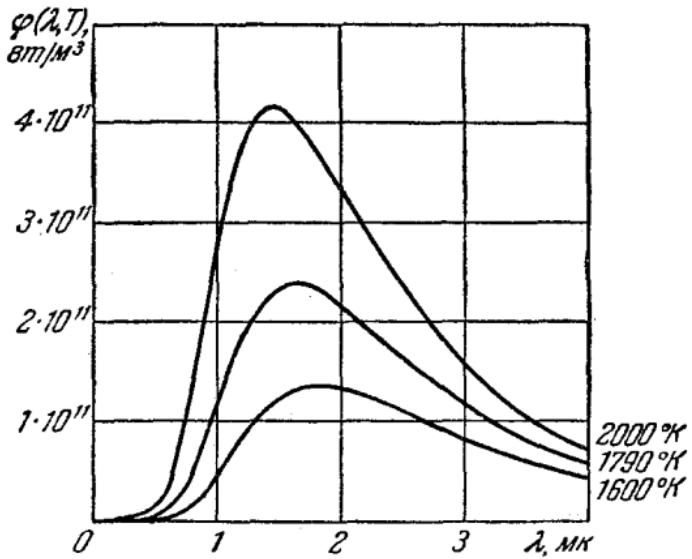


Рис. 157.

Максимум испускательной способности с увеличением температуры сдвигается в сторону более коротких волн.

§ 51. Закон Стефана — Больцмана и закон Вина

Теоретическое объяснение излучения абсолютно черного тела имело огромное значение в истории физики — оно привело к понятию квантов энергии.

Долгое время многочисленные попытки получить теоретически вид функции $f(\omega, T)$ не давали общего решения задачи. Стефан (1879), анализируя экспериментальные данные, пришел к выводу, что энергетическая светимость R_s любого тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Однако последующие более точные измерения показали ошибочность его выводов. Больцман (1884), исходя из термодинамических соображений, получил теоретически для энергетической светимости абсолютно черного тела следующее значение:

$$R_s^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (51.1)$$

где σ — постоянная величина, T — абсолютная температура. Таким образом, заключение, к которому Стефан пришел для нечерных тел (с абсолютно черными телами он не экспериментировал), оказалось справедливым лишь для абсолютно черных тел.

Соотношение (51.1) между энергетической светимостью абсолютно черного тела и его абсолютной температурой получило название закона Стефана—Больцмана. Константу σ называют постоянной Стефана—Больцмана. Ее экспериментальное значение равно:

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ вт}/\text{м}^2 \cdot \text{град}^4. \quad (51.2)$$

Вин (1893), воспользовавшись, кроме термодинамики, электромагнитной теорией, показал, что функция спектрального распределения должна иметь вид:

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right). \quad (51.3)$$

где F — неизвестная функция отношения частоты к температуре.

Согласно формуле (50.9) для функции $\phi(\lambda, T)$ получается выражение:

$$\phi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \Psi(\lambda T), \quad (51.4)$$

где $\Psi(\lambda T)$ — неизвестная функция произведения λT .

Соотношение (51.4) позволяет установить зависимость между длиной волны λ_m , на которую приходится максимум функции $\phi(\lambda, T)$, и температурой. Продифференцируем (51.4) по λ :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{d\lambda} &= \frac{1}{\lambda^5} T \Psi'(\lambda T) - \frac{5}{\lambda^6} \Psi(\lambda T) = \\ &= \frac{1}{\lambda^6} [\lambda T \Psi'(\lambda T) - 5\Psi(\lambda T)]. \end{aligned} \quad (51.5)$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой некоторую функцию $\Psi(\lambda T)$. При длине волны λ_m , соответствующей максимуму функции $\phi(\lambda, T)$, выражение (51.5) должно обращаться в нуль:

$$\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_m} = \frac{1}{\lambda_m^6} \Psi(\lambda_m T) = 0.$$

Поскольку, как следует из опыта, $\lambda_m \neq \infty$, должно выполняться условие: $\Psi(\lambda_m T) = 0$. Решение последнего уравнения относительно неизвестного $\lambda_m T$ дает для этого неизвестного некоторое число, которое мы обозначим буквой b . Таким образом, получается соотношение:

$$T\lambda_m = b, \quad (51.6)$$

которое носит название закона смещения Вина. Экспериментальное значение константы b равно:

$$b = 2,90 \cdot 10^7 \text{ \AA} \cdot \text{град} = 2,90 \cdot 10^3 \text{ мк} \cdot \text{град}. \quad (51.7)$$

§ 52. Формула Рэлея — Джинса

Рэлей и Джинс сделали попытку определить функцию $f(\omega, T)$, исходя из теоремы классической статистики о равнораспределении энергии по степеням свободы. Они предположили, что на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия, равная двум половинкам kT — одна половинка на электрическую, вторая — на магнитную энергию волны (напомним, что по классическим представлениям на каждую колебательную степень свободы приходится в среднем энергия, равная двум половинкам kT).

Рассмотрим излучение, находящееся в равновесии с веществом. Для этого представим себе эвакуированную полость, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре T . В равновесном состоянии энергия излучения будет распределена в объеме полости с определенной плотностью $u = u(T)$. Спектральное распределение этой энергии можно охарактеризовать функцией $u(\omega, T)$, определяемой условием: $du_\omega = u(\omega, T) d\omega$, где du_ω — доля плотности энергии, приходящаяся на интервал частот $d\omega$. Полная плотность энергии может быть представлена в виде:

$$u(T) = \int_0^\infty u(\omega, T) d\omega. \quad (52.1)$$

Равновесная плотность энергии излучения $u(T)$ зависит только от температуры и не зависит от свойств стенок полости. Это следует из термодинамических соображений. Рассмотрим две полости, стенки которых изготовлены из разных материалов и имеют первоначально

одинаковую температуру. Допустим, что равновесная плотность энергии в обеих полостях различна и, скажем, $u_1(T) > u_2(T)$. Соединим полости с помощью небольшого отверстия (рис. 158) и тем самым позволим стенкам полостей вступить в теплообмен через излучение. Так как по предположению $u_1 > u_2$, поток энергии из первой полости во вторую должен быть больше, чем поток, текущий во встречном направлении. В результате стенки второй полости станут поглощать больше энергии, чем

излучать, и температура их начнет повышаться. Стенки же первой полости станут поглощать меньше энергии, чем излучать, так что они будут охлаждаться. Однако два тела с первоначально одинаковой температурой не могут вследствие теплообмена друг с другом приобрести различные температуры — это запрещено вторым началом термодинамики.

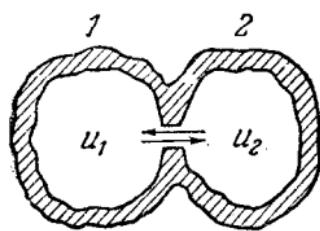
Рис. 158.

Поэтому наше допущение о неодинаковости u_1 и u_2 должно быть признано неправомерным. Вывод о равенстве $u_1(T)$ и $u_2(T)$ распространяется на каждую спектральную составляющую $u(\omega, T)$.

Независимость равновесного излучения от природы стенок полости можно пояснить следующими соображениями. Абсолютно черные стенки поглощали бы всю упавшую на них энергию Φ_e и испускали бы такой же по величине поток энергии Φ_e . Стенки с поглощающей способностью a поглотят долю $a\Phi_e$ упавшего на них потока Φ_e и отразят поток, равный $(1-a)\Phi_e$. Кроме того, они излучат поток $a\Phi_e$ (равный поглощенному потоку). В итоге стенки полости вернут излучению поток энергии $\Phi_e = (1-a)\Phi_e + a\Phi_e$, такой же, какой возвращали бы излучению абсолютно черные стенки.

Равновесная плотность энергии излучения u связана с энергетической светимостью абсолютно черного тела R_e^* простым соотношением, которое мы сейчас выведем.

В случае плоской волны (т. е. когда энергия переносится волной в одном, определяемом вектором k направлении) плотность потока энергии I может быть представлена как произведение плотности энергии u на скорость волны c : $I = cu$ [см. т. I, формулу (82.8)]. Через каждую точку внутри полости проходит бесчисленное ко-



личество волн, направления которых равномерно распределены в пределах телесного угла 4π . Поток энергии $I = cu$ также распределен равномерно в пределах этого телесного угла. Следовательно, в пределах телесного угла $d\Omega$ будет заключен поток энергии, плотность которого равна:

$$dI = \frac{cu}{4\pi} d\Omega.$$

Возьмем на поверхности полости элементарную площадку ΔS (рис. 159). Эта площадка посылает в пределах телесного угла $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\phi$ в направлении, образующем с нормалью угол ϑ , поток энергии:

$$\begin{aligned} d\Phi_s &= dI \cdot \Delta S \cos \vartheta = \\ &= \frac{cu}{4\pi} d\Omega \cdot \Delta S \cos \vartheta = \\ &= \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\phi. \end{aligned}$$

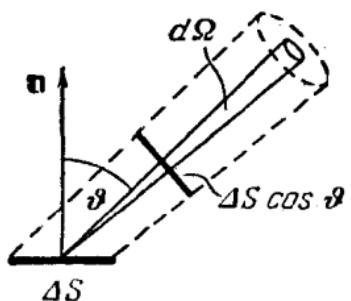


Рис. 159.

По всем направлениям, заключенным в пределах телесного угла 2π , площадка ΔS посылает поток энергии:

$$\Phi_s = \int d\Phi_s = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{c}{4} u \Delta S.$$

Вместе с тем поток Φ_s должен быть таким, какой излучали бы абсолютно черные стенки. Последний же поток по определению равен $R_s^* \Delta S$. Следовательно,

$$R_s^* = \frac{c}{4} u. \quad (52.2)$$

Соотношение (52.2) должно выполняться для каждой спектральной составляющей излучения. Отсюда вытекает, что

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T). \quad (52.3)$$

Рэлей и Джинс исходили из того, что равновесное излучение в полости представляет собой систему стоячих волн. Такое представление оправдывается тем, что замена поглощающих стенок полости идеально отражающими

стенками не изменяет плотности энергии равновесного излучения. Возникновение стоячих волн возможно лишь при выполнении определенных условий (см. т. I, § 85). Пусть полость имеет форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами a , b и c . Совместим с ребрами параллелепипеда координатные оси x , y , z (рис. 160). Условие возникновения стоячей волны вдоль оси x имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} a = m_1 \frac{\lambda}{2} = m_1 \frac{\pi}{k_x} \quad \text{или} \quad k_x = m_1 \frac{\pi}{a} \\ (m_1 = 1, 2, \dots), \end{aligned} \right\} \quad (52.4)$$

где k_x — модуль волнового вектора, совпадающий в данном случае с проекцией волнового вектора на ось x . Заметим, что данная стоячая волна образована наложением двух бегущих волн, для которых значения k_x отличаются знаком. Для стоячих волн, устанавливающихся вдоль оси y или оси z , должны выполняться условия, аналогичные (52.4).

Если волновой вектор \mathbf{k} не совпадает с направлением ни одной из координатных осей, условия, аналогичные (52.4), должны выполняться одновременно для всех трех проекций вектора \mathbf{k} :

$$\left. \begin{aligned} k_x = m_1 \frac{\pi}{a}, \quad k_y = m_2 \frac{\pi}{b}, \quad k_z = m_3 \frac{\pi}{c} \\ (m_1, m_2, m_3 = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (52.5)$$

В этом случае стоячая волна с данным значением λ (т. е. \mathbf{k}) представляет собой суперпозицию восьми бегущих волн одинаковой длины, но различных направлений, для которых проекции волнового вектора равны:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| (1) $+k_x, +k_y, +k_z;$ | (5) $-k_x, -k_y, +k_z;$ |
| (2) $-k_x, +k_y, +k_z;$ | (6) $-k_x, +k_y, -k_z;$ |
| (3) $+k_x, -k_y, +k_z;$ | (7) $+k_x, -k_y, -k_z;$ |
| (4) $+k_x, +k_y, -k_z;$ | (8) $-k_x, -k_y, -k_z.$ |

Одинаковые по модулю векторы \mathbf{k} , соответствующие восьми приведенным выше комбинациям чисел k_x , k_y и k_z , располагаются в разных октантах. Векторы (1) и (8) имеют противоположные направления; то же самое относится к векторам (2) и (7), (3) и (6), а также (4) и (5). Векторы (1) и (2) симметричны относительно координатной плоскости yz , векторы (1) и (3) — относительно плоскости xz и т. д.

Каждая тройка чисел m_1 , m_2 и m_3 определяет возможное значение волнового числа:

$$k_{m_1 m_2 m_3} = \sqrt{\left(m_1 \frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(m_2 \frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(m_3 \frac{\pi}{c}\right)^2}.$$

По определению $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$. Следовательно, каждой тройке чисел m_1 , m_2 и m_3 соответствует возможное значение частоты стоячей волны ω (или длины волны λ). Определим количество возможных частот dN_ω , попадающих в интервал $d\omega$. Для этого возьмем прямоугольную систему координат с осями k_x , k_y , k_z (рис. 161). Такую систему называют координатной системой в k -пространстве. Каждой стоячей волне с данным значением k будет соответствовать в k -пространстве точка с координатами, определяемыми условиями (52.5) (точки размещаются в октанте с положительными k_x , k_y , k_z). Плотность этих точек в k -пространстве равна

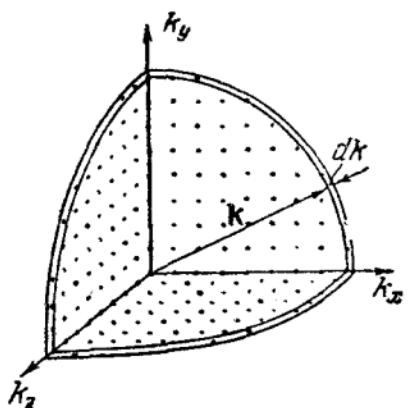


Рис. 161.

$1 : \frac{\pi^3}{abc} = \frac{abc}{\pi^3}$ (объем прямоугольного параллелепипеда с вершинами, помещающимися в соседних точках, равен $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi}{a} \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \frac{\pi}{c}$; в пределы такого параллелепипеда попадает одна точка). Количество волн dN_k , для которых модуль волнового вектора лежит в пределах от k до $k + dk$, равно количеству точек в $1/8$ объема шарового слоя толщины dk (см. рис. 161):

$$dN_k = \frac{abc}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk = V \frac{k^2 dk}{2\pi^2} \quad (52.6)$$

(V — объем полости). Произведя в (52.6) замену: $k = \omega/c$, $dk = d\omega/c$, найдем число волн dN_ω , частоты которых попадают в интервал от ω до $\omega + d\omega$:

$$dN_\omega = V \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3}. \quad (52.7)$$

Вдоль заданного направления могут распространяться две электромагнитные волны одинаковой частоты, отличающиеся направлением поляризации (поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях). Чтобы учесть это обстоятельство, нужно выражение (52.7) умножить на два. Число колебаний (52.7) пропорционально объему полости V . Поэтому можно говорить о числе колебаний dn_ω , приходящихся на единицу объема полости. Учтя оба направления поляризации, получим:

$$dn_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}. \quad (52.8)$$

Умножив (52.8) на среднюю энергию одного колебания, получим приходящуюся на интервал частот $d\omega$ энергию излучения, заключенную в единице объема, т. е. $u(\omega, T)d\omega$. Исходя из закона равнораспределения энергии по степеням свободы, Рэлей и Джинс приписали каждому колебанию энергию, равную kT (см. выше). В этом случае

$$u(\omega, T)d\omega = kT dn_\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT d\omega$$

или

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT. \quad (52.9)$$

Перейдя от $u(\omega, T)$ к $f(\omega, T)$ по формуле (52.3), получим:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT. \quad (52.10)$$

Выражение (52.10), равно как и (52.9), называется формулой Рэлея — Джинса. Заметим, что функция (52.10) удовлетворяет полученному Вином условию (51.3).

Формула Рэлея — Джинса удовлетворительно соглашается с экспериментальными данными лишь при больших длинах волн, и резко расходится с опытом для малых длин волн (см. рис. 162, на котором сплошной

линией изображена экспериментальная кривая, пунктиром — кривая, построенная по формуле Рэлея — Джинса).

Интегрирование выражения (52.9) или (52.10) по ω в пределах от 0 до ∞ дает для равновесной плотности энергии $u(T)$ и для энергетической светимости R_s^* бесконечно большие значения. Этот результат, получивший

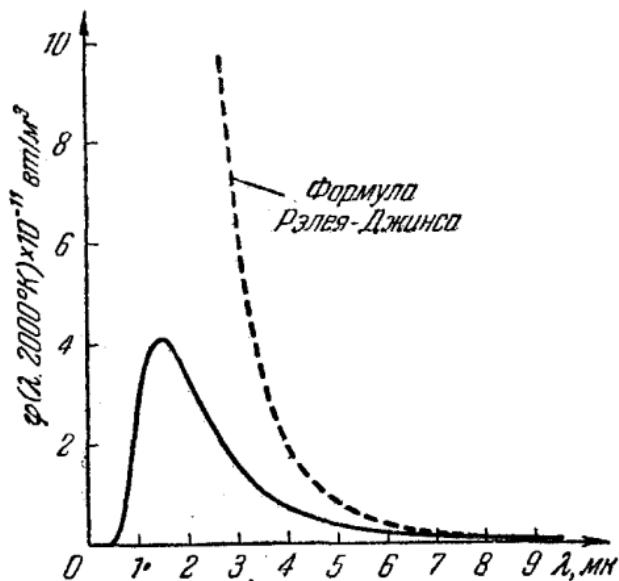


Рис. 162.

название ультрафиолетовой катастрофы, также находится в противоречии с опытом. Равновесие между излучением и излучающим телом устанавливается при конечных значениях $u(T)$.

§ 53. Формула Планка

Вывод формулы Рэлея — Джинса с классической точки зрения является безупречным. Поэтому расхождение этой формулы с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической статистической физики и электродинамики.

В 1900 г. Планку удалось найти вид функции $f(\omega, T)$, в точности соответствующий опытным данным. Для этого ему пришлось сделать предположение, совершенно чуждое классическим представлениям, а именно допустить,

что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии ϵ (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\epsilon = \hbar\omega. \quad (53.1)$$

Коэффициент пропорциональности \hbar получил впоследствии название постоянной Планка¹⁾. Определенное из опыта значение равно:

$$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 1,054 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}. \quad (53.2)$$

В механике есть имеющая размерность «энергия \times время» величина, которая называется действием. Поэтому постоянную Планка иногда называют квантом действия. Заметим, что размерность \hbar совпадает с размерностью момента импульса.

Если излучение испускается порциями $\hbar\omega$, то его энергия ϵ_n должна быть кратной этой величине:

$$\epsilon_n = n\hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (53.3)$$

Согласно закону Больцмана вероятность P_n того, что энергия излучения имеет величину ϵ_n , определяется выражением:

$$P_n = A e^{-\epsilon_n/kT} = A e^{-n\hbar\omega/kT}. \quad (53.4)$$

Нормировочный множитель A можно найти, исходя из условия, что сумма всех P_n должна быть равна единице. Действительно, сумма P_n представляет собой вероятность того, что энергия имеет одно из возможных для нее значений. Такое событие является достоверным и, следовательно, имеет вероятность, равную единице. Итак,

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = A \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT} = 1,$$

откуда

$$A = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}}.$$

¹⁾ Собственно говоря, постоянной Планка \hbar называют коэффициент пропорциональности между ϵ и частотой, $\epsilon = \hbar\nu$. Постоянная \hbar (\hbar перечеркнутое) есть постоянная Планка \hbar , деленная на 2π . Численное значение постоянной Планка равно: $\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 6,62 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$.

Подставив найденное значение A в формулу (53.4), получим:

$$P_n = \frac{e^{-n\hbar\omega/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}}.$$

Предположим, что мы имеем возможность измерить значение энергии данной спектральной составляющей излучения в любой момент времени. Произведем через равные промежутки времени Δt очень большое число таких измерений N . Разделив сумму полученных значений на число измерений N , мы найдем среднее по времени значение энергии $\bar{\epsilon}$. При очень большом N количество измерений N_n , которые дадут результат ϵ_n , будет равно NP_n . Поэтому

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} N_n \epsilon_n = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} NP_n \epsilon_n = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \epsilon_n \quad (53.5)$$

[ср. с т. I, формулой (106.11)].

Таким образом, среднее значение энергии излучения частоты ω определяется следующим выражением:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{-n\hbar\omega/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}}. \quad (53.6)$$

Чтобы произвести вычисления, обозначим $\hbar\omega/kT = x$ и допустим, что величина x может изменяться, принимая непрерывный ряд значений. Тогда выражение для $\bar{\epsilon}$ можно записать в виде:

$$\bar{\epsilon} = \hbar\omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = -\hbar\omega \frac{d}{dx} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}. \quad (53.7)$$

Выражение, стоящее под знаком логарифма, представляет собой сумму членов бесконечной геометрической прогрессии с первым членом, равным единице, и

знаменателем прогрессии, равным e^{-x} . Так как знаменатель меньше единицы, прогрессия будет убывающей, и по известной из алгебры формуле

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}}.$$

Подставив это значение суммы в (53.7) и выполнив дифференцирование, получим:

$$\bar{e} = -\hbar\omega \frac{d}{dx} \ln \frac{1}{1 - e^{-x}} = \hbar\omega \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{\hbar\omega}{e^x - 1}.$$

Наконец, заменив x его значением $\hbar\omega/kT$, получим окончательное выражение для средней энергии излучения частоты ω :

$$\bar{e} = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (53.8)$$

Заметим, что при \hbar , стремящемся к нулю, формула (53.8) переходит в классическое выражение $\bar{e} = kT$. В этом можно убедиться, положив $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$, что выполняется тем точнее, чем меньше \hbar . Таким образом, если бы энергия могла принимать непрерывный ряд значений, ее среднее значение было бы равно kT .

Заменив в формуле Рэлея — Джинса kT выражением (53.8), получим формулу, найденную Планком:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (53.9)$$

Эта формула, как уже отмечалось, точно согласуется с экспериментальными данными во всем интервале частот от 0 до ∞ . Она удовлетворяет критерию Вина (51.3). При условии, что $\hbar\omega/kT \ll 1$ (малые частоты или большие длины волн), $e^{\hbar\omega/kT}$ можно положить равным приближенно $1 + \hbar\omega/kT$, в результате чего формула (53.9) переходит в формулу Рэлея — Джинса. Это следует также непосредственно из того, что при указанном условии выражение (53.8) приближенно равняется kT .

Осуществив преобразование по формуле (50.9), получим:

$$\Phi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1}. \quad (53.10)$$

На рис. 163 сопоставлены графики функций (53.9) и (53.10); построенные для одной и той же температуры (5000°K). Масштабы по оси абсцисс логарифмические и выбраны так, что связанные соотношением $\lambda = 2\pi c/\omega$ значения λ и ω совмещены друг с другом. Из рисунка видно, что частота ω_m , соответствующая максимуму $f(\omega, T)$, не совпадает с $2\pi c/\lambda_m$, где λ_m — длина волны, отвечающая максимуму $\varphi(\lambda, T)$.

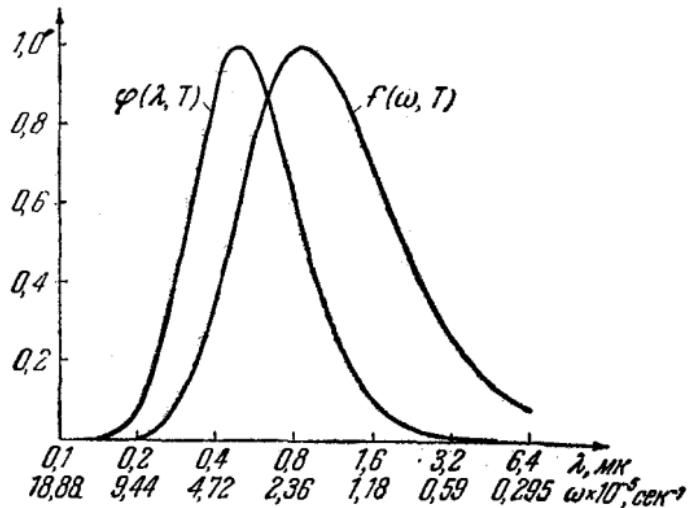


Рис. 163.

Для энергетической светимости абсолютно черного тела получается выражение:

$$R_3^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \int_0^\infty \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

Введем вместо ω безразмерную переменную $x = \hbar\omega/kT$. Подстановка $\omega = (kT/\hbar)x$, $d\omega = (kT/\hbar)dx$ преобразует формулу для R_3^* к виду:

$$R_3^* = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Определенный интеграл в последнем выражении может быть вычислен. Он равен $\pi^4/15 \approx 6.5$. Подставив его значение, мы придем к закону Стефана — Больцмана:

$$R_3^* = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4. \quad (53.11)$$

Подстановка в эту формулу численных значений k , c и \hbar дает для постоянной Стефана — Больцмана величину $5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ вт}/\text{м}^2 \cdot \text{град}^4$, очень хорошо согласующуюся с экспериментальным значением (51.2).

В заключение найдем значение постоянной в законе смещения Вина (51.5). Для этого продифференцируем функцию (53.10) по λ и приравняем получившееся выражение нулю:

$$\frac{d\phi(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{4\pi^2\hbar c^2 [(2\pi\hbar c/kT\lambda) e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 5(e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1)]}{\lambda^6 (e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1)^2} = 0.$$

Удовлетворяющие этому уравнению значения $\lambda = 0$ и $\lambda = \infty$ соответствуют минимумам функции $\phi(\lambda, T)$. Значение λ_m , при котором функция достигает максимума, обращает в нуль выражение, стоящее в числителе в квадратных скобках. Обозначив $2\pi\hbar c/kT\lambda_m = x$, получим уравнение:

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Решение¹⁾ этого трансцендентного уравнения дает $x = 4,965$. Следовательно, $2\pi\hbar c/kT\lambda_m = 4,965$, откуда

$$T\lambda_m = \frac{2\pi\hbar c}{4,965k} = b. \quad (53.12)$$

Подстановка численных значений \hbar , c и k дает для b величину $2,90 \cdot 10^3 \text{ мк} \cdot \text{град}$, совпадающую с экспериментальным значением (51.7).

Таким образом, формула Планка дает исчерпывающее описание равновесного теплового излучения.

§ 54. Оптическая пирометрия

В соотношения (53.10), (53.11) и (53.12) входит температура излучающего тела. Поэтому любое из них может быть использовано для определения температуры раскаленных тел. Соответствующие приборы называются оптическими пирометрами. Они подразделяются на три основные группы: 1) радиационные, 2) яркостные и 3) цветовые пирометры.

¹⁾ Решение можно найти методом последовательных приближений. Замечая, что $e^5 \gg 1$, можно в первом приближении записать уравнение в виде: $xe^x - 5e^x \approx 0$, откуда $x \approx 5$. Второе приближение получим из уравнения: $xe^5 - 5(e^5 - 1) = 0$, и т. д.

Радиационные пиromетры. Схема радиационного пиromетра показана на рис. 164. Прибор наводится на излучатель так, чтобы резкое изображение излучающей поверхности, даваемое объективом Ob , полностью перекрывало приемник излучения Pr . Контроль за этим осуществляется при помощи окуляра $Oк$. В качестве приемника обычно применяется термостолбик (см. рис. 17). По отклонению стрелки гальванометра Γ можно судить о температуре излучателя. Покажем, что это действительно так.

Кроме энергетической светимости R_3 , для характеристики излучающего тела можно ввести энергетическую яркость B_3 , аналогичную яркости B , определяемой выражением (6.9). Очевидно, что соотношения, существующие между световым потоком Φ , светимостью R и яркостью B (см. § 6), справедливы для потока энергии Φ_3 , энергетической светимости R_3 и энергетической яркости B_3 . В частности, согласно (6.11) для ламбертовского излучателя

$$R_3 = \pi B_3. \quad (54.1)$$

Приняв во внимание (53.11), получим для энергетической яркости абсолютно черного тела выражение:

$$B_3^* = \frac{\sigma}{\pi} T^4. \quad (54.2)$$

В соответствии с формулой (6.10) поток энергии $\Delta\Phi_3$, излучаемый светящейся площадкой ΔS в пределах телесного угла $\Delta\Omega$ по направлению, образующему угол θ с нормалью к площадке, равен

$$\Delta\Phi_3 = B_3 \Delta\Omega \Delta S \cos \theta. \quad (54.3)$$

Пусть $\Delta S'$ на рис. 165 — площадь приемника, а ΔS — та часть поверхности излучателя, изображение которой перекрывает площадку $\Delta S'$. Тогда по определению попечного увеличения β можно написать, что

$$\frac{\Delta S'}{\Delta S \cos \theta} = \beta^2. \quad (54.4)$$

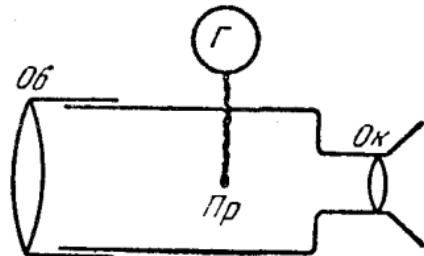


Рис. 164.

Согласно формуле (9.11) $\beta^2 = f^2/x^2$, где f — фокусное расстояние объектива, x — расстояние от переднего фокуса объектива до ΔS , практически равное расстоянию от объектива до ΔS . Подставив это значение β^2 в формулу (54.4), найдем, что

$$\Delta S \cos \theta = \Delta S' \frac{x^2}{f^2}. \quad (54.5)$$

Телесный угол $\Delta\Omega$, под которым виден объектив из любой точки площадки ΔS , равен

$$\Delta\Omega = \frac{\pi D^2}{4x^2}, \quad (54.6)$$

где D — диаметр объектива.

Подстановка значений (54.5) и (54.6) в формулу (54.3) дает для потока энергии, падающего на приемник, следующее выражение:

$$\Delta\Phi_s = B_s \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{f} \right)^2 \Delta S' \quad (54.7)$$

[ср. это выражение с формулой (15.6)].

Из (54.7) видно, что если изображение излучателя полностью перекрывает приемник, поток энергии, падающий на приемник, будет, независимо от расстояния до

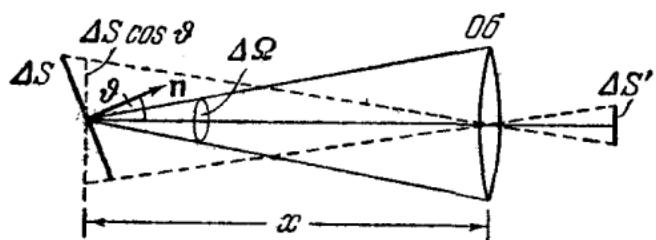


Рис. 165.

излучателя (это расстояние должно быть велико по сравнению с фокусным расстоянием объектива пирометра), пропорционален энергетической яркости излучателя B_s . Последняя же для абсолютно черного тела связана с температурой соотношением (54.2).

В нашем расчете мы принебрели рядом факторов: поглощением излучения на пути к приемнику, теплообменом приемника с остальными частями прибора, неодинаковым поглощением приемником излучения разных частот и т. д. Действие всех этих факторов трудно учесть. Поэтому прибор градуируют по абсолютно чер-

ному телу, нанося против делений шкалы соответствующие температуры.

Для нечерного тела показания радиационного пирометра дают не истинную температуру T , а то значение температуры $T_{\text{рад}}$, при котором энергетическая светимость абсолютно черного тела R_s^* равна энергетической светимости R_s исследуемого тела при его истинной температуре T :

$$R_s^*(T_{\text{рад}}) = R_s(T) \quad (54.8)$$

[напомним, что R_s и B_s связаны соотношением (54.1)].

Температура $T_{\text{рад}}$ называется радиационной. Найдем связь между радиационной температурой нечерного тела $T_{\text{рад}}$ и его истинной температурой T . Обозначим через a_T отношение энергетических светимостей данного тела R_s и абсолютно черного тела R_s^* , взятых для одной и той же температуры. Тогда можно написать, что

$$R_s(T) = a_T R_s^*(T).$$

Подставив это значение в (54.8), получим:

$$R_s^*(T_{\text{рад}}) = a_T R_s^*(T).$$

Выразив R_s^* через температуру согласно закону (53.11), придем к соотношению:

$$\sigma T_{\text{рад}}^4 = a_T \sigma T^4, \quad (54.9)$$

откуда

$$T = \sqrt[4]{\frac{1}{a_T}} T_{\text{рад}}. \quad (54.10)$$

Так как a_T для нечерных тел меньше единицы, истинная температура больше радиационной. В справочниках имеются таблицы значений a_T для различных излучателей. Например, для вольфрама при истинной температуре 1500°K $a_T = 0,15$, а при 3000°K $a_T = 0,32$; для никеля при 1500°K $a_T = 0,06$ и т. д. Таким образом, при истинной температуре вольфрама 3000°K радиационный пирометр покажет температуру:

$$T_{\text{рад}} = \sqrt[4]{a_T} \cdot T = \sqrt[4]{0,32} \cdot 3000 = 0,75 \cdot 3000 = 2250^\circ\text{K}.$$

Яркостные пиromетры. Наибольшее распространение получил метод определения температур, основывающийся на сравнении излучения светящегося тела с излучением абсолютно черного тела на одном и том же фиксированном узком участке спектра $\Delta\lambda$. Обычно используется участок, лежащий в окрестности $\lambda = 0,66 \text{ мк}$ (красная часть спектра). Схема яркостного пиromетра, обычно называемого пиromетром с исчезающей нитью, показана на рис. 166. Имеющая форму полуокружности нить лампочки L лежит в плоскости, перпендикулярной к оси прибора. Объектив Ob создает в этой же плоскости изображение поверхности исследуемого излучателя. Светофильтр Φ пропускает к окуляру $Oк$ лишь красные лучи с длиной волны вблизи $0,66 \text{ мк}$. Наблюдая через окуляр, подбирают с помощью реостата P такой накал нити, чтобы ее яркость совпадала

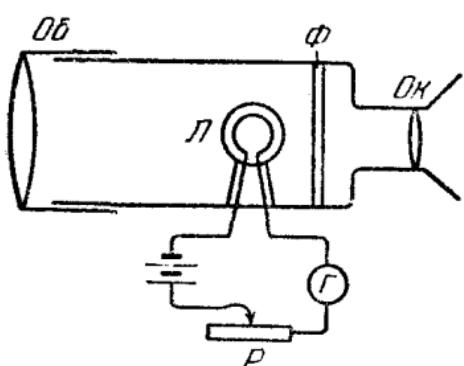


Рис. 166.

форму поверхности изображения излучателя (в этом случае нить «исчезает», т. е. становится неразличимой на фоне изображения). Предварительно прибор градируют по абсолютно черному телу, нанося против делений шкалы гальванометра соответствующие значения температуры.

Для нечерного тела прибор даст то значение температуры $T_{ярк}$, при котором яркость $B_9^*(\lambda, T_{ярк})$ абсолютно черного тела для $\lambda = 0,66 \text{ мк}$ равна яркости исследуемого тела $B_9(\lambda, T)$ при истинной температуре T :

$$B_9^*(\lambda, T_{ярк}) = B_9(\lambda, T). \quad (54.11)$$

Соотношение $B_9 = (1/\pi)R_9$ имеет место для каждой спектральной составляющей. Следовательно,

$$B_9(\lambda, T) = \frac{1}{\pi} r_{\lambda T}.$$

Заменив $r_{\lambda T}$ в соответствии с (50.7), получим

$$B_9(\lambda, T) = \frac{1}{\pi} a_{\lambda T} \Phi(\lambda, T), \quad (54.12)$$

где $a_{\lambda T}$ — поглощательная способность излучающего тела.

Подставим в (54.11) значение (54.12) для $B_a(\lambda, T)$, учитя, что для абсолютно черного тела $a_{\lambda T} \equiv 1$. В результате, сокращая на π , приедем к соотношению: $\varphi(\lambda, T_{ярк}) = a_{\lambda T} \varphi(\lambda, T)$ или

$$a_{\lambda T} = \frac{\varphi(\lambda, T_{ярк})}{\varphi(\lambda, T)}, \quad (54.13)$$

где $a_{\lambda T}$ — поглощательная способность исследуемого тела при истинной температуре T для прокусываемой светофильтром длины волны λ .

Подставив в (54.13) выражение (53.10) для $\varphi(\lambda, T)$, получим:

$$a_{\lambda T} = \frac{e^{2\pi\hbar c/k\lambda T} - 1}{e^{2\pi\hbar c/k\lambda T_{ярк}} - 1}. \quad (54.14)$$

Оценим порядок величины показателя степени при e , приняв $\lambda = 0,66 \text{ мк}$, $T \sim T_{ярк} \sim 3000^\circ \text{K}$:

$$\frac{2\pi\hbar c}{k\lambda T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,66 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^3} \approx 7.$$

Так как $e^7 \gg 1$, единицей в числителе и знаменателе выражения (54.14) можно пренебречь. Тогда

$$a_{\lambda T} = e^{(2\pi\hbar c/k\lambda)(1/T - 1/T_{ярк})},$$

откуда

$$T = \frac{T_{ярк}}{1 + (k\lambda/2\pi\hbar c) \ln a_{\lambda T} \cdot T_{ярк}}. \quad (54.15)$$

Из формулы (54.15) видно, что истинная температура T нечерных тел всегда больше яркостной температуры $T_{ярк}$ ($\ln a_{\lambda T} < 0$).

Значения $a_{\lambda T}$ для разных излучателей можно найти в справочниках. Например, для вольфрама при $T = 3000^\circ \text{K}$ и $\lambda = 0,66 \text{ мк}$ $a_{\lambda T} = 0,46$. Вычисления по формуле (54.15) дают в этом случае для яркостной температуры значение $T_{ярк} = 2700^\circ \text{K}$ (как было выяснено выше, радиационная температура в этом случае равна 2250°K).

Цветовые пиromетры. Для серого тела испускательная способность может быть записана в виде:

$$r_{\lambda T} = a_T \varphi(\lambda, T), \quad (54.16)$$

где $a_T = \text{const}$. Следовательно, максимум испускательной способности серого тела при температуре T придется на ту же длину волны λ_m , что и для абсолютно черного тела при той же температуре. Поэтому, если определена λ_m , температура серого тела может быть вычислена по формуле (53.12). Найденная таким способом температура называется цветовой. Максимум в спектре излучения Солнца (до прохождения излучения через атмосферу Земли) приходится на длину волны $\lambda_m = 0,47 \text{ мк}^1$). Подстановка в (53.12) дает для цветовой температуры Солнца значение:

$$T_{\text{цв}} = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2,90 \cdot 10^3}{0,47} \approx 6000^\circ \text{K}.$$

Радиационная температура Солнца получается равной примерно 5800°K . Малое различие между цветовой и радиационной температурой указывает на то, что поверхность Солнца по своим свойствам близка к абсолютно черному телу.

Вместо исследования всего спектрального распределения, для определения температуры серого тела достаточно найти отношение его испускательных способностей для двух длин волн:

$$\xi = \frac{r(\lambda_1, T)}{r(\lambda_2, T)}. \quad (54.17)$$

Действительно, согласно (54.16) $\xi = \varphi(\lambda_1, T)/\varphi(\lambda_2, T)$. Воспользовавшись выражением (53.11), получим:

$$\xi = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 \frac{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda_2} - 1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda_1} - 1}. \quad (54.18)$$

По произведенной выше оценке при λ порядка нескольких десятых микрона и $T \sim 3000^\circ \text{K}$ единицей в числителе и знаменателе выражения (54.18) можно вполне пренебречь. Логарифмируя, придем к соотношению:

$$\ln \xi = 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{2\pi\hbar c}{kT} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right),$$

откуда

$$T_{\text{цв}} = \frac{(2\pi\hbar c/k)(1/\lambda_2 - 1/\lambda_1)}{\ln \xi - 5 \ln (\lambda_2/\lambda_1)}. \quad (54.19)$$

¹⁾ После прохождения излучения через атмосферу максимум смещается в сторону более длинных волн и приходится приблизительно на $0,55 \text{ мк}$ (см. сноску на стр. 25).

Для абсолютно черных и серых тел вычисленная по формуле (54.19) цветовая температура совпадает с истинной. Для тел, не слишком сильно отличающихся от серых, цветовая температура обычно бывает выше истинной. Для тел, характер излучения которых сильно отличается от излучения серых тел, понятие цветовой температуры теряет смысл.

Один из типов цветовых пирометров представляет собой в принципе прибор, отличающийся от изображенного на рис. 164 тем, что перед объективом установлен вращающийся диск с вмонтированными в него синим и красным светофильтрами. В цепи приемника получается ток периодически изменяющейся силы, отношение максимумов и минимумов которого i_{\max}/i_{\min} тем больше, чем больше ξ . Специальная электронная схема преобразует этот ток так, что показания прибора, включенного на выходе, оказываются пропорциональными i_{\max}/i_{\min} . Прибор градуируется по абсолютно черному телу.

ФОТОНЫ

§ 55. Тормозное рентгеновское излучение

В предыдущей главе мы видели, что для объяснения свойств теплового излучения пришлось ввести представление об испускании электромагнитного излучения порциями $\hbar\omega$. Квантовая природа излучения подтверждается также существованием коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра.

Рентгеновские лучи возникают при бомбардировке быстрыми электронами твердых мишеней. Существует два вида рентгеновских трубок — ионные и электронные. В ионных трубках (рис. 167) поддерживаются тлеющий разряд при низком давлении (порядка 10^{-3} мм рт. ст.). Катоду трубки K придается вогнутая форма, вследствие чего выходящие из него катодные лучи (см. т. II, § 89) фокусируются на мишени Ak из тяжелого металла (W , Cu , Pt и т. п.). Эту мишень называют антикатодом. Чтобы соударения с остатками газа не привели к заметному рассеянию катодных лучей, антикатод Ak приближают к катоду настолько, что он попадает в область кружка темного пространства. При таком расположении анода разряд гаснет. Поэтому трубку снабжают особым анодом A , отстоящим от катода дальше, чем антикатод. Для стекания зарядов с антикатода он соединяется накоротко с анодом.

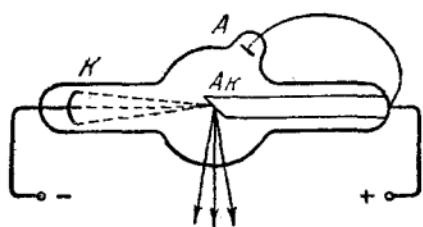


Рис. 167.

вается тлеющий разряд при низком давлении (порядка 10^{-3} мм рт. ст.). Катоду трубки K придается вогнутая форма, вследствие чего выходящие из него катодные лучи (см. т. II, § 89) фокусируются на мишени Ak из тяжелого металла (W , Cu , Pt и т. п.). Эту мишень называют антикатодом. Чтобы соударения с остатками газа не привели к заметному рассеянию катодных лучей, антикатод Ak приближают к катоду настолько, что он попадает в область кружка темного пространства. При таком расположении анода разряд гаснет. Поэтому трубку снабжают особым анодом A , отстоящим от катода дальше, чем антикатод. Для стекания зарядов с антикатода он соединяется накоротко с анодом.

В электронных трубках (рис. 168) свободные электроны возникают вследствие термоэлектронной эмиссии с нагреваемого током катода (вольфрамовой спирали). Цилиндр \mathcal{C} служит для фокусировки электронного пучка. Давление газа в таких трубках составляет $10^{-5} \div 10^{-7}$ мм рт. ст. Антикатод трубы A_k служит одновременно и анодом. Электронные трубы гораздо устойчивее и проще в эксплуатации. По этой причине ионные трубы теперь применяются редко.

Почти вся энергия электронов выделяется на антикатоде в виде тепла (в излучение превращается лишь 1—3% энергии). Поэтому в мощных трубах антикатод приходится интенсивно охлаждать. С этой целью в теле антикатода делаются каналы, по которым циркулирует охлаждающая жидкость (вода или масло).

Если между катодом и антикатодом приложено напряжение U , электроны разгоняются до энергии eU . Попав в вещество антикатода, электроны испытывают сильное торможение и становятся источником электромагнитных волн. Интенсивность излучения равна

$$I = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{e^2 \omega^2}{6\pi c^2}$$

[см. т. II, формулу (114.5)].

Предположим, что ускорение электрона ω остается постоянным по величине в течение всего времени торможения τ . Тогда интенсивность излучения также будет постоянной, и за время торможения электрон излучит энергию:

$$W = I\tau = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{e^2 \omega^2 \tau}{6\pi c^2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{e^2 v_0^2}{6\pi c^2 \tau} \approx \frac{v_0^2}{\tau},$$

где v_0 — начальная скорость электрона.

Полученный результат показывает, что заметное излучение может наблюдаться лишь при резком торможении быстрых электронов. На рентгеновские трубы подается напряжение до 50 кэв. Пройдя такую разность потенциалов, электрон приобретает скорость порядка

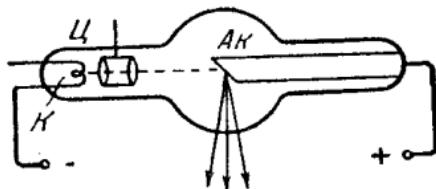


Рис. 168.

0,4 с. Особенно большая скорость может быть сообщена электронам в бетатроне (см. т. II, § 104). Энергии в 50 Мэв соответствует скорость, равная 0,99995 с. Направив ускоренный в бетатроне пучок электронов на твердую мишень, получают рентгеновские лучи весьма малой длины волн. Чем меньше длина волны, тем меньше поглощаются лучи в веществе. Поэтому рентгеновские лучи, получаемые на бетатроне, обладают особенно большой проникающей способностью.

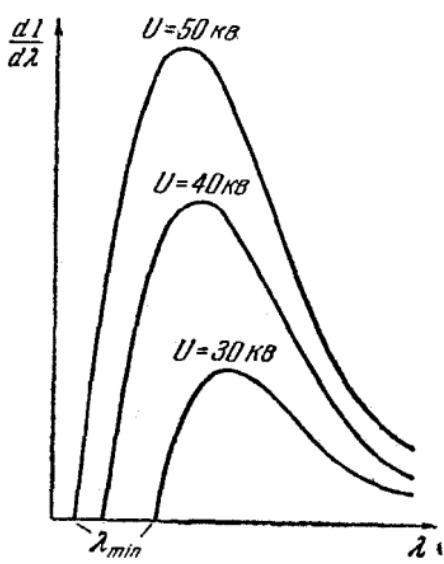


Рис. 169.

При достаточно большой скорости электронов, кроме тормозного излучения (т. е. излучения, обусловленного торможением электронов), возбуждается также характеристическое излучение (вызванное возбуждением внутренних электронных оболочек атомов анодата). Это излучение рассматривается в § 78. Сейчас нас будет интересовать лишь тормозное излучение. Согласно классической электродинамике при торможении электрона должны возникать волны всех

длин — от нуля до бесконечности. Длина волны, на которую приходится максимум интенсивности излучения, должна уменьшаться по мере увеличения скорости электронов, т. е. напряжения на трубке U . На рис. 169 даны экспериментальные кривые распределения интенсивности тормозного рентгеновского излучения по длинам волн, полученные для разных значений U . Как видно из рисунка, выводы теории в основном подтверждаются на опыте. Однако имеется одно принципиальное отступление от требований классической электродинамики. Оно заключается в том, что кривые распределения интенсивности не идут к началу координат, а обрываются при конечных значениях длины волны λ_{min} . Экспериментально установлено, что коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра λ_{min} связана с ускоряющим

напряжением U соотношением:

$$\lambda_{\min} = \frac{12\,390}{U}, \quad (55.1)$$

где λ_{\min} выражена в ангстремах, а U — в вольтах.

Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно, если излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении, то величина кванта $\hbar\omega$ не может превысить энергию электрона eU :

$$\hbar\omega \leq eU.$$

Отсюда получается, что частота излучения не может превысить значения $\omega_{\max} = eU/\hbar$, а следовательно длина волн не может быть меньше значения:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{(2\pi\hbar c/e)}{U}. \quad (55.2)$$

Таким образом, мы пришли к эмпирическому соотношению (55.1). Найденное из сопоставления (55.1) и (55.2) значение \hbar хорошо согласуется со значениями, определенными иными способами. Из всех методов определения \hbar метод, основанный на измерении коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра, считается самым точным.

§ 56. Фотоэффект

Фотоэлектрическим эффектом или фотоэффе~~кт~~том называется испускание электронов веществом под действием света. Это явление было открыто в 1887 г. Г. Герцем, который заметил, что проскаивание искры между цинковыми шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовыми лучами. В 1888—1889 гг. А. Г. Столетов подверг фотоэффект тщательному исследованию и установил следующие закономерности: 1) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак; 2) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи; 3) величина испущенного телом заряда пропорциональна поглощенной им световой энергии. В 1898 г. Ленард и Томсон, измерив удельный заряд испускаемых под действием света частиц, установили, что эти частицы являются электронами.

Схема современной установки для исследования фотоэффекта показана на рис. 170. Свет проникает через кварцевое окошко K_B в эвакуированный баллон и освещает катод K , изготовленный из исследуемого материала. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду A . В результате в цепи прибора течет фототок, измеряемый гальванометром Γ . Напряжение между анодом и катодом можно изменять с помощью потенциометра P .

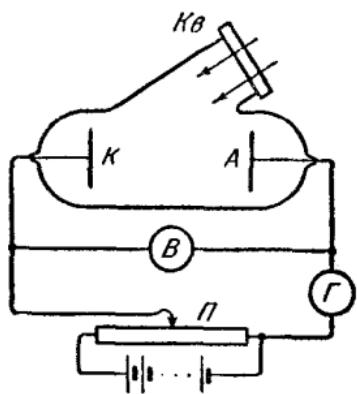


Рис. 170.

Фотоэффект в сильной степени зависит от состояния освещаемой поверхности (в частности от находящихся на ней окислов и адсорбированных веществ). Милликен разработал прибор, позволяющий удалять с изучаемой поверхности, находящейся в высоком вакууме, поверхностную пленку. Существенное усовершенствование методики исследования фотоэффекта было осуществлено П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, которые применили метод сферического конденсатора. Анодом в их установке служили посеребренные стенки стеклянного сферического баллона. В центре баллона размещался катод в виде шарика.

На рис. 171 изображена вольт-амперная характеристика, т. е. кривая, показывающая зависимость фототока i от напряжения между электродами U при неизменном потоке света Φ . Из этой кривой видно, что при некотором, не очень большом напряжении фототок достигает насыщения — все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Следовательно, сила тока насыщения i_n определяется количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени под действием света.

На рисунке 171 изображена вольт-амперная характеристика, показывающая зависимость силы тока i от напряжения U . Кривая $i(U)$ имеет вид, показанный на рисунке. При напряжении $U = U_J$ (точка J) начинается фототок. При напряжении $U = 0$ (точка O) ток равен нулю. При напряжении $U = U_n$ (точка n) ток достигает насыщения i_n .

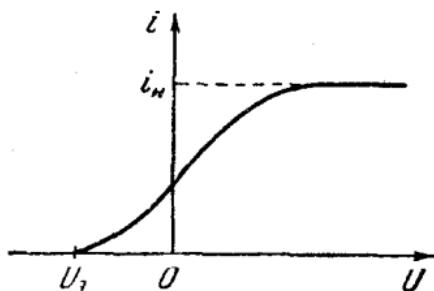


Рис. 171.

При $U = 0$ фототок не исчезает. Это служит свидетельством того, что электроны покидают катод со скоростью, отличной от нуля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, нужно приложить задерживающее напряжение U_3 (его называют также задерживающим потенциалом). При таком напряжении ни одному из электронов, даже обладающему при вылете из катода наибольшим значением скорости v_m , не удается преодолеть задерживающее поле и достигнуть анода. Поэтому можно написать, что

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_3, \quad (56.1)$$

где m — масса электрона. Таким образом, измерив задерживающее напряжение U_3 , можно определить максимальное значение скорости фотонов¹⁾.

При неизменном спектральном составе падающего на катод света сила тока насыщения (т. е. количество испускаемых электронов) строго пропорциональна световому потоку Φ :

$$i_n \propto \Phi. \quad (56.2)$$

Это утверждение носит название закона Столетова.

Задерживающее напряжение U_3 от интенсивности света не зависит. Проведя измерения на упоминавшемся выше приборе, Милликен установил, что при освещении катода монохроматическим светом U_3 изменяется с частотой света ω по линейному закону:

$$U_3 = a\omega - \varphi, \quad (56.3)$$

где a и φ — константы, причем a не зависит от материала катода. График функции (56.3) дан на рис. 172.

Умножив (56.3) на e и заменив eU_3 согласно (56.1), получим:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = ae\omega - e\varphi. \quad (56.4)$$

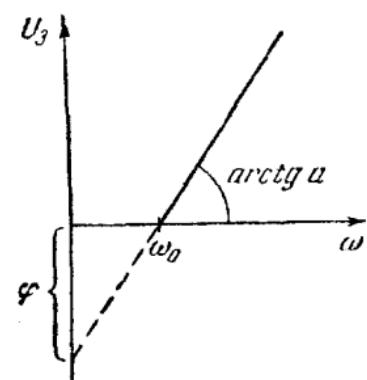


Рис. 172.

¹⁾ В случае предложенной Лукирским и Прилежаевым формы электродов кривая вблизи U_3 идет очень круто, что позволяет определить U_3 с большей точностью.

Из последнего соотношения вытекает, что для того, чтобы электроны могли покинуть катод под действием света (для того, чтобы v_m была вещественной), необходимо выполнение условия: $a\omega \geqslant \varphi$ или

$$\omega \geqslant \omega_0 = \frac{\varphi}{a}. \quad (56.5)$$

Соответственно для длины волны получается условие:

$$\lambda \leqslant \lambda_0 = \frac{2\pi c a}{\varphi}. \quad (56.6)$$

Частота ω_0 или длина волны λ_0 называется красной границей фотоэффекта. Ее можно найти, определив частоту, при которой задерживающее напряжение обращается в нуль (см. рис. 172).

Законы фотоэффекта противоречат представлениям волновой теории света. Согласно этим представлениям, под действием электромагнитной световой волны электроны вещества должны совершать вынужденные колебания с амплитудой, пропорциональной амплитуде волны. При достаточной интенсивности колебаний связь электрона с веществом может быть нарушена и электроны будут вылетать наружу со скоростью, величина которой должна зависеть от амплитуды падающего света (т. е. от его интенсивности). В действительности такой зависимости нет — скорость электронов зависит только от частоты падающего света.

Эйнштейн (1905) показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями $\hbar\omega$ (квантами), какими он, по предложению Планка, испускается. По мысли Эйнштейна энергия, полученная электроном, доставляется ему в виде кванта $\hbar\omega$, который усваивается им целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода $e\varphi$ (см. т. II, § 74), затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Если электрон освобождается светом не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то часть энергии, равная W' , может быть потеряна вследствие случайных столкновений в веществе. Остаток энергии образует кинетическую энергию W_k электрона, покинувшего вещество. Энергия W_k будет максимальна, если

$W' = 0$. В этом случае должно выполняться соотношение:

$$\omega \hbar = \frac{1}{2} mv_m^2 + e\varphi, \quad (56.7)$$

которое называется формулой Эйнштейна. Легко видеть, что выражение (56.7) совпадает с эмпирической формулой (56.4). Отсюда вытекает, что последний член в (56.4) представляет собой работу выхода, а коэффициент a равен \hbar/e . Следовательно, определив тангенс угла наклона прямой на рис. 172, можно найти отношение постоянной Планка \hbar к элементарному заряду e . Полученное таким образом значение \hbar совпадает со значениями, найденными из спектрального распределения равновесного теплового излучения и из коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра. Отрезок φ , отсекаемый продолжением прямой на оси U_a (см. рис. 172), дает потенциал выхода для вещества, из которого сделан катод.

Теория Эйнштейна объясняет также пропорциональность силы тока насыщения i_n падающему световому потоку Φ . Действительно, величина светового потока определяется числом квантов света, падающих на поверхность в единицу времени. Вместе с тем число освобождаемых электронов должно быть пропорционально числу падающих квантов. Заметим, что, как показывает опыт, лишь малая часть квантов передает свою энергию фотоэлектронам. Энергия остальных квантов затрачивается на нагревание вещества, поглощающего свет.

Кроме рассмотренного нами внешнего фотоэффекта (называемого обычно просто фотоэффектом), существует также внутренний фотоэффект, наблюдаемый в диэлектриках и полупроводниках. Он заключается в обусловленном действием света перераспределении электронов по энергетическим уровням. Если энергия кванта $\hbar\omega$ превышает ширину запрещенной зоны (см. т. II, § 71), поглотивший квант электрон переходит из валентной зоны в зону проводимости. В результате появляется дополнительная пара носителей тока — электрон и дырка, что проявляется в увеличении электропроводности вещества. Если в веществе имеются примеси, под действием света электроны могут переходить

из валентной зоны на уровни примеси или с примесных уровнями в зону проводимости. В первом случае возникает дырочная, во втором — электронная фотопроводимость.

На внутреннем фотоэфекте основано действие так называемых фотосопротивлений. Количество образующихся носителей тока пропорционально падающему световому потоку. Поэтому фотосопротивления применяются для целей фотометрии. Первым полупроводником, нашедшим применение для этих целей, был селен. В последнее время для видимой части спектра стали широко применяться фотосопротивления из CdS. Фотосопротивления из полупроводников PbS, PbSe, PbTe и InSb используются в качестве детекторов инфракрасного излучения; они намного превосходят термоэлектрические болометры.

В области $p-n$ -перехода (см. т. II, § 78) или на границе металла с полупроводником может наблюдаться вентильный фотоэффект. Он заключается в возникновении под действием света электродвижущей силы (фото-э. д. с.). На рис. 173 показан ход потенциальной энергии электронов (сплошная кривая) и дырок (пунктирная кривая) в области $p-n$ -перехода (ср. т. II, рис. 173). Неосновные для данной области носители (электроны в p -области и дырки в n -области), возникшие под действием света, проходят через переход. В результате в p -области накапливается избыточный положительный заряд, в n -области — избыточный отрицательный заряд. Это приводит к возникновению приложенного к переходу напряжения, которое и представляет собой фотоэлектродвижущую силу.

Если p - и n -области кристалла подключить к внешней нагрузке, в ней будет течь ток. При не очень больших освещенностях сила тока пропорциональна падающему на кристалл световому потоку. На этом основано действие фотоэлектрических фотометров, в частности, применяемых в фотографии экспонометров. Несколько

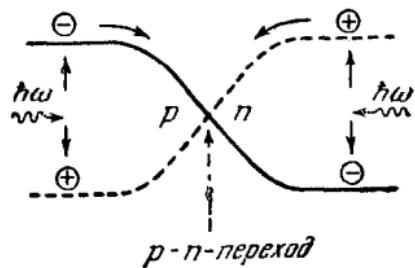


Рис. 173.

движущей силы (фото-э. д. с.). На рис. 173 показан ход потенциальной энергии электронов (сплошная кривая) и дырок (пунктирная кривая) в области $p-n$ -перехода (ср. т. II, рис. 173). Неосновные для данной области носители (электроны в p -области и дырки в n -области), возникшие под действием света, проходят через переход. В результате в p -области накапливается избыточный положительный заряд, в n -области — избыточный отрицательный заряд. Это приводит к возникновению приложенного к переходу напряжения, которое и представляет собой фотоэлектродвижущую силу.

Если p - и n -области кристалла подключить к внешней нагрузке, в ней будет течь ток. При не очень больших освещенностях сила тока пропорциональна падающему на кристалл световому потоку. На этом основано действие фотоэлектрических фотометров, в частности, применяемых в фотографии экспонометров. Несколько

десятков соединенных последовательно кремниевых p — n -переходов образуют солнечную батарею. Такие батареи применяются для питания радиоаппаратуры на космических ракетах и спутниках Земли.

§ 57. Опыт Боте. Фотоны

Для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно, как показал Планк, допустить, что свет только испускается порциями $\hbar\omega$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Однако Эйнштейн пошел значительно дальше. Он выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц, названных первоначально световыми квантами. Впоследствии эти частицы получили название фотонов.

Гипотеза Эйнштейна была подтверждена рядом опытов. Наиболее непосредственное подтверждение дал опыт Боте. Тонкая металлическая фольга Φ (рис. 174) помещалась между двумя газоразрядными счетчиками C_4 (см. т. II, § 86). Фольга освещалась слабым пучком рентгеновских лучей, под действием которых она сама становилась источником рентгеновских лучей (это явление называется рентгеновской флуоресценцией). Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов, испускаемых фольгой, было невелико. При попадании в него рентгеновских лучей счетчик срабатывал и приводил в действие особый механизм M , делавший отметку на движущейся ленте L . Если бы излучаемая энергия распространялась равномерно во все стороны, как это следует из волновых представлений, оба счетчика должны были бы срабатывать одновременно и отметки на ленте приходились бы одна против другой. В действительности же наблюдалось совершенно беспорядочное расположение отметок. Это можно

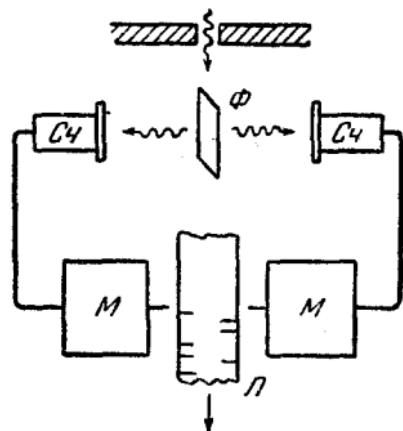


Рис. 174.

объяснить лишь тем, что в отдельных актах испускания возникают световые частицы, летящие то в одном, то в другом направлении.

Итак, было экспериментально доказано существование особых световых частиц — фотонов. Фотон обладает энергией

$$e = \hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}, \quad (57.1)$$

определенной только его частотой ω или длиной волны λ . Подстановка значений \hbar и c приводит к формуле:

$$e = \frac{12\ 390}{\lambda}, \quad (57.2)$$

где e выражена в электрон-вольтах, а λ — в ангстремах¹⁾. Длине волны $\lambda = 0,555 \text{ мк} = 5550 \text{ \AA}$ соответствует энергия фотона $e = 2,23 \text{ эв}$. Для рентгеновских лучей ($\lambda \approx 10^{-4} \div 8 \cdot 10^2 \text{ \AA}$) энергия фотона лежит в пределах от 15 эв до $\sim 100 \text{ Мэв}$.

Согласно теории относительности частица с энергией e обладает массой $m = e/c^2$ [см. (42.9)]. Подставив значение e , получим для массы фотона выражение:

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2}. \quad (57.3)$$

Фотон есть частица, движущаяся со скоростью c . Подстановка в формулу (42.6) значения $v = c$ обращает знаменатель формулы в нуль. Вместе с тем, как мы видели, масса фотона m конечна. Это возможно только в том случае, если масса покоя m_0 равна нулю. Таким образом, фотон — особенная частица, существенно отличающаяся от таких частиц, как электрон, протон и нейтрон, которые обладают не равной нулю массой покоя и могут находиться в состоянии покоя. Фотон не имеет массы покоя и может существовать, только двигаясь со скоростью c .

Положив в формуле (42.12) $m_0 = 0$, получим: $E = cp$. Отсюда следует, что фотон обладает импульсом:

$$p = \frac{e}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}. \quad (57.4)$$

¹⁾ Изменив последние две цифры, можно получить легко запоминающуюся формулу:

$$e = \frac{12\ 345}{\lambda}.$$

Учтя, что $2\pi/\lambda$ равно волновому числу k , т. е. модулю волнового вектора \mathbf{k} , импульс фотона можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}. \quad (57.5)$$

Из наличия у фотона импульса вытекает, что свет, падающий на какое-либо тело, должен оказывать на это тело давление, равное импульсу, сообщаемому фотонами единице поверхности в единицу времени. Пусть плотность потока фотонов (число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени) равна N . Если все фотоны поглощаются телом, давление равно $P = pN = (\epsilon/c)N$. При условии, что все фотоны отражаются телом в обратном направлении, давление будет в два раза больше: $P = 2(\epsilon/c)N$. Наконец, если отражается доля фотонов, равная κ (κ — коэффициент отражения), и поглощается доля, равная $(1 - \kappa)$, для давления получится выражение:

$$P = 2 \frac{\epsilon}{c} \kappa N + \frac{\epsilon}{c} (1 - \kappa) N = (1 + \kappa) \frac{\epsilon}{c} N.$$

Плотность потока фотонов N можно представить как произведение плотности фотонов n (т. е. количества фотонов в единице объема) на их скорость c , т. е. $N = nc$. Далее, замечая, что произведение nc дает энергию фотонов, заключенных в единице объема, w (плотность энергии), можно написать:

$$P = (1 + \kappa) w,$$

что совпадает с выражением для давления, получающимся из электромагнитной теории [см. т. II, формулу (113.2)].

Мы рассмотрели ряд явлений, в которых свет ведет себя как поток частиц (фотонов). Однако не надо забывать, что такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Таким образом, свет обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм (двойственность): в одних явлениях проявляется его волновая природа и он ведет себя как электромагнитная волна, в других явлениях проявляется корпускулярная природа света и он ведет себя как поток фотонов. В § 64 мы увидим, что корпускулярно-волновой дуализм

присущ не только световым частицам, но и частицам вещества (электронам, протонам, атомам и т. д.).

Выясним, в каком соотношении находятся волновая и корпускулярная картина. Ответ на этот вопрос можно получить, рассмотрев с обеих точек зрения освещенность какой-либо поверхности. Согласно волновым представлениям освещенность в некоторой точке поверхности пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. С корпускулярной точки зрения освещенность пропорциональна плотности потока фотонов. Следовательно, между квадратом амплитуды световой волны и плотностью потока фотонов имеется прямая пропорциональность. Носителем энергии и импульса является фотон. Энергия выделяется в той точке поверхности, в которую попадает фотон. Квадрат амплитуды волны определяет вероятность того, что фотон попадет в данную точку поверхности. Точнее, вероятность того, что фотон будет обнаружен в пределах объема dV , заключающего в себе рассматриваемую точку пространства, определяется выражением:

$$dP = \chi A^2 dV, \quad (57.6)$$

где χ — коэффициент пропорциональности, A — амплитуда световой волны. Величина

$$\frac{dP}{dV} = \chi A^2 \quad (57.7)$$

называется плотностью вероятности.

Из сказанного вытекает, что распределение фотонов по поверхности, на которую падает свет, должно иметь статистический характер. Наблюдаемая на опыте равномерность освещенности обусловлена тем, что обычно плотность потока фотонов бывает очень большой. Так, например, при освещенности, равной 50 лк (такая освещенность нужна, чтобы глаза не утомлялись при чтении), и длине волны 0,555 мк на 1 см² поверхности падает примерно $2 \cdot 10^{13}$ фотонов в секунду. Относительные отклонения статистических величин от среднего значения (их называют относительными флуктуациями) обратно пропорциональны корню квадратному из числа частиц. Поэтому при указанной величине потока фотонов флуктуации будут ничтожны и поверхность представляется освещенной равномерно.

Флуктуации слабых световых потоков были обнаружены С. И. Вавиловым и его сотрудниками. Они установили, что в области наибольшей чувствительности ($\lambda = 0,555 \text{ мк}$) глаз начинает реагировать на свет при попадании на зрачок примерно 100 фотонов в секунду. При такой интенсивности Вавилов наблюдал флуктуации светового потока, носившие отчетливо выраженный статистический характер.

§ 58. Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в явлении, которое получило название эффекта Комптона.

В 1923 г. А. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ , содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась независящей от λ и от природы рассеивающего вещества. Экспериментально была установлена следующая закономерность:

$$\Delta\lambda = \lambda_0(1 - \cos\theta) = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (58.1)$$

где θ — угол, образуемый направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка, λ_0 — постоянная, равная $0,0242 \text{ \AA}$.

Схема опыта Комптона показана на рис. 175. Выделяемый диафрагмами D узкий пучок монохроматического (характеристического) рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество PB . Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла Kr и ионизационной камеры IK .

На рис. 176 приведены результаты исследования рассеяния монохроматических рентгеновских лучей [линия

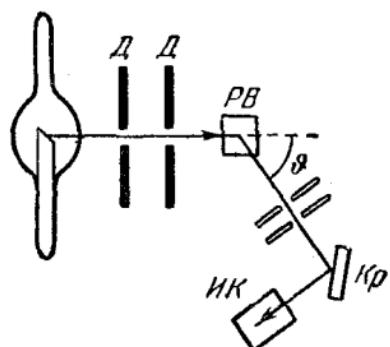


Рис. 175.

K_{α}^1) молибдена] на графите. Кривая a характеризует первичное излучение. Остальные кривые относятся к разным углам рассеяния ϑ , значения которых указаны на рисунке. По оси ординат отложена интенсивность излучения, по оси абсцисс — величина, пропорциональная длине волны.

Рис. 177 характеризует зависимость соотношения интенсивностей смещенной M и несмещенной P компонент

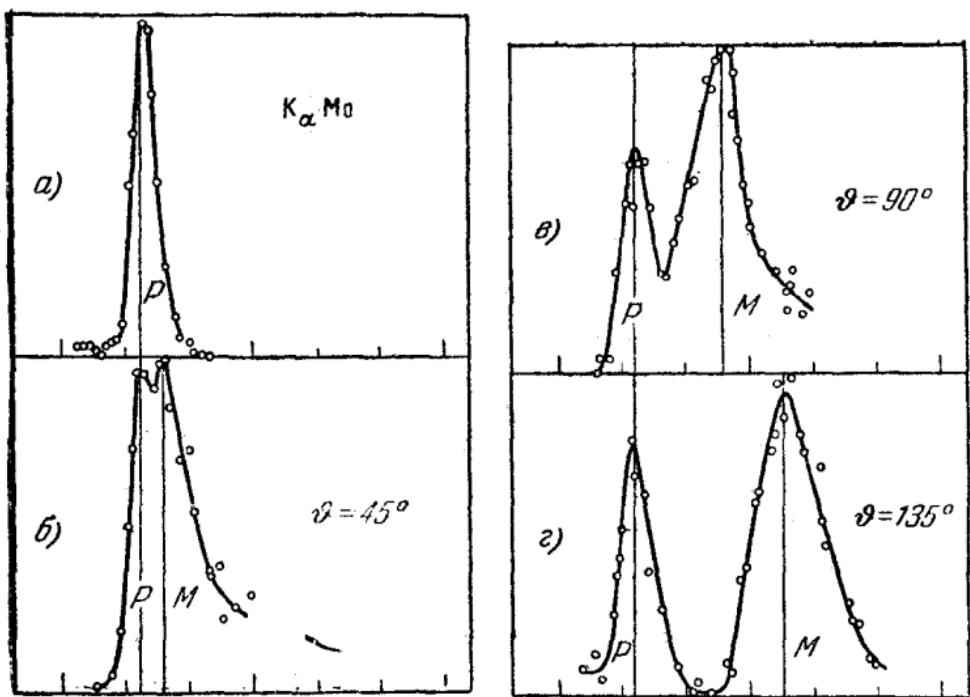


Рис. 176.

от атомного номера рассеивающего вещества. Верхняя кривая в левом столбце характеризует первичное излучение (линия K_{α} серебра). При рассеянии веществами с малым атомным номером (Li, Be, B) практически все рассеянное излучение имеет смещенную длину волны. По мере увеличения атомного номера все большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны.

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать наи-

¹⁾ См. § 78.

более слабо связанные с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении¹).

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar k$. Энергия электрона до столкновения равна $m_0 c^2$ (m_0 — масса

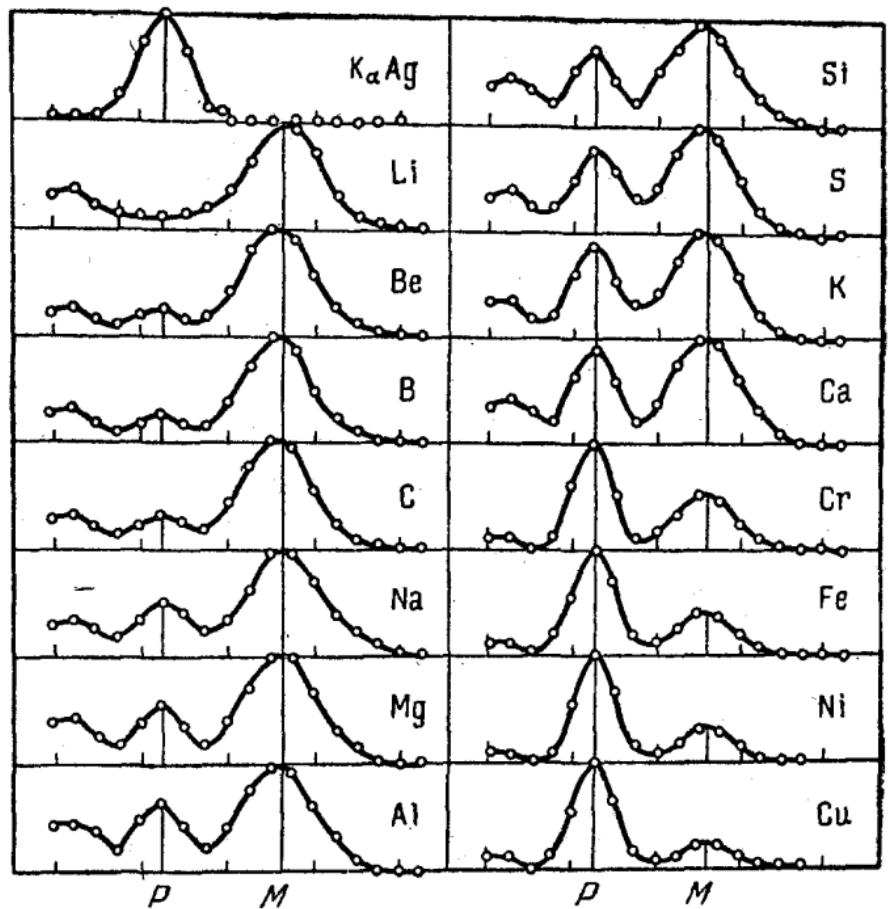


Рис. 177.

покоя электрона), импульс равен нулю. После столкновения электрон будет обладать энергией mc^2 и импульсом mv [m и m_0 связаны соотношением (42.6)]. Энергия и импульс фотона также изменятся и станут равными $\hbar\omega'$ и $\hbar k'$. Из законов сохранения энергии и импульса

¹⁾ При упругом соударении фотон не может передать электрону (или какой-либо другой частице) всю свою энергию. Такой процесс нарушил бы законы сохранения энергии и импульса.

вытекают два соотношения:

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2,$$

$$\hbar\mathbf{k} = m\mathbf{v} + \hbar\mathbf{k}'.$$

Разделив первое из уравнений на c , можно привести его к виду:

$$mc = m_0c + \hbar(k - k')$$

(напомним, что ω/c есть k). Возведение этого уравнения в квадрат дает:

$$(mc)^2 = (m_0c)^2 + (\hbar k)^2 + (\hbar k')^2 - 2(\hbar k)(\hbar k') + 2m_0c\hbar(k - k'). \quad (58.2)$$

Из рис. 178 следует, что

$$(mv)^2 = (\hbar k)^2 + (\hbar k')^2 - 2(\hbar k)(\hbar k') \cos \vartheta, \quad (58.3)$$

где ϑ — угол между векторами $\hbar\mathbf{k}'$ и $\hbar\mathbf{k}$, т. е. между направлением распространения рассеянного света и направлением первичного пучка.

Вычтя уравнение (58.3) из (58.2), получим:

$$\begin{aligned} m^2(c^2 - v^2) &= \\ &= m_0^2c^2 - 2\hbar^2kk'(1 - \cos \vartheta) + \\ &\quad + 2m_0c\hbar(k - k'). \end{aligned}$$

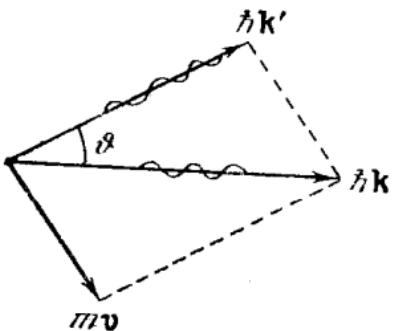


Рис. 178.

Приняв во внимание соотношение (42.6), легко убедиться в том, что $m^2(c^2 - v^2) = m_0^2c^2$. Таким образом, мы приходим к равенству:

$$m_0c(k - k') = \hbar kk'(1 - \cos \vartheta).$$

Умножим это равенство на 2π и разделим на $kk'm_0c$:

$$\frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos \vartheta).$$

Наконец, учитя, что $2\pi/k = \lambda$, получим формулу:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos \vartheta), \quad (58.4)$$

совпадающую с эмпирической формулой (58.1), если положить $\lambda_0 = 2\pi\hbar/m_0c$.

Величина

$$\Lambda = \frac{\hbar}{m_0 c} \quad (58.5)$$

называется комптоновской длиной волны той частицы, масса m_0 которой имеется в виду. Подстановка численных значений \hbar , m_0 и c дает для комптоновской длины волны электрона значение

$$\Lambda = 3,86 \cdot 10^{-11} \text{ см} = 0,00386 \text{ \AA}. \quad (58.6)$$

Умножив Λ электрона на 2π , получим для λ_0 значение 0,0242 \AA, совпадающее с эмпирическим значением коэффициента в формуле (58.1).

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Так как масса атома намного превосходит массу электрона, комптоновское смещение в этом случае ничтожно и λ' практически совпадает с λ . По мере роста атомного номера увеличивается относительное число электронов с сильной связью, чем и обусловливается ослабление смещенной линии (см. рис. 177).

ЧАСТЬ II

АТОМНАЯ ФИЗИКА

ГЛАВА X

БОРОВСКАЯ ТЕОРИЯ АТОМА

§ 59. Закономерности в атомных спектрах

Изолированные атомы в виде разреженного газа или паров металла испускают спектр, состоящий из отдельных спектральных линий. В соответствии с этим спектр испускания атомов называется линейчатым. На

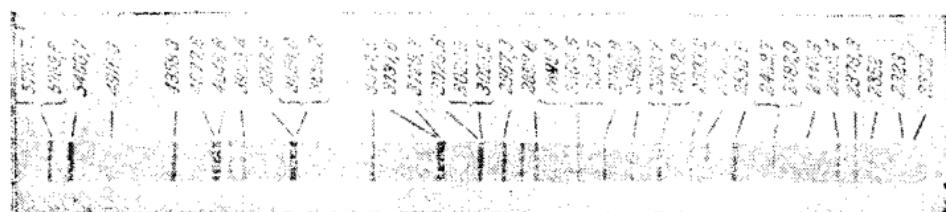


Рис. 179.

рис. 179 показан спектр испускания паров ртути. Такой же характер имеют и спектры других атомов.

Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию строения атомов. Прежде всего было замечено, что линии в спектрах атомов расположены не беспорядочно, а объединяются в группы или, как их называют, серии линий. Отчетливее всего это обнаруживается в спектре простейшего атома — водорода. На рис. 180 представлена часть спектра атомарного водорода в видимой и близкой ультрафиолетовой области. Символами H_α , H_β , H_γ и H_δ обозначены видимые линии, H_∞ указывает границу серии (см. ниже). Очевидно, что линии

располагаются не беспорядочным образом, а в определенном порядке. Расстояние между линиями закономерно убывает по мере перехода от более длинных волн к более коротким.

Швейцарский физик Бальмер (1885) установил, что длины волн этой серии линий водорода могут быть точно представлены формулой:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (59.1)$$

где λ_0 — константа, n — целое число, принимающее значения: 3, 4, 5 и т. д.

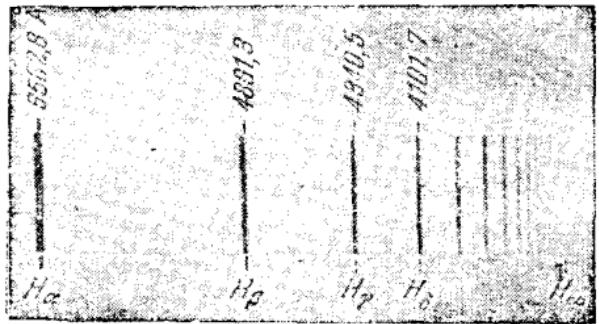


Рис. 180.

В спектроскопии принято характеризовать спектральные линии не частотой, а обратной длине волны величиной

$$v' = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c}, \quad (59.2)$$

которую называют волновым числом (не смешивать с волновым числом $k = 2\pi/\lambda = \omega/c!$). Это вызвано тем, что длина волны (а следовательно и волновое число) измеряется в настоящее время с гораздо большей точностью [об этой точности можно судить по приведенному ниже значению (59.4) константы R], чем точность, с которой определена скорость света c . Поэтому значение частоты не может быть столь же точным, как значение волнового числа.

Если преобразовать (59.1) в выражение для волнового числа, получится формула:

$$v' = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (59.3)$$

где буквой R обозначена константа, равная $4/\lambda_0$. Эту константу называют в честь шведского спектроскописта постоянной Ридберга. Она равна

$$R = 109\,737,309 \pm 0,012 \text{ см}^{-1}. \quad (59.4)$$

Мы не станем придерживаться спектроскопических обозначений и будем для характеристики спектральных линий пользоваться круговой частотой ω . Соответственно постоянной Ридберга мы будем называть величину, в $2\pi c$ раз большую, чем R в формуле (59.3). Обозначать эту величину мы будем той же буквой R . Следовательно, нужно иметь в виду, что величина, называемая в дальнейшем постоянной Ридберга, имеет значение

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ сек}^{-1} \quad (59.5)$$

и представляет собой, строго говоря, произведение постоянной Ридберга на $2\pi c$.

Таким образом, формулу (59.3) мы будем писать в виде:

$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots). \quad (59.6)$$

Формула (59.6) [так же как и (59.3)] называется формулой Бальмера, а соответствующая серия спектральных линий водородного атома — серией Бальмера. Дальнейшие исследования показали, что в спектре водорода имеется еще несколько серий. В ультрафиолетовой части спектра находится серия Лаймана. Остальные серии лежат в инфракрасной области. Линии этих серий могут быть представлены в виде формул, аналогичных (59.6):

$$\text{серия Лаймана } \omega = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots);$$

$$\text{серия Пашена } \omega = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$$

$$\text{серия Брэкета } \omega = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$$

$$\text{серия Пфунда } \omega = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots).$$

Частоты всех линий спектра водородного атома можно представить одной формулой:

$$\omega = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (59.7)$$

где m имеет значение 1 для серии Лаймана, 2 — для серии Бальмера и т. д. При заданном m число n принимает все целочисленные значения, начиная с $m + 1$. Выражение (59.7) называют обобщенной формулой Бальмера.

При возрастании n частота линии в каждой серии стремится к предельному значению R/m^2 , которое называется границей серии (на рис. 180 символом H_∞ отмечена граница серии Бальмера).

Возьмем ряд значений выражения $T(n) = R/n^2$:

$$\frac{R}{1^2}, \frac{R}{2^2}, \frac{R}{3^2}, \dots \quad (59.8)$$

Частота любой линии спектра водорода может быть представлена в виде разности двух чисел ряда (59.8). Эти числа называют спектральными термами или просто термами¹⁾. Так, например, частота первой линии серии Бальмера равна $T(2) - T(3)$, второй линии серии Пфунда — $T(5) - T(7)$ и т. д.

Изучение спектров других атомов показало, что частоты линий и в этом случае могут быть представлены в виде разностей двух термов:

$$\omega = T_1(m) - T_2(n). \quad (59.9)$$

Однако терм $T(n)$ обычно имеет более сложный вид, чем для водородного атома. Кроме того, первый и второй члены формулы (59.9) берутся из различных рядов термов.

§ 60. Модель атома Томсона

Для объяснения характера спектра, испускаемого изолированным атомом, следовало предположить, что электрон в излучающем атome совершает гармонические колебания и, следовательно, удерживается около положения равновесия квазиупругой силой вида $f = -kr$, где r — отклонение электрона от положения равновесия. В 1903 г. Томсон предложил модель атома, согласно которой атом представляет собой равномерно заполненную положительным электричеством сферу, внутри

¹⁾ В спектроскопии термами называют числа, в $2\pi c$ раз меньшие. Их разности дают волновые числа v' спектральных линий.

которой находится электрон (рис. 181). Суммарный положительный заряд сферы равен заряду электрона, так что атом в целом нейтрален.

Напряженность поля внутри равномерно заряженной сферы определяется выражением¹⁾

$$E(r) = \frac{e}{R^3} r \quad (0 \leqslant r \leqslant R),$$

где e — заряд сферы, а R — ее радиус [см. т. II, формулу (8.12)]. Следовательно, на электрон, находящийся на расстоянии r от положения равновесия (от центра сферы), будет действовать сила:

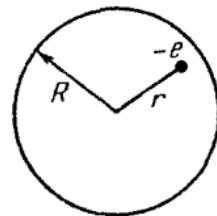


Рис. 181.

$$f = (-e) E = -\frac{e^2}{R^3} r = -kr.$$

В таких условиях электрон, выведенный каким-либо образом из положения равновесия, будет совершать колебания с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{e^2}{mR^3}} \quad (60.1)$$

(e — заряд электрона, m — масса электрона, R — радиус атома).

Последним соотношением можно воспользоваться для оценки размеров атома. Согласно (60.1)

$$R = \left(\frac{e^2}{m\omega^2} \right)^{1/3}.$$

Длине волны $\lambda = 0,6 \text{ мк} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ (видимая область спектра) соответствует $\omega \approx 3 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$. Следовательно,

$$R = \left(\frac{4,8^2 \cdot 10^{-20}}{0,91 \cdot 10^{-27} \cdot 3^2 \cdot 10^{30}} \right)^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$

Полученное значение совпадает по порядку величины с газокинетическими размерами атомов, что можно было бы рассматривать как подтверждение модели Томсона. Однако в дальнейшем выяснилась несостоятельность этой модели, так что в настоящее время она имеет лишь исторический интерес как одно из звеньев в цепи развития представлений о строении атомов.

¹⁾ Здесь и дальше в этом томе мы пользуемся гауссовой системой единиц.

§ 61. Опыты по рассеянию α -частиц. Ядерная модель атома

Для того чтобы выяснить характер распределения положительных и отрицательных зарядов в атоме, было необходимо непосредственное опытное «зондирование» внутренних областей атома. Такое зондирование осуществили Резерфорд и его сотрудники с помощью α -частиц, наблюдая изменение направления их полета (рассеяние) при прохождении через тонкие слои вещества.

Напомним, что α -частицами называют частицы, выбрасываемые с огромной скоростью некоторыми веществами при радиоактивном распаде. В то время, когда Резерфорд приступал к своим опытам, было известно, что α -частицы имеют положительный заряд, равный удвоенному элементарному заряду, и что при потере этого заряда (при присоединении двух электронов) α -частица превращается в атом гелия. Скорость, с которой α -частицы вылетают из радиоактивного вещества, бывает порядка 10^9 см/сек.

Опыт осуществлялся следующим образом (рис. 182).

Внутри полости, сделанной в куске свинца, помещалось радиоактивное вещество P , служившее источником α -частиц. Вследствие сильного торможения в свинце α -частицы могли выходить наружу лишь через узкое отверстие. На пути получавшегося таким способом узкого пучка α -частиц располагалась тонкая металлическая фольга Φ . При прохождении через фольгу α -частицы отклонялись от первоначального направления движения на различные углы ϑ . Рассеянные α -частицы ударялись об экран E , покрытый сернистым цинком, и вызываемые ими сцинтилляции¹⁾ наблюдались в микроскоп M . Микроскоп и экран можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр рассеивающей фольги, и устанавливать таким образом под любым углом Φ . Весь прибор

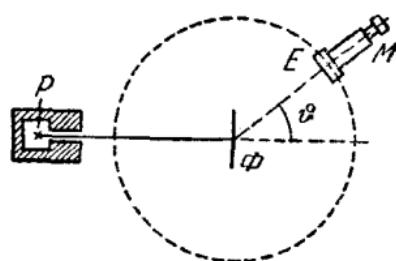


Рис. 182.

¹⁾ Сцинтилляцией называется вспышка света, производимая заряженными частицами при ударе их о вещество, способное люминесцировать.

помещался в откачанный кожух, чтобы устранить торможение α -частиц за счет столкновений с молекулами воздуха.

Оказалось, что некоторое количество α -частиц рассеивается на очень большие углы (почти до 180°). Проанализировав результаты опыта, Резерфорд пришел к выводу, что столь сильное отклонение α -частиц возможно только в том случае, если внутри атома имеется чрезвычайно сильное электрическое поле, которое создается зарядом, связанным с большой массой и сконцентрированным в очень малом объеме. Основываясь на этом выводе, Резерфорд предложил в 1911 г. ядерную модель атома. Согласно предположению Резерфорда атом представляет собой систему зарядов, в центре которой расположено тяжелое положительное ядро с зарядом Ze , имеющее размеры, не превышающие 10^{-12} см, а вокруг ядра расположены Z электронов, распределенных по всему объему, занимаемому атомом. Почти вся масса атома сосредоточена в ядре.

Исходя из таких предположений, Резерфорд разработал количественную теорию рассеяния α -частиц и вывел формулу для распределения рассеянных частиц по значениям угла ϑ . При выводе формулы Резерфорд рассуждал следующим образом. Отклонения α -частиц обусловлены воздействием на них со стороны атомных ядер. Заметного отклонения из-за взаимодействия с электронами не может быть, поскольку масса электрона на четыре порядка меньше массы α -частицы. Когда частица пролетает вблизи ядра, на нее действует кулоновская сила отталкивания:

$$f = \frac{2Ze^2}{r^2}. \quad (61.1)$$

Траектория частицы в этом случае представляет собой гиперболу, асимптоты которой образуют между собой угол ϑ (рис. 183, *a*). Этот угол характеризует отклонение частицы от первоначального направления. Расстояние b от ядра до первоначального направления полета α -частицы называется прицельным параметром. Чем ближе пролетает частица от ядра (чем меньше b), тем, естественно, сильнее она отклоняется (тем больше ϑ). Между величинами b и ϑ имеется простое соотношение, которое мы сейчас установим.

Из закона сохранения энергии следует, что вдали от ядра величина импульса \mathbf{p} рассеянной частицы будет такой же, как и величина импульса \mathbf{p}_0 до рассеяния: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$. Следовательно (см. рис. 183, *б*), для модуля приращения вектора импульса частицы, возникающего в результате рассеяния, можно написать выражение:

$$|\Delta\mathbf{p}| = 2p_0 \sin \frac{\theta}{2} = 2m_\alpha v \sin \frac{\theta}{2}, \quad (61.2)$$

где m_α — масса α -частицы, v — ее начальная скорость.

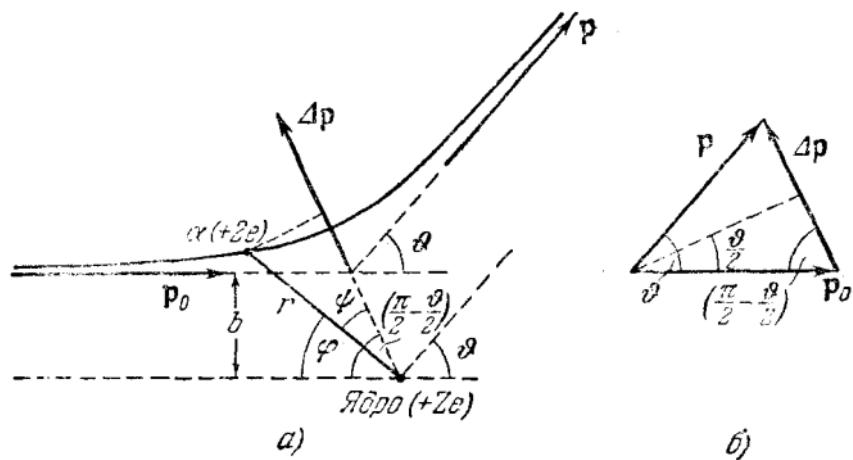


Рис. 183.

С другой стороны, согласно второму закону Ньютона

$$|\Delta\mathbf{p}| = \int f_n dt, \quad (61.3)$$

где f_n — проекция силы (61.1) на направление вектора $\Delta\mathbf{p}$ (см. рис. 183, *а*), равная $f \cos \psi$. Как видно из рис. 183, *а* и *б*, угол ψ можно заменить через полярный угол φ и угол отклонения θ :

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \varphi.$$

Из последнего соотношения следует, что

$$f_n = f \cos \psi = f \sin \left(\varphi + \frac{\theta}{2} \right) = \frac{2Ze^2}{r^2} \sin \left(\varphi + \frac{\theta}{2} \right).$$

Подставим это выражение в формулу (61.3), заменив одновременно dt через $d\varphi/\dot{\varphi}$:

$$|\Delta\mathbf{p}| = 2Ze^2 \int_0^{\pi-\theta} \frac{\sin \left(\varphi + \theta/2 \right) d\varphi}{r^2 \dot{\varphi}}. \quad (61.4)$$

Величина $m_\alpha r^2 \dot{\phi}$ есть не что иное, как момент импульса α -частицы M , взятый относительно рассеивающего ядра. Сила, действующая на α -частицу, является центральной. Поэтому момент M остается все время постоянным и равным своему первоначальному значению $M_0 = m_\alpha v b$. После замены $r^2 \dot{\phi}$ через $v b$ интеграл (61.4) легко вычисляется:

$$|\Delta p| = \frac{2Ze^2}{vb} \int_0^{\pi-\theta} \sin\left(\phi + \frac{\theta}{2}\right) d\phi = \frac{2Ze^2}{vb} 2 \cos \frac{\theta}{2}.$$

Из сопоставления последнего выражения с формулой (61.2) вытекает, что

$$2m_\alpha v \sin \frac{\theta}{2} = \frac{2Ze^2}{vb} 2 \cos \frac{\theta}{2},$$

откуда ¹⁾

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} b. \quad (61.5)$$

Рассмотрим слой рассеивающего вещества настолько тонкий, чтобы каждая частица при прохождении через него пролетала вблизи только одного ядра, т. е.

чтобы каждая частица претерпевала только однократное рассеяние. Для того чтобы испытать рассеяние на угол, лежащий в пределах от θ до $\theta + d\theta$, частица должна пролететь вблизи одного из ядер по траектории, прицель-

Рис. 184.

ный параметр которой заключен в пределах от b до $b + db$ (рис. 184), причем $d\theta$ и db , как следует из (61.5), связаны соотношением:

$$-\frac{1}{\sin^2(\theta/2)} \frac{d\theta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} db. \quad (61.6)$$

Знак минус в этом выражении обусловлен тем, что с увеличением b ($db > 0$) угол отклонения убывает

¹⁾ Приведенный вывод формулы (61.5) принадлежит И. Е. Иродову.

$(d\vartheta < 0)$. В дальнейшем нас будет интересовать лишь абсолютное значение db в функции от ϑ и $d\vartheta$, поэтому знак минус мы не будем учитывать.

Обозначим площадь поперечного сечения пучка α -частиц буквой S . Тогда количество атомов рассеивающей фольги на пути пучка можно представить в виде nSd , где n — число атомов в единице объема, а d — толщина фольги. Если α -частицы распределены равномерно по сечению пучка и число их очень велико (что имеет место на самом деле), то относительное количество α -частиц, пролетающих вблизи одного из ядер по траектории с прицельным параметром от b до $b + db$ (и, следовательно, отклоняющихся в пределах углов от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$), будет равно (см. рис. 185):

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = \frac{nSd \cdot 2\pi b \ db}{S} = \\ = nd 2\pi b \ db. \quad (61.7)$$

В этом выражении dN_ϑ — число частиц, рассеянных в пределах углов от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$, N — полное число частиц в пучке. В обоих случаях под числом частиц подразумевается поток частиц через соответствующую поверхность.

Заменив в формуле (61.7) b и db через ϑ и $d\vartheta$ в соответствии с (61.5) и (61.6), получим:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_a v^2} \right)^2 2\pi \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \frac{1}{\sin^2(\vartheta/2)} \frac{d\vartheta}{2}.$$

Преобразуем множители, содержащие угол ϑ :

$$\frac{\operatorname{ctg}(\vartheta/2)}{\sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\cos(\vartheta/2) \sin(\vartheta/2)}{\sin^4(\vartheta/2)} = \frac{\sin \vartheta}{2 \sin^4(\vartheta/2)}.$$

С учетом этого преобразования

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_a v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \vartheta d\vartheta}{4 \sin^4(\vartheta/2)}.$$

Наконец, замечая, что $2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ есть телесный угол $d\Omega$, в пределах которого заключены направления,

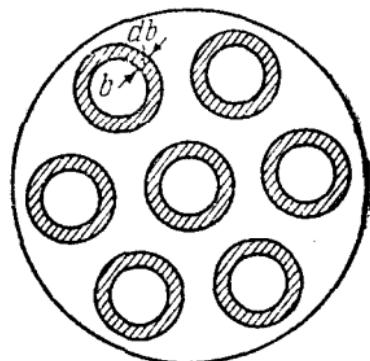


Рис. 185.

соответствующие углам от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$, можно написать:

$$\frac{dN_\vartheta}{N} = nd \left(\frac{Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\vartheta/2)}. \quad (61.8)$$

Последнее выражение называется формулой Резерфорда для рассеяния α -частиц. В 1913 г. сотрудники Резерфорда произвели проверку этой формулы путем подсчета сцинтиляций, наблюдавшихся под разными углами ϑ за одинаковые промежутки времени. В условиях опыта (см. рис. 182) счету подвергались α -частицы, заключенные в пределах одного и того же телесного угла (определенного площадью экрана E и расстоянием его от фольги), поэтому число сцинтиляций, наблюдавшихся под разными углами, должно было быть, в соответствии с формулой Резерфорда, пропорционально $1/\sin^4(\vartheta/2)$. Этот результат теории хорошо подтвердился на опыте. Зависимость рассеяния от толщины фольги и скорости α -частиц также оказалась в соответствии с формулой (61.8).

Справедливость теории, исходящей из кулоновского взаимодействия между α -частицей и ядром атома, свидетельствует о том, что даже отбрасываемая в обратном направлении α -частица не проникает в область положительного заряда атома (как мы видели при рассмотрении модели атома Томсона, взаимодействие в этом случае определялось бы не законом $2Ze^2/r^2$, а соответствовало бы закону $2Ze^2r/R^3$). Вместе с тем, летящая точно по направлению к ядру α -частица подошла бы к его центру на расстояние, которое можно определить, приравняв кинетическую энергию α -частицы потенциальной энергии взаимодействия α -частицы с ядром в момент полной остановки частицы:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{2Ze^2}{r_{\min}}$$

(r_{\min} — минимальное расстояние между центрами α -частицы и ядра).

Положив $Z = 10$, $v = 10^9$ см/сек и $m_\alpha = 4 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} = 6,6 \cdot 10^{-24}$ г, получим

$$r_{\min} = \frac{4Ze^2}{m_\alpha v^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 4,8^2 \cdot 10^{-20}}{6,6 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{18}} \approx 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Таким образом, результаты опытов по рассеянию α -частиц свидетельствуют в пользу ядерной модели атома, предложенной Резерфордом. Однако ядерная модель оказалась в противоречии с законами классической механики и электродинамики. Поскольку система неподвижных зарядов не может находиться в устойчивом состоянии, Резерфорду пришлось отказаться от статической модели атома и предположить, что электроны движутся вокруг ядра, описывая замкнутые траектории. Но в этом случае электрон будет двигаться с ускорением, в связи с чем, согласно классической электродинамике, он должен непрерывно излучать электромагнитные (световые) волны. Процесс излучения сопровождается потерей энергии, так что электрон должен в конечном счете упасть на ядро (рис. 186).

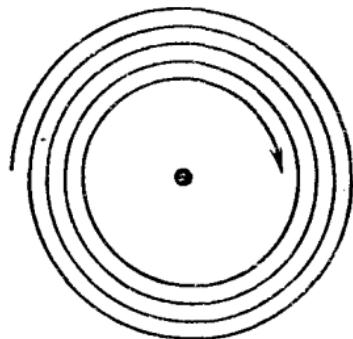


Рис. 186.

§ 62. Постулаты Бора. Опыт Франка и Герца

В предыдущем параграфе было выяснено, что ядерная модель атома в сочетании с классической механикой и электродинамикой оказалась неспособной объяснить ни устойчивость атома, ни характер атомного спектра. Выход из создавшегося тупика был найден в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором, правда, ценой введения предположений, противоречащих как классической механике, так и классической электродинамике. Допущения, сделанные Бором, содержатся в двух высказанных им постуатах.

1. Из бесконечного множества электронных орбит, возможных с точки зрения классической механики, осуществляются в действительности только некоторые дискретные орбиты, удовлетворяющие определенным квантовым условиям. Электрон, находящийся на одной из этих орбит, несмотря на то, что он движется с ускорением, не излучает электромагнитных волн (света).

2. Излучение испускается или поглощается в виде светового кванта энергии $\hbar\omega$ при переходе электрона из одного стационарного (устойчивого) состояния

в другое. Величина светового кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается квантовый скачок электрона:

$$\hbar\omega = E_n - E_m. \quad (62.1)$$

Частота излучаемой линии будет равна:

$$\omega = \frac{E_n}{\hbar} - \frac{E_m}{\hbar}.$$

Если произвольную аддитивную постоянную в выражении для энергии выбрать так, чтобы E обращалась в нуль при удалении электрона от ядра на бесконечность, то все E_i будут меньше нуля (для удаления электрона от ядра нужно совершить положительную работу). Положительными же будут величины $(-E_i/\hbar)$. С учетом этого обстоятельства

$$\omega = \left(-\frac{E_m}{\hbar} \right) - \left(-\frac{E_n}{\hbar} \right).$$

С другой стороны, как мы знаем,

$$\omega = T(m) - T(n),$$

где $T(i) > 0$ (см. § 59).

Из сравнения последних двух выражений следует, что терм с точностью до множителя $(-1/\hbar)$ равен энергии соответствующего стационарного состояния атома:

$$T(n) = -\frac{E_n}{\hbar}. \quad (62.2)$$

Существование дискретных энергетических уровней атома подтверждается опытами, осуществленными Франком и Герцем. Схема их установки приведена на рис. 187, а. В трубке, заполненной парами ртути под небольшим давлением (~ 1 мм рт. ст.), имелись три электрода: катод K , сетка C и анод A . Электроны, вылетавшие из катода вследствие термоэлектронной эмиссии, ускорялись разностью потенциалов U , приложенной между катодом и сеткой. Эту разность потенциалов можно было плавно менять с помощью потенциометра P . Между сеткой и анодом создавалось слабое электрическое поле (разность потенциалов порядка 0,5 в), тормозившее движение электронов к аноду. На рис. 187, б показано изменение потенциальной энергии электрона

$E_p = -e\varphi$ между электродами при различных значениях напряжения между катодом и сеткой (φ — потенциал в соответствующей точке поля).

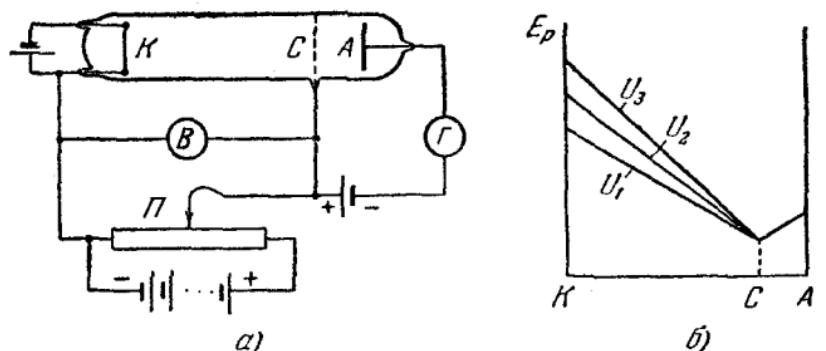


Рис. 187.

Определялась зависимость силы тока i в цепи анода (измерявшейся гальванометром Γ) от напряжения U . Полученные результаты представлены на рис. 188. Сила тока вначале монотонно возрастает, достигает максимума при $U = 4,9$ в, после чего с дальнейшим увеличением U резко падает, достигает минимума и снова начинает расти. Максимумы силы тока повторяются при U , равном 9,8 в, 14,7 в и т. д.¹⁾.

Такой ход кривой объясняется тем, что вследствие дискретности энергетических уровней атомы могут воспринимать энергию только определенными порциями:

$$\Delta E_1 = E_2 - E_1 \text{ либо } \Delta E_2 = E_3 - E_1 \text{ и т. д.,}$$

где E_1, E_2, E_3, \dots — энергии 1-го, 2-го, 3-го и т. д. стационарного состояния.

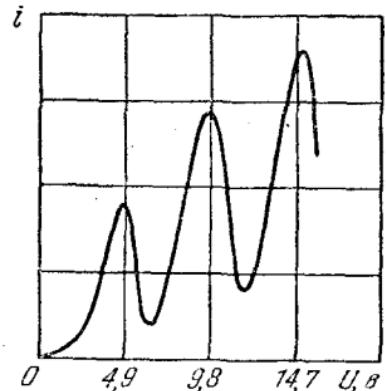


Рис. 188.

1) Практически максимумы получаются при напряжениях 4,1 в, 9,0 в, 13,9 в и т. д., что обусловлено наличием, даже при отсутствии извне прикладываемого напряжения, контактной разности потенциалов между электродами порядка 0,8 в.

До тех пор, пока энергия электрона меньше ΔE_1 , соударения между электроном и атомом ртути носят упругий характер, причем, поскольку масса электрона во много раз меньше массы атома ртути, энергия электрона при столкновениях практически не изменяется. Часть электронов попадает на сетку, остальные же, прокочив через сетку, достигают анода, создавая ток в цепи гальванометра G . Чем больше скорость, с которой электроны достигают сетки (чем больше U), тем больше будет доля электронов, прокочивших через сетку, и тем, следовательно, больше будет сила тока i .

Когда энергия, накапливаемая электроном в промежутке катод — сетка, достигает или превосходит ΔE_1 , соударения перестают быть упругими — электроны при ударах об атомы передают им энергию ΔE_1 и продолжают затем двигаться с меньшей скоростью. Поэтому число электронов, достигающих анода, уменьшается. Например, при $U = 5,3$ в электрон сообщает атому энергию, соответствующую 4,9 в (первый потенциал возбуждения атома ртути), и продолжает двигаться с энергией 0,4 эв. Если даже такой электрон окажется между сеткой и анодом, он не сможет преодолеть задерживающее напряжение 0,5 в и будет возвращен обратно на сетку.

Атомы, получившие при соударении с электронами энергию ΔE_1 , переходят в возбужденное состояние, из которого они спустя весьма короткое время ($\sim 10^{-8}$ сек) возвращаются в основное состояние, излучая световой квант (фотон) с частотой $\omega = \Delta E_1/\hbar$.

При напряжении, превышающем 9,8 в, электрон на пути катод — анод может дважды претерпеть неупругое соударение с атомами ртути, теряя при этом энергию 9,8 в, вследствие чего сила тока i снова начнет уменьшаться. При еще большем напряжении возможны трехкратные неупругие соударения электронов с атомами, что приводит к возникновению максимума при $U = 14,7$ в, и т. д.

При достаточном разрежении паров ртути и соответствующей величине ускоряющего напряжения электроны за время до столкновения с атомами могут приобретать скорость, достаточную для перевода атома в состояние с энергией E_3 . В этом случае на кривой $i = f(U)$ наблюдаются максимумы при напряжениях, кратных второму

потенциалу возбуждения атома (для ртути этот потенциал равен 6,7 в), или при напряжениях, равных сумме первого и второго потенциалов возбуждения и т. д.

Таким образом, в опытах Франка и Герца непосредственно обнаруживается существование у атомов дискретных энергетических уровней.

§ 63. Элементарная боровская теория водородного атома

Бор предположил, что из всех возможных орбит электрона осуществляются только те, для которых момент импульса равен целому кратному постоянной Планка \hbar , деленной на 2π :

$$m_e v r = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (63.1)$$

Число n называется главным квантовым числом. Постоянная \hbar имеет значение (53.2).

Рассмотрим электрон, движущийся в поле атомного ядра с зарядом Ze . При $Z = 1$ такая система соответствует атому водорода, при иных Z — водородоподобному иону, т. е. атому с порядковым номером Z , из которого удалены все электроны, кроме одного. Согласно второму закону Ньютона произведение массы электрона m_e на его центростремительное ускорение v^2/r должно равняться кулоновской силе:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}. \quad (63.2)$$

Исключая v из (63.1) и (63.2), получаем, что радиус электронных орбит в атоме может принимать лишь ряд дискретных значений:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e Ze^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (63.3)$$

Для первой орбиты водородного атома ($Z = 1, n = 1$) получается

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0,529 \text{ \AA}, \quad (63.4)$$

т. е. величина порядка газокинетических размеров атома.

Внутренняя энергия атома слагается из кинетической энергии электрона (ядро неподвижно) и энергии взаимодействия электрона с ядром (потенциальной энергии):

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{r}.$$

Из (63.2) следует, что

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{Ze^2}{2r}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{Ze^2}{2r} - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{2r}.$$

Наконец, учитя значения r , даваемые (63.3), получим до-

~~$E=0$~~ зволенные значения внутренней энергии атома:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (63.5)$$

Схема энергетических уровней, определяемых (63.5), дана на рис. 189.

При переходе атома водорода ($Z = 1$) из состояния n в состояние m испускается квант

$$\hbar\omega = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

Частота испущенного света равна

$$\omega = \frac{m_e e^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Таким образом, мы пришли к обобщенной формуле Бальмера (59.7), причем для постоянной Ридберга получается значение:

$$R = \frac{m_e e^4}{2\hbar^3}. \quad (63.6)$$

Если подставить в это выражение значения входящих в него констант, получается величина, поразительно хорошо согласующаяся с экспериментальным значением постоянной Ридберга.

Итак, совпадение выводов теории Бора с опытными данными для водорода не оставляет желать лучшего. Теория Бора была весьма крупным шагом в развитии

теории атома. Она с полной отчетливостью показала неприменимость классической физики к внутриатомным явлениям и главное значение квантовых законов в микромире.

Изложенная выше элементарная теория была в течение последующего десятилетия подвергнута дальнейшему развитию и уточнениям, с которыми мы не станем знакомиться, поскольку в настоящее время теория Бора имеет преимущественно историческое значение. После первых успехов теории все яснее давали себя знать ее недочеты. Особенно тягостной была неудача всех попыток построения теории атома гелия — одного из простейших атомов, непосредственно следующего за атомом водорода.

Самой слабой стороной теории Бора, обусловившей последующие неудачи, была ее внутренняя логическая противоречивость: она не была ни последовательно классической, ни последовательно квантовой теорией. В настоящее время, после открытия своеобразных волновых свойств вещества, совершенно ясно, что теория Бора, опирающаяся на классическую механику, могла быть только переходным этапом на пути к созданию последовательной теории атомных явлений.

ГЛАВА XI

КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОДОРОДНОГО АТОМА

§ 64. Гипотеза де-Бройля. Волновые свойства вещества

Недостаточность теории Бора сделала необходимым критический пересмотр основ квантовой теории и представлений о природе элементарных частиц (электронов, протонов и т. п.). Возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризуемой определенными координатами и определенной скоростью.

В результате углубления наших знаний о природе света выяснилось, что в оптических явлениях обнаруживается своеобразный дуализм (см. § 57). Наряду с такими свойствами света, которые самым непосредственным образом свидетельствуют о его волновой природе (интерференция, дифракция), имеются и другие свойства, столь же непосредственно обнаруживающие его корпускулярную природу (фотоэффект, явление Комptonа).

В 1924 г. Луи де-Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, но имеет универсальное значение. «В оптике,— писал он,— в течение столетия слишком пренебрегали корпускулярным способом рассмотрения по сравнению с волновым; не делалась ли в теории вещества обратная ошибка?»

Допуская, что частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые, де-Бройль перенес на случай частиц вещества те же правила пе-

рехода от одной картины к другой, какие справедливы в случае света. Фотон, как известно [см. формулы (57.1) и (57.4)], обладает энергией

$$E = \hbar\omega$$

и импульсом

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}.$$

По идеи де-Бройля, движение электрона или какой-либо другой частицы связано с волновым процессом, длина волны которого равна

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}, \quad (64.1)$$

а частота

$$\omega = \frac{E}{\hbar}. \quad (64.2)$$

Гипотеза де-Бройля вскоре была блестяще подтверждена экспериментально. Дэвиссон и Джермер обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся от кристаллической пластинки, дает дифракционную картину. Томсон и независимо от него Тартаковский получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу. Опыт осуществлялся следующим образом (рис. 190). Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов порядка нескольких десятков киловольт, проходил через тонкую металлическую фольгу и попадал на фотопластинку. Электрон при ударе о фотопластинку оказывает на нее такое же действие, как и фотон. Полученная таким способом электронограмма золота (рис. 191, а) сопоставлена с полученной в аналогичных условиях рентгенограммой алюминия (рис. 191, б). Сходство обеих картин поразительно.

Штерн и его сотрудники показали, что дифракционные явления обнаружаются также у атомных и молекулярных пучков. Во всех перечисленных случаях

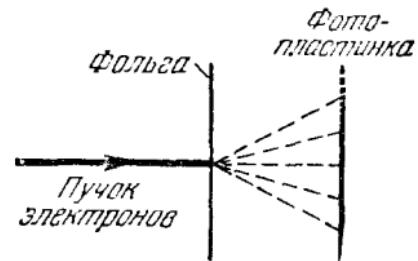


Рис. 190.

дифракционная картина соответствует длине волны, определяемой соотношением (64.1).

Из описанных опытов с несомненностью вытекает, что пучок микрочастиц определенной скорости и

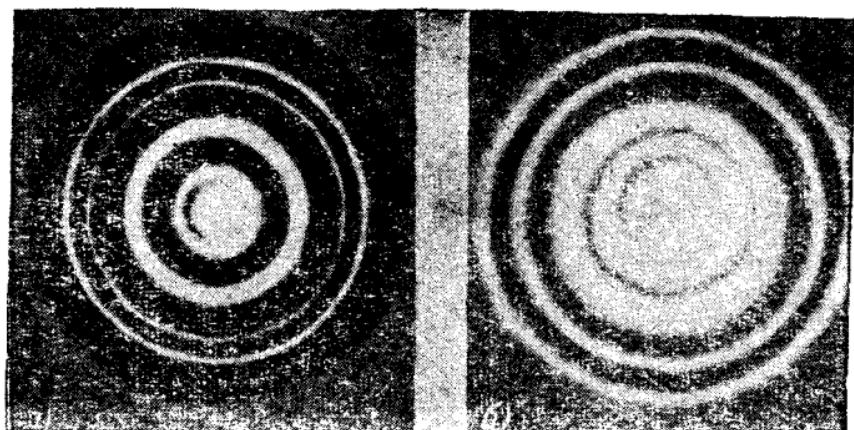


Рис. 191.

направления дает дифракционную картину, подобную картине, получаемой от плоской волны.

§ 65. Уравнение Шредингера

Обнаружение волновых свойств микрочастиц¹⁾ свидетельствовало о том, что классическая механика не может дать правильного описания поведения подобных частиц. Возникла необходимость создать механику микрочастиц, которая учитывала бы также и их волновые свойства. Новая механика, созданная Шредингером, Гайзенбергом, Дираком и другими, получила название волновой или квантовой механики.

Основным уравнением квантовой механики является уравнение Шредингера. Подобно тому, как уравнения динамики Ньютона не могут быть получены теоретически, а представляют собой обобщение большого числа опытных фактов, уравнение Шредингера также нельзя

¹⁾ Микрочастицами называют элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и другие простые частицы), а также сложные частицы, образованные из элементарных частиц (молекулы, атомы, ядра атомов и т. д.).

вывести из каких-либо известных ранее соотношений. Его следует рассматривать как исходное основное предположение, справедливость которого доказывается тем обстоятельством, что все вытекающие из него следствия самым точным образом согласуются с опытными фактами.

Состояние микрочастицы описывается в квантовой механике так называемой волновой функцией, которую принято обозначать буквой Ψ . Она является функцией координат и времени и может быть найдена путем решения уравнения:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (65.1)$$

Это уравнение было установлено Шредингером в 1926 г. и называется уравнением Шредингера со временем (или временным уравнением Шредингера). Величины, входящие в это уравнение, имеют следующие значения:

i — мнимая единица;

\hbar — постоянная Планка, деленная на 2π ;

m — масса частицы;

Δ — оператор Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$;

U — потенциальная энергия частицы.

Как следует из уравнения (65.1), вид волновой функции Ψ определяется потенциальной энергией U , т. е., в конечном счете, характером тех сил, которые действуют на частицу. Вообще говоря, U есть функция координат и времени. Для стационарного (не меняющегося со временем) силового поля U не зависит явно от времени. В последнем случае волновая функция Ψ распадается на два множителя, один из которых зависит только от времени, второй — только от координат:

$$\Psi(x, y, z, t) = e^{-i(E/\hbar)t} \psi(x, y, z) \quad (65.2)$$

(E — полная энергия частицы).

В самом деле, подстановка функции (65.2) в уравнение (65.1) дает:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi e^{-i(E/\hbar)t} + U \psi e^{-i(E/\hbar)t} = i\hbar \left(-i \frac{E}{\hbar} \right) \psi e^{-i(E/\hbar)t}.$$

Сокращая все члены этого уравнения на общий множитель $e^{-i(E/\hbar)t}$ и произведя соответствующие преобразования,

ния, получим дифференциальное уравнение, определяющее функцию ψ :

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (65.3)$$

Если функция U зависит от времени явно, то и решение последнего уравнения — функция ψ — будет зависеть от времени, что противоречит предположению (65.2).

Уравнение (65.3) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний (или уравнением Шредингера без времени). В дальнейшем мы будем называть его просто уравнением Шредингера.

К уравнению Шредингера можно прийти путем следующих рассуждений. Из опытов по дифракции микрочастиц вытекает, что параллельный пучок частиц обладает свойствами плоской волны, распространяющейся в направлении движения частиц. Уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении оси x , имеет, как известно, вид:

$$\xi(x, t) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right).$$

Это выражение часто пишут в комплексном виде:

$$\xi(x, t) = ae^{-i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)}, \quad (65.4)$$

подразумевая, что надо принимать во внимание вещественную часть этого выражения [см. т. I, формулу (79.9)].

Согласно гипотезе де-Бройля свободному движению частицы соответствует плоская волна с частотой $\omega = E/\hbar$ и длиной волны $\lambda = 2\pi\hbar/p$. Заменяя ω и λ в выражении (65.4) энергией и импульсом частицы, получим волновую функцию для свободной частицы, движущейся в направлении оси x :

$$\Psi(x, t) = ae^{-i\left(\frac{E}{\hbar} t - \frac{p}{\hbar} x\right)} = ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \quad (65.5)$$

Чтобы найти дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет функция (65.5), воспользуемся соотношением между E и p :

$$E = \frac{p^2}{2m}. \quad (65.6)$$

Продифференцировав функцию (65.5) один раз по t , а второй раз дважды по x , получим:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = - \frac{i}{\hbar} E \Psi,$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \left(- \frac{i}{\hbar} p \right)^2 \Psi = - \frac{1}{\hbar^2} p^2 \Psi.$$

Из этих соотношений можно выразить E и p^2 через функцию Ψ и ее производные:

$$E = - \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \frac{1}{\Psi} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \frac{1}{\Psi},$$

$$p^2 = - \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \frac{1}{\Psi}.$$

Подставляя последние выражения в соотношение (65.6), получим дифференциальное уравнение:

$$- \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Если направление волны не совпадает с осью x (или y , или z), фаза колебаний будет зависеть от всех координат: x , y и z . Можно показать, что в этом случае дифференциальное уравнение имеет вид:

$$- \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Полученное уравнение совпадает с уравнением Шредингера (65.1) для случая $U = 0$ (частица по условию свободна). Подстановка (65.2) в это уравнение (такая подстановка правомерна, так как $U = 0$, т. е. не зависит от t) приводит к уравнению Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0. \quad (65.7)$$

Это уравнение совпадает с уравнением (65.3) для случая $U = 0$.

Таким образом, мы получили уравнение Шредингера для свободно движущейся частицы. Теперь следует обобщить уравнение (65.7) на случай частицы, движущейся в потенциальном поле сил, когда полная энергия E слагается из кинетической энергии T и потенциальной энергии U .

В случае свободной частицы полная энергия E совпадает с кинетической T , так что величину E в уравнении (65.7) можно трактовать либо как полную, либо как кинетическую энергию частицы. Обобщая уравнение (65.7) на случай движения частицы в поле сил, нужно решить вопрос о том, что следует подразумевать для такой частицы под величиной E : полную или только кинетическую энергию. Если принять, что E — полная энергия частицы, обобщенное уравнение, определяющее Ψ , а значит, и сама Ψ не будет зависеть от вида функции U , т. е. от характера силового поля. Это, очевидно, не может соответствовать действительному положению вещей. Поэтому следует признать, что при наличии сил, действующих на частицу, вместо E в уравнение (65.7) нужно ввести кинетическую энергию частицы $T = E - U$. Приведя такую замену, мы придем к уравнению (65.3).

Чтобы предостеречь читателя от иногда встречающегося заблуждения, необходимо еще раз подчеркнуть, что приведенные нами рассуждения не могут рассматриваться как вывод уравнения Шредингера. Их цель — пояснить, каким образом можно было прийти к установлению вида волнового уравнения для микрочастицы. Доказательством же правильности уравнения Шредингера может служить лишь согласие с опытом тех результатов, которые получаются с помощью этого уравнения.

§ 66. Кvantovomechanicheskoe opisanie dvizheniya mikrochastits

Соотношение между волновой функцией Ψ и описываемой ею частицей аналогично соотношению между световой волной и фотоном. В § 57 мы установили, что квадрат амплитуды световой волны определяет вероятность попадания фотона в соответствующую точку пространства. Точно так же квадрат модуля¹⁾ волновой функции для какой-либо точки пространства, будучи умножен на включающий в себя эту точку элемент объема dV , определяет вероятность dP того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV :

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi \Psi^* dV. \quad (66.1)$$

¹⁾ Волновая функция и ее квадрат являются комплексными величинами. Вероятность же может выражаться только вещественным числом.

Таким образом, физический смысл функции Ψ заключается в том, что квадрат ее модуля дает плотность вероятности (вероятность, отнесенную к единице объема) нахождения частицы в соответствующем месте пространства.

Для стационарных состояний волновая функция имеет вид (65.2) и

$$\Psi\Psi^* = e^{-i(E/\hbar)t}\Psi \cdot e^{i(E/\hbar)t}\Psi^* = \Psi\Psi^*,$$

так что в этом случае плотность вероятности равна $\Psi\Psi^*$ и, следовательно, от времени не зависит.

Из сказанного вытекает, что квантовая механика имеет статистический характер. Она не позволяет определить местонахождение частицы в пространстве или траекторию, по которой движется частица. С помощью волновой функции можно лишь предсказать, с какой вероятностью частица может быть обнаружена в различных точках пространства.

На первый взгляд может показаться, что квантовая механика дает значи-

тельно менее точное и исчерпывающее описание движения частицы, чем классическая механика, которая определяет «точно» местоположение и скорость частицы в каждый момент времени. Однако в действительности это не так. Квантовая механика гораздо глубже вскрывает истинное поведение микрочастиц. Она лишь не определяет того, чего нет на самом деле. В применении к микрочастицам понятия определенного местоположения и траектории вообще теряют смысл. Движение по определенной траектории несовместимо с волновыми свойствами, что становится совершенно очевидным, если проанализировать существование опытов по дифракции.

Рассмотрим дифракцию от двух близко расположенных отверстий (рис. 192). Вследствие интерференции волн, распространяющихся от отверстий, дифракционная картина не будет тождественна наложению дифракционных картин, получающихся от каждого из отверстий

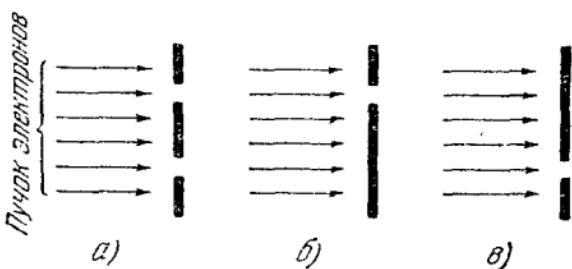


Рис. 192.

в отдельности (картина, получающаяся в случае рис. 192, *a*, не совпадает с наложением картин, получающихся в случаях *b* и *v*). Следовательно, вероятность попадания электрона (или какой-либо другой микрочастицы) в различные точки экрана при прохождении пучка через оба отверстия также не будет равна сумме вероятностей для случаев прохождения пучка через каждое из отверстий в отдельности. Отсюда неизбежно следует вывод, что на характер движения каждого электрона оказывают влияние *оба* отверстия. Такой вывод не совместим с представлением о траекториях. Если бы электрон в каждый момент времени находился в определенной точке пространства и двигался по траектории, он проходил бы через определенное отверстие — первое *или* второе. Явление же дифракции доказывает, что в прохождении каждого электрона участвуют оба отверстия — *и* первое, *и* второе.

Не следует, однако, представлять дело так, что какая-то часть электрона проходит через одно отверстие, а другая часть — через второе. Электрон, как и другие микрочастицы, всегда обнаруживается как целое, с присущей ему массой, зарядом и другими характерными для него величинами. Таким образом, электрон, протон, атомное ядро представляют собой *частицы* с весьма своеобразными свойствами. Обычный шарик, даже и очень малых размеров (макроскопическая частица), не может служить прообразом микрочастицы. С уменьшением размеров начинают проявляться качественно новые свойства, не обнаруживающиеся у макрочастиц.

В ряде случаев утверждение об отсутствии траекторий у микрочастиц, казалось бы, противоречит опытным фактам. Так, например, в камере Вильсона путь, по которому движется микрочастица, обнаруживается в виде узких следов (треков), образованных капельками тумана; движение электронов в электроннолучевой трубке превосходно рассчитывается по классическим законам, и т. п. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что при известных условиях понятия траектории и определенного местоположения оказываются применимыми к микрочастицам, но только с некоторой степенью точности.

Положение оказывается опять-таки точно таким, как и в оптике. Если размеры препятствий или отверстий велики

по сравнению с длиной волны, распространение света происходит как бы вдоль определенных лучей (траекторий). При определенных условиях понятия положения в пространстве и траектории оказываются приближенно применимыми к движению микрочастиц, подобно тому как оказывается справедливым закон прямолинейного распространения света.

Степень точности, с какой к частице может быть применено представление об определенном положении ее в пространстве, дается соотношением неопределенностей, установленным Гайзенбергом. Согласно этому соотношению частица не может иметь одновременно вполне точные значения, например, координаты x и соответствующей этой координате составляющей импульса p_x , причем неопределенности в значениях этих величин удовлетворяют условию:

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar. \quad (66.2)$$

Такая запись означает, что произведение неопределенностей координаты и соответствующего ей импульса не может быть меньше величины порядка \hbar . Чем точнее определена одна из величин, x или p_x , тем больше становится неопределенность другой. Возможны состояния частицы, при которых одна из величин имеет вполне точное значение, но тогда вторая величина будет совершенно неопределенной.

Соотношения, аналогичные (66.2), справедливы для любой координаты и соответствующего ей импульса, а также для ряда других величин, например, для взятых попарно проекций момента импульса на координатные оси.

Чтобы пояснить соотношение неопределенностей, рассмотрим следующий пример. Для определения положения свободно летящей микрочастицы поставим на ее пути щель шириной Δx , расположенную перпендикулярно к направлению движения частицы (рис. 193). До

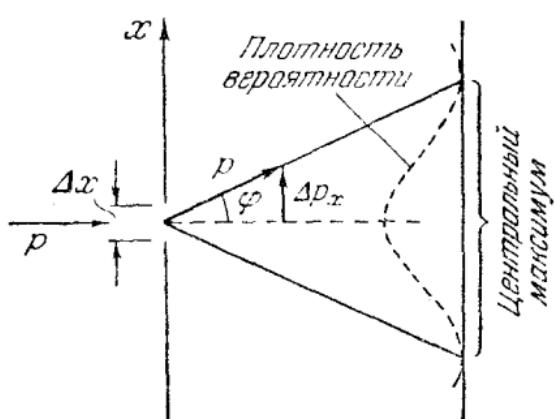


Рис. 193.

прохождения частицы через щель ее составляющая импульса p_x имеет точное значение, равное нулю (щель по условию перпендикулярна к импульсу), так что $\Delta p_x = 0$, зато координата x частицы является совершенно неопределенной. В момент прохождения частицы через щель положение меняется. Вместо полной неопределенности координаты x появляется неопределенность Δx , но это достигается ценой утраты определенности значения p_x . Действительно, вследствие дифракции имеется некоторая вероятность того, что частица будет двигаться в пределах угла 2ϕ , где ϕ — угол, соответствующий первому дифракционному минимуму (максимумами высших порядков можно пренебречь, поскольку их

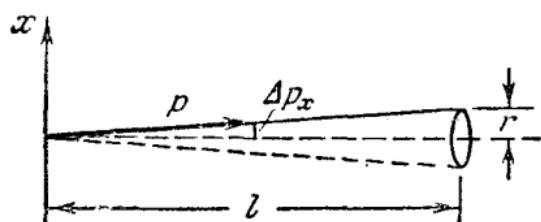


Рис. 194.

интенсивность мала по сравнению с интенсивностью центрального максимума). Таким образом, появляется неопределенность:

$$\Delta p_x = p \sin \phi.$$

В § 24 мы нашли, что краю центрального дифракционного максимума (первому минимуму), получающегося от щели шириной Δx , соответствует угол ϕ , для которого

$$\sin \phi = \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

Следовательно,

$$\Delta p_x = p \frac{\lambda}{\Delta x},$$

откуда с учетом (64.1) получается соотношение

$$\Delta x \Delta p_x = p \lambda = 2\pi \hbar,$$

согласующееся с (66.2).

Оценим неопределенность координаты и импульса для электрона в электроннолучевой трубке. Пусть след электронного пучка на экране имеет радиус r порядка 10^{-3} см, длина трубки l порядка 10 см (рис. 194). Тогда $\Delta p_x/p_x \sim 10^{-4}$. Импульс электрона связан с ускоряющим напряжением U соотношением:

$$\frac{p^2}{2m} = eU,$$

откуда $p = \sqrt{2meU}$. При напряжении $U \sim 10^4$ в энергия электрона равна 10^4 эв $= 1,6 \cdot 10^{-8}$ эрг. Оценим величину импульса:

$$p = \sqrt{2 \cdot 0,91 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8}} \approx 5 \cdot 10^{-18}.$$

Следовательно, $\Delta p_x \approx 5 \cdot 10^{-18} \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-22}$. И, наконец, согласно соотношению (66.2):

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-27}}{5 \cdot 10^{-22}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см.}$$

Полученный результат свидетельствует о том, что движение электрона в рассматриваемом случае будет практически неотличимо от движения по траектории.

Соотношение неопределенностей отражает двойственную корпускулярно-волновую природу микрочастиц. Одного этого соотношения достаточно, чтобы получить ряд важных результатов. В частности, оно позволяет объяснить тот факт, что электрон не падает на ядро атома, а также оценить размеры простейшего атома и минимальную возможную энергию электрона в таком атоме.

Если бы электрон упал на точечное ядро, его координаты и импульс приняли бы определенные (нулевые) значения, что несовместимо с принципом неопределенности. Этот принцип требует, чтобы неопределенность координаты электрона Δr и неопределенность импульса Δp были связаны условием (66.2). Формально энергия была бы минимальна при $r = 0$ и $p = 0$. Поэтому, производя оценку наименьшей возможной энергии, нужно положить $\Delta r \approx r$ и $\Delta p \approx p$. Подставив эти значения в (66.2), получим соотношение

$$rp = \hbar \quad (66.3)$$

(для определенности вместо знака \geq мы взяли знак $=$).

Энергия электрона в атоме водорода равна

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}.$$

Заменив согласно (66.3) p через \hbar/r , получим, что

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}. \quad (66.4)$$

Найдем значение r , при котором E минимальна. Продифференцировав функцию (66.4) по r и приравняв производную нулю, придем к уравнению:

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{r^2} = 0,$$

откуда следует, что

$$r = \frac{\hbar^2}{me^2}. \quad (66.5)$$

Полученное нами значение совпадает с радиусом первой боровской орбиты водородного атома [см. формулу (63.4)].

Энергию основного состояния можно найти, подставив значение (66.5) в формулу (66.4):

$$E_{\min} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{me^2}{\hbar^2} \right)^2 - e^2 \frac{me^2}{\hbar^2} = -\frac{me^4}{2\hbar^2}.$$

Найденное значение также совпадает с энергией первого боровского уровня для $Z = 1$ [см. формулу (63.5)].

То обстоятельство, что мы получили точные значения r и E , является, конечно, просто удачей. Приведенный нами расчет может претендовать лишь на то, чтобы дать оценку порядка величины r и E .

§ 67. Свойства волновой функции. Квантование

Значение уравнения Шредингера далеко не исчерпывается тем, что с его помощью можно найти вероятность нахождения частицы в различных точках пространства. Из этого уравнения и из условий, налагаемых на волновую функцию, непосредственно вытекают правила квантования энергии.

Упомянутые условия состоят в том, что волновая функция ψ в соответствии с ее физическим смыслом должна быть однозначной, конечной и непрерывной во всей области изменения переменных x , y и z . В уравнение Шредингера входит в качестве параметра полная энергия частицы E . В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения такого вида, как уравнение Шредингера, имеют решения, удовлетворяющие сформулированным выше условиям (т. е. однозначные, конечные и непрерывные), не при любых значениях параметра E , а лишь при некоторых избранных значениях.

Эти избранные значения называются собственными значениями параметра, а соответствующие им решения уравнения — собственными функциями задачи.

Нахождение собственных значений и собственных функций, как правило, представляет весьма трудную математическую задачу. Поэтому в дальнейшем мы будем ограничиваться обсуждением результатов, получающихся при решении уравнения Шредингера для различных случаев движения, почти не касаясь чисто математической стороны соответствующей задачи.

Отметим, что волновые функции должны быть всегда «нормированы» таким образом, чтобы

$$\int \psi \psi^* dV = 1. \quad (67.1)$$

Интегрирование производится по всей области изменения переменных x , y и z . Интеграл (67.1) представляет собой сумму вероятностей нахождения частицы во всех возможных элементах объема, т. е. вероятность обнаружить частицу в каком-либо месте пространства. Эта вероятность есть вероятность достоверного события и, следовательно, должна быть равна единице.

§ 68. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме.

Прохождение частиц через потенциальный барьер

Частица в потенциальной яме. Чтобы пояснить сказанное в предыдущем параграфе, рассмотрим конкретный пример, достаточно простой для того, чтобы можно было решить уравнение Шредингера без большого труда.

Исследуем поведение частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Предположим, что частица может двигаться только вдоль оси x . Пусть движение ограничено непроницаемыми для частицы стенками: $x = 0$ и $x = l$. Потенциальная энергия U имеет в этом случае следующий вид (рис. 195, a): она равна нулю при $0 \leq x \leq l$ и обращается в бесконечность при $x < 0$ и $x > l$.

Поскольку функция ψ зависит только от одной координаты x , уравнение (65.3) будет иметь вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (68.1)$$

За пределы потенциальной ямы частица попасть не может. Поэтому вероятность обнаружить частицу, а следовательно и функция ψ , за пределами ямы равна нулю. Далее, из условия непрерывности следует, что ψ должна быть равна нулю и на границах ямы, т. е. что

$$\left. \begin{array}{l} \psi(0) = 0, \\ \psi(l) = 0. \end{array} \right\} \quad (68.2)$$

Выражения (68.2) и определяют те условия, которым должны удовлетворять решения уравнения (68.1), имеющие физический смысл.

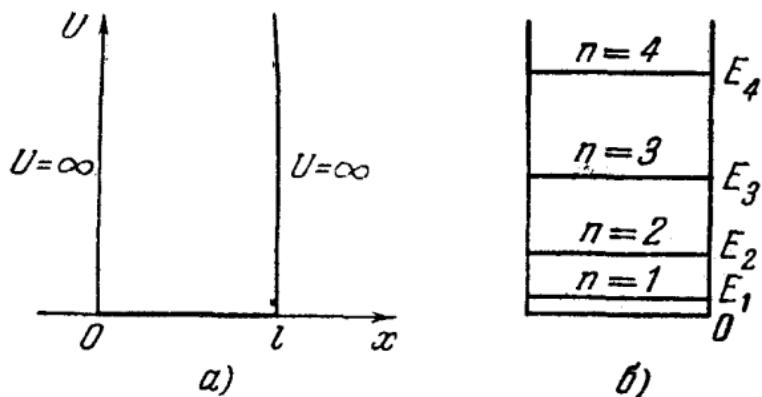


Рис. 195.

В области, где ψ не равна тождественно нулю, уравнение (68.1) принимает следующий вид (U в этой области равна нулю):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0. \quad (68.3)$$

Введя обозначение $2mE/\hbar^2 = \omega^2$, получим уравнение, хорошо известное из теории колебаний:

$$\psi'' + \omega^2 \psi = 0.$$

Решения такого уравнения, как известно¹⁾, имеют вид:

$$\psi(x) = a \sin(\omega x + \alpha),$$

¹⁾ См. т. I, формулу (62.7). Здесь удобнее взять синус вместо косинуса.

Условиям (68.2) можно удовлетворить соответствующим выбором постоянных ω и α . Прежде всего, из условия $\psi(0) = 0$ получаем:

$$\psi(0) = a \sin \alpha = 0,$$

откуда следует, что α должна быть равна нулю. Далее, должно выполняться условие:

$$\psi(l) = a \sin \omega l = 0,$$

что возможно лишь в случае, если

$$\omega l = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (68.4)$$

($n = 0$ отпадает, поскольку при этом получается $\psi \equiv 0$ — частица нигде не находится).

Из (68.4) вытекает, что решения уравнения (68.3) будут иметь физический смысл не при всех значениях энергии E , а лишь при значениях, удовлетворяющих соотношению:

$$\omega^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E_n = \frac{\pi^2}{l^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Таким образом, не прибегая ни к каким дополнительным предположениям (как это пришлось сделать Бору), мы получили квантование энергии частицы и нашли собственные значения этой энергии:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (68.5)$$

Схема энергетических уровней изображена на рис. 195, б. Проделаем оценку расстояний между соседними уровнями для различных значений массы частицы m и ширины ямы l . Разность энергий двух соседних уровней равна

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n + 1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n.$$

Если взять m порядка массы молекулы ($\sim 10^{-23}$ г), а l порядка 10 см (молекулы газа в сосуде), получается

$$\Delta E_n \approx \frac{3,14^2 \cdot 1,05^2 \cdot 10^{-54}}{10^{-23} \cdot 10^2} n \approx 10^{-32} n \text{ эрг.}$$

Столь густо расположенные энергетические уровни будут практически восприниматься как сплошной спектр энергии, так что хотя квантование энергии в принципе

будет иметь место, но на характере движения молекул сказываться не будет.

Аналогичный результат получается, если взять m порядка массы электрона ($\sim 10^{-27} \text{ г}$) при тех же размерах ямы (свободные электроны в металле). В этом случае

$$\Delta E_n \approx 10^{-28} n \text{ эрг} \approx 10^{-16} n \text{ эв.}$$

Однако совсем иной результат получается для электрона, если область, в пределах которой он движется, будет порядка атомных размеров ($\sim 10^{-8} \text{ см}$). В этом случае

$$\Delta E_n \approx \frac{3,14^2 \cdot 1,05^2 \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 10^{-16}} n \approx 10^{-10} n \text{ эрг} \approx 10^2 n \text{ эв.}$$

Очевидно, что в этом случае дискретность энергетических уровней будет проявляться весьма заметным образом.

Собственными функциями, как следует из условия (68.4), будут

$$\Psi_n(x) = a \sin \frac{n\pi x}{l}.$$

Для нахождения коэффициента a воспользуемся условием нормировки (67.1), которое в данном случае запишется следующим образом:

$$a^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1.$$

На концах промежутка интегрирования подынтегральная функция обращается в нуль. Поэтому значение интеграла можно получить, умножив среднее значение $\sin^2(n\pi x/l)$ (равное, как известно, $1/2$) на длину промежутка l . В результате получится: $a^2(1/2)l = 1$, откуда $a = \sqrt{2/l}$. Таким образом, собственные функции имеют вид:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (68.6)$$

Графики функций (68.6) изображены на рис. 196, *а*. На рис. 196, *б* дана плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от стенок ямы, равная $\Psi\Psi^*$. Как следует из графиков, частица в состоянии,

например, с $n = 2$ не может быть обнаружена в середине ямы и вместе с тем одинаково часто бывает как в левой, так и в правой половине ямы. Такое поведение частицы,

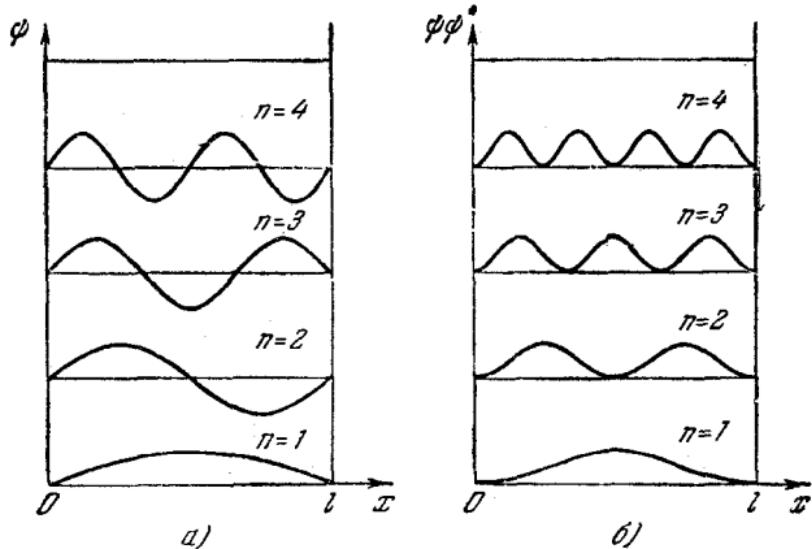


Рис. 196.

очевидно, не совместимо с представлением о траекториях. Отметим, что согласно классическим представлениям все положения частицы в яме равновероятны.

Прохождение через барьер. Пусть частица, движущаяся слева направо, падает на потенциальный барьер

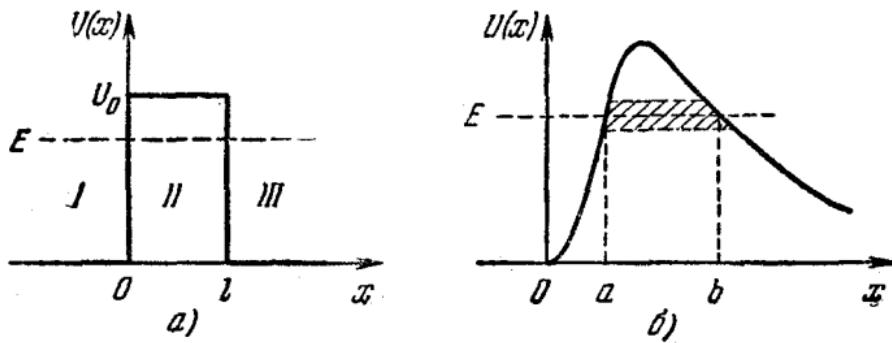


Рис. 197.

высоты U_0 и ширины l (рис. 197, а). По классическим представлениям поведение частицы имеет следующий характер. Если энергия частицы больше высоты барьера ($E > U_0$), частица беспрепятственно проходит «над» барьером (на участке $0 \leq x \leq l$ лишь уменьшается

скорость частицы, но затем при $x > l$ снова принимает первоначальное значение). Если же E меньше U_0 (как изображено на рисунке), то частица отражается от барьера и летит в обратную сторону; сквозь барьер частица проникнуть не может.

Совершенно иначе выглядит поведение частицы согласно квантовой механике. Во-первых, даже при $E > U_0$ имеется отличная от нуля вероятность того, что частица отразится от барьера и полетит в обратную сторону. Во-вторых, при $E < U_0$ имеется отличная от нуля вероятность того, что частица проникнет «сквозь» барьер и окажется в области, где $x > l$. Такое, совершенно невозможное с классической точки зрения, поведение микрочастицы вытекает непосредственно из уравнения Шредингера.

Рассмотрим случай $E < U_0$. В этом случае уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$$

для областей I и III и

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0)\psi = 0$$

для области II, причем $E - U_0 < 0$.

Легко убедиться (хотя бы подстановкой), что общее решение уравнения Шредингера для каждой из трех областей имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1 = A_1 e^{i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x} \text{ для области I,} \\ \psi_2 = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x} \text{ для области II,} \\ \psi_3 = A_3 e^{i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x} \text{ для области III,} \end{array} \right\} \quad (68.7)$$

причем α и β определяются из выражений:

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad \beta^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}. \quad (68.8)$$

Заметим, что решение вида $e^{i\alpha x}$ соответствует волне, распространяющейся в направлении оси x , а решение вида $e^{-i\alpha x}$ — волне, распространяющейся в противоположном направлении. Чтобы это понять, вспомним, что обычная (звуковая, электромагнитная и т. п.) плоская волна, распространяющаяся в направлении оси x , имеет вид $\cos(\omega t - kx)$, а волна, распространяющаяся в на-

правлении убывания x , — вид $\cos(\omega t + kx)$ [см. т. I, формулы (78.2) и (78.5)]. В § 65 мы установили, что волновая функция свободной частицы, движущейся в направлении оси x , имеет вид (65.5). Если отбросить в этой формуле временной множитель, то для ψ получится значение $e^{i(p/\hbar)x}$. Для частицы, движущейся в противоположном направлении, очевидно, взять $e^{-i(p/\hbar)x}$.

В области III имеется только волна, прошедшая через барьер и распространяющаяся слева направо. Поэтому коэффициент B_3 следует положить равным нулю. Для нахождения остальных коэффициентов воспользуемся условиями, которым должна удовлетворять функция ψ . Для того чтобы ψ была непрерывна во всей области изменений x от $-\infty$ до $+\infty$, должны выполняться условия: $\psi_1(0) = \psi_2(0)$ и $\psi_2(l) = \psi_3(l)$. Для того чтобы ψ была гладкой, т. е. не имела изломов, должны выполняться условия: $\psi'_1(0) = \psi'_2(0)$ и $\psi'_2(l) = \psi'_3(l)$. Из этих условий вытекают соотношения:

$$\left. \begin{aligned} A_1 + B_1 &= A_2 + B_2, \\ A_2 e^{\beta l} + B_2 e^{-\beta l} &= A_3 e^{i\alpha l}, \\ i\alpha A_1 - i\alpha B_1 &= \beta A_2 - \beta B_2, \\ \beta A_2 e^{\beta l} - \beta B_2 e^{-\beta l} &= i\alpha A_3 e^{i\alpha l}. \end{aligned} \right\} \quad (68.9)$$

Разделим все уравнения на A_1 и введем обозначения:

$$b_1 = \frac{B_1}{A_1}, \quad a_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad b_2 = \frac{B_2}{A_1}, \quad a_3 = \frac{A_3}{A_1},$$

а также

$$n = \frac{\beta}{\alpha}. \quad (68.10)$$

Тогда уравнения (68.9) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} 1 + b_1 &= a_2 + b_2, \\ a_2 e^{\beta l} + b_2 e^{-\beta l} &= a_3 e^{i\alpha l}, \\ i - ib_1 &= na_2 - nb_2, \\ na_2 e^{\beta l} - nb_2 e^{-\beta l} &= ia_3 e^{i\alpha l}. \end{aligned} \right\} \quad (68.11)$$

Отношение квадратов модулей амплитуд отраженной и падающей волны

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = |b_1|^2$$

определяет вероятность отражения частицы от потенциального барьера и может быть названо коэффициентом отражения.

Отношение квадратов модулей прошедшей и падающей волн

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |a_3|^2 \quad (68.12)$$

определяет вероятность прохождения частицы через барьер и может быть названо коэффициентом прохождения (или коэффициентом прозрачности).

Нас будет интересовать только прохождение частиц через барьер, и мы ограничимся нахождением величины D . Правда, найдя D , легко найти R , поскольку эти коэффициенты связаны очевидным соотношением: $R + D = 1$.

Умножим первое из уравнений (68.11) на i и сложим с третьим. В результате получим:

$$2i = (n+i)a_2 - (n-i)b_2. \quad (68.13)$$

Теперь умножим второе из уравнений (68.11) на i и вычтем его из четвертого. Получим:

$$(n-i)e^{\beta l}a_2 - (n+i)e^{-\beta l}b_2 = 0. \quad (68.14)$$

Решая совместно уравнения (68.13) и (68.14), найдем, что

$$a_2 = \frac{2i(n+i)e^{-\beta l}}{(n+i)^2 e^{-\beta l} - (n-i)^2 e^{\beta l}},$$

$$b_2 = \frac{2i(n-i)e^{\beta l}}{(n+i)^2 e^{-\beta l} - (n-i)^2 e^{\beta l}}.$$

Наконец, подставив найденные нами значения a_2 и b_2 во второе из уравнений (68.11), получим выражение для a_3 :

$$a_3 = \frac{4ni}{(n+i)^2 e^{-\beta l} - (n-i)^2 e^{\beta l}} e^{-ia_l}.$$

Величина

$$\beta l = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} l$$

обычно бывает много больше единицы. Поэтому в знаменателе выражения для a_3 слагаемым, содержащим мно-

житель $e^{-\beta l}$, можно пренебречь по сравнению со слагаемым, содержащим множитель $e^{\beta l}$ (комплексные числа $n + i$ и $n - i$ имеют одинаковый модуль). Итак, можно положить

$$a_3 \approx -\frac{4n ie^{-ial}}{(n-i)^2} e^{-\beta l}.$$

Согласно (68.12) квадрат модуля этой величины дает вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер. Учтя, что $|n - i| = \sqrt{n^2 + 1}$, получим:

$$D = |a_3|^2 \approx \frac{16n^2}{(n^2 + 1)^2} e^{-2\beta l},$$

где

$$n^2 = \frac{\beta^2}{a^2} = \frac{U_0 - E}{E} = \frac{U_0}{E} - 1$$

[см. формулу (68.8)].

Выражение $16n^2/(n^2 + 1)^2$ имеет величину порядка единицы¹⁾. Поэтому можно считать, что

$$D \approx e^{-2\beta l} = e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0-E)}l}. \quad (68.15)$$

Как следует из полученного нами выражения, вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер сильно зависит от ширины барьера l и от его превышения над E , т. е. от $U_0 - E$. Если при какой-то ширине барьера коэффициент прохождения D равен, допустим, 0,01, то при увеличении ширины в два раза D станет равным $0,01^2 = 0,0001$, т.е. уменьшается в 100 раз. Тот же эффект в этом случае вызвало бы возрастание в четыре раза величины $U_0 - E$. Коэффициент прохождения резко уменьшается при увеличении массы частицы m .

В случае потенциального барьера произвольной формы (см., например, рис. 197, б) формула (68.15) должна быть заменена более общей формулой:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U-E)} dx}, \quad (68.16)$$

где $U = U(x)$.

¹⁾ Функция $16x/(x+1)^2$ имеет при $x = 1$ максимум, равный 4. В интервале значений x от 0,07 до 14 значения функции лежат в пределах от 1 до 4.

При преодолении потенциального барьера частица как бы проходит через «туннель» в этом барьере (см. заштрихованную область на рис. 197, б), в связи с чем рассмотренное нами явление часто называют туннельным эффектом.

С классической точки зрения туннельный эффект представляется абсурдным, так как частица, «находящаяся в туннеле», должна была бы обладать отрицательной кинетической энергией (в туннеле $E < U$). Однако туннель — явление специфически квантовое, не имеющее аналога в классической физике. В квантовой же механике деление полной энергии на кинетическую и потенциальную не имеет смысла, так как противоречит принципу неопределенности. Действительно, тот факт, что частица обладает определенной кинетической энергией T , был бы равнозначен тому, что частица имеет определенный импульс p . Аналогично тот факт, что частица имеет определенную потенциальную энергию U , означал бы, что частица находится в точно заданном месте пространства. Поскольку координата и импульс частицы не могут одновременно иметь определенных значений, не могут быть одновременно точно определены T и U . Таким образом, хотя полная энергия частицы E имеет вполне определенное значение, она не может быть представлена в виде суммы точно определенных энергий T и U . Ясно, что при такой ситуации заключение об отрицательности T в туннеле становится беспочвенным.

§ 69. Атом водорода

В атоме водорода или водородоподобном ионе потенциальная энергия электрона равна

$$U = -\frac{Ze^2}{r},$$

где Ze — заряд ядра, r — расстояние между ядром и электроном.

Уравнение Шредингера (65.3) имеет в этом случае вид

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0. \quad (69.1)$$

Поскольку поле является центрально-симметричным, удобно воспользоваться сферической системой координат: r , θ , ϕ . Подставив в (69.1) выражение оператора

Лапласа в сферических координатах, получим уравнение:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0. \quad (69.2)$$

Можно показать, что уравнение (69.2) имеет требуемые (т. е. однозначные, конечные и непрерывные) решения в следующих случаях: 1) при любых положительных значениях E ; 2) при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = - \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (69.3)$$

Случай $E > 0$ соответствует электрону, пролетающему вблизи ядра и удаляющемуся вновь на бесконечность. Случай $E < 0$ соответствует электрону, находящемуся в пределах атома. Сравнение (69.3) с (63.5) показывает, что квантовая механика приводит к таким же значениям энергии водородного атома, какие получались и в теории Бора. Однако в квантовой механике эти значения получаются логическим путем из основного предположения о том, что движение микрочастиц описывается уравнением Шредингера. Бору же для получения такого результата пришлось вводить специальные дополнительные предположения.

Собственные функции уравнения (69.2) содержат три целочисленных параметра. Один из них совпадает с номером уровня энергии n , два других принято обозначать буквами l и m . Эти числа называются квантовыми:

n — главное квантовое число,

l — azimuthalное квантовое число,

m — магнитное квантовое число.

При данном n числа l и m могут принимать следующие значения:

$$l = 0, 1, 2, \dots, n-1,$$

т. е. всего n различных значений;

$$m = -l, -l+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, l-1, l,$$

т. е. всего $2l+1$ различных значений.

Таким образом, каждому E_n (кроме E_1) соответствует несколько волновых функций Ψ_{nlm} , отличающихся значениями квантовых чисел l и m . Это означает, что

атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях.

Состояния с одинаковой энергией называются вырожденными, а число различных состояний с каким-либо значением энергии называется кратностью вырождения соответствующего энергетического уровня.

Кратность вырождения уровней водорода легко вычислить, исходя из возможных значений для l и m . Каждому из n значений квантового числа l соответствует $2l + 1$ значений квантового числа m . Следовательно, число различных состояний, соответствующих данному n , равно

Таблица 3

Уровень энергии E_n	Волновая функция Ψ_{nlm}	Значение		
		n	l	m
E_1	$\Psi_{1, 0, 0}$	1	0	0
E_2	$\Psi_{2, 0, 0}$	2	0	0
	$\Psi_{2, 1, -1}$	2	1	-1
	$\Psi_{2, 1, 0}$	2	1	0
	$\Psi_{2, 1, +1}$	2	1	+1
E_3	$\Psi_{3, 0, 0}$	3	0	0
	$\Psi_{3, 1, -1}$	3	1	-1
	$\Psi_{3, 1, 0}$	3	1	0
	$\Psi_{3, 1, +1}$	3	1	+1
	$\Psi_{3, 2, -2}$	3	2	-2
	$\Psi_{3, 2, -1}$	3	2	-1
	$\Psi_{3, 2, 0}$	3	2	0
	$\Psi_{3, 2, +1}$	3	2	+1
	$\Psi_{3, 2, +2}$	3	2	+2

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2.$$

Таким образом, каждый уровень энергии водородного атома имеет вырождение кратности n^2 .

В табл. 3 приведены состояния, соответствующие первым трем энергетическим уровням.

Как мы выяснили, состояние электрона в водородном атоме зависит от трех квантовых чисел n , l и m , при-

чем значение главного квантового числа n определяет энергию состояния. Естественно предположить, что и два других квантовых числа определяют какие-то физические величины. Действительно, в квантовой механике доказывается, что азимутальное квантовое число l определяет величину момента импульса электрона в атоме, а магнитное квантовое число m — величину проекции этого момента на заданное направление в пространстве. Под заданным направлением (мы будем обозначать его буквой z) понимают направление, выделенное физически,

путем создания, например магнитного или электрического поля.

Момент импульса M оказывается равным:

$$M = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (69.4)$$

Проекция момента импульса на заданное направление равна:

$$M_z = m\hbar. \quad (69.5)$$

Соотношения (69.4) и (69.5) показывают, что момент импульса электрона в атоме и проекция этого момента являются, как и энергия, квантованными величинами¹⁾. Постоянную \hbar можно рассматривать как естественную единицу момента импульса.

Итак, состояния с различными значениями азимутального квантового числа l отличаются величиной момента импульса. В атомной физике применяются заимствованные из спектроскопии условные обозначения состояний электрона с различными значениями момента импульса. Электрон, находящийся в состоянии с $l = 0$, называют s -электроном (соответствующее состояние — s -состоянием), с $l = 1$ — p -электроном, с $l = 2$ — d -электроном, с $l = 3$ — f -электроном, затем идут g , h и т. д. уже по алфавиту. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением квантового числа l . Таким образом, электрон в состоянии с $n = 3$ и $l = 1$ обозначается символом $3p$ и т. д.

Поскольку l всегда меньше n , возможны следующие состояния электрона:

$$\begin{aligned} &1s, \\ &2s, 2p, \\ &3s, 3p, 3d, \\ &4s, 4p, 4d, 4f \end{aligned}$$

и т. д.

¹⁾ Микрочастица (электрон, атом и т. д.), находящаяся в состоянии с отличным от нуля моментом импульса M , обладает также и магнитным моментом μ (см. §§ 71, 72 и 75). Направления M и μ связаны между собой (в случае электрона эти направления противоположны). Поэтому проекция μ на физически выделенное направление должна также квантоваться. Квантование проекции магнитного момента атома непосредственно обнаруживается в опыте Штерна и Герлаха (см. т. II, § 51).

Схему уровней энергии можно было бы изобразить так, как это было сделано в § 63 (см. рис. 189). Однако гораздо удобнее пользоваться схемой, показанной на рис. 198. На этой схеме отражено (правда, частично) вырождение уровней; кроме того, она имеет еще ряд существенных преимуществ, которые вскоре станут очевидными.

Мы знаем, что испускание и поглощение света происходит при переходах электрона с одного уровня на другой. В квантовой механике доказывается, что возможны только такие переходы, при которых квантовое число l изменяется на единицу:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (69.6)$$

Условие, выраженное соотношением (69.6), называется правилом отбора. Существование правила (69.6) обусловлено тем, что фотон обладает собственным моментом импульса (спином¹), равным примерно \hbar (в дальнейшем мы уточним его значение). При испускании фотон уносит из атома этот момент, а при поглощении привносит, так что правило отбора (69.6) есть просто следствие закона сохранения момента импульса.

На рис. 198 показаны переходы, разрешенные правилом (69.6). Пользуясь условными обозначениями состояний электрона, переходы, приводящие к возникновению серии Лаймана, можно записать в виде:

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots);$$

серии Бальмера соответствуют переходы:

$$ns \rightarrow 2p \text{ и } nd \rightarrow 2p \quad (n = 3, 4, \dots),$$

и т. д.

Состояние $1s$ является основным состоянием атома водорода. В этом состоянии атом обладает минимальной энергией. Чтобы перевести атом из основного состояния в возбужденное (т. е. в состояние с большей энергией), ему необходимо сообщить энергию. Это может быть осуществлено за счет теплового соударения атомов (по этой причине нагретые тела светятся — атомы излучают, возвращаясь из возбужденного в основное состояние), или

¹) См. т. II, § 51.

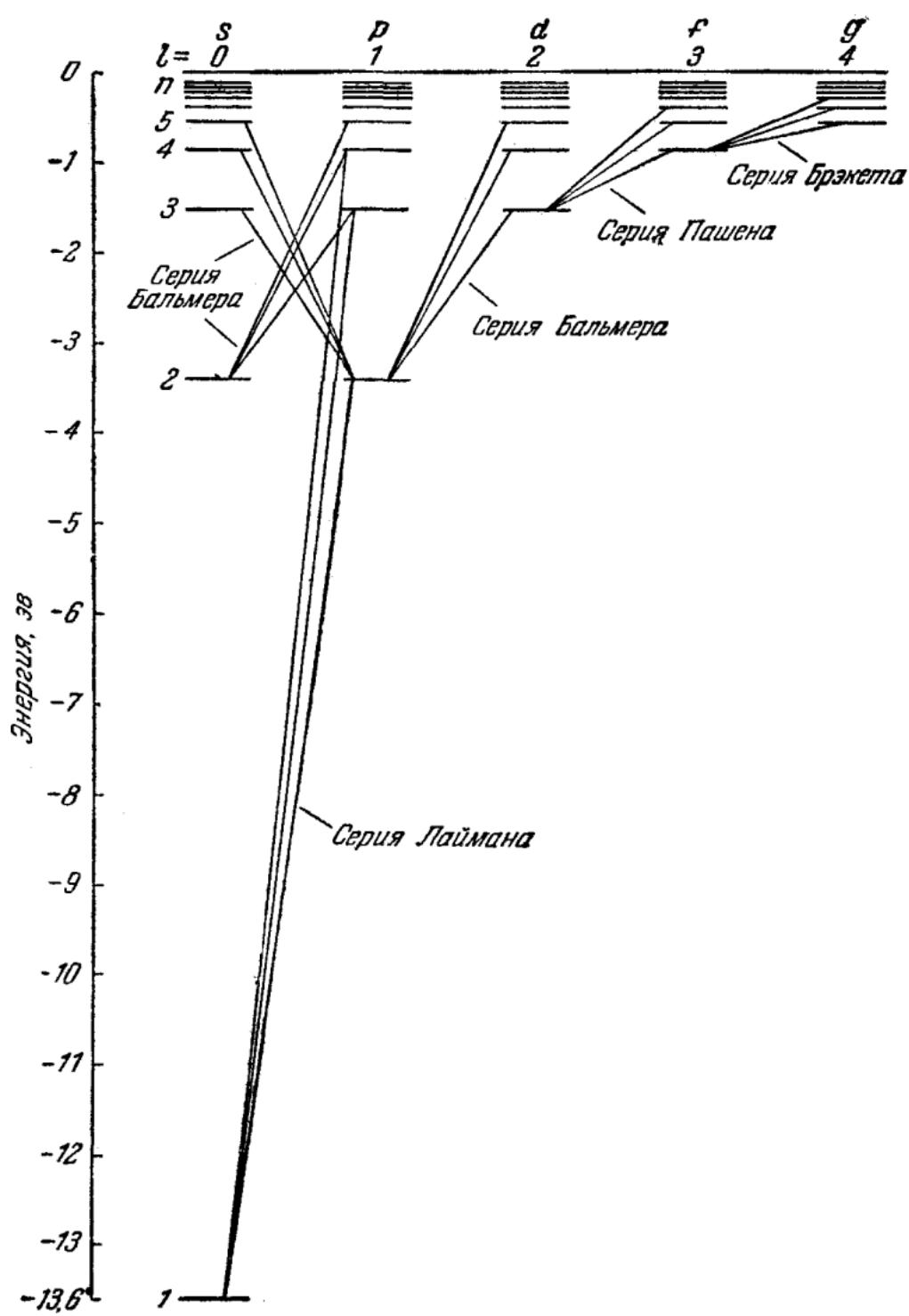


Рис. 198.

за счет столкновения атома с достаточно быстрым электроном (см. § 62), или, наконец, за счет поглощения атомом фотона.

Фотон при поглощении его атомом исчезает, передавая атому всю свою энергию. Атом не может поглотить только часть фотона, ибо фотон, как и электрон, как и

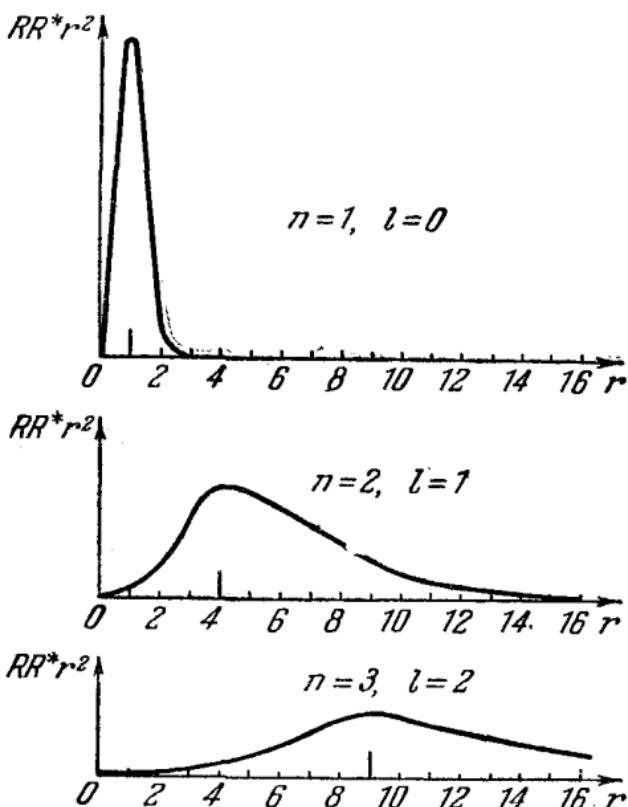


Рис. 199.

другие элементарные частицы, является неделимым. Поэтому атом может поглощать только те фотоны, энергия которых в точности¹⁾ соответствует разности энергий двух его уровней. Поскольку поглащающий атом обычно находится в основном состоянии, спектр поглощения водородного атома должен состоять из линий, соответствующих переходам

$$1s \rightarrow np \quad (n = 2, 3, \dots).$$

Этот результат полностью согласуется с опытом.

¹⁾ Вернее, с точностью до небольшой поправки, которая будет введена § 79.

Собственные функции s -состояний (т. е. состояний с $l = 0$) оказываются не зависящими от углов ϑ и ϕ . Это можно записать следующим образом:

$$\Psi_{n, 0, 0} = R_n(r).$$

Вероятность найти электрон в тонком шаровом слое радиуса r и толщины dr согласно (66.1) равна

$$dP_r = \Psi\Psi^* dV = R_n(r) R_n^*(r) 4\pi r^2 dr.$$

Выражение $R_n R_n^* 4\pi r^2$ представляет собой плотность вероятности нахождения электрона на расстоянии r от ядра.

Волновые функции для l , отличных от нуля, распадаются на два множителя, один из которых зависит только от r , а другой — только от углов ϑ и ϕ . Таким образом, и в этом случае можно ввести понятие плотности вероятности нахождения электрона на расстоянии r от ядра, подразумевая под $R(r)$ ту часть функции Ψ , которая зависит только от r .

На рис. 199 приведены плотности вероятности для случаев: 1) $n = 1, l = 0$; 2) $n = 2, l = 1$ и 3) $n = 3, l = 2$. За единицу масштаба для оси r принят радиус первой боровской орбиты [см. (63.4)]. На графиках отмечены радиусы соответствующих боровских орбит. Как видно из рисунка, эти радиусы совпадают с наиболее вероятными расстояниями электрона от ядра.

ГЛАВА XII

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

§ 70. Спектры щелочных металлов

Спектры испускания атомов щелочных металлов, подобно спектру водорода, состоят из нескольких серий линий. Наиболее интенсивные из них получили названия: главная, резкая, диффузная и основная (или серия Бергмана). Эти названия имеют следующее происхождение. Главная серия названа так потому, что наблюдается и при поглощении. Следовательно, она соответствует переходам атома в основное состояние. Резкая и диффузная серии состоят соответственно из резких и размытых (диффузных) линий. Серия Бергмана была названа основной (фундаментальной) за свое сходство с сериями водорода.

Еще в конце прошлого столетия Ридберг установил эмпирические формулы, позволяющие вычислить частоты серий щелочных металлов. Эти формулы для всех серий сходны и имеют вид:

$$\omega = \omega_{\infty} - \frac{R}{(n + \alpha)^2}, \quad (70.1)$$

где ω_{∞} — частота, соответствующая границе серии, R — постоянная Ридберга (59.5), n — целое число, α — дробное число.

Таким образом, частоты линий могут быть представлены как разности двух термов: постоянного (ω_{∞}) и переменного, имеющего более сложный вид, чем бальмеровский терм R/n^2 . Константы ω_{∞} и α для различных серий имеют, вообще говоря, разное значение. Так, например, спектральные серии натрия можно представить следующими формулами.

Резкая серия:

$$\omega = S_{\infty} - \frac{R}{(n+s)^2} \quad (n=4, 5, \dots)$$

(буква s является начальной буквой наименования серии: sharp — резкий).

Главная серия:

$$\omega = P_{\infty} - \frac{R}{(n+p)^2} \quad (n=3, 4, \dots)$$

(principal — главный).

Диффузная серия:

$$\omega = D_{\infty} - \frac{R}{(n+d)^2} \quad (n=3, 4, \dots)$$

(diffuse — диффузный).

Основная серия (серия Бергмана):

$$\omega = F_{\infty} - \frac{R}{(n+f)^2} \quad (n=4, 5, \dots)$$

(fundamental — основной).

При указанных¹⁾ значениях числа n константы в переменных термах имеют для натрия значения:

$$s = -1,35,$$

$$p = -0,87,$$

$$d = -0,01,$$

$$f = 0,00.$$

Вследствие равенства константы f нулю переменный терм в формуле для основной серии совпадает с бальмеровским, а сама серия, как уже отмечалось, является водородоподобной.

Для сокращения условились записывать переменные термы, указывая число n с добавлением букв S, P, D, F соответственно для каждой серии. Тогда переменный терм резкой серии вместо $R/(n+s)^2$ будет иметь вид nS .

¹⁾ Можно было бы, например, считать, что n в формуле для резкой серии принимает значения: 2, 3 и т. д., а константа s равна +0,65. Частоты линий от этого, очевидно, не изменились бы. Была бы лишь иной нумерации термов. Вначале, когда рассмотрение оставалось чисто эмпирическим, нумерация термов производилась именно таким образом. Однако мы будем придерживаться нумерации, согласующейся с теоретическим объяснением схемы термов.

Переменный терм главной серии запишется как nP , диффузной — nD и, наконец, основной — nF .

Переписывая формулы для серий натрия с использованием сокращенных обозначений, учтем также то обстоятельство, что, как было установлено экспериментально, постоянный терм главной серии P_∞ оказался совпадающим с переменным термом резкой серии для $n = 3$ ($P_\infty = 3S$). Постоянные термы S_∞ и D_∞ оказались одинаковыми и равными переменному терму главной серии для $n = 3$ ($S_\infty = D_\infty = 3P$). Постоянный терм основной серии F_∞ оказался равным переменному терму диффузной серии для $n = 3$ ($F_\infty = 3D$). Таким образом, спектральные серии натрия могут быть представлены в следующем виде:

$$\text{Резкая серия: } \omega = 3P - nS \quad (n = 4, 5, \dots)$$

$$\text{Главная серия: } \omega = 3S - nP \quad (n = 3, 4, \dots)$$

$$\text{Диффузная серия: } \omega = 3P - nD \quad (n = 3, 4, \dots)$$

$$\text{Основная серия: } \omega = 3D - nF \quad (n = 4, 5, \dots)$$

Мы пришли к весьма существенному результату. Выяснилось, что линии всех четырех спектральных серий можно получить путем комбинации четырех типов (рядов) термов: nS , nP , nD и nF [ср. с формулой (59.9)].

Терм с точностью до постоянного множителя совпадает с энергией соответствующего состояния атома [см. формулу (62.2)]. Следовательно, каждому ряду спектральных термов должен соответствовать свой ряд энергетических уровней. Эмпирическая схема уровней атома натрия изображена на рис. 200. Схемы уровней других щелочных металлов имеют такой же характер, как у натрия.

Схема уровней натрия (рис. 200) отличается от схемы уровней водородного атома (рис. 198) тем, что аналогичные уровни в различных рядах лежат на неодинаковой высоте. Несмотря на это отличие, обе схемы обнаруживают большое сходство. Это сходство дает основание предположить, что спектры щелочных металлов испускаются при переходах самого внешнего (так называемого валентного или оптического) электрона с одного уровня на другой.

Из рис. 200 видно, что энергия состояния оказывается зависящей, кроме числа n , также от того, в ка-

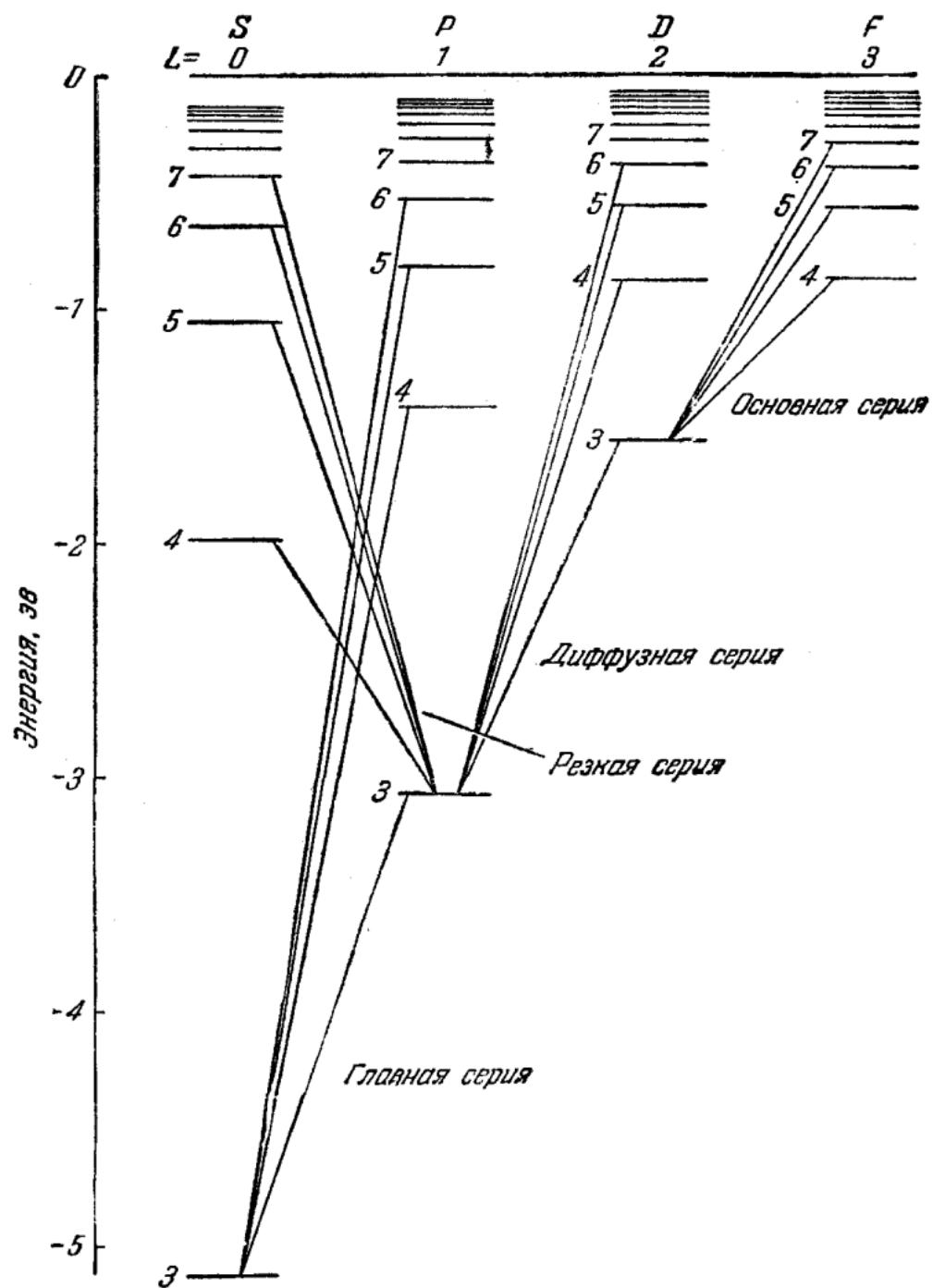


Рис. 200.

кой ряд попадает данный терм, т. е. от номера ряда термов. На схеме уровней атома водорода различные ряды термов (с совпадающими по высоте уровнями) отличаются значениями момента импульса электрона. Естественно предположить, что различные ряды термов щелочных металлов также отличаются значениями момента импульса оптического электрона. Поскольку уровни различных рядов в этом случае не лежат на одинаковой высоте, следует принять, что энергия оптического электрона в атоме щелочного металла зависит от величины момента импульса электрона (чего мы не наблюдали для водорода).

В более сложных, чем водород, атомах, имеющих несколько электронов, можно считать, что каждый из электронов движется в усредненном поле ядра и остальных электронов. Это поле уже не будет кулоновским (т. е. пропорциональным $1/r^2$), но обладает центральной симметрией (зависит только от r). В самом деле, в зависимости от степени проникновения электрона в глубь атома заряд ядра будет для данного электрона в большей или меньшей степени экранироваться другими электронами, так что эффективный заряд, воздействующий на рассматриваемый электрон, не будет постоянным. Вместе с тем, поскольку электроны движутся в атоме с огромными скоростями, усредненное по времени поле можно считать центрально-симметричным.

Решение уравнения Шредингера (65.3) для электрона, движущегося в центрально-симметричном некулоновском поле, дает результат, аналогичный результату для водородного атома, с тем отличием, что энергетические уровни зависят не только от квантового числа n , но и от квантового числа l :

$$E = E_{nl},$$

$$\Psi = \Psi_{nlm}.$$

Таким образом, в этом случае снимается вырождение по l . Отличие в энергии между состояниями с различными l и одинаковыми n вообще не так велико, как между состояниями с различными n . С увеличением l энергия уровней с одинаковыми n возрастает.

Числа l и m по-прежнему определяют момент импульса электрона и его проекцию на заданное направление.

Момент импульса атома в целом слагается из моментов всех электронов, входящих в состав атома. Сложение моментов импульса осуществляется по квантовым законам, согласно которым величина результирующего момента M определяется выражением:

$$\left. \begin{aligned} M &= \hbar \sqrt{L(L+1)}, \\ L &= l_1 + l_2, \quad l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|, \end{aligned} \right\} \quad (70.2)$$

где l_1 и l_2 — числа, определяющие складываемые моменты M_1 и M_2 по формуле: $M_i = \hbar \sqrt{l_i(l_i+1)}$.

Таким образом, результирующий момент может иметь $2l_2 + 1$ или $2l_1 + 1$ (нужно взять меньшее из двух l) различных значений.

Исследования оптических спектров ионов щелочных металлов показали, что момент импульса атомного остатка (т. е. ядра и остальных электронов, кроме наименее связанного оптического электрона, удаляющегося при ионизации) равен нулю. Следовательно, момент атома щелочного металла равен моменту его оптического электрона и L атома совпадает с l этого электрона.

Поскольку при возбуждении атома и испускании света остальные электроны не изменяют своего энергетического состояния, схему уровней атома можно считать тождественной схеме уровней оптического электрона. Таким образом, квантовая механика объясняет все особенности приведенной на рис. 200 схемы.

На рис. 200 показаны переходы между уровнями, приводящие к возникновению различных серий. Эти переходы подчиняются действующему и в данном случае правилу отбора: возможны лишь такие переходы, при которых момент атома изменяется на единицу:

$$\Delta L = \pm 1. \quad (70.3)$$

Из всего сказанного выше становится ясным происхождение символов s , p , d и т. д. Будучи заимствованы из названий спектральных серий, эти буквы послужили вначале для обозначения рядов термов, а затем были перенесены на состояния с соответствующими значениями L или l .

§ 71. Нормальный эффект Зеемана

Если атомы, излучающие свет, поместить в магнитное поле, то линии, испускаемые этими атомами, расщепляются на несколько компонент. Это явление было обнаружено голландским физиком Зееманом в 1896 г. при наблюдении свечения паров натрия и носит его имя. Расщепление весьма невелико — при $H = 20 \div 30$ тысяч эрстед оно достигает лишь несколько десятых долей ангстрема.

Напрашивается предположение, что расщепление линий обусловлено расщеплением под действием магнитного поля энергетических уровней атома. Причину такого расщепления легко понять, если учесть, что вращающийся по орбите электрон обладает, наряду с механическим¹⁾ моментом \mathbf{M} , также и магнитным моментом:

$$\mu = -\frac{e}{2m_e c} \mathbf{M} \quad (71.1)$$

[см. т. II, формулу (51.3)].

Хотя представление об орбитах, как и вообще представление о траекториях микрочастиц, является неправильным, соотношение (71.1) остается, как показывает опыт, справедливым.

Известно [см. т. II, формулу (48.7)], что магнитный момент обладает в магнитном поле энергией:

$$U = -\mu H = -\mu_H \cos \alpha = -H\mu_H, \quad (71.2)$$

где μ_H — проекция магнитного момента на направление поля.

Вычислим величину орбитального магнитного момента электрона и величину проекции момента на направление поля. Подставим в соотношение (71.1) квантовомеханическое выражение для механического момента:

$$\mu = -\frac{e}{2m_e c} M = -\frac{e}{2m_e c} \hbar \sqrt{l(l+1)} = -\mu_B \sqrt{l(l+1)}.$$

Величина

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 0,927 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/гаусс} \quad (71.3)$$

называется магнетоном Бора.

¹⁾ Так мы для краткости будем называть момент импульса.

Проекция магнитного момента на направление поля равна:

$$\mu_H = -\frac{e}{2m_e c} M_H = -\frac{e}{2m_e c} m\hbar = -\mu_B m,$$

где m — магнитное квантовое число.

Согласно (71.2) атом получает в магнитном поле добавочную энергию:

$$\Delta E = -H\mu_H = \mu_B H m.$$

Следовательно, энергетический уровень E_{nl} расщепляется на $2l + 1$ равноотстоящих друг от друга подуровней (магнитное поле снижает вырождение по m), в связи с чем расщепляются и спектральные линии.

На рис. 201 показано расщепление уровней и спектральных линий для перехода между состояниями с $l = 1$ и $l = 0$ (для $P \rightarrow S$ -перехода). В отсутствие поля наблюдается одна линия, частота которой обозначена ω_0 . При включении поля, кроме линии ω_0 , появляются две

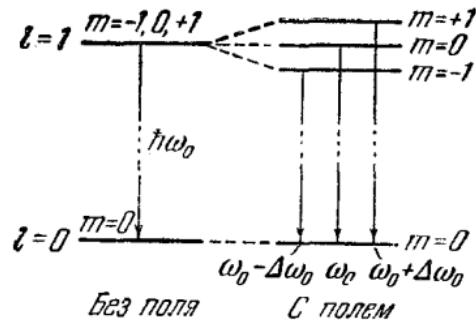


Рис. 201.

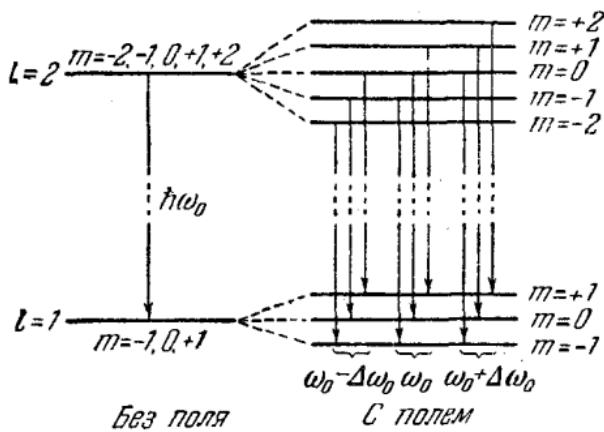


Рис. 202.

расположенные симметрично относительно нее линии с частотами $\omega_0 + \Delta\omega_0$ и $\omega_0 - \Delta\omega_0$.

На рис. 202 дана аналогичная схема для более сложного случая — для перехода $D \rightarrow P$. На первый взгляд может показаться, что первоначальная линия должна

в этом случае расщепиться на семь компонент. Однако на самом деле получается, как и в предыдущем случае, лишь три компонента: линия с частотой ω_0 и две симметрично расположенные относительно нее линии с частотами $\omega_0 + \Delta\omega_0$ и $\omega_0 - \Delta\omega_0$. Это объясняется тем, что для магнитного квантового числа m также имеется правило отбора, согласно которому возможны только такие переходы, при которых квантовое число m либо остается неизменным, либо изменяется на единицу:

$$\Delta m = 0, \pm 1. \quad (71.4)$$

Происхождение этого правила можно пояснить следующим образом. Если механический момент электрона

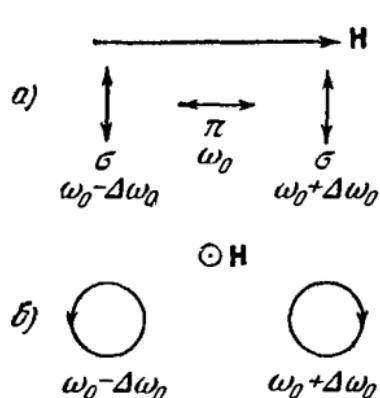


Рис. 203.

при излучении изменяется на единицу¹) (фотон уносит с собой момент, равный единице), то изменение проекции момента не может быть больше единицы.

С учетом правила (71.4) возможны только переходы, указанные на рис. 202. В результате получаются три компоненты с частотами, указанными выше. Опыт показывает, что эти компоненты поляризованы. Характер поляризации зависит от направления наблюдения. При поперечном

наблюдении (т. е. при наблюдении в направлении, перпендикулярном к вектору \mathbf{H}) световой (электрический) вектор несмещенной компоненты (ее называют π -компонентой) колеблется в направлении, параллельном вектору \mathbf{H} , а в смещенных σ -компонентах — в направлении, перпендикулярном к \mathbf{H} (рис. 203, а). При продольном наблюдении получаются только две смещенные компоненты. Обе поляризованы по кругу: смещенная в сторону меньших частот — против часовой стрелки, смещенная в сторону больших частот — по часовой стрелке (рис. 203, б).

Получающееся в рассмотренных случаях смещение компонент называется нормальным или лорен-

¹) Точнее, изменяется на единицу квантовое число l , определяющее величину механического момента.

цевым¹⁾ смещением. Величина нормального смещения, очевидно, равна:

$$\Delta\omega_0 = \frac{\mu_B H}{\hbar} = \frac{e\hbar}{2m_e c} \frac{H}{\hbar} = \frac{eH}{2m_e c}. \quad (71.5)$$

Оценим величину расщепления компонент $\Delta\lambda$ для поля порядка 10^4 эрстед. Поскольку $\lambda = 2\pi c/\omega$,

$$|\Delta\lambda| = \frac{2\pi c}{\omega^2} \Delta\omega_0 = \frac{\pi eH}{m_e \omega^2}.$$

Частота ω для видимого света имеет порядок $3 \cdot 10^{15}$ сек⁻¹. Следовательно,

$$\Delta\lambda = \frac{3,14 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^4}{0,91 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{30}} \approx 0,2 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 0,2 \text{ \AA}.$$

Описанным в этом параграфе образом расщепляются только немногие спектральные линии. В большинстве случаев расщепление носит более сложный характер (в частности, число компонент может быть больше трех) и для его объяснения приходится привлекать дополнительные соображения (см. § 75).

§ 72. Мультиплетность спектров и спин электрона

Исследование спектров щелочных металлов при помощи приборов с большой разрешающей силой показало, что каждая линия этих спектров является двойной (дублет). Так, например, характерная для натрия желтая линия $3P \rightarrow 3S$ состоит из двух линий с длинами волн 5890 \AA и 5896 \AA. То же относится и к другим линиям главной серии, а также к линиям других серий. В табл. 4 приведены некоторые дублеты натрия. В четвертом столбце указаны волновые числа линий v' [см. (59.2)]. В последнем столбце дано расщепление компонент дублетов (разность волновых чисел).

Расщепление спектральных линий, очевидно, обусловлено расщеплением энергетических уровней. Поскольку расщепление линий главной серии $nP \rightarrow 3S$ различно, а для линий резкой серии $nS \rightarrow 3P$ одно и то же

¹⁾ Лоренц дал классическое объяснение нормального эффекта Зеемана и вычислил величину нормального смещения. Обратите внимание на то, что $\Delta\omega_0$ совпадает с ларморовой частотой [см. т. II, формулу (52.1)].

Таблица 4

Серия	Переход	$\lambda, \text{ \AA}$	$v, \text{ см}^{-1}$	$\Delta v'$
Главная	$3P \rightarrow 3S$	{ 5 890 5 896	{ 17 017 17 000 }	17
	$4P \rightarrow 3S$	{ 3 302 3 302,6	{ 30 306 30 300 }	6
	$5P \rightarrow 3S$	{ 2 852,8 2 853	{ 35 002 35 000 }	2
Резкая	$4S \rightarrow 3P$	{ 11 382 11 404	{ 8 787 8 770 }	17
	$5S \rightarrow 3P$	{ 6 154 6 160,5	{ 16 217 16 200 }	17
	$6S \rightarrow 3P$	{ 5 158 5 149	{ 19 417 19 400 }	17

(см. табл. 4), приходится предположить, что уровни S являются одиночными (синглетами), а уровни P — двойными (дублетами) (см. рис. 204). Дальнейший анализ спектра натрия показал, что уровни D и F также являются двойными.

Структура спектра, отражающая расщепление линий на компоненты, называется тонкой структурой. Сложные линии, состоящие из нескольких компонент, получили название мультиплетов. Тонкая структура обнаруживается, кроме щелочных металлов, также и у других элементов, причем число компонент в мультиплете может быть равно двум (дублеты), трем (триплеты), четырем (квартеты), пяти (квинтеты) и т. д. В частном случае спектральные линии даже с учетом тонкой структуры могут быть одиночными (синглеты).

Для объяснения мультиплетной структуры спектров и аномального эффекта Зеемана (см. § 75) Гаудсмит и Юленбек выдвинули в 1925 г. гипотезу о том, что электрон обладает собственным моментом импульса M_s , не связанным с движением электрона в пространстве. Этот собственный момент был назван спином.

Первоначально предполагалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси. Согласно этим представлениям электрон уподоблялся волчку или ве-

ретену. Кстати, отсюда происходит и сам термин «спин»: по-английски spin означает «верчение». Однако очень скоро пришлось отказаться от подобных модельных представлений, в частности по следующей причине. Вращающийся заряженный шарик должен обладать магнитным моментом, причем отношение магнитного момента к механическому должно иметь значение [см. (71.1)]:

$$\frac{\mu}{M} = -\frac{e}{2m_e c}. \quad (72.1)$$

Действительно, было установлено, что электрон, наряду с собственным механическим моментом, обладает также и собственным магнитным моментом μ_s . Однако ряд опытных фактов, в частности аномальный эффект Зеемана, свидетельствует о том, что отношение собственных магнитного и механического моментов в два раза больше, чем для орбитальных моментов:

$$\frac{\mu_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e c}. \quad (72.2)$$

Таким образом, представление об электроне как о вращающемся шарике оказалось несостоятельным. Спин следует считать внутренним свойством, присущим электрону подобно тому, как ему присущи заряд и масса.

Предположение о спине электрона было подтверждено большим количеством опытных фактов и должно считаться совершенно доказанным. Оказалось также, что наличие спина и все его свойства автоматически вытекают из установленного Дираком уравнения квантовой механики, удовлетворяющего требованиям теории относительности. Таким образом, выяснилось, что спин электрона является свойством одновременно квантовым и релятивистским. В настоящее время также установлено, что спином обладают и другие элементарные частицы: протоны, нейтроны, фотоны и др.

Величина собственного момента импульса электрона определяется по общим законам квантовой механики [см. формулу (69.4)] так называемым спиновым квантовым числом s , равным $1/2$ ¹⁾:

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{1/2 \cdot 3/2} = 1/2 \hbar \sqrt{3}. \quad (72.3)$$

¹⁾ Для протона и нейтрона s также равно половине, для фотона s равно единице.

Составляющая механического момента по заданному направлению может принимать квантованные значения, отличающиеся друг от друга на \hbar :

$$M_{sz} = m_s \hbar, \text{ где } m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}. \quad (72.4)$$

Чтобы найти величину собственного магнитного момента электрона, умножим M_s на отношение (72.2) μ_s к M_s :

$$\begin{aligned} \mu_s &= -\frac{e}{m_e c} M_s = -\frac{e\hbar}{m_e c} \sqrt{s(s+1)} = \\ &= -2\mu_B \sqrt{s(s+1)} = -\mu_B \sqrt{3}. \end{aligned} \quad (72.5)$$

Знак минус указывает на то, что механический M_s и магнитный μ_s моменты электрона направлены в противоположные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может иметь следующие значения:

$$\begin{aligned} \mu_{sz} &= -\frac{e}{m_e c} M_{sz} = -\frac{e}{m_e c} \hbar m_s = \\ &= -\frac{e\hbar}{m_e c} (\pm \frac{1}{2}) = \mp \mu_B \end{aligned} \quad (72.6)$$

(минус получается, если $m_s = +\frac{1}{2}$, плюс — если $m_s = -\frac{1}{2}$).

Таким образом, проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения $+\frac{1}{2}\hbar$ и $-\frac{1}{2}\hbar$, а собственного магнитного момента — значения $+\mu_B$ и $-\mu_B$. В ряд формул, в частности в выражение для энергии, входят не сами моменты, а их проекции. Поэтому принято говорить, что собственный механический момент (спин) электрона равен половине (подразумевается в единицах \hbar), а собственный магнитный момент равен одному магнетону Бора.

Рассмотрим теперь на примере атома натрия, как существование спина электрона может объяснить мультиплетную структуру спектра. Поскольку момент атомного остатка равен нулю, момент атома натрия равен моменту оптического электрона. Момент же электрона будет слагаться из двух моментов: орбитального M_l , обусловленного движением электрона в атоме, и спинового M_s , не связанного с движением электрона в про-

странстве. Результирующая этих двух моментов дает полный момент импульса оптического электрона. Сложение орбитального и спинового моментов в полный момент осуществляется по тем же квантовым законам, по которым складываются орбитальные моменты разных электронов [см. (70.2)]. Величина полного момента M ; определяется квантовым числом j :

$$M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)},$$

причем j может иметь значения:

$$j = l + s, |l - s|,$$

где l и s соответственно азимутальное и спиновое квантовые числа. При $l = 0$ квантовое число j имеет только одно значение: $j = s = 1/2$. При l , отличном от нуля, возможны два значения: $j = l + 1/2$ и $j = l - 1/2$, которые соответствуют двум возможным взаимным ориентациям моментов M_l и M_s — «параллельной» и «антиспараллельной»¹⁾.

Теперь учтем, что с механическими моментами связаны магнитные моменты, которые взаимодействуют друг с другом подобно тому, как взаимодействуют два тока или две магнитные стрелки. Энергия этого взаимодействия (называемого спин-орбитальным взаимодействием) зависит от взаимной ориентации орбитального и собственного моментов. Следовательно, состояния с различными j должны обладать различной энергией.

Таким образом, каждый терм ряда P ($l = 1$) расщепляется на два, соответствующих $j = 1/2$ и $j = 3/2$; каждый терм ряда D ($l = 2$) расщепляется на термы с $j = 3/2$ и $j = 5/2$, и т. д. Каждому терму ряда S ($l = 0$) соответствует только одно значение $j = 1/2$; поэтому термы ряда S не расщепляются.

Итак, каждый ряд термов, кроме S , распадается на два ряда — структура термов оказывается дублетной (двойной). Термы принято обозначать символами:

$$^2S_{1/2}, ^2P_{3/2}, ^2P_{1/2}, ^2D_{5/2}, ^2D_{3/2}, ^2F_{7/2}, ^2F_{5/2}, \dots$$

¹⁾ Термины «параллельный» и «антиспараллельный» взяты в кавычки, поскольку два складываемых момента никогда не бывают направленными вдоль одной прямой. Подробнее об этом см. в следующем параграфе.

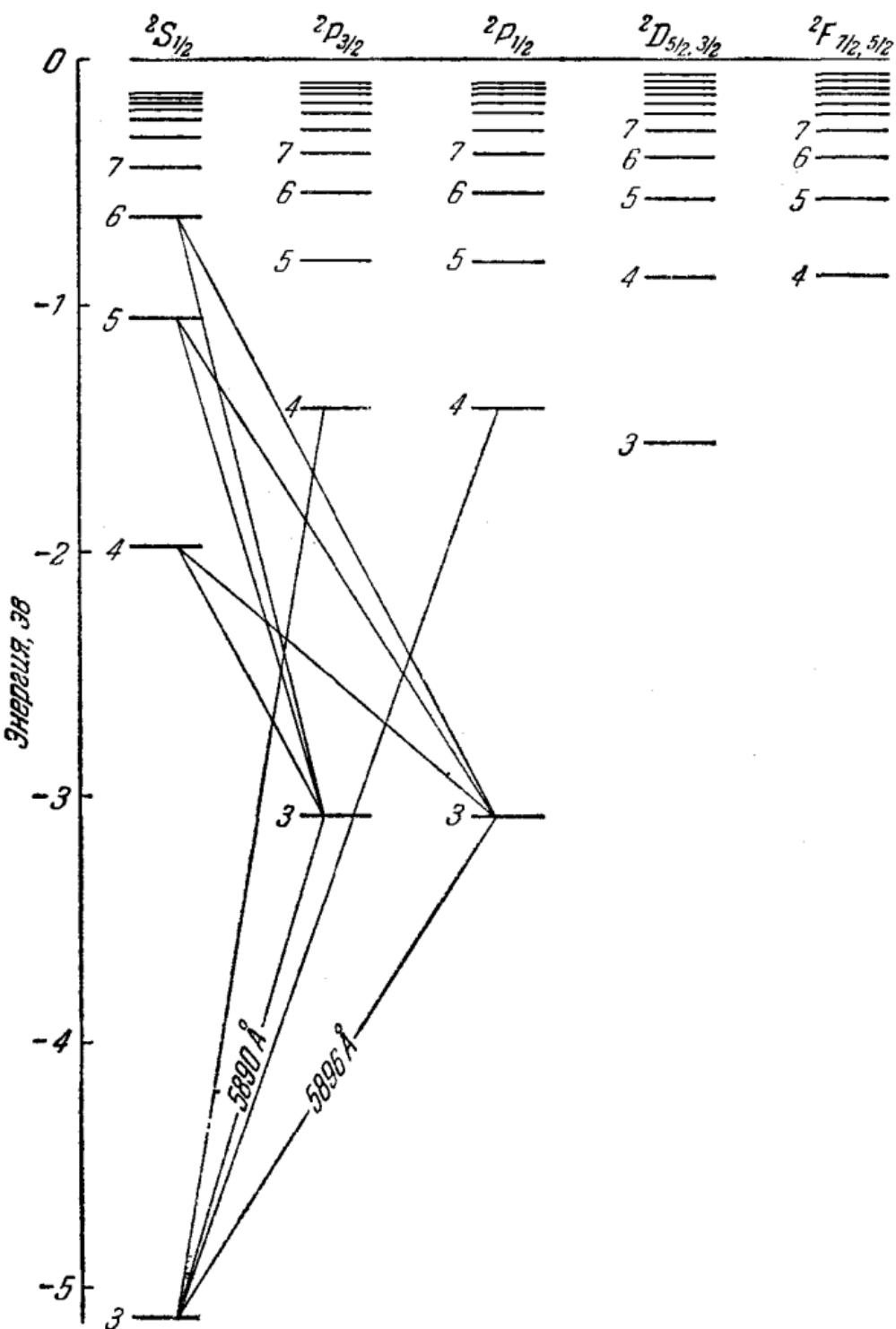


Рис. 204.

Правый нижний индекс дает значение j . Верхний левый индекс указывает мультиплетность термов. Хотя ряд S является одиночным, при символе терма ставится также 2, чтобы показать, что этот ряд принадлежит к системе термов, в целом дублетной.

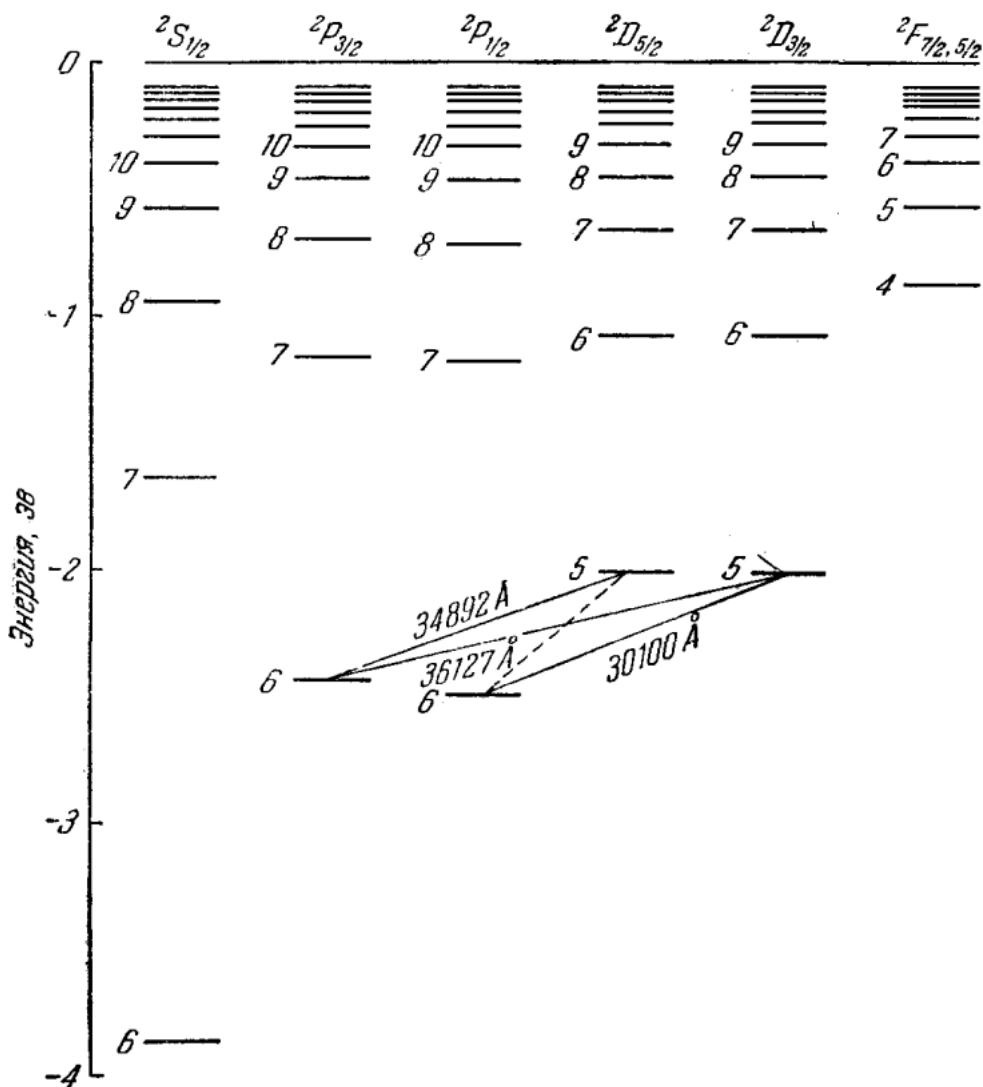


Рис. 205.

С учетом тонкой структуры схема термов выглядит более сложно, о чем дают представление схемы уровней натрия (рис. 204) и цезия (рис. 205). Схему для натрия следует сравнить со схемой, изображенной на рис. 200. Поскольку мультиплетное расщепление термов D и F для натрия очень мало, подуровни D и F , отличающиеся значениями j , изображены на схеме слитно. Мультиплетное

расщепление у цезия значительно больше, чем у натрия. На схеме цезия видно, что тонкая структура диффузной серии состоит не из двух линий, а из трех:

$$5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{3/2} \sim 36\ 127 \text{ \AA},$$

$$5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{1/2} \sim 34\ 892 \text{ \AA},$$

$$5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{1/2} \sim 30\ 100 \text{ \AA}.$$

Возникновение этих линий пояснено дополнительно на рис. 206. Изображенный пунктиром переход $5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$ запрещен правилом отбора:

$$\Delta j = 0, \pm 1. \quad (72.7)$$

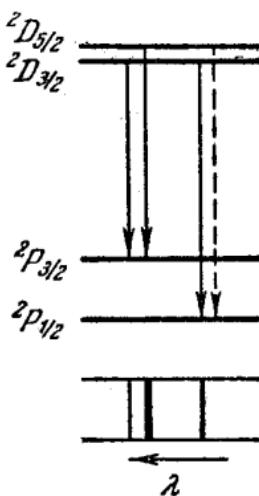


Рис. 206.

В нижней части схемы на рис. 206 показано, как выглядит сам мультиплет. Толщина линий на схеме примерно соответствует интенсивности спектральных линий. Совокупность получающихся линий выглядит как дублет, у которого одна из компонент в свою очередь оказывается двойной. Такая группа линий называется не триплетом, а сложным дублетом, так как она возникает в результате комбинации дублетных термов.

Заметим в заключение, что в связи с существованием спина электрона естественно возникает вопрос о том, что и у водородного атома уровни с $l > 0$ должны быть двойными, а спектральные линии — дублетными. Тонкая структура водородного спектра действительно была обнаружена экспериментально.

§ 73. Момент импульса в квантовой механике

В то время как момент импульса M и его проекция M_z имеют значения, определяемые формулами (69.4) и (69.5), две остальные проекции момента M_x и M_y оказываются совершенно неопределенными¹⁾. С подобным положением мы уже встречались в § 66 при обсуждении

¹⁾ Исключение составляет случай $M = 0$, когда все три проекции момента на оси x , y , z имеют определенное значение, равное нулю.

квантовомеханического описания движения микрочастиц. Согласно соотношению (66.2) координата и составляющая импульса также не могут иметь одновременно определенного значения.

Неопределенность двух проекций момента приводит к тому, что направление момента в пространстве оказывается также неопределенным. Известно только, какой угол образует вектор \mathbf{M} с направлением оси z . Отметим также, что поскольку $|M| < \sqrt{l(l+1)} m$, наибольшая величина проекции момента всегда меньше величины самого момента. Следовательно, направление момента не может совпадать с выделенным в пространстве направлением. Это согласуется с тем обстоятельством, что направление момента в пространстве является неопределенным.

Вследствие неопределенности направления вектора \mathbf{M} в пространстве мы избегали до сих пор пользоваться графическим изображением моментов. Однако графический способ сложения векторов отличается большой наглядностью, и в ряде случаев целесообразно им воспользоваться. При этом всякий раз необходимо помнить условность соответствующих графических построений.

Поскольку M и M_z имеют определенные значения, вектор \mathbf{M} может иметь направление одной из образующих конуса, изображенного на рис. 207, причем с равной вероятностью вектор \mathbf{M} может быть обнаружен в любом положении, совпадающем с одной из образующих конуса. Можно представлять себе дело так, что вектор \mathbf{M} равномерно вращается (прецессирует) вокруг направления z , составляя с этим направлением угол ϑ , косинус которого равен

$$\cos \vartheta = \frac{M_z}{M} = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}}. \quad (73.1)$$

Тогда все направления, характеризуемые углом ϑ , действительно будут равновероятными.

Для представления о прецессии вектора \mathbf{M} вокруг направления z имеются еще и следующие основания.

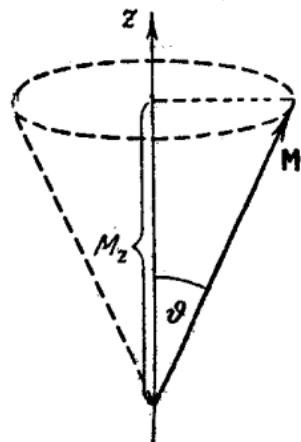


Рис. 207.

Вследствие того, что с механическим моментом связан магнитный момент, эти моменты, находясь в магнитном поле, должны вести себя подобно гироскопу в поле земного тяготения (см. т. I, § 44). В самом деле, на магнитный момент в магнитном поле (рис. 208) действует момент сил $[\mu H]$ [см. т. II, формулу (48.4)].

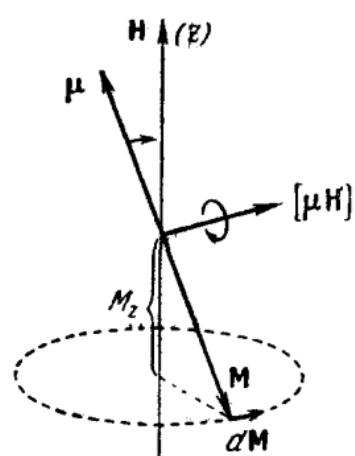


Рис. 208.

Вследствие гироскопического эффекта под действием этого момента сил момент M (а следовательно и момент μ) будет прецессировать вокруг направления поля H , т. е. вокруг заданного направления в пространстве. Скорость прецессии будет тем больше, чем больше момент сил $[\mu H]$, т. е. чем сильнее воздействие поля H на момент μ .

Теперь рассмотрим некоторые вопросы, связанные со сложением моментов в результирующий момент. Прежде всего отметим, что два момента не могут быть точно параллельными или антипараллельными друг другу. Действительно, так как

$$\sqrt{l_1(l_1+1)} + \sqrt{l_2(l_2+1)} < \sqrt{(l_1+l_2)(l_1+l_2+1)}$$

наибольшая величина результирующей меньше суммы величин M_1 и M_2 , в то время как для параллельности векторов M_1 и M_2 необходимо, чтобы $M_{\max} = M_1 + M_2$. Далее, поскольку

$$\sqrt{|l_1 - l_2|(|l_1 - l_2| + 1)} > |\sqrt{l_1(l_1+1)} - \sqrt{l_2(l_2+1)}|,$$

наименьшая величина результирующей больше разности M_1 и M_2 . Для антипараллельности же необходимо, чтобы $M_{\min} = |M_1 - M_2|$.

По классическим представлениям два складываемых вместе момента, в силу взаимодействия друг с другом, должны прецессировать вокруг направления результирующего момента (рис. 209).

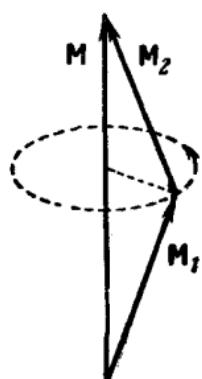


Рис. 209.

Если воздействовать на моменты M_1 и M_2 магнитным полем, будут наблюдаться разные явления в зависимости от соотношения между взаимодействием моментов друг с другом и с магнитным полем. Рассмотрим два случая: 1) слабое поле — взаимодействие моментов друг с другом больше воздействия на каждый из них магнитного поля; 2) сильное поле — действие поля на каждый из моментов превосходит взаимодействие их между собой.

В первом случае (рис. 210, а) моменты складываются в результирующий момент M , определяемый квантовым числом, L , и этот момент проектируется на направление поля. При этом происходят два вида прецессии: прецессия моментов M_1 и M_2 вокруг направления M и прецессия результирующего вектора M вокруг направления H . Скорость первой прецессии будет гораздо больше, так как взаимодействие моментов между собой превосходит воздействие на каждый из них магнитного поля.

Во втором случае (рис. 210, б) поле разрывает связь между моментами M_1 и M_2 и каждый из них прецессирует вокруг направления поля независимо от другого. Проектироваться на направление поля векторы M_1 и M_2 будут тоже каждый в отдельности.

Все сказанное в этом параграфе о прецессии векторов моментов следует рассматривать лишь как классическую аналогию, поясняющую сложение моментов и образование их проекций на заданное направление.

§ 74. Результирующий момент многоэлектронного атома

Каждый электрон в атоме обладает орбитальным моментом импульса M_l и собственным моментом M_s . Механические моменты связаны с соответствующими магнитными моментами, вследствие чего между всеми M_l и M_s имеется взаимодействие.

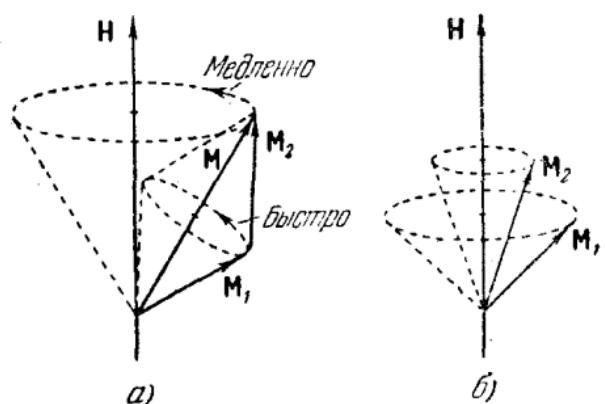


Рис. 210.

Моменты M_l и M_s складываются в результирующий момент атома M_J . При этом возможны два случая.

1. Моменты M_l взаимодействуют между собой сильнее, чем с M_s , которые в свою очередь сильнее связаны друг с другом, чем с M_l . Вследствие этого все M_l складываются в результирующую M_L , а M_s складываются в M_S , а затем уже M_L и M_S дают результирующую M_J . Такой вид связи встречается чаще всего и называется связью Рессель—Саундерса.

2. Каждая пара M_l и M_s взаимодействует между собой сильнее, чем с другими M_l и M_s , вследствие чего образуются результирующие M_j для каждого электрона в отдельности, которые затем уже объединяются в M_J атома. Такой вид связи, называемый (j, j) -связью, наблюдается у тяжелых атомов.

Сложение моментов осуществляется по квантовым законам [см. (70.2)]. Поясним сказанное несколькими примерами, относящимися к случаю связи Рессель—Саундерса.

1. Два орбитальных момента, определяемых числами $l_1 = 2$ и $l_2 = 1$, могут быть сложены тремя способами и могут дать результирующий момент, соответствующий

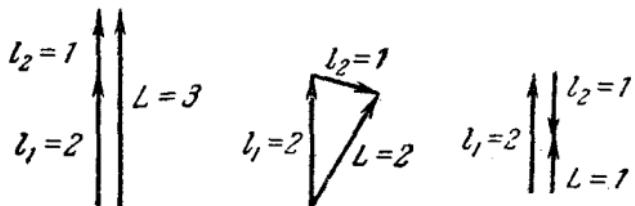


Рис. 211.

значениям квантового числа L , равным 3, 2 и 1. Условно такое сложение можно изобразить векторной схемой, приведенной на рис. 211.

2. При сложении спиновых моментов M_s квантовое число S результирующего спинового¹⁾ момента атома M_S может быть целым или полуцелым в зависимости от того, каким будет число электронов в атоме — четным или нечетным.

При четном числе электронов N квантовое число S принимает все целые значения от $N \cdot \frac{1}{2}$ (все M_s «парал-

¹⁾ Квантовое число S не следует путать с символом терма S .

«параллельны» друг другу) до нуля (все M_s попарно компенсируют друг друга). Так, например, при $N = 4$ (рис. 212, а) S может иметь значения 2, 1, 0.

При нечетном N квантовое число S принимает все полуцелые значения от $N \cdot \frac{1}{2}$ (все M_s «параллельны» друг другу) до $\frac{1}{2}$ (все M_s , кроме одного, попарно компенсируют друг друга). Например, при $N = 5$ возможными значениями S будут: $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ (рис. 212, б).

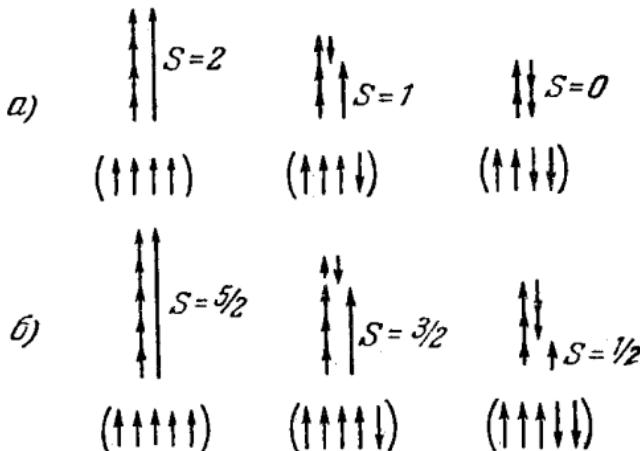


Рис. 212.

3. При сложении M_L и M_S квантовое число J результирующего момента M_J может иметь одно из следующих значений:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Следовательно, J будет целым, если S — целое (т. е. при четном числе электронов в атоме), и полуцелым, если S — полуцелое (т. е. при нечетном числе электронов). Так, например:

1) в случае $L = 2, S = 1$ возможные значения J равны 3, 2, 1, (рис. 213, а);

2) в случае $L = 2, S = \frac{3}{2}$ возможные значения J равны $\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ (рис. 213, б).

Энергия атома зависит от взаимной ориентации моментов M_l (т. е. от квантового числа L), от взаимной ориентации моментов M_s (от квантового числа S) и от взаимной ориентации M_L и M_S (от квантового числа J). Условно терм атома записывается следующим образом:

$$^{2S+1}L_J, \quad (74.1)$$

где под L подразумевается одна из букв S, P, D, F и т. д. в зависимости от значения числа L . Например, термы

$$^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$$

относятся к состояниям с одинаковыми $L = 1$, одинаковыми $S = 1$, но различными J , равными 0, 1, 2.

Число $2S + 1$ дает мультиплетность терма, т. е. число подуровней для данного значения L (впрочем, лишь

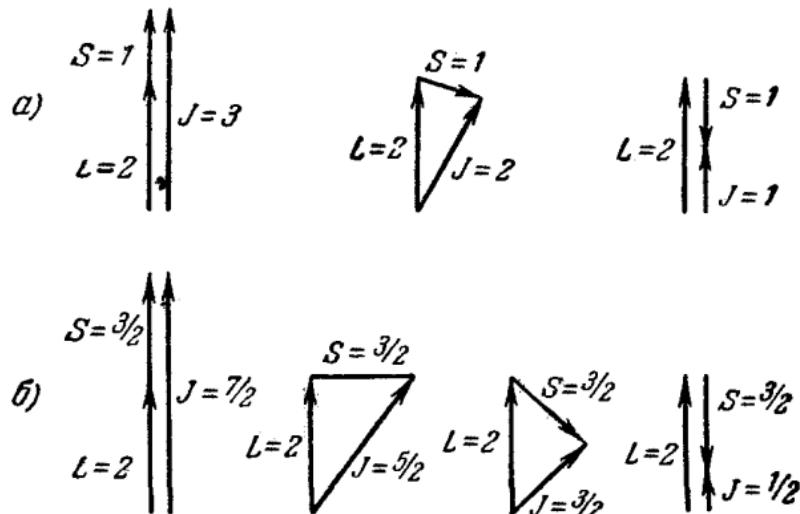


Рис. 213.

в случае, если $S < L$; когда $S > L$, число подуровней ровно $2L + 1$).

Обозначениями типа (74.1) мы уже пользовались в § 72 применительно к атомам щелочных металлов. Однако для этих элементов характерно то, что S атома, совпадая с s оптического электрона, равно $1/2$. Теперь же мы познакомились с символическими обозначениями термов для любых случаев.

§ 75. Аномальный эффект Зеемана

Нормальный эффект Зеемана заключается, как мы уже знаем, в том, что при воздействии на атом магнитного поля вместо одной линии, излучаемой атомом в отсутствие поля, получается три, причем величина смещения этих линий друг относительно друга равна нормальному смещению $\Delta\omega_0$ [см. (71.5)]. Однако, как показывает

опыт, такое расщепление получается только для линий, не имеющих тонкой структуры (для синглетов). У линий, обладающих тонкой структурой, число компонент бывает больше трех, а величина расщепления составляет рациональную дробь от нормального смещения $\Delta\omega_0$:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 \frac{r}{q}, \quad (75.1)$$

где r и q — небольшие целые числа. Например, расщепление желтого дублета натрия выглядит так, как показано на рис. 214. Такое расщепление спектральных линий называется аномальным эффектом Зеемана¹⁾.

Аномальный эффект Зеемана полностью объясняется существованием спина электрона и удвоенным отношением собственных магнитного и механического моментов [см. (72.1) и (72.2)].

Рассмотрим векторную модель атома, изображенную на рис. 215. При построении этой схемы масштабы выбраны так, что векторы M_L и μ_L изображаются отрезками одинаковой длины. При этом условии вектор μ_s изобразится отрезком, в два раза большим, чем отрезок, изображающий вектор M_s .

Из-за «удвоенного магнетизма» спина результирующий вектор магнитного момента атома μ_J не совпадает по направлению с результирующим вектором механического момента M_J . Вследствие взаимодействия между M_L и M_s они прецессируют вокруг направления M_J , вовлекая в эту прецессию и результирующий вектор магнитного момента атома μ_J .

В магнитном поле вектор M_J прецессирует вокруг направления поля, имея неизменную проекцию на это направление, равную

$$M_{JH} = \hbar m_J,$$

¹⁾ Аномальный эффект Зеемана называют также сложным, а нормальный эффект — простым.

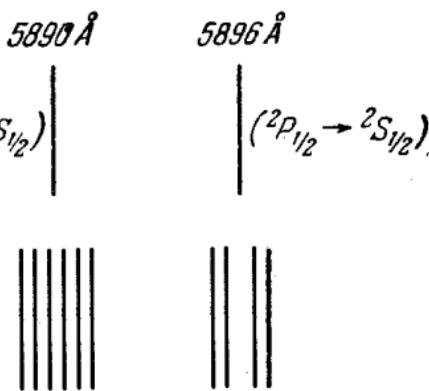


Рис. 214.

где m_J — квантовое число, которое может принимать значения: $-J, -J+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, J-1, J$.

В слабом поле (т. е. в таком поле, действие которого на μ_L и μ_S значительно слабее взаимодействия μ_L с μ_S) прецессия векторов M_L и M_S , а следовательно, и вектора μ_J вокруг направления H совершаются с гораздо большей скоростью, чем прецессия M_J вокруг направления H . Поэтому величина составляющей μ_J магнитного момента μ_J по направлению H будет такой, как если бы она была образована значением μ_J , усредненным по вращению вокруг направления M_J . Обозначим это усредненное значение символом $\bar{\mu}_J$. Легкообразить, что μ_J имеет направление, противоположное направлению вектора M_J , и, следовательно, образует с H

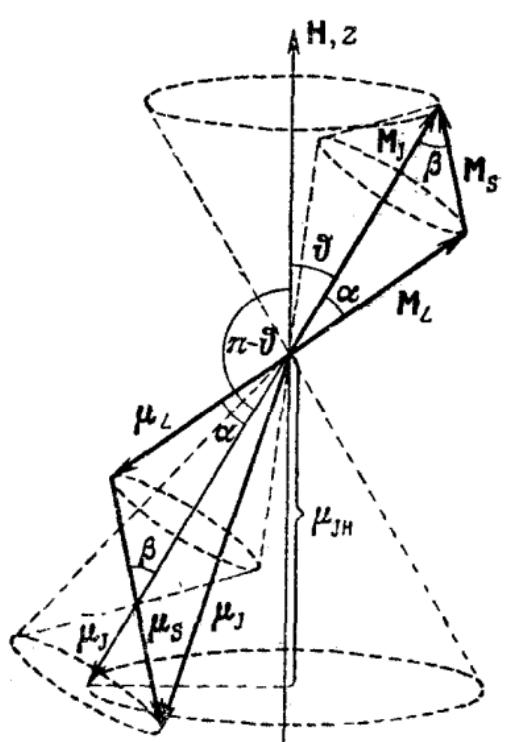


Рис. 215.

угол $\pi - \theta$, где θ — угол между направлениями векторов M_J и H . Таким образом,

$$\mu_{JH} = \bar{\mu}_J \cos(\pi - \theta) = -\bar{\mu}_J \cos \theta,$$

где $\bar{\mu}_J = |\bar{\mu}_J|$.

Значение $\cos \theta$ можно найти по формуле (73.1), положив в ней $l = J$ и $m = m_J$. В результате получим:

$$\mu_{JH} = -\bar{\mu}_J \frac{m_J}{\sqrt{J(J+1)}}. \quad (75.2)$$

Из рис. 215 следует, что

$$\bar{\mu}_J = \mu_L \cos \alpha + \mu_S \cos \beta. \quad (75.3)$$

Чтобы сделать менее громоздкими дальнейшие выкладки, выражения вида $\sqrt{X(X+1)}$ мы будем обозна-

чать X^* (« X со звездочкой»). Тогда, например, J^* будет означать $\sqrt{J(J+1)}$, а L^{*2} будет равнозначно $L(L+1)$. Применив такие обозначения, выражениям для магнитных моментов можно придать следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \mu_L &= \frac{e}{2m_e c} M_L = \frac{e}{2m_e c} \hbar \sqrt{L(L+1)} = \mu_B L^*, \\ \mu_S &= \frac{e}{m_e c} M_S = \frac{e}{m_e c} \hbar \sqrt{S(S+1)} = 2\mu_B S^*. \end{aligned} \right\} (75.4)$$

Применив теорему косинусов к треугольнику с углами α и β (рис. 215), получим:

$$\begin{aligned} M_S^2 &= M_L^2 + M_J^2 - 2M_L M_J \cos \alpha, \\ M_L^2 &= M_S^2 + M_J^2 - 2M_S M_J \cos \beta, \end{aligned}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{M_L^2 + M_J^2 - M_S^2}{2M_L M_J} = \frac{L^{*2} + J^{*2} - S^{*2}}{2L^* J^*}, \\ \cos \beta &= \frac{M_S^2 + M_J^2 - M_L^2}{2M_S M_J} = \frac{S^{*2} + J^{*2} - L^{*2}}{2S^* J^*}. \end{aligned} \right\} (75.5)$$

Подстановка выражений (75.4) и (75.5) в формулу (75.3) дает:

$$\bar{\mu}_J = \mu_B L^* \frac{L^{*2} + J^{*2} - S^{*2}}{2L^* J^*} + 2\mu_B S^* \frac{S^{*2} + J^{*2} - L^{*2}}{2S^* J^*},$$

что можно привести к виду:

$$\bar{\mu}_J = \mu_B J^* \left(1 + \frac{J^{*2} + S^{*2} - L^{*2}}{2J^{*2}} \right).$$

Итак, усредненный по времени магнитный момент атома оказывается равным:

$$\bar{\mu}_J = \mu_B g J^* = \mu_B g \sqrt{J(J+1)}, \quad (75.6)$$

где

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (75.7)$$

Выражение (75.7) называется множителем (или фактором) Ланде. Если $S = 0$, то $J = L$ и $g = 1$; если $L = 0$, то $J = S$ и $g = 2$.

В магнитном поле атом приобретает дополнительную энергию:

$$\Delta E = -\mu_J H = -\mu_{JH} H.$$

Значение μ_J можно найти по формуле (75.2), подставив в нее выражение (75.6) для μ_J . В результате получится:

$$\Delta E = \mu_B g H m_J. \quad (75.8)$$

Таким образом, в магнитном поле каждый энергетический уровень расщепляется на $2J + 1$ равноотстоящих подуровней, причем величина расщепления зависит от множителя Ланде, т. е. от квантовых чисел L , S и J данного уровня.

Рассмотрим расщепление натриевого дублета, образованного переходами $3^3P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ и $3^3P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ (см. рис. 204). Множитель Ланде имеет следующие значения:

для терма $^2S_{1/2}$ ($L = 0$, $S = 1/2$, $J = 1/2$)

$$g = 1 + \frac{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 0 \cdot 1}{2 \cdot 1/2 \cdot 3/2} = 1 + 1 = 2;$$

для терма $^2P_{1/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 1/2$)

$$g = 1 + \frac{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 1/2 \cdot 3/2} = 1 - 1/3 = 2/3;$$

для терма $^2P_{3/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 3/2$),

$$g = 1 + \frac{3/2 \cdot 5/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 3/2 \cdot 5/2} = 1 + 1/3 = 4/3.$$

На рис. 216, а показано расщепление уровней и переходы для линии $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$. Для уровня $^2S_{1/2}$ приращение энергии (75.8) равно

$$\Delta E' = \mu_B H g' m'_J,$$

где $g' = 2 = 6/3$.

Для уровня $^2P_{1/2}$ получается

$$\Delta E'' = \mu_B H g'' m''_J,$$

где $g'' = 2/3$.

Смещение линий относительно первоначальной определяется следующим выражением:

$$\Delta \omega = \frac{\Delta E'' - \Delta E'}{\hbar} = \frac{\mu_B H}{\hbar} (g'' m''_J - g' m'_J) = \Delta \omega_0 (g'' m''_J - g' m'_J).$$

В скобках, в разрывах линий, изображающих переходы между уровнями на рис. 216, приведены значения $(g'' m''_J - g' m'_J)$ для соответствующих спектральных линий.

Из рис. 216, а следует, что при включении поля первоначальная линия оказывается вовсе отсутствующей.

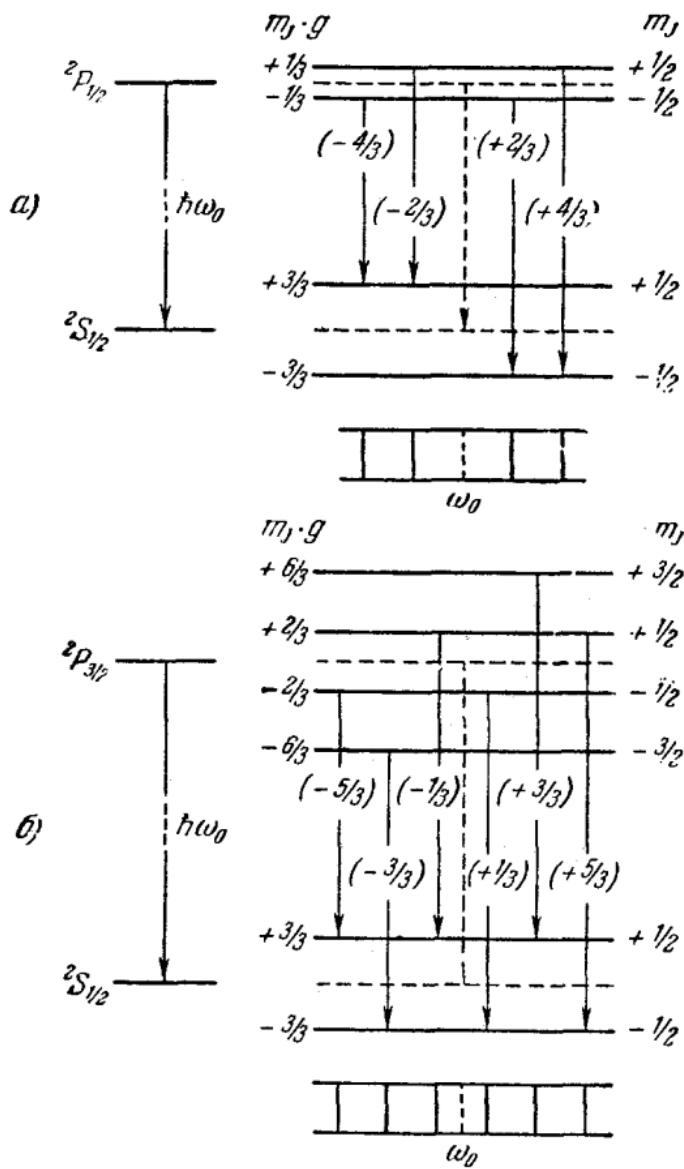


Рис. 216.

Вместо нее появляются четыре линии, смещения которых, выраженные в единицах нормального смещения, составляют: $-4/3$, $-2/3$, $+2/3$ и $+4/3$, что можно записать следующим образом:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 [\pm 2/3, \pm 4/3].$$

Расщепление линии $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ пояснено на рис. 216, б. При рассмотрении этой схемы следует иметь в виду, что для квантового числа m_J имеется правило отбора:

$$\Delta m_J = 0, \pm 1$$

[ср. с (71.4)]. Из схемы вытекает, что для перехода $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ первоначальная линия при включении поля

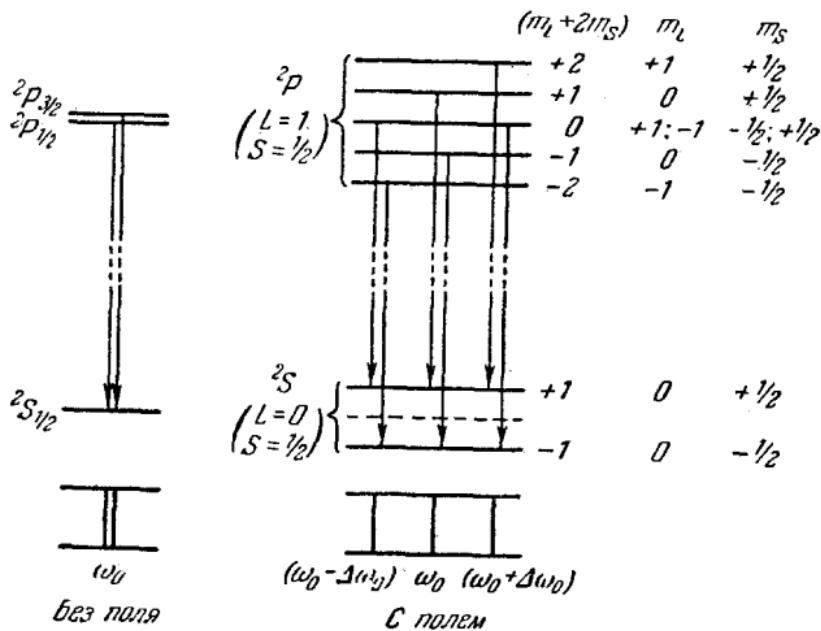


Рис. 217.

также отсутствует. Смещения получающихся шести линий равны:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 [\pm \frac{1}{3}, \pm \frac{3}{3}, \pm \frac{5}{3}]$$

В сильном магнитном поле связь между M_L и M_S разрывается и они начинают прецессировать порознь вокруг направления \mathbf{H} и, следовательно, проектируются на направление поля независимо друг от друга. В этом случае

$$\Delta E = \mu_B H m_L + 2\mu_B H m_S = \mu_B H (m_L + 2m_S),$$

т. е. расщепление становится целым кратным нормальному расщеплению. Для переходов имеют место правила отбора:

$$\Delta m_L = 0, \pm 1, \quad \Delta m_S = 0.$$

В результате получается нормальный зеемановский триплет (рис. 217). Такое явление называется эффектом Пашена—Бака. Этот эффект наблюдается, когда магнитное расщепление линий становится больше мультиплетного расщепления.

§ 76. Распределение электронов в атоме по энергетическим уровням

Каждый электрон в атоме движется в первом приближении в центрально-симметричном некулоновском поле. Состояние электрона в этом случае определяется тремя квантовыми числами: n , l и m , физический смысл которых был выяснен в § 70. В связи с существованием спина электрона к указанным квантовым числам нужно добавить квантовое число m_s , которое может принимать значения $\pm \frac{1}{2}$ и определяет составляющую спина по заданному направлению. В дальнейшем для магнитного квантового числа мы будем вместо m пользоваться обозначением m_l , чтобы подчеркнуть то обстоятельство, что это число определяет составляющую орбитального момента, величина которого дается квантовым числом l .

Таким образом, состояние каждого электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами:

главным n ($n = 1, 2, 3, \dots$),

азимутальным l ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$),

магнитным m_l ($m_l = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$),

спиновым m_s ($m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$).

Энергия состояния зависит в основном от чисел n и l . Кроме того, имеется слабая зависимость энергии от чисел m_l и m_s , поскольку их значения связаны с взаимной ориентацией моментов M_l и M_s , от которой зависит величина взаимодействия между орбитальным и собственным магнитными моментами электрона. За некоторыми исключениями, энергия состояния сильнее возрастает с увеличением числа n , чем с увеличением l . Поэтому, как правило, состояние с большим n обладает, независимо от значения l , большей энергией.

В нормальном (невозбужденном) состоянии атома электроны должны располагаться на самых низких доступных для них энергетических уровнях. Поэтому,

казалось бы, в любом атоме в нормальном состоянии все электроны должны находиться в состоянии $1s$ ($n = 1$, $l = 0$), а основные термы всех атомов должны быть типа S -термов ($L = 0$). Опыт, однако, показывает, что это не так.

Объяснение наблюдаемых типов термов заключается в следующем. Согласно одному из законов квантовой механики, называемому принципом Паули¹), в одном и том же атоме (или в какой-либо квантовой системе) не может быть двух электронов, обладающих одинаковой совокупностью четырех квантовых чисел: n , l , m_l и m_s . Иными словами, в одном и том же состоянии не могут находиться одновременно два электрона.

Данному n соответствуют, как мы уже знаем, n^2 состояний, отличающихся значениями l и m_l (см. § 69). Квантовое число m_s может принимать два значения: $\pm \frac{1}{2}$. Поэтому в состояниях с данным значением n могут находиться в атоме не более $2n^2$ электронов:

- $n = 1$ могут иметь 2 электрона,
- $n = 2$ могут иметь 8 электронов,
- $n = 3$ могут иметь 18 электронов,
- $n = 4$ могут иметь 32 электрона,
- $n = 5$ могут иметь 50 электронов и т. д.

Совокупность электронов, имеющих одинаковые n и l , образует оболочку. Совокупность оболочек с одинаковым n образует группу или слой. В соответствии с значением n слоям дают обозначения, заимствованные из спектроскопии рентгеновских лучей:

$n \quad 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \dots$
Слой $KLMNOPQ \dots$

Подразделение возможных состояний электрона в атоме на оболочки и слои показано в табл. 5, в которой вместо обозначений $m_s = \pm \frac{1}{2}$ применены символы: $\uparrow\downarrow$. Оболочки, как указано в таблице, могут обозначаться двумя способами (например, L_1 либо $2s$).

Для полностью заполненной оболочки характерно равенство нулю суммарного орбитального и спинового

¹⁾ Этот принцип называют также принципом запрета или принципом исключения. Он справедлив не только для электронов, но и для других частиц с полуцелым спином.

Таблица 5

Слой	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>m_l</i>	<i>m_s</i>	Оболочка	Слой	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>m_l</i>	<i>m_s</i>	Оболочка
<i>K</i>	1	0	0	↑↓	<i>K</i> (1s)			0	0	↑↓	<i>N</i> ₁ (4s)
<i>L</i>	2	0	0	↑↓	<i>L</i> ₁ (2s)			1	-1	↑↓	<i>N</i> ₂ (4p)
		1	-1	↑↓				0	0	↑↓	
			0	↑↓	<i>L</i> ₂ (2p)			+1	↑↓		
			+1	↑↓							
<i>M</i>	3	0	0	↑↓	<i>M</i> ₁ (3s)	<i>N</i>	4	2	-2	↑↓	<i>N</i> ₃ (4d)
		1	-1	↑↓				-1	↑↓		
			0	↑↓	<i>M</i> ₂ (3p)			0	↑↓		
			+1	↑↓				+1	↑↓		
					<i>M</i> ₃ (3d)			+2	↑↓		
		2	-2	↑↓			3	-3	↑↓		<i>N</i> ₄ (4f)
			-1	↑↓				-2	↑↓		
			0	↑↓				-1	↑↓		
			+1	↑↓				0	↑↓		
			+2	↑↓				+1	↑↓		
								+2	↑↓		
								+3	↑↓		

моментов ($L = 0; S = 0$). Следовательно, момент количества движения такой оболочки равен нулю ($J = 0$.) Убедимся в этом на примере $3d$ -оболочки. Спины всех десяти электронов, входящих в эту оболочку, попарно компенсируют друг друга, вследствие чего $S = 0$. Квантовое число проекции результирующего орбитального момента M_L этой оболочки на ось z имеет единственное значение $m_L = \sum m_l = 0$. Следовательно, L также равно нулю.

Таким образом, при определении L и S атома заполненные оболочки можно не принимать во внимание.

§ 77. Периодическая система элементов Менделеева

Принцип Паули дает объяснение периодической повторяемости свойств атомов. Проследим построение периодической системы элементов Д. И. Менделеева. Начнем с атома с $Z = 1$, имеющего один электрон. Каждый последующий атом будем получать, увеличивая заряд ядра предыдущего атома на единицу и добавляя к нему один электрон, который мы будем

помещать в доступное ему согласно принципу Паули состояние с наименьшей энергией.

В атоме водорода имеется в основном состоянии один $1s$ электрон с произвольной ориентацией спина. Его квантовые числа: $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm 1/2$. Соответственно основной терм водородного атома имеет вид $^2S_{1/2}$.

Если заряд ядра атома водорода увеличить на единицу и добавить к нему еще один электрон, получится атом гелия. Оба электрона в этом атоме могут находиться в K -слое, но с антипараллельной ориентацией спинов.

Так называемая электронная конфигурация атома может быть записана как $1s^2$ (два $1s$ -электрона). Основным термом будет 1S_0 ($L = 0, S = 0, J = 0$).

На атоме гелия заканчивается заполнение слоя K . Третий электрон атома лития может занять лишь уровень $2s$ (рис. 218). Получается электронная конфигурация $1s^2 2s$.

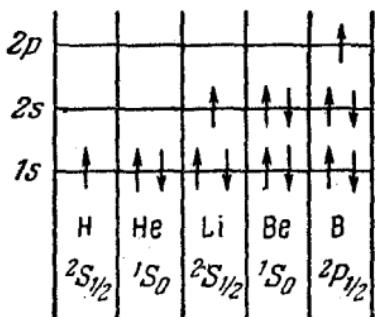


Рис. 218.

Основное состояние характеризуется $L = 0$, $S = \frac{1}{2}$. Поэтому основным термом, как и у водорода, будет $^2S_{\frac{1}{2}}$. Третий электрон атома лития, занимая более высокий энергетический уровень, чем остальные два электрона, оказывается слабее, чем они, связанным с ядром атома. В результате он определяет оптические и химические свойства атома.

У четвертого элемента, бериллия, полностью заполняется оболочка $2s$. У последующих шести элементов (B , C , N , O , F и Ne) происходит заполнение электронами оболочки $2p$, в результате чего неон имеет полностью заполненные слои K (двумя электронами) и L (восемью электронами), образующие устойчивую систему, подобную системе гелия, чем обусловливаются специфические свойства инертных газов.

Процесс застройки электронных оболочек у элементов периодической системы наглядно представлен в табл. 6. Одиннадцатый элемент, натрий, имеет, кроме заполненных слоев K и L , один электрон в оболочке $3s$. Электронная конфигурация имеет вид: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Основным

Таблица 6

Эл- мент	K		L		M				N		M				N				Основной терм
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p			
1 H	1.	—	—	—	—	—	—	—	19 K	2	8	8	—	—	1	—	—	$2S_{1/2}$	
2 He	2	—	—	—	—	—	—	—	20 Ca	2	8	8	—	—	2	—	—	1S_0	
3 Li	2	1	—	—	—	—	—	—	21 Sc	2	8	8	—	—	2	—	—	$2D_{3/2}$	
4 Be	2	2	—	—	—	—	—	—	22 Ti	2	8	8	—	—	2	—	—	$3F_2$	
5 B	2	2	1	—	—	—	—	—	23 V	2	8	8	—	—	2	—	—	$^4F_{3/2}$	
6 C	2	2	2	2	—	—	—	—	24 Cr	2	8	8	5	1	—	—	—	$7S_3$	
7 N	2	2	2	3	—	—	—	—	25 Mn	2	8	8	5	2	—	—	—	$^6S_{5/2}$	
8 O	2	2	2	4	—	—	—	—	26 Fe	2	8	8	6	2	—	—	—	6D_4	
9 F	2	2	2	5	—	—	—	—	27 Co	2	8	8	7	2	—	—	—	$4F_{9/2}$	
10 Ne	2	2	2	6	—	—	—	—	28 Ni	2	8	8	8	2	—	—	—	$3F_4$	
11 Na	2	8	—	1	—	—	—	—	29 Cu	2	8	8	8	10	1	—	—	$2S_{1/2}$	
12 Mg	2	8	2	2	—	—	—	—	30 Zn	2	8	8	8	10	2	—	—	1S_0	
13 Al	2	8	2	1	—	—	—	—	31 Ga	2	8	8	8	10	2	1	—	$2P_{1/2}$	
14 Si	2	8	2	2	—	—	—	—	32 Ge	2	8	8	8	10	2	2	—	P_0	
15 P	2	8	2	3	—	—	—	—	33 As	2	8	8	8	10	2	3	—	$^4S_{5/2}$	
16 S	2	8	2	4	—	—	—	—	34 Se	2	8	8	8	10	2	4	—	3P_2	
17 Cl	2	8	2	5	—	—	—	—	35 Br	2	8	8	8	10	2	5	—	$2P_{3/2}$	
18 Ar	2	8	2	6	—	—	—	—	36 Kr	2	8	8	8	10	2	6	—	1S_0	

Продолжение табл. 6

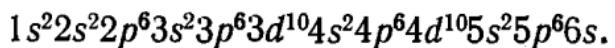
Элемент	K	L	M	N				O				P				Основной терм		
				4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	6s	4s	4p	4d	4f	5s	5p	
37 Rb	2	8	18	8	-	-	-	-	-	-	-	55 Cs	2	8	18	18	-	-
38 Sr	2	8	18	8	-	-	-	-	-	-	-	56 Ba	2	8	18	18	-	-
39 Y	2	8	18	8	1	-	2	-	-	-	-	57 La	2	8	18	18	-	-
40 Zr	2	8	18	8	2	-	2	-	-	-	-	58 Ce	2	8	18	18	2	2
41 Nb	2	8	18	8	4	-	1	-	-	-	-	59 Pr	2	8	18	18	3	2
42 Mo	2	8	18	8	5	-	1	-	-	-	-	60 Nd	2	8	18	18	4	2
43 Tc	2	8	18	8	5	-	2	-	-	-	-	61 Pm	2	8	18	18	5	2
44 Ru	2	8	18	8	7	-	1	-	-	-	-	62 Sm	2	8	18	18	6	2
45 Rh	2	8	18	8	8	-	1	-	-	-	-	63 Eu	2	8	18	18	7	2
46 Pd	2	8	18	8	10	-	8	-	-	-	-							
47 Ag	2	8	18	18	-	-	1	-	-	-	-	64 Gd	2	8	18	18	7	2
48 Cd	2	8	18	18	-	-	2	-	-	-	-	65 Tb	2	8	18	18	8	1
49 In	2	8	18	18	-	-	2	1	-	-	-	66 Dy	2	8	18	18	10	2
50 Sn	2	8	18	18	-	-	2	2	-	-	-	67 Ho	2	8	18	18	11	2
51 Sb	2	8	18	18	-	-	2	3	-	-	-	68 Er	2	8	18	18	12	2
52 Te	2	8	18	18	-	-	2	4	-	-	-	69 Tu	2	8	18	18	13	2
53 I	2	8	18	18	-	-	2	5	-	-	-	70 Yb	2	8	18	18	14	2
54 Xe	2	8	18	18	-	-	2	6	-	-	-	71 Lu	2	8	18	18	14	2

Продолжение табл. 6

Эле- мент	K	L	M	N	O			P			Q			Основ- ной терм	Эле- мент	O			P			Основ- ной терм
					5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s			5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s	
72 Hf	2	8	18	32	8	2	—	—	—	—	—	—	87 Fr	2	8	18	32	18	—	—	1	$^2S_{1/2}$
73 Ta	2	8	18	32	8	3	—	2	—	2	—	—	88 Ra	2	8	18	32	18	—	8	—	1S_0
74 W	2	8	18	32	8	4	—	2	—	2	—	—	89 Ac	2	8	18	32	18	—	8	1	$^2D_{3/2}$
75 Re	2	8	18	32	8	5	—	2	—	2	—	—	90 Th	2	8	18	32	18	—	8	2	3F_2
76 Os	2	8	18	32	8	6	—	1	—	1	—	—	91 Pa	2	8	18	32	18	2	8	1	$^4K_{11/2}$
77 Ir	2	8	18	32	8	7	—	2	—	2	—	—	92 U	2	8	18	32	18	3	8	1	5L_6
78 Pt	2	8	18	32	8	8	—	2	—	2	—	—	93 Np	2	8	18	32	18	4	8	1	$^6L_{11/2}$
													94 Pu	2	8	18	32	18	6	8	—	7F_0
													95 Am	2	8	18	32	18	7	8	—	$^8S_{7/2}$
													96 Cm	2	8	18	32	18	7	8	1	9D_2
													97 Bk	2	8	18	32	18	8	8	1	$^8H_{11/2}$
													98 Cf	2	8	18	32	18	10	8	—	5I_8
													99 Es	2	8	18	32	18	11	8	—	$^4I_{15/2}$
													100 Fm	2	8	18	32	18	12	8	—	3H_6
													101 Md	2	8	18	32	18	13	8	—	$^2F_{7/2}$
													102(No)	2	8	18	32	18	14	8	—	1S_0
													103 Lw	2	8	18	32	18	14	8	1	$^2D_{3/2}$
													104 Ku	2	8	18	32	18	14	8	2	3F_2
79 Au	2	8	18	32	8	10	—	1	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	
80 Hg	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	—	—	1S_0	—	—	—	—	—	—	—	—	
81 Tl	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	1	—	$^2P_{1/2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	
82 Pb	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	2	—	3P_0	—	—	—	—	—	—	—	—	
83 Bi	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	3	—	$^4S_{3/2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	
84 Po	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	4	—	3P_2	—	—	—	—	—	—	—	—	
85 At	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	5	—	$^2P_{3/2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	
86 Rn	2	8	18	32	18	18	—	2	—	2	6	—	1S_0	—	—	—	—	—	—	—	—	

термом будет $^2S_{1/2}$. Электрон $3s$ связан с ядром слабее других и является валентным или оптическим электроном. В связи с этим химические и оптические свойства натрия подобны свойствам лития.

Основное состояние оптического электрона в атоме натрия характеризуется значением $n = 3$. Этим и объясняется то обстоятельство, что на схеме уровней атома натрия (см. рис. 204) основной уровень помечен цифрой 3. Попутно отметим, что атом цезия имеет в основном состоянии электронную конфигурацию



Следовательно, его оптический электрон имеет в основном состоянии $n = 6$. В соответствии с этим помечены уровни на рис. 205.

У следующих за натрием элементов нормально заполняются оболочки $3s$ и $3p$. Оболочка $3d$ при данной общей конфигурации оказывается энергетически выше оболочки $4s$, в связи с чем при незавершенном в целом заполнении слоя M начинается заполнение слоя N . Оболочка $4p$ лежит уже выше, чем $3d$, так что после $4s$ заполняется оболочка $3d$.

С аналогичными отступлениями от обычной последовательности, повторяющимися время от времени, осуществляется застройка электронных уровней всех атомов. При этом периодически повторяются сходные электронные конфигурации (например, $1s$, $2s$, $3s$ и т. д.) сверх полностью заполненных оболочек или слоев, чем обуславливается периодическая повторяемость химических и оптических свойств атомов.

Как видно из табл. 6, заполнение оболочки $4f$, которая может содержать 14 электронов, начинается лишь после того, как полностью заполняются оболочки $5s$, $5p$ и $6s$. Квантовомеханический расчет показывает, что в d - и особенно в f -состоянии электрон находится гораздо ближе к ядру, чем в s - и p -состояниях. Следовательно, $4f$ -электроны располагаются во внутренних областях атома. Поэтому у элементов с номера 58 по 71, называемых редкими землями или лантанидами, внешняя оболочка ($6s^2$) оказывается одинаковой. В связи с этим лантаниды весьма близки по своим химическим свойствам, которые определяются внешними (валентными) электронами. Аналогичную группу химически родственных элементов

образуют актиниды (атомные номера с 90 по 103), у которых заполняется $5f$ -оболочка при неизменной внешней оболочке $7s^2$.

Изложенные в § 74 правила сложения моментов позволяют вычислить значения квантовых чисел L , S и J , возможные при заданной электронной конфигурации. Так, например, при конфигурации np^2 (два электрона с главным квантовым числом n и $l = 1$) возможными значениями L будут 0, 1, 2 ($l_1 = 1$, $l_2 = 1$), а квантовое число S может иметь значения 0 и 1 ($s_1 = \frac{1}{2}$, $s_2 = \frac{1}{2}$). В соответствии с этим, казалось бы, при конфигурации np^2 возможны термы: 1S , 1P , 1D , 3S , 3P , 3D . Однако при установлении вида термов, возможных при данной конфигурации эквивалентных электронов (т. е. электронов с одинаковыми n и l), необходимо считаться с принципом Паули — для эквивалентных электронов возможны лишь такие термы, для которых значения хотя бы одного квантового числа (m_l или m_s) обоих электронов не совпадают¹⁾. Этому требованию, очевидно, не удовлетворяет, например, терм 3D . Действительно, $L = 2$ означает, что орбитальные моменты электронов «параллельны», следовательно, значения m_l у этих электронов будут совпадать. Аналогично $S = 1$ означает, что спины электронов также «параллельны», вследствие чего совпадают и значения m_s . В итоге все четыре квантовых числа (n , l , m_l и m_s) у обоих электронов оказываются одинаковыми, что противоречит принципу Паули. Таким образом, терм 3D в системе из двух эквивалентных электронов реализоваться не может.

Чтобы установить возможные термы, согласующиеся с принципом Паули, используют следующий прием: в столбцах таблицы, помеченных значениями m_l отдельно взятого электрона, проставляют в виде стрелок значения m_s (стрелка вверх означает $m_s = +\frac{1}{2}$, стрелка вниз — $m_s = -\frac{1}{2}$ (см. табл. 7, составленную для двух эквивалентных p -электронов). В таблице содержатся все допустимые по принципу Паули сочетания значений m_l и m_s обоих электронов. В тех случаях, когда обе стрелки попадают в один столбец (это означает, что m_l обоих электронов одинаково), они направлены в противоположные

¹⁾ Для неэквивалентных электронов, т. е. электронов, отличающихся либо n , либо l , либо и тем и другим, это требование отпадает.

Таблица 7

m_l			$M_L = \sum m_l$	$M_S = \sum m_s$	
+1	0	-1			
↑↓			+2	0	A
↑	↑		+1	+1	B
↑	↓		+1	0	A
↓	↑		+1	0	B
↓	↓		+1	-1	B
↑		↑	0	+1	B
↑		↓	0	0	A
↓		↑	0	0	B
↓		↓	0	-1	B
↑↓			0	0	C
↑	↑		-1	+1	B
↑	↓		-1	0	A
↓	↑		-1	0	B
↓	↓		-1	-1	B
↑↓			-2	0	A

стороны (m_s должны быть разными). В следующих столбцах таблицы проставлены соответствующие данному сочетанию значения квантовых чисел M_L и M_S , равные алгебраической сумме чисел m_l и m_s . Совокупность допустимых значений M_L и M_S позволяет установить допустимые сочетания значений L и S . Одна из таких совокупностей, помеченная буквой A в последнем столбце таблицы, соответствует сочетанию $L = 2, S = 0$, т. е. терму 1D , вторая совокупность, помеченная буквой B , соответствует $L = 1, S = 1$, т. е. терму 3P и, наконец, совокупность, помеченная буквой C , соответствует $L = 0, S = -0$, т. е. терму 1S . Таким образом, из указанных выше шести формально возможных термов не противоречат принципу Паули только три: $^1S, ^3P, ^1D$, причем терм 3P является триплетом — он подразделяется на компоненты: $^3P_2, ^3P_1, ^3P_0$. Возникает вопрос, какой из этих термов соответствует основному состоянию, т. е. состоянию с наименьшей энергией. Ответ на этот вопрос дают два эмпирических правила Хунда.

1. Из термов, даваемых эквивалентными электронами, наименьшей энергии соответствует терм с наиболь-

шим возможным значением S (т. е. терм с наибольшей мультиплетностью) и с наибольшим возможным при таком S значением L .

2. Мультиплеты, образованные эквивалентными электронами, являются правильными (это значит, что с увеличением J возрастает энергия состояния), если заполнено не более половины оболочки, и обращенными (с увеличением J энергия убывает), если заполнено больше половины оболочки.

Из второго правила Хунда следует, что в случае, когда заполнено не более половины оболочки, наименьшей энергией обладает компонента мультиплета с $J = |L - S|$, в противном случае — компонента с $J = L + S$.

В рассмотренном нами примере двух p -электронов наименьшей энергией обладает терм 3P (у него наибольшее S), а из трех его компонент наименьшей энергией обладает 3P_0 , так как оболочка заполнена только на одну треть (в p -оболочке может находиться 6 электронов).

Отметим, что результирующие моменты заполненных оболочек равны нулю. Поэтому при определении с помощью правила Хунда основного терма атома следует рассматривать только незаполненную оболочку. Конфигурацией pr^2 сверх заполненных оболочек обладают углерод (C), кремний (Si), германий (Ge), олово (Sn) и свинец (Pb). У всех этих элементов основным является терм 3P_0 (см. табл. 6).

§ 78. Рентгеновские спектры

Оптические спектры возникают при переходах слабее всего связанного с ядром оптического электрона из возбужденного состояния в основное. Возбуждение атомов может происходить за счет соударений между атомами, соударений атомов с электронами или за счет поглощения фотонов.

При поглощении атомом порции энергии, достаточной для вырывания (или возбуждения) одного из внутренних электронов, испускается характеристическое рентгеновское излучение. Соответствующая порция энергии может быть сообщена атому за счет удара достаточно быстрым электроном или поглощения рентгеновского фотона.

В то время как тормозное рентгеновское излучение не зависит от материала анодата и определяется лишь энергией бомбардирующих анодат андронов, характеристическое излучение определяется природой вещества, из которого изготовлен анодат. До тех пор пока энергия электрона недостаточна для возбуждения характеристического излучения, возникает только тормозное излучение. При достаточной энергии бомбардирующих электронов на фоне сплошного тормозного спектра появляются резкие линии характеристического спектра, причем интенсивность этих линий во много раз превосходит интенсивность фона.

Рентгеновские спектры отличаются заметной простотой. Они состоят из нескольких серий, обозначаемых буквами K , L , M , N и O . Каждая серия насчитывает небольшое число линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами: α , β , γ , ... (K_α , K_β , K_γ , ...; L_α , L_β , L_γ , ... и т. д.). Спектры разных элементов имеют сходный характер. При увеличении атомного номера Z весь рентгеновский спектр лишь смещается в коротковолновую часть, не меняя своей структуры (рис. 219). Это объясняется тем, что рентгеновские спектры возникают при переходах электронов во внутренних частях атомов, которые (части) имеют сходное строение.

Схема возникновения рентгеновских спектров дана на рис. 220. Возбуждение атома состоит в удалении одного из внутренних электронов. Если под влиянием внешнего быстрого электрона или рентгеновского фотона вырывается один из двух электронов K -слоя, то освободившееся место может быть занято электроном из какого-либо внешнего слоя (L , M , N и т. д.). При этом возникает K -серия. Аналогично возникают и другие серии. Серия K обязательно сопровождается остальными сериями, так как при испускании ее линий освобождаются уровни в слоях L , M и т. д., которые будут в свою очередь заполняться электронами из более высоких слоев.

Мозли (1913) установил простой закон, связывающий частоты спектральных линий с атомным номером испускающего их элемента:

$$\sqrt{\omega} = C(Z - \sigma). \quad (78.1)$$

Закон Мозли можно сформулировать следующим образом: корень квадратный из частоты является линей-

ной функцией атомного номера Z . Константа σ сохраняет свое значение в пределах одной и той же серии для всех элементов, но меняется при переходе от одной серии к другой. По измерениям Мозли $\sigma = 1$ для K -серии и $\sigma = 7,5$ для L -серии. Константа C имеет свое значение для каждой линии одинаковое, однако, для всех элементов. Насколько точно выполняется закон Мозли, можно судить по диаграмме, изображенной на рис. 221 (ее называют диаграммой Мозли).

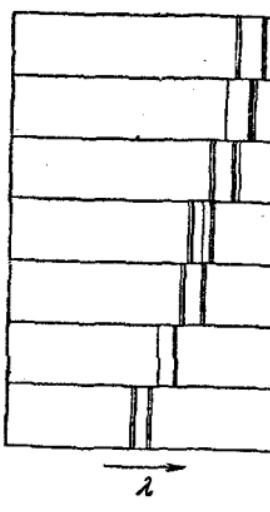


Рис. 219.

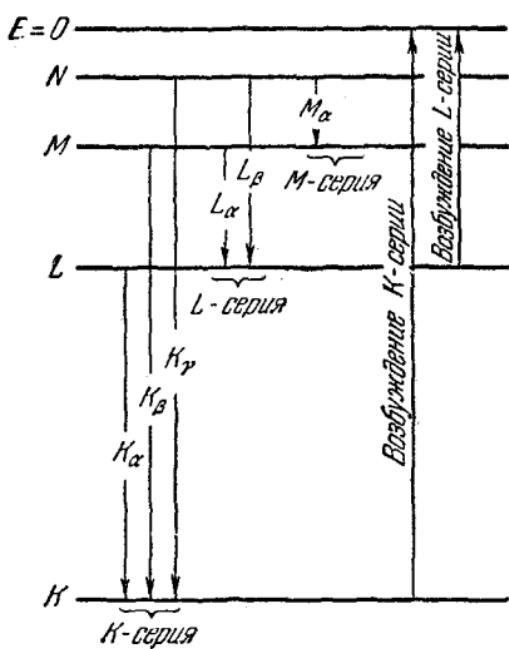


Рис. 220.

Зависимость, установленная Мозли, позволяет по измеренной длине волны рентгеновских линий точно установить атомный номер данного элемента; она сыграла большую роль при размещении элементов в периодической системе.

Мозли дал простое теоретическое объяснение найденного им закона. Он установил, что для линии K_{α} константа C в формуле (78.1) имеет значение, равное $V^{3/4}R$, где R — постоянная Ридберга. Следовательно, для этой линии зависимость (78.1) можно записать в виде

$$\omega = R(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right). \quad (78.2)$$

Линия такой же частоты получается при переходе электрона, находящегося в поле заряда $(Z - 1)e$, с уровня $n = 2$ на уровень $n = 1$.

Для других линий формуле (78.1) можно придать вид:

$$\omega = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (78.3)$$

где σ в пределах одной и той же серии постоянна.

Смысл константы σ легко понять: электроны, совершающие переход при испускании рентгеновских лучей,

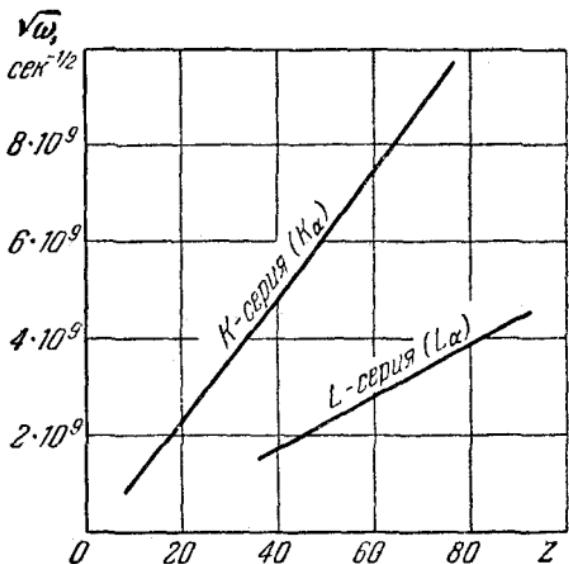


Рис. 221.

находятся под воздействием ядра, притяжение которого несколько ослаблено действием остальных окружающих его электронов. Это так называемое экранирующее действие и находит свое выражение в необходимости вычесть из Z некоторую величину σ .

На какой-либо электрон одной из внутренних оболочек дальше отстоящие от ядра электроны действуют слабо, так как создаваемое ими внутри поля в среднем равно нулю (поля внутри заряженной сферической поверхности нет). Поэтому внутренние электроны находятся в основном лишь под воздействием поля ядра и электронов, находящихся ближе к ядру. Таким образом, поправка σ вызывается наличием более глубоких элек-

tronov и слабым возмущением со стороны остальных электронов.

Формула (78.1) является не вполне точной. Она основана на допущении, что постоянная экранирования для обоих термов, входящих в выражение (78.3), имеет одинаковое значение. На самом же деле экранирование, например, для K -терма будет слабее, чем для L -терма, потому что электрон, находящийся в L -оболочке, экранируют оба электрона K -оболочки и, кроме того, частичное участие в экранировании принимают остальные электроны L -оболочки, в то время как для электрона K -оболочки экранирование осуществляется только одним вторым K -электроном. С учетом сделанных замечаний формулу (78.3) следует писать в виде:

$$\omega = R \left\{ \frac{(Z - \sigma_1)^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_2)^2}{n_2^2} \right\}.$$

Приближенность формулы (78.1) можно заметить на графике, изображенном на рис. 221. При внимательном рассмотрении обнаруживается, что построенный на основе опытных данных график для K -серии имеет не вполне прямолинейный характер.

§ 79. Ширина спектральных линий

Из возбужденного состояния атом может перейти спонтанно (самопроизвольно) в более низкое энергетическое состояние. Время, за которое число атомов, находящихся в данном возбужденном состоянии, уменьшается в e раз, называется временем жизни возбужденного состояния¹⁾. Время жизни возбужденных состояний атомов имеет порядок 10^{-8} — 10^{-9} сек. Время жизни метастабильных состояний может достигать десятых долей секунды.

Возможность спонтанных переходов указывает на то, что возбужденные состояния нельзя рассматривать как строго стационарные. В соответствии с этим энергия возбужденного состояния не является точно определенной и возбужденный энергетический уровень имеет

¹⁾ Определенное таким образом время жизни совпадает со средним временем пребывания атомов в возбужденном состоянии.

конечную ширину Γ (рис. 222). В квантовой механике доказывается, что ширина уровня обратно пропорциональна времени жизни τ возбужденного состояния:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \quad (79.1)$$

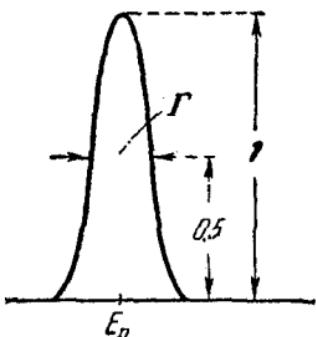


Рис. 222.

Основное состояние атома стационарно (из него невозможен спонтанный переход в другие состояния). Поэтому энергия основного состояния является определенной вполне точно.

Вследствие конечной ширины возбужденных уровней энергия

испускаемых атомами фотонов имеет разброс, описываемый кривой, изображенной на рис. 222. Соответственно спектральная линия (рис. 223) обладает конечной шириной¹):

$$\delta\omega_0 = \frac{\Gamma}{\hbar} = \frac{1}{\tau}. \quad (79.2)$$

Взяв $\tau \sim 10^{-8}$ сек, получим для $\delta\omega_0$ значение порядка 10^8 сек⁻¹. Интервал частот $\delta\omega$ связан с интервалом длин волн $\delta\lambda$ соотношением:

$$\delta\lambda = \frac{2\pi c}{\omega^2} \delta\omega = \frac{\lambda^2}{\omega} \delta\omega = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \delta\omega \quad (79.3)$$

(знак минус мы опустили).

Выражения (79.2) и (79.3) дают так называемую естественную ширину спектральной линии. Подставив в (79.3) $\lambda \sim 5000 \text{ \AA}$ и $\delta\omega \sim 10^8$ сек⁻¹, получим для естественной ширины спектральной линии значение порядка 10^{-4} \AA .

Тепловое движение излучающих атомов приводит к дополнительному так называемому Допплеровско-

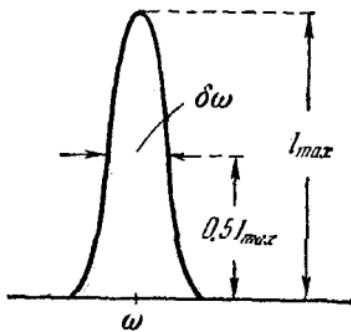


Рис. 223.

¹) Ширина спектральной линии $\delta\omega$ определяется как разность частот, которым соответствует интенсивность, равная половине интенсивности в максимуме. В связи с этим $\delta\omega$ называют иногда полушириной спектральной линии. Мы будем пользоваться термином «ширина линии».

м у расширению спектральных линий. Пусть в момент испускания фотона атом обладает импульсом p_0 и соответственно энергией поступательного движения $p_0^2/2m_a$ (m_a — масса атома). Фотон уносит с собой импульс $\hbar k$, равный по модулю $\hbar\omega/c$ [см. (57.5)]. Поэтому импульс атома изменяется и становится равным $p = p_0 - \hbar k$. Следовательно, изменяется и энергия поступательного движения атома. Обозначим через ΔE_{nm} изменение внутренней энергии атома, т. е. разность $E_n - E_m$, где E_n и E_m — значения энергии уровней, между которыми совершается переход. На основании закона сохранения энергии ΔE_{nm} должно равняться сумме энергии фотона и изменения энергии поступательного движения излучающего атома:

$$\Delta E_{nm} = \hbar\omega + \frac{(p_0 - \hbar k)^2}{2m_a} - \frac{p_0^2}{2m_a} = \hbar\omega - \frac{p_0 \hbar k}{m_a} + \frac{(\hbar k)^2}{2m_a}. \quad (79.4)$$

Изменение энергии поступательного движения атома мало по сравнению с энергией фотона $\hbar\omega$. Поэтому в первом приближении можно считать, что $\Delta E_{nm} = \hbar\omega$, как мы и поступали в предыдущих параграфах. Заменив $\hbar k$ через $\hbar\omega/c \approx \Delta E_{nm}/c$ и учитя, что $p_0 = m_a v$ (v — скорость теплового движения атома), слагаемое $p_0 \hbar k / m_a$ в формуле (79.4) можно представить в виде:

$$\frac{p_0 \hbar k}{m_a} = \frac{v}{c} \Delta E_{nm} \cos \varphi, \quad (79.5)$$

где φ — угол между p_0 и $\hbar k$, который может изменяться в пределах от 0 до π .

В том же приближении

$$\frac{(\hbar k)^2}{2m_a} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_a c^2} \approx \frac{(\Delta E_{nm})^2}{2m_a c^2}.$$

Таким образом, формуле (79.4) можно придать вид:

$$\Delta E_{nm} = \hbar\omega - \frac{v}{c} \Delta E_{nm} \cos \varphi + \frac{(\Delta E_{nm})^2}{2m_a c^2}. \quad (79.6)$$

Найдем среднее значение энергии отдачи, приобретаемой атомом при испускании фотона. В отдельном акте излучения атом получает энергию:

$$E_{\text{отд}} = \Delta E_{nm} - \hbar\omega.$$

Согласно (79.6) эта величина равна

$$E_{\text{отд}} = \frac{(\Delta E_{nm})^2}{2m_a c^2} - \frac{v}{c} \Delta E_{nm} \cos \varphi.$$

Среднее значение этого выражения равно первому слагаемому ($\cos \varphi$ принимает с равной вероятностью все значения от -1 до $+1$, вследствие чего второе слагаемое в среднем равно нулю).

Итак, обозначив среднюю энергию отдачи, приобретаемую атомом при испускании фотона, буквой R , можно написать:

$$R = \bar{E}_{\text{отд}} = \frac{(\Delta E_{nm})^2}{2m_a c^2}. \quad (79.7)$$

С учетом (79.7) формулу (79.6) можно записать следующим образом:

$$\Delta E_{nm} = \hbar \omega - \frac{v}{c} \Delta E_{nm} \cos \varphi + R.$$

Разрешив это уравнение относительно частоты фотона ω , получим:

$$\omega = \frac{\Delta E_{nm}}{\hbar} - \frac{R}{\hbar} + \frac{v}{c} \frac{\Delta E_{nm}}{\hbar} \cos \varphi.$$

Наконец, введя обозначения:

$$\omega_0 = \frac{\Delta E_{nm}}{\hbar}, \quad (79.8)$$

$$\Delta \omega_R = \frac{R}{\hbar}, \quad (79.9)$$

$$\delta \omega_D = 2 \frac{v}{c} \frac{\Delta E_{nm}}{\hbar} \approx 2 \frac{v}{c} \omega^1, \quad (79.10)$$

мы придем к соотношению:

$$\omega = \omega_0 - \Delta \omega_R + \frac{1}{2} \delta \omega_D \cos \varphi. \quad (79.11)$$

В источнике излучения, в котором все направления теплового движения атомов равновероятны, $\cos \varphi$ принимает все значения от -1 до $+1$. Следовательно, частоты излучающих фотонов будут заключены в пределах интервала $\delta \omega_D$. Таким образом, выражение (79.10) дает допплеровскую ширину спектральной линии. Из (79.10)

¹⁾ Ср. с формулой (41.9).

следует, что относительное допплеровское уширение линий $\delta\omega/\omega$ не зависит от частоты и равно $2(v/c)$. Согласно (79.3) $\delta\lambda/\lambda = \delta\omega/\omega$. Средняя скорость атомов (с атомным весом ~ 100) при температуре порядка нескольких тысяч градусов составляет приблизительно 10^3 м/сек. В этих условиях допплеровская ширина спектральной линии для $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ будет равна

$$\delta\lambda_D = 2 \frac{v}{c} \lambda = 2 \frac{10^3}{3 \cdot 10^8} 5000 \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}.$$

Действительная ширина спектральной линии $\delta\omega$ слагается из естественной ширины (79.2) и допплеровской ширины (79.10):

$$\delta\omega = \delta\omega_0 + \delta\omega_D.$$

Середина линии приходится на частоту $\omega_0 - \Delta\omega_R$ [см. (79.11)]. Величина ω_0 представляет собой ту частоту, которую имел бы фотон при условии, что энергия ΔE_{nm} полностью пошла на излучение. Получение атомом при излучении энергии отдачи R приводит к смещению спектральной линии в сторону меньших частот (т. е. больших длин волн) на величину $\Delta\omega_R$, определяемую формулой (79.9). Заменив в этой формуле R согласно (79.7), получим:

$$\Delta\omega_R = \frac{\hbar\omega^2}{2m_a c^2}. \quad (79.12)$$

Из этого выражения следует, что относительное смещение частоты $\Delta\omega_R/\omega$ оказывается пропорциональным частоте ω .

Оценим $\Delta\omega_R$ для видимого света ($\omega \sim 3 \cdot 10^{15}$ сек $^{-1}$). Массу атома положим равной 10^{-22} г (атомный вес порядка 100). По формуле (79.12)

$$\Delta\omega_R = \frac{1,05 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{-22} \cdot 9 \cdot 10^{20}} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1},$$

откуда для $\Delta\lambda_R$ получается значение порядка 10^{-7} \AA , которым вполне можно пренебречь.

Заметим, что при поглощении атомом фотона $\hbar\omega$ импульс фотона $\hbar k$ сообщается атому, вследствие чего атом приходит в поступательное движение. Энергия этого движения может быть определена по формуле (79.7).

Следовательно, для того чтобы вызвать в атоме переход $E_m \rightarrow E_n$, фотон должен обладать энергией:

$$\hbar\omega' = \Delta E_{nm} + R,$$

а частота фотона должна быть равна $\omega' = \omega_0 + \Delta\omega_R$, где $\Delta\omega_R$ определяется формулой (79.9).

Таким образом, спектральная линия, середина которой лежит в спектре испускания данного атома при частоте $\omega_0 - \Delta\omega_R$, в спектре поглощения того же атома будет иметь частоту $\omega_0 + \Delta\omega_R$. Для видимого света смещение линий испускания и поглощения друг относительно друга (составляющее $2\Delta\lambda_R \approx 10^{-7}$ Å) на пять порядков меньше допплеровской ширины линии (равной $\sim 3 \cdot 10^{-2}$ Å) и на три порядка меньше естественной ширины линии (равной $\sim 10^{-4}$ Å). Следовательно, для видимого света линии испускания и поглощения можно считать точно совмещенными друг с другом.

§ 80. Вынужденное излучение

Кроме самопроизвольных (спонтанных) переходов с одного энергетического уровня на другой, наблюдаются также вынужденные (или индуцированные) переходы, обусловленные действием на атом падающего на него излучения. Самопроизвольные переходы могут осуществляться только в одном направлении — с более высоких уровней на более низкие. Вынужденные переходы могут с равной вероятностью происходить как в одном, так и в другом направлении. В случае перехода на более высокий уровень атом поглощает падающее на него излучение. При вынужденном переходе с одного из возбужденных уровней на более низкий энергетический уровень происходит излучение атомом фотона, дополнительного к тому фотону, под действием которого произошел переход. Это дополнительное излучение называется вынужденным (или индуцированным).

Вынужденное излучение обладает весьма важными свойствами. Направление его распространения в точности совпадает с направлением распространения внешнего излучения, вызвавшего переход. То же самое относится к частоте, фазе и поляризации вынужденного и внешнего излучений. Таким образом, вынужденное и внешнее излучения оказываются когерентными. Эта осо-

бенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, называемых лазерами (см. § 86).

Вынужденное излучение является обращением процесса поглощения света. Вероятности обоих процессов, как уже отмечалось, в точности одинаковы. Вероятность P_{nm} вынужденного перехода атома в единицу времени с энергетического уровня E_n на уровень E_m пропорциональна плотности энергии u_ω внешнего электромагнитного поля¹⁾, приходящейся на частоту ω , соответствующую данному переходу [$\omega = (E_n - E_m)/\hbar$]:

$$P_{nm} = B_{nm} u_\omega. \quad (80.1)$$

Величина B_{nm} называется коэффициентом Эйнштейна. Согласно сказанному выше $B_{mn} = B_{nm}$.

Если число атомов в состоянии n будет N_n , то количество атомов, совершающих в единицу времени вынужденный переход $n \rightarrow m$, окажется равным

$$\Delta N_{nm} = P_{nm} N_n = B_{nm} u_\omega N_n. \quad (80.2)$$

Аналогично, количество атомов, совершающих в единицу времени вынужденный переход $m \rightarrow n$, будет равно

$$\Delta N_{mn} = P_{mn} N_m = B_{mn} u_\omega N_m. \quad (80.3)$$

Основываясь на равновероятности вынужденных переходов $n \rightarrow m$ и $m \rightarrow n$, Эйнштейн дал весьма простой вывод формулы Планка. Равновесие между веществом и излучением будет достигнуто при условии, что число атомов N_i в каждом из состояний остается без изменений. Это возможно только в том случае, если число атомов, переходящих в единицу времени из состояния n в состояние m , будет равно числу атомов, совершающих переход в противоположном направлении. Пусть $E_n > E_m$. Тогда переходы $m \rightarrow n$ смогут происходить только под воздействием излучения. Переходы же $n \rightarrow m$ будут совершаться как вынужденно, так и спонтанно. Обозначим вероятность спонтанного перехода атома в единицу времени из состояния n в состояние m через A_{nm} . Число атомов, совершающих в единицу времени спонтанный переход $n \rightarrow m$, определится выражением:

$$\Delta N'_{nm} = A_{nm} N_n. \quad (80.4)$$

¹⁾ В § 52 равновесное значение величины u_ω мы обозначали $u(\omega, T)$.

В состоянии равновесия должно выполняться условие:

$$\Delta N_{mn} = \Delta N_{nm} + \Delta N'_{nm}.$$

Подстановка в эту формулу значений (80.2), (80.3) и (80.4) [в которых должно быть взято равновесное значение u_ω , т. е. $u(\omega, T)$] дает

$$B_{mn}u(\omega, T)N_m = B_{nm}u(\omega, T)N_n + A_{nm}N_n,$$

откуда

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}N_n}{B_{mn}N_m - B_{nm}N_n} = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{N_m/N_n - 1}$$

(мы воспользовались тем, что $B_{mn} = B_{nm}$).

Равновесное распределение атомов по состояниям с различной энергией определяется законом Больцмана, согласно которому

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{(E_n - E_m)/kT} = e^{\hbar\omega/kT}$$

Таким образом, мы приходим к формуле

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (80.5)$$

Для определения коэффициента A_{nm}/B_{nm} Эйнштейн воспользовался тем, что при малых частотах выражение (80.5) должно переходить в формулу Рэлея — Джинса. В случае $\hbar\omega \ll kT$ можно произвести замену $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$, в результате чего (80.5) принимает вид:

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{kT}{\hbar\omega}.$$

Сравнение с формулой (52.9) дает для A_{nm}/B_{nm} значение:

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}.$$

Подстановка этого значения в (80.5) приводит к формуле Планка [см. формулу (53.9); напомним, что $f(\omega, T)$ и $u(\omega, T)$ связаны соотношением (52.3)].

ГЛАВА XIII

МОЛЕКУЛЫ И КРИСТАЛЛЫ

§ 81. Энергия молекулы

Силы, удерживающие атомы в молекуле, вызваны взаимодействием внешних электронов. Электроны внутренних оболочек при объединении атомов в молекулу остаются в прежних состояниях. Это подтверждается тем, что рентгеновские спектры тяжелых элементов заметно не зависят от того, в состав какого химического соединения входит данный элемент.

Различают два вида связи. Один из них осуществляется в тех молекулах, в которых часть электронов движется около обоих ядер¹⁾). Такая связь называется гомеополярной (или ковалентной, или атомной). Она образуется парами электронов с противоположно направленными спинами. Среди молекул этого типа следует различать молекулы с одинаковыми ядрами (H_2 , N_2 , O_2) и молекулы с разными ядрами (например, CN). В молекулах первого рода электроны распределены симметрично. В молекулах второго рода имеется некоторая асимметрия в распределении электронов, благодаря чему молекулы приобретают электрический дипольный момент.

Второй тип связи имеет место, когда электроны в молекуле можно разделить на две группы, каждая из которых все время находится около одного из ядер. Электроны распределяются так, что около одного из ядер образуется избыток электронов, а около другого — их недостаток. Таким образом, молекула как бы состоит

¹⁾ Мы ограничимся рассмотрением только двухатомных молекул.

из двух ионов противоположных знаков, притягивающих-
ся друг к другу. Связь этого типа называется гетеро-
полярной (или ионной). Примером молекул с ге-
терополярной связью могут служить NaCl , KBr , HCl
и т. д.

Простейший пример гомеополярной связи мы имеем
в молекуле водорода. Вскоре после создания квантовой
механики Гайтлер и Лондон (1927) предприняли успеш-
ную попытку квантовомеханического расчета основного
состояния молекулы H_2 . Им удалось решить уравнение
Шредингера для системы, состоящей из двух протонов

(ядер атома водорода) и
двух электронов (рис. 224).
Потенциальная энергия та-
кой системы равна

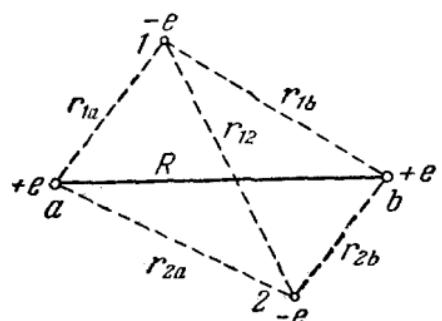


Рис. 224.

$$U = -\frac{e^2}{r_{1a}} - \frac{e^2}{r_{2a}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2b}} + \frac{e^2}{r_{12}} + \frac{e^2}{R}.$$

Волновая функция ψ за-
висит от координат обоих
электронов. Следовательно, уравнение Шредингера име-
ет вид:

$$\Delta_1\psi + \Delta_2\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left[E - e^2 \left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r_{1a}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2b}} \right) \right] \psi = 0, \quad (81.1)$$

где Δ_1 — оператор Лапласа, содержащий координаты
одного электрона, а Δ_2 — оператор Лапласа, содержащий
координаты другого электрона.

Квантовое число m_s каждого из электронов может
иметь два значения: $\pm \frac{1}{2}$. Если знаки m_s обоих электро-
нов различны, спины ориентированы в противоположные
стороны, т. е. антипараллельны; при совпадении знаков
 m_s спины параллельны. Получающиеся из уравнения
(81.1) собственные значения энергии оказываются зави-
сящими от расстояния между ядрами R , т. е. $E = E(R)$,
причем в случаях параллельной и антипараллельной ори-
ентации спинов характер этой зависимости существенно

различен (рис. 225). Образование молекулы возможно лишь при сближении атомов с антипараллельными спинами.

Асимптотическое значение E_0 , к которому стремится энергия молекулы при $R \rightarrow \infty$, для обеих изображенных на рис. 225 кривых одинаково и равно сумме энергий изолированных атомов. Величина E_D есть энергия связи молекулы. Она равна энергии, которую нужно сообщить молекуле, чтобы вызвать разделение ее на изолированные атомы, т. е. вызвать диссоциацию молекулы.

Аналогично обстоит дело и в случае других двухатомных молекул. Энергия, обусловленная электронной конфигурацией (электронная энергия), имеет минимум при некотором значении R и может быть изображена кривой такого же вида, как для водородной молекулы (см. кривую 1 на рис. 226). При изменении электронной конфигурации (при возбуждении молекулы) изменяется кривая зависимости электронной энергии от расстояния между ядрами R . Асимптотическое значение энергии также становится иным — равным суммарной энергии изолированных атомов в новом квантовом состоянии (см. кривую 2 на рис. 226).

На рисунке 226 изображены две кривые зависимости электронной энергии E от расстояния R . Кривая 1 соответствует изолированному атому, кривая 2 — молекуле. Асимптотическое значение энергии для молекулы E_{02} больше, чем для атома E_{01} .

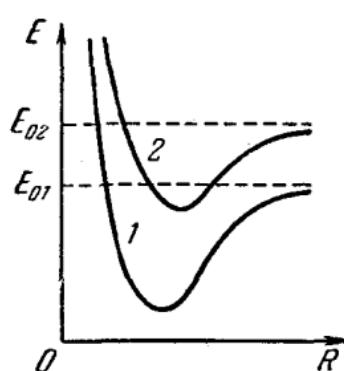


Рис. 226.

В основном изменение энергетического запаса молекулы происходит, как и в атоме, в результате изменений в электронной конфигурации, образующей периферическую часть молекулы. Однако при заданной электронной конфигурации ядра молекулы могут различным образом колебаться и вращаться относительно общего центра инерции. С этими видами движения связаны известные запасы энергии, которые должны быть учтены в общем балансе. Обозначим:

E_e — энергия, обусловленная электронной конфигурацией (электронная энергия);

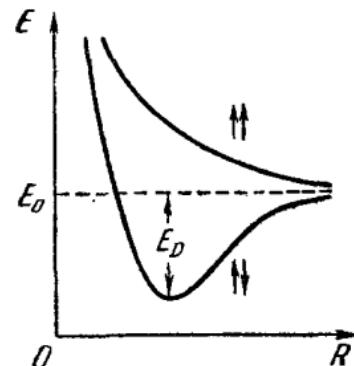


Рис. 225.

E_v — энергия, соответствующая колебаниям молекулы (колебательная или вибрационная энергия);

E_r — энергия, связанная с вращением молекулы (вращательная или ротационная энергия).

В первом приближении отдельные виды молекулярных движений — движение электронов, колебание и вращение молекулы — можно считать независимыми друг от друга. Поэтому полную энергию какого-либо стационарного состояния молекулы можно представить в виде:

$$E = E_e + E_v + E_r.$$

Как показывают опыт и квантовомеханические расчеты, энергии E_v и E_r могут, как и E_e , принимать лишь дискретные значения.

Рассмотрим гармонический осциллятор, т. е. частицу, находящуюся под действием квазиупругой силы $f = -kx$. Потенциальная энергия такой частицы равна:

$$U = \frac{kx^2}{2}. \quad (81.2)$$

Введя собственную частоту $\omega_v = \sqrt{k/m}$ классического гармонического осциллятора [см. т. I, формулу (73.4); m — масса частицы¹⁾], можно написать:

$$U = \frac{m\omega_v^2 x^2}{2}.$$

Следовательно, уравнение Шредингера для гармонического осциллятора выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E_v - \frac{m\omega_v^2 x^2}{2} \right) \psi = 0,$$

где E_v — полная энергия осциллятора. Это уравнение имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при значениях параметра E_v , равных

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_v. \quad (81.3)$$

Число v , называемое колебательным квантовым числом, может иметь значения: 0, 1, 2 и т. д.

¹⁾ В случае двухатомной молекулы под m в этом выражении нужно подразумевать так называемую приведенную массу молекулы, равную $m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, где m_1 и m_2 — массы ядер.

Схема уровней гармонического осциллятора дана на рис. 227. Уровни вписаны в кривую потенциальной энергии U .

Отметим, что в то время как полная энергия E какой-либо квантовой системы имеет определенное значение, потенциальная энергия U и кинетическая энергия T остаются неопределенными (в силу соотношения $E = T + U$ при определенности полной энергии E и одной из энергий T или U другая из этих энергий также оказалась бы определенной). Это легко понять, если учесть, что U является функцией координат, а T — функцией импульсов. Поэтому одновременная определенность U и T означала бы одновременную определенность координат и импульсов, что, как мы знаем, исключено соотношением неопределенностей (66.2).

Для колебательного квантового числа v имеется правило отбора:

$$\Delta v = \pm 1. \quad (81.4)$$

Поэтому энергия гармонического осциллятора может изменяться только порциями $\hbar\omega_v$. Этот результат, получающийся естественным образом в квантовой механике, совпадает с тем весьма чужеродным для классической физики предположением, которое пришлось сделать Планку, чтобы вычислить испускательную способность абсолютно черного тела (см. § 53). Отличие заключается лишь в том, что согласно Планку колебательная энергия пропорциональна $\hbar\omega_v$ и имеет минимальное значение, равное нулю; квантовая механика же приводит к результату, что наименьшее возможное значение энергии гармонического колебания равно не нулю, а $E_{v0} = \frac{1}{2}\hbar\omega_v$. Это значение называется нулевой энергией. Существование нулевой энергии подтверждается экспериментами по изучению рассеяния света кристаллами при низких температурах. Оказывается, что интенсивность рассеянного света по мере понижения температуры стремится не к нулю, а к некоторому конечному значению, указывающему на то, что и при абсолютном нуле колебания атомов в кристаллической решетке не прекращаются.

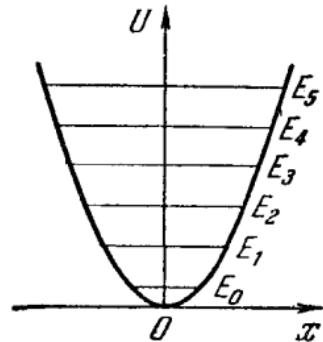


Рис. 227.

Кривая потенциальной энергии молекулы (см. рис. 226) совпадает с параболой только при малых колебаниях. Ангармоничность (отклонения от гармоничности), наступающая при увеличении интенсивности колебаний, приводит к тому, что с увеличением квантового числа v уровни сгущаются, имея своим пределом энергию E_0 диссоциированной молекулы (рис. 228).

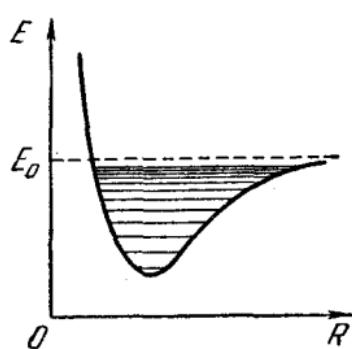


Рис. 228.

Теперь обратимся к вопросу о вращательной энергии молекулы. Энергия системы, имеющей момент инерции I и вращающейся с угловой скоростью ω_r , равна, как известно из механики,

$$E_r = \frac{I\omega_r^2}{2} = \frac{(I\omega_r)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I},$$

где $M = I\omega_r$ — момент импульса системы. Согласно квантовой механике момент импульса может принимать лишь дискретные значения:

$$M = \hbar \sqrt{J(J+1)}$$

(J — квантовое число момента импульса). Следовательно, вращательная энергия молекулы может иметь только квантованные значения:

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}, \quad (81.5)$$

где I — момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через ее центр инерции, J — вращательное квантовое число, принимающее значения: 0, 1, 2 и т. д.

Итак, в соответствии с (81.3) и (81.5) полная энергия молекулы равна:

$$E = E_e + \left(v + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_v + \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}. \quad (81.6)$$

Опыт и теория показывают, что расстояние между вращательными уровнями ΔE_r , значительно меньше расстояния между колебательными уровнями ΔE_v , которое в свою очередь значительно меньше, чем расстояние между электронными уровнями ΔE_e . Таким образом, схема

энергетических уровней молекулы выглядит так, как показано на рис. 229 (приведены только два электронных уровня). Совокупность уровней содержится в правом

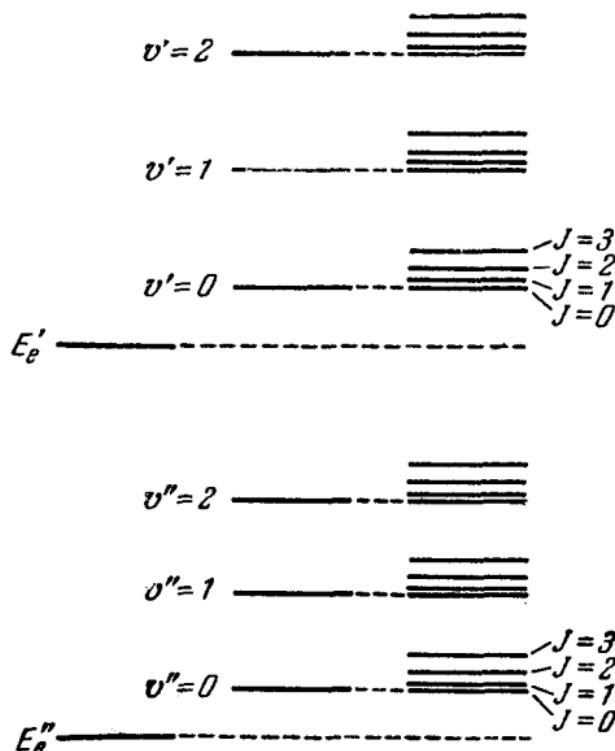


Рис. 229.

столбце. Первые два столбца лишь поясняют возникновение уровней.

§ 82. Молекулярные спектры

Молекулярные спектры сильно отличаются от атомных. В то время как атомные спектры состоят из отдельных линий, молекулярные спектры при наблюдении в прибор средней разрешающей силы представляются состоящими из полос, резких с одного края и размытых с другого (см. рис. 230, на котором дан участок спектра, получающегося при тлеющем разряде в воздухе). Такие полосы встречаются в близкой инфракрасной, видимой и ультрафиолетовой частях спектра¹⁾.

¹⁾ В далекой инфракрасной области спектры молекул носят несколько другой характер. Об этом будет подробнее речь впереди.

В соответствии с их характером спектры молекул носят название полосатых спектров. Резкий край полосы, называемый кантом, может располагаться как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны

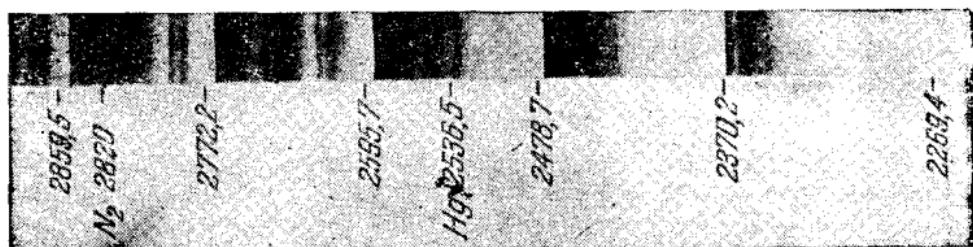


Рис. 230.

полосы. При применении приборов высокой разрешающей силы обнаруживается, что полосы состоят из большого числа тесно расположенных линий (см. рис. 231, на котором видна тонкая структура одной из полос спектра молекул азота).

Полосы располагаются с определенной правильностью, образуя серии полос (употребляются также названия: системы полос и группы полос). В спектре имеется ряд серий. Нередко отдельные полосы или даже

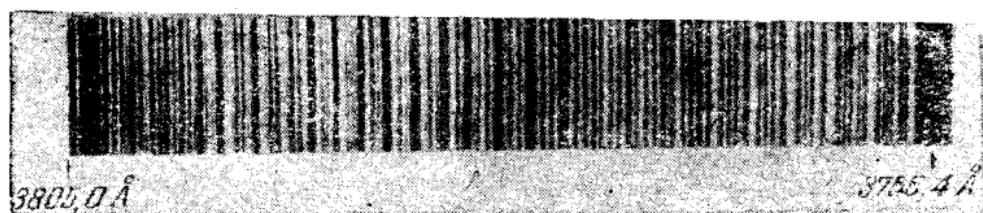


Рис. 231.

серии полос перекрывают друг друга, что очень затрудняет расшифровку спектра.

Таким образом, спектры молекул значительно более сложны, чем спектры атомов, что, конечно, находится в связи с соответственно более сложной структурой молекул. Квантовая механика дает объяснение характера молекулярных спектров. Теоретическая трактовка спектров многоатомных молекул весьма сложна. Мы ограничимся рассмотрением только двухатомных молекул.

В предыдущем параграфе было показано, что энергия молекулы слагается из электронной, колебательной и вращательной энергий [см. формулу (81.6)]. В основном состоянии молекулы все три вида энергии имеют минимальное значение. При сообщении молекуле достаточного количества энергии она переходит в возбужденное состояние и затем, совершая разрешенный правилами отбора переход в одно из более низких энергетических состояний, излучает фотон:

$$\hbar\omega = \Delta E_e + \Delta E_v + \Delta E_r = E'_e - E''_e + \left(v' + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_v - \left(v'' + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega''_v + \frac{\hbar^2 J' (J' + 1)}{2I'} - \frac{\hbar^2 J'' (J'' + 1)}{2I''}$$

(необходимо иметь в виду, что как ω_v , так и I отличаются для различных электронных конфигураций молекулы).

Как уже отмечалось,

$$\Delta E_e \gg \Delta E_v \gg \Delta E_r.$$

Поэтому при слабых возбуждениях изменяется только E_r , при более сильных — E_v и лишь при еще более сильных возбуждениях изменяется электронная конфигурация молекулы, т. е. E_e .

Вращательные (ротационные) полосы. Наименьший фотон соответствует переходам молекулы из одного вращательного состояния в другое (электронная конфигурация и энергия колебания при этом не изменяются):

$$\hbar\omega = \Delta E_r = \frac{\hbar^2 J' (J' + 1)}{2I} - \frac{\hbar^2 J'' (J'' + 1)}{2I}.$$

Возможные изменения квантового числа J ограничены правилом отбора:

$$\Delta J = \pm 1. \quad (82.1)$$

Поэтому частоты линий, испускаемых при переходах между вращательными уровнями, могут иметь значения:

$$\omega = \frac{\Delta E_r}{\hbar} = B [(J + 1)(J + 2) - J(J + 1)] = \\ = 2B(J + 1) = \omega_1(J + 1),$$

где J — квантовое число уровня, на который совершается переход (оно может иметь значения: 0, 1, 2, ...), а

$$B = \frac{\hbar}{2I}. \quad (82.2)$$

Схема возникновения вращательной полосы показана на рис. 232. Вращательный спектр состоит из ряда равноотстоящих линий, расположенных в очень далекой инфракрасной области. Измерив расстояние между линиями $\Delta\omega = \omega_1$, можно определить константу (82.2) и

найти момент инерции молекулы. Затем, зная массы ядер, можно вычислить равновесное расстояние между ними R_0 в двухатомной молекуле.

Частота ω_1 бывает порядка 10^{13} сек⁻¹ ($\lambda \sim 100$ мк), так что для моментов инерции молекул получаются значения порядка 10^{-40} г·см². Например, для молекулы HCl $I = 2,71 \cdot 10^{-40}$ г·см², что соответствует $R_0 = 1,29$ Å.

Колебательно-вращательные полосы. Рассмотрим переходы между двумя колебательными уровнями, принадлежащими к одной и той же электронной конфигурации. Каждый из этих уровней распадается

на ряд вращательных уровней, характеризуемых квантовыми числами J' и J'' (рис. 233). В этом случае

$$\hbar\omega = \Delta E_v + \Delta E_r = \hbar\omega_v \left(v' + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_v \left(v'' + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 J' (J' + 1)}{2I} - \frac{\hbar^2 J'' (J'' + 1)}{2I}.$$

Для v действует правило отбора (81.4), для J — правило (82.1). Учитывая, что $v' > v''$, получим:

а) в случае, если $J' > J''$,

$$\omega = \omega_v + B [(J+1)(J+2) - J(J+1)] = \omega_v + 2B(J+1) = \omega_v + 2Bk \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где J — вращательное квантовое число нижнего уровня, которое может принимать значения: 0, 1, 2, ...; B — та же величина, что и (82.2);

б) в случае, если $J' < J''$,

$$\omega = \omega_v + B [(J-1)J - J(J+1)] = \omega_v - 2BJ = \omega_v - 2Bk \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где J — вращательное квантовое число нижнего уровня, которое может принимать значения: 1, 2, ... (в этом случае $J'' = J$ не может иметь значения 0, так как тогда J' равнялось бы -1).

Оба случая можно охватить одной формулой:

$$\omega = \omega_v \pm 2Bk = \omega_v \pm \omega_1 k \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Совокупность вращательных линий, принадлежащих к одному и тому же колебательному переходу, называется колебательно-вращательной полосой. Колебательная

часть частоты ω_v определяет спектральную область, в которой располагается полоса; вращательная часть $\pm \omega_1 k$ определяет тонкую структуру полосы, т. е. расщепление отдельных линий. Область, в которой располагаются колебательно-вращательные полосы, простирается примерно от 8000 \AA до 50000 \AA ($0,8\text{--}5 \text{ мк}$).

Как видно из рис. 23, колебательно-вращательная полоса состоит из совокупности симметричных относительно ω_v линий, отстоящих друг от друга на $\Delta\omega = \omega_1$. Только в середине полосы расстояние в два раза больше, так как линия с частотой ω_v не возникает.

Расстояние между компонентами колебательно-вращательной полосы связано с моментом инерции молекулы таким же соотношением, как и в случае вращательной полосы, так что, измерив ω_1 , можно найти I молекулы.

Заметим, что по классическим представлениям вращение или колебание двухатомной молекулы может приводить к излучению электромагнитных волн только в том случае, если молекула обладает отличным от нуля дипольным моментом. Это условие выполняется лишь для молекул, образованных двумя различными атомами

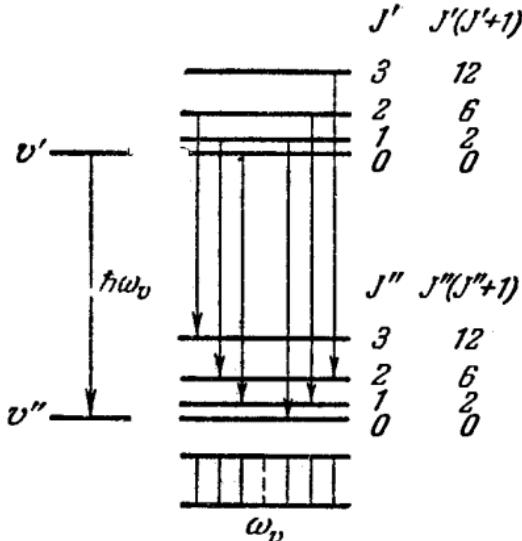


Рис. 233.

(для несимметричных молекул). При колебаниях такой молекулы дипольный момент изменяется с такой частотой, что приводит к излучению электромагнитной волны [см. т. II, формулу (114.3)]. Вращение можно представить как наложение двух взаимно перпендикулярных колебаний, поэтому вращение молекулы с отличным от нуля дипольным моментом также должно сопровождаться излучением электромагнитных волн.

У симметричной молекулы, образованной одинаковыми атомами, дипольный момент равен нулю. Следовательно, согласно классической электродинамике колебание и вращение такой молекулы не может обусловить излучение. Квантовая теория приводит к аналогичным результатам — колебательные и вращательные переходы симметричных молекул оказываются запрещенными соответствующими правилами отбора.

В полном соответствии с выводами теории вращательные и колебательно-вращательные спектры наблюдаются на опыте только для несимметричных двухатомных молекул. На спектры комбинационного рассеяния упомянутые правила отбора не распространяются, в связи с чем для симметричных молекул наблюдаются спутники, отвечающие колебательным и вращательным частотам молекулы (см. следующий параграф). Электронно-колебательные спектры, о которых идет речь ниже, также наблюдаются как для несимметричных, так и для симметричных молекул.

Электронно-колебательные полосы. Если переход затрагивает электронную конфигурацию молекулы, частота излучаемого фотона будет определяться изменением всех трех видов энергии:

$$\omega = \frac{\Delta E_e + \Delta E_v + \Delta E_r}{\hbar} = \omega_0 + \frac{\Delta E_r}{\hbar}. \quad (82.3)$$

Совокупность линий, частоты которых соответствуют различным возможным значениям ΔE_r , образует полосу электронно-колебательного спектра молекулы. Частота ω_0 определяет положение полосы. Электронно-колебательные полосы лежат в видимой и ультрафиолетовой частях спектра.

Каждая электронно-колебательная полоса обладает сложной вращательной структурой. Перепишем формулу

(82.3) с учетом выражения (81.5) для E_r :

$$\omega = \omega_0 + \frac{\hbar}{2I'} J' (J' + 1) - \frac{\hbar}{2I''} J'' (J'' + 1).$$

Поскольку переход совершается между различными электронными уровнями, момент инерции I' не будет равен моменту I'' , как это было в случаях вращательного и колебательно-вращательного спектров. Введя обозначение (82.2), можно написать:

$$\omega = \omega_0 + B' J' (J' + 1) - B'' J'' (J'' + 1). \quad (82.4)$$

Из-за различия электронных конфигураций начального и конечного состояний ограничения, накладываемые на изменения квантового числа J , несколько смягчаются. В дополнение к переходам, разрешаемым правилом отбора (82.1), оказываются также разрешенными переходы, для которых $\Delta J = 0$, кроме случая $J' = J'' = 0$. Таким образом для электронно-колебательных переходов имеет место правило отбора:

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (\text{кроме перехода } J = 0 \rightarrow J = 0). \quad (82.5)$$

Напишем частоты для каждого из трех случаев, предусмотренных правилом (82.5). Совокупность линий, соответствующих каждому из этих случаев, называют ветвями спектра. Ветви принято обозначать буквами P , Q и R .

1. Положительную ветвь, или P -ветвь, образуют линии, для которых $\Delta J = J'' - J' = +1$, т. е. $J' = J'' - 1$. Обозначим $J'' = k$, тогда $J' = k - 1$. Подставим эти значения в формулу (82.4):

$$\omega = \omega_0 + B'(k - 1)k - B''k(k + 1) \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Последнее выражение может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + (B' - B'')k^2 - (B' + B'')k \\ &\quad (k = 1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \quad (82.6)$$

Частоты, определяемые формулой (82.6), можно задать графически как ординаты точек параболы:

$$y = \omega_0 + (B' - B'')x^2 - (B' + B'')x,$$

соответствующие целочисленным значениям аргумента x (рис. 234). При $B' - B'' > 0$, т. е. при $I' < I''$, парабола обращена, как на рис. 234, вершиной вниз. При $B' - B'' < 0$ ($I' > I''$) парабола будет обращена вершиной вверх.

Оси k и ω обычно располагают так, как показано на рис. 235. Тогда при $B' - B'' > 0$ парабола будет обращена вершиной влево.

2. Нулевая ветвь, или Q -ветвь, соответствует переходам, при которых $\Delta J = 0$. Обозначив $J' = J'' = k \neq 0$, получим на основании (82.4):

$$\omega = \omega_0 + (B' - B'') k (k + 1)$$

или

$$\omega = \omega_0 + (B' - B'') k^2 + (B' - B'') k \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Рис. 234.

Частоты этой ветви могут быть представлены ординатами параболы Q , изображенной на рис. 235.

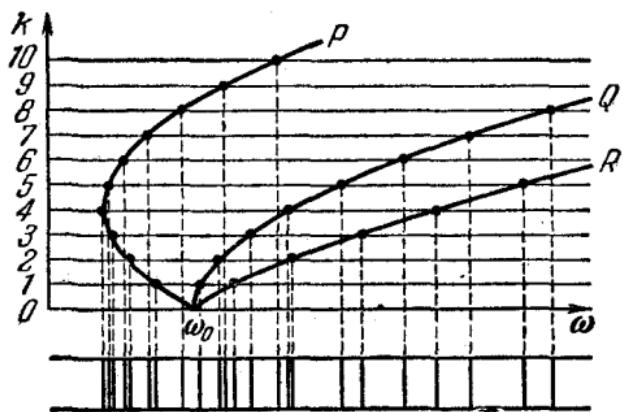


Рис. 235.

3. Отрицательная ветвь, или R -ветвь, образуется переходами, при которых $\Delta J = J'' - J' = -1$. Обозначив $J' = k$, получим

$$\omega = \omega_0 + B' k (k + 1) - B'' (k - 1) k,$$

что легко приводится к виду:

$$\omega = \omega_0 + (B' - B'') k^2 + (B' + B'') k \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Этой ветви соответствует парабола R на рис. 235.

Линии всех трех ветвей, образующих электронно-колебательную полосу, оказываются, как это следует из рис. 235, сгущенными с той стороны, в которую обращены вершины парабол. Это сгущение и образует кант полосы. Полоса, изображенная на рис. 235, имеет кант со стороны больших длин волн (меньших частот). При $B' - B'' < 0$ все три параболы были бы обращены вершинами вправо и полоса имела бы кант со стороны меньших длин волн (больших частот).

Резюмируя, можно сказать, что квантовая механика объясняет все особенности спектров двухатомных молекул.

§ 83. Комбинационное рассеяние света

Явление, получившее название комбинационного рассеяния света, было открыто в 1928 г. Г. С. Ландсбергом и Л. И. Мандельштамом и одновременно индийскими физиками Раманом и Кришнаном¹⁾. Явление заключается в том, что в спектре рассеяния, возникающем при прохождении света через газы, жидкости или прозрачные кристаллические тела, помимо несмешенной линии содержатся новые линии, частоты которых ω представляют собой комбинацию частоты падающего света ω_0 и частот ω_i колебательных или вращательных переходов рассеивающих молекул:

$$\omega = \omega_0 \pm \omega_i. \quad (83.1)$$

Отсюда и проистекает название «комбинационное рассеяние света».

На рис. 236 приведен спектр комбинационного рассеяния кислорода, возбуждаемый линией Hg 2536,5 Å. На линию комбинационного рассеяния, расположенную справа от линии источника, наложилась линия Hg 2534,8 Å (менее интенсивная, чем Hg 2536,5 Å), вследствие чего интенсивность этой линии получилась больше, чем других. Как видно из рисунка, спектр комбинационного рассеяния состоит из несмешенной линии ω_0 , симметрично относительно которой располагается

¹⁾ В зарубежной литературе это явление называют обычно эффектом Рамана.

ряд спутников. Каждому «красному» спутнику (т. е. спутнику, смещенному в сторону больших длин волн) с частотой $\omega_0 - \omega_i$ соответствует «фиолетовый» спутник с частотой $\omega_0 + \omega_i$ ¹). При обычных температурах интенсивность фиолетовых спутников значительно меньше, чем красных. С повышением температуры интенсивность фиолетовых спутников быстро растет.

Явление комбинационного рассеяния имеет простое квантово-механическое объяснение. Процесс рассеяния

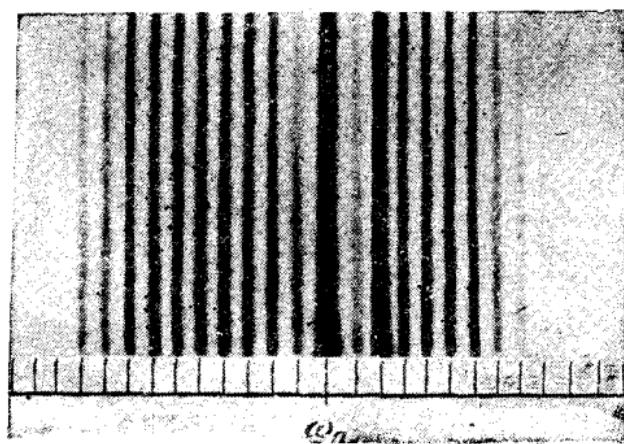


Рис. 236.

света молекулами можно рассматривать как неупругое соударение фотонов с молекулами. При соударении фотон может отдать молекуле или получить от нее только такие количества энергии, которые равны разностям двух ее энергетических уровней. Если при столкновении с фотоном молекула переходит из состояния с энер-

¹⁾ Красные спутники называют также стоксовскими, а фиолетовые — антистоксовскими. Эта терминология имеет следующее происхождение. Согласно закону, установленному Стоксом и носящему его имя, частота излучения флуоресценции (т. е. излучения, высвечиваемого веществом в результате падающего на него извне излучения) не может превзойти (а обычно бывает меньше) частоты света, вызвавшего флуоресценцию. Этот закон выполняется не вполне строго. Стоксовскими линиями флуоресценции называют линии, имеющие частоты, меньшие частоты ω_0 падающего света, т. е. удовлетворяющие закону Стокса. Антистоксовскими линиями флуоресценции называют линии, частоты которых больше ω_0 . Эта терминология применяется и для характеристики линий комбинационного рассеяния.

гией E'' в состояние с энергией E' ($E' > E''$), то энергия фотона после рассеяния станет равной $\hbar\omega_0 - \Delta E$, где $\Delta E = E' - E''$. Соответственно частота фотона уменьшится на $\omega_1 = \Delta E/\hbar$ — возникает красный спутник. Если первоначально молекула находилась в состоянии с энергией E' , она может перейти в результате соударения с фотоном в состояние с энергией E'' , отдав избыток энергии $\Delta E = E' - E''$ фотону. В результате энергия фотона станет равной $\hbar\omega_0 + \Delta E$ и частота увеличится на ω_1 . Рассеяние фотона $\hbar\omega_0$ может сопровождаться переходами молекулы между различными вращательными или колебательными уровнями E' , E'' , E''' и т. д. В итоге возникает ряд симметрично расположенных спутников.

При обычных температурах число молекул, находящихся в возбужденных состояниях, значительно меньше числа молекул в основном состоянии. Поэтому столкновения, сопровождающиеся уменьшением энергии молекулы, происходят гораздо реже, чем переходы, сопровождающиеся увеличением энергии. Этим объясняется малая интенсивность фиолетовых спутников по сравнению с красными. При повышении температуры число возбужденных молекул быстро растет, что приводит к увеличению интенсивности фиолетовых спутников.

Исследование комбинационного рассеяния дает много сведений о строении молекул. С помощью этого метода легко и быстро определяются собственные частоты колебаний молекулы; он позволяет также судить о характере симметрии молекулы. В кристаллах комбинационное рассеяние света обычно связывают с так называемой оптической ветвью колебаний кристаллической решетки (см. следующий параграф). Спектры комбинационного рассеяния настолько характерны для молекул, что с их помощью осуществляют анализ сложных молекулярных смесей, особенно органических молекул, анализ которых химическими методами весьма затруднен или даже невозможен.

§ 84. Теплоемкость кристаллов

Согласно классическим представлениям кристалл является системой с $3N$ колебательными степенями свободы (N — число атомов в кристалле), на каждую из которых приходится в среднем энергия kT ($\frac{1}{2}kT$ в виде кинетической и $\frac{1}{2}kT$ в виде потенциальной энергии).

Из этих представлений вытекает закон Дюлонга и Пти, согласно которому атомная теплоемкость всех химически простых тел в кристаллическом состоянии одинакова и равна $3R$ (см. т. I, § 141). Этот закон выполняется достаточно хорошо только при сравнительно высоких температурах. При низких температурах теплоемкость кристаллов убывает, стремясь к нулю при приближении к 0°K .

В § 81 мы установили, что колебательная энергия квантуется, принимая дискретные значения (81.3). Теория теплоемкости кристаллических тел, учитывающая квантование колебательной энергии, была создана Эйнштейном (1907) и впоследствии усовершенствована Дебаем (1912).

Теория Эйнштейна. Эйнштейн отождествил кристаллическую решетку из N атомов с системой $3N$ независимых гармонических осцилляторов с одинаковой собственной частотой ω . Согласно (81.3) энергия осциллятора может иметь значения¹⁾:

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (84.1)$$

где n — колебательное квантовое число (в §§ 81 и 82 мы его обозначали буквой v).

Приняв, что распределение осцилляторов по состояниям с различной ε_n подчиняется закону Больцмана, можно найти среднее значение энергии осциллятора $\bar{\varepsilon}$. Вычисления, которые при этом придется проделать, будут отличаться от вычислений, выполненных в § 53, только тем, что вместо величины (53.3) во всех выражениях будет фигурировать величина (84.1). В результате для средней энергии осциллятора получится значение:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (84.2)$$

[ср. с формулой (53.8)].

Умножив $\bar{\varepsilon}$ на $3N$, получим выражение для внутренней энергии кристалла:

$$U = 3N\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} N\hbar\omega + \frac{3N\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (84.3)$$

¹⁾ Эйнштейн использовал планковское значение $\varepsilon_n = n\hbar\omega$. Существование нулевой энергии колебаний было установлено лишь после создания квантовой механики.

Как известно из термодинамики [см. т. I, формулу (102.6)], теплоемкость при постоянном объеме C_v (в случае кристалла можно говорить просто о теплоемкости C) равна частной производной внутренней энергии по температуре. Продифференцировав (84.3) по T , получим:

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{3N\hbar\omega}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2} e^{\hbar\omega/kT} \frac{\hbar\omega}{kT^2}. \quad (84.4)$$

Рассмотрим два предельных случая.

1. Высокие температуры ($kT \gg \hbar\omega$). В этом случае можно положить $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$ в знаменателе и $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1$ — в числителе формулы (84.4). В результате получим:

$$C = 3Nk.$$

Таким образом, мы пришли к закону Диолонга и Пти.

2. Низкие температуры ($kT \ll \hbar\omega$). При этом условии единицей в знаменателе выражения (84.4) можно пренебречь. Тогда формула для теплоемкости принимает вид:

$$C = \frac{3N(\hbar\omega)^2}{kT^2} e^{-\hbar\omega/kT}. \quad (84.5)$$

Экспоненциальный множитель изменяется значительно быстрее, чем T^2 . Поэтому при приближении к абсолютному нулю выражение (84.5) будет стремиться к нулю по экспоненциальному закону. Опыт показывает, что теплоемкость кристаллов изменяется вблизи абсолютного нуля не экспоненциально, а по закону T^3 . Следовательно, теория Эйнштейна дает лишь качественно правильный ход теплоемкости при низких температурах. Количественного согласия с опытом удалось достигнуть Дебаю.

Теория Дебая. Дебай учел, что колебания атомов в кристаллической решетке не являются независимыми. Смещение одного из атомов из положения равновесия влечет за собой смещения других соседних с ним атомов. Таким образом, кристалл представляет собой систему N упруго связанных друг с другом материальных точек, обладающую $s = 3N$ степенями свободы. Рассмотрим без вывода результаты решения задачи о малых колебаниях такой системы.

Положение системы с s степенями свободы определяется s независимыми координатами x_i , которые могут

быть выбраны различными способами. Можно показать, что такая система имеет s собственных частот ω_j . При произвольном выборе координат x_i общее решение уравнений движения имеет вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^s A_{ij} \cos(\omega_j t + \alpha_{ij}) \quad (i = 1, 2, \dots, s).$$

Следовательно, каждая из функций x_i представляет собой суперпозицию s гармонических колебаний с частотами ω_j .

Энергия системы определяется выражением:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i, k=1}^s a_{ik} \dot{x}_i \dot{x}_k + \frac{1}{2} \sum_{l, m=1}^s b_{lm} x_l x_m,$$

где первая сумма дает кинетическую, а вторая — потенциальную энергию системы; a_{ik} и b_{lm} — размерные коэффициенты. Как мы видим, в выражение для энергии входят, вообще говоря, не только квадраты координат x_i (или их производных по времени \dot{x}_i), но и произведения координат (или производных), соответствующих различным степеням свободы системы.

Оказывается, можно выбрать координаты системы таким образом, что изменение каждой из них будет представлять собой простое гармоническое колебание, совершающееся с одной из собственных частот ω_j . Обозначив эти координаты ξ_j , можно написать:

$$\xi_j = B_j \cos(\omega_j t + \beta_j) \quad (j = 1, 2, \dots, s).$$

Величины ξ_j называют нормальными (или главными) координатами, а совершаемые ими гармонические колебания — нормальными колебаниями системы. Изменения во времени произвольно выбранных координат x_i могут быть представлены как суперпозиция нормальных колебаний ξ_j :

$$x_i = \sum_{j=1}^s C_{ij} \xi_j \quad (i = 1, 2, \dots, s).$$

Энергия системы, выраженная через нормальные координаты, имеет вид:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s a_j \dot{\xi}_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s b_j \xi_j^2 = \sum_{j=1}^s \left(\frac{1}{2} a_j \dot{\xi}_j^2 + \frac{1}{2} b_j \xi_j^2 \right),$$

откуда следует, что энергия системы равна сумме энергий, приходящихся на каждое из нормальных колебаний в отдельности.

Поясним сказанное следующим примером. Пусть имеется система из двух одинаковых связанных невесомой пружиной математических маятников (рис. 237). Предположим, что маятники могут совершать колебания только в плоскости чертежа, так что система имеет две степени свободы. Положение системы может быть задано углами отклонения обоих маятников от вертикального положения, либо углом отклонения одного из маятников и длиной пружины и т. д. Решение уравнений движения дает для углов отклонения маятников от положения равновесия x_1 и x_2 выражения:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2), \\ x_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2),$$

где A_1 , A_2 , α_1 и α_2 — постоянные, определяемые из начальных условий, ω_1 и ω_2 — собственные частоты системы, равные:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l} + 2 \frac{kb^2}{ml^2}}$$

(m — масса, l — длина маятников, k — коэффициент жесткости пружины, b — расстояние от точки подвеса до точки крепления пружины).

Очевидно, что колебания x_1 и x_2 можно представить в виде:

$$x_1 = \xi_1 + \xi_2, \quad x_2 = \xi_1 - \xi_2,$$

где

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{x_1 + x_2}{2} = A_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1), \\ \xi_2 &= \frac{x_1 - x_2}{2} = A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2). \end{aligned} \right\} \quad (84.6)$$

Функции (84.6) и представляют собой нормальные колебания данной системы. Если маятники отвести в одну и ту же сторону на одинаковый угол $x_{10} = x_{20}$ и отпустить без толчка, то в системе будет совершаться только

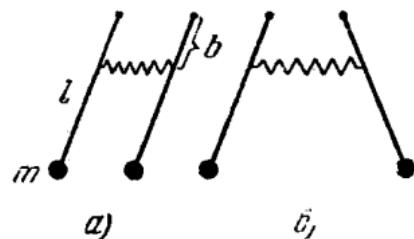


Рис. 237.

первое нормальное колебание ($A_1 \neq 0$, $A_2 = 0$), причем $x_1 = x_2 = \xi_1$ (рис. 237, а). Если отвести маятники на одинаковый по величине угол в противоположные стороны ($x_{10} = -x_{20}$), то в системе будет совершаться только второе нормальное колебание ($A_1 = 0$, $A_2 \neq 0$), причем $x_1 = -x_2 = \xi_2$ (рис. 237, б). В первом случае маятники колеблются с частотой ω_1 , во втором — с частотой ω_2 , большей чем ω_1 . При иных начальных условиях будут одновременно совершаются оба нормальных колебания.

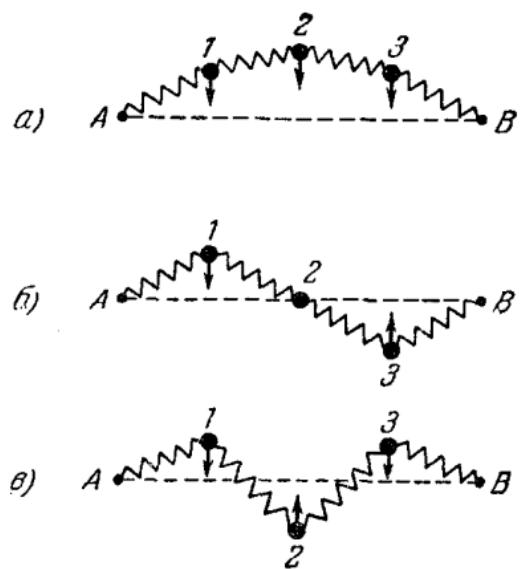


Рис. 238.

В качестве второго примера рассмотрим систему из трех одинаковых шариков, соединенных невесомыми одинаковыми пружинами (рис. 238). Концы пружин A и B закреплены неподвижно. Предполагается, что шарики могут перемещаться только в плоскости чертежа в направлениях, перпендикулярных к линии AB . В этом случае система обладает

тремя степенями свободы. Нормальные колебания показаны на рис. 238 (ср. с т. I, рис. 206). В случае а все шарики движутся в одинаковой фазе; в случае б шарики 1 и 3 колеблются в противофазе, шарик 2 неподвижен; в случае в шарики 1 и 3 колеблются в одинаковой фазе, а шарик 2 по отношению к ним движется в противофазе.

В случае сплошной закрепленной на концах струны каждое нормальное колебание представляет собой стоячую волну, длина которой λ_n связана с длиной струны l соотношением: $l = n\lambda/2$ [см. т. I, формулу (85.1)]. Аналогично, каждому нормальному колебанию кристаллической решетки соответствует стоячая волна, устанавливающаяся в объеме кристаллического тела. Действительно, из-за связи между атомами колебание, возникшее в каком-то месте кристалла, передается от одного атома к другому, в результате чего возникает упругая

волна. Дойдя до границы кристалла, волна отражается. При наложении прямой и отраженной волн образуется стоячая волна. Стоячие волны могут возникать лишь для частот (или длин волн), удовлетворяющих определенным условиям. Если взять кристаллическое тело в виде параллелепипеда со сторонами a , b и c , то эти условия, как было выяснено в § 52, имеют вид (52.5). Согласно формуле (52.7) приходящееся на единицу объема число стоячих волн, т. е. нормальных колебаний кристаллической решетки, частоты которых заключены в интервале от ω до $\omega + d\omega$, равно

$$dN_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3}, \quad (84.7)$$

где v — фазовая скорость упругой волны [в формулу (52.7) вместо v входила скорость света в пустоте c].

В твердой среде вдоль некоторого направления могут распространяться три разные волны с одним и тем же значением ω , отличающиеся направлением поляризации: одна продольная и две поперечные с взаимно перпендикулярными направлениями колебаний¹⁾. Это обстоятельство можно учесть, придав формуле (84.7) следующий вид:

$$dN_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2} \left(\frac{1}{v_{\parallel}^3} + \frac{2}{v_{\perp}^3} \right),$$

где v_{\parallel} — фазовая скорость продольных, а v_{\perp} — поперечных упругих волн. Положим для простоты, что $v_{\parallel} = v_{\perp} = v$. Тогда

$$dN_\omega = \frac{3\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3}. \quad (84.8)$$

Дебай предположил, что число нормальных колебаний равно числу степеней свободы кристаллической решетки, т. е. $3n$ (n — число атомов в единице объема кристалла). Частоты этих колебаний заключены в пределах

¹⁾ В случае электромагнитных волн возможны только две поперечные волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях (см. § 52).

от нуля до ω_m , где ω_m — максимальная частота колебаний решетки. Максимальную частоту можно найти, проинтегрировав (84.8) в пределах от нуля до ω_m и приравняв получившееся выражение числу степеней свободы, т. е. $3n$. В результате получим:

$$3n = \int_0^{\omega_m} \frac{3\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3} = \frac{\omega_m^3}{2\pi^2 v^3},$$

откуда

$$\omega_m = v \sqrt[3]{6\pi^2 n}. \quad (84.9)$$

Отметим, что в соответствии с (84.9) наименьшая длина волны, возбуждаемая в кристалле, получается равной:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi v}{\omega_m} \approx \frac{2}{\sqrt[3]{n}} \approx 2d,$$

где d — расстояние между соседними атомами в решетке. Это обстоятельство может служить дополнительным оправданием для введенного Дебаем ограничения числа частот колебаний кристалла, так как волны, длина которых меньше межатомного расстояния, не имеют физического смысла.

Заменив в (84.8) v через ω_m согласно (84.9), получим для числа нормальных колебаний dN_ω в интервале частот $d\omega$, приходящегося на единицу объема кристалла, следующее выражение:

$$dN_\omega = 9n \frac{\omega^2 d\omega}{\omega_m^3}. \quad (84.10)$$

Если среднее значение энергии нормального колебания решетки частоты ω обозначить $\bar{e}(\omega)$, то внутренняя энергия единицы объема кристалла может быть представлена в виде:

$$U = \int \bar{e}(\omega) dN_\omega = \int_0^{\omega_m} \bar{e}(\omega) 9n \frac{\omega^2 d\omega}{\omega_m^3}.$$

Подставив сюда выражение (84.2) для средней энергии колебания частоты ω , получим:

$$U = \frac{9n}{\omega_m^3} \int_0^{\omega_m} \left(\frac{1}{2} \hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \right) \omega^2 d\omega = \\ = U_0 + \frac{9n\hbar}{\omega_m^3} \int_0^{\omega_m} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}, \quad (84.11)$$

где $U_0 = 3n (3/8 \hbar\omega_m)$ — нулевая энергия кристалла.

Продифференцировав выражение (84.11) по T , найдем теплоемкость единицы объема кристалла:

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{9n\hbar}{\omega_m^3} \int_0^{\omega_m} \frac{e^{\hbar\omega/kT} \hbar\omega^4 d\omega}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2 kT^2}.$$

Величину θ , определяемую условием: $\hbar\omega_m = k\theta$, называют характеристической температурой Дебая. По определению:

$$\theta = \frac{\hbar\omega_m}{k}. \quad (84.12)$$

Введем переменную $x = \hbar\omega/kT$. Тогда выражение для теплоемкости примет вид:

$$C = 9nk \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \int_0^{x_m} \frac{e^x x^4 dx}{(e^x - 1)^2}, \quad (84.13)$$

где $x_m = \hbar\omega_m/kT = \theta/T$.

Характеристическая температура Дебая указывает для каждого вещества ту область, где начинает становиться существенным квантование энергии колебаний. При $T \ll \theta$ верхний предел интеграла в выражении (84.13) будет очень большим, так что его можно приблизенно положить равным бесконечности ($x_m \approx \infty$). Тогда интеграл будет представлять собой некоторое число и теплоемкость C окажется пропорциональной кубу температуры: $C \propto T^3$. Эта приближенная зависимость известна как закон T^3 Дебая. При достаточно низких температурах этот закон выполняется во многих случаях очень хорошо.

При $T \gg \theta$, т. е. при $\hbar\omega_m/kT \ll 1$, выражение (84.11) можно упростить, положив $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$. Тогда для внутренней энергии получается выражение:

$$U = U_0 + \frac{9n\hbar}{\omega_m^3} \int_0^{\omega_m} \frac{kT}{\hbar\omega} \omega^3 d\omega = U_0 + 3nkT,$$

а для теплоемкости значение $C = 3nk$, фигурирующее в законе Дюлонга и Пти.

Насколько хорошо дебаевское выражение для теплоемкости согласуется с опытом, можно судить по рис. 239,

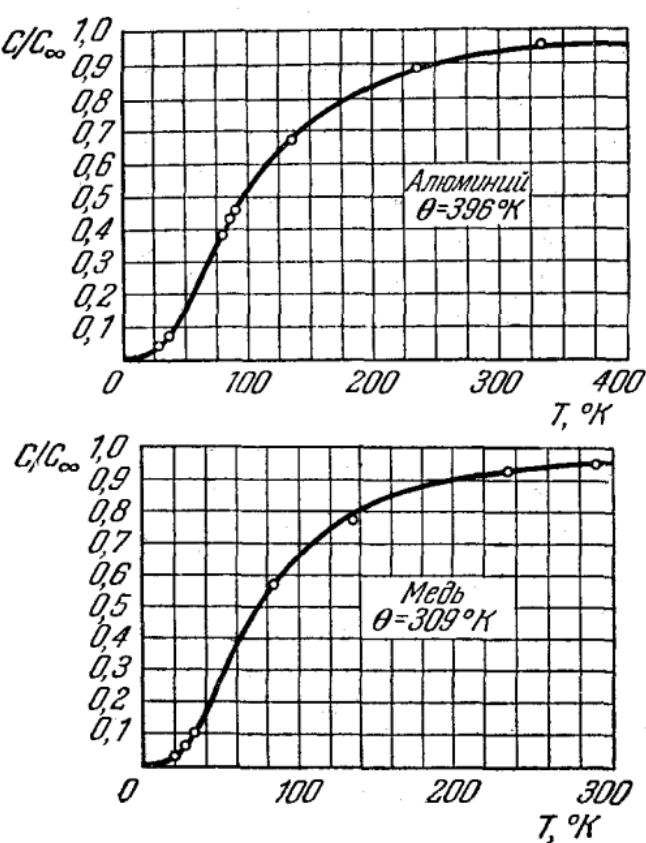


Рис. 239.

на котором приведены данные для теплоемкости алюминия ($\theta = 396^\circ \text{K}$) и меди ($\theta = 309^\circ \text{K}$); C_∞ — классическое значение теплоемкости, получающееся из квантовых формул при $T \rightarrow \infty$. Кривые построены по формуле (84.13), кружками показаны экспериментальные точки.

Однако формула Дебая хорошо передает ход теплопроводности с температурой лишь для тел с простыми кристаллическими решетками, т. е. для химических элементов и некоторых простых соединений (например, галоидных солей). К телам с более сложной структурой формула Дебая неприменима. Это вызвано тем, что у таких тел спектр колебаний оказывается чрезвычайно сложным. В рассмотренном нами выше случае простой кристаллической решетки (у которой в элементарной ячейке содержится только один атом) каждому значению волнового вектора k соответствовали три значения собственной частоты колебаний решетки [одно для продольной и два совпадающих друг с другом¹⁾ значения для поперечных волн]. Если число атомов в элементарной ячейке кристалла равно r , каждому значению k соответствует в общем случае $3r$ различных значений ω . Следовательно, частота является многозначной функцией волнового вектора, обладающей $3r$ ветвями. Так, например, в случае одномерной цепочки, построенной из чередующихся атомов двух сортов ($r = 2$), зависимость ω от k имеет вид, показанный на рис. 240. Одна из ветвей называется акустической, вторая — оптической. Эти ветви отличаются дисперсией, т. е. характером зависимости ω от k . Акустическая ветвь при убывании k идет в нуль, оптическая ветвь имеет своим пределом конечное значение ω_{20} .

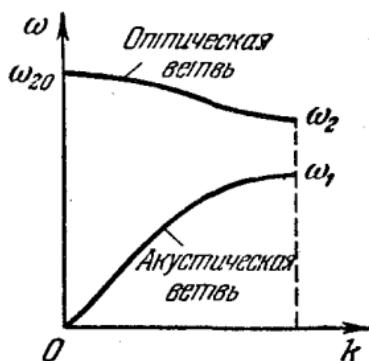


Рис. 240.

В трехмерном случае из $3r$ ветвей три являются акустическими, остальные ($3r - 3$) оптическими. Акустическим ветвям соответствуют звуковые частоты, оптическим — частоты, лежащие в инфракрасной области спектра. При нормальном колебании с акустической частотой колеблются друг относительно друга аналогичные атомы, помещающиеся в различных элементарных ячейках. При нормальных колебаниях оптической частоты колеблются друг относительно друга различные атомы внутри

¹⁾ В сильно анизотропном кристалле все три частоты будут различными.

каждой из элементарных ячеек; аналогичные атомы различных ячеек находятся при этом на неизменных расстояниях друг от друга.

В заключение отметим, что, подобно тому как электромагнитное излучение может быть представлено в виде совокупности квантов энергии — фотонов, колебания кристаллической решетки можно представить как совокупность квантов колебательной энергии, называемых фононами. Фонон представляет собой так называемую квазичастицу¹⁾, обладающую энергией $\hbar\omega$ (ω — собственная частота колебаний решетки) и квазипульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ (\mathbf{k} — волновой вектор). Для частот акустических ветвей фононы представляют собой кванты звука, т. е. элементарные порции звуковой энергии.

Количество n_i возбуждаемых в решетке одновременно одинаковых фононов (т. е. фононов одинаковой частоты ω_i и с одинаковым волновым вектором \mathbf{k}_i) определяется избытком энергии e_i , приходящейся на колебания данной частоты, над нулевой энергией e_{i0} , а именно: $n_i\hbar\omega_i = e_i - e_{i0}$. В случае теплового равновесия e_i равно \bar{e}_i , определяемому формулой (84.2). Взяв из этой формулы $\bar{e}_i - e_{i0} = \bar{e}_i - 1/2\hbar\omega_i$, получим для среднего числа фононов частоты ω_i значение:

$$\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}.$$

Из последнего выражения следует, что в данном кристалле может одновременно возбуждаться неограниченное количество одинаковых фононов. Следовательно, на фононы принцип Паули не распространяется.

Согласно квантовым представлениям комбинационное рассеяние света кристаллами выглядит следующим образом. Фотон, пролетающий через кристаллическую решетку, может возбудить в ней фонон одной из частот оптической ветви кристалла. На это фотон израсходует часть своей энергии, вследствие чего его частота умень-

¹⁾ Основное отличие квазичастиц от обычных частиц (электронов, протонов, фотонов и т. д.) заключается в том, что квазичастицы не могут появляться в вакууме — для своего возникновения и существования они нуждаются в некоторой среде.

шается — возникает красный спутник. Если в кристалле уже был возбужден фонон, пролетающий фотон может поглотить его, увеличив за этот счет свою энергию, — возникает фиолетовый спутник.

§ 85. Эффект Мёссбауэра

В 1904 г. Р. Вуд обнаружил, что пары натрия при облучении их светом, соответствующим желтой линии натрия, начинают светиться, испуская излучение той же длины волн. Впоследствии аналогичное свечение наблюдалось в парах ртути и во многих других случаях. Это явление названо резонансной флуоресценцией (или резонансным излучением). Оно имеет следующее объяснение. Атомы особенно интенсивно поглощают свет частоты, соответствующей переходу из основного в ближайшее к нему возбужденное состояние. Возвращаясь затем в основное состояние, атомы испускают фотоны той же самой частоты. Вследствие поглощения света, прошедший через флуоресцирующее вещество, ослабляется. В связи с этим часто говорят вместо резонансной флуоресценции о резонанском поглощении света.

Ядра атомов, как и сами атомы, имеют дискретные уровни энергии, самый низкий из которых называется нормальным, остальные — возбужденными. Переходы между этими уровнями приводят к возникновению коротковолнового электромагнитного излучения, получившего название γ -лучей (см. § 90). Очевидно, можно было ожидать, что для γ -лучей существует явление ядерной резонансной флуоресценции, аналогичной атомной резонансной флуоресценции, наблюдаемой в видимом свете. Однако наблюдать резонансную флуоресценцию с γ -лучами долгое время не удавалось. Причина этих неудач заключается в следующем. В § 79 было показано, что соответствующие некоторому переходу квантовой системы между двумя состояниями линия испускания и линия поглощения смешены друг относительно друга на $2\Delta\omega_R = 2R/\hbar$, где R — энергия отдачи, определяемая формулой (79.7). Для видимого света сдвиг $2\Delta\omega_R$ на много порядков меньше, чем ширина спектральной линии $\delta\omega$, так что линии испускания и поглощения практически налагаются друг на друга. Иначе обстоит дело

в случае γ -лучей. Энергия и импульс γ -фотона во много раз больше, чем у фотона видимого света. Поэтому значительно больше и энергия отдачи R , которая в этом случае должна быть записана следующим образом:

$$R = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_{\text{я}}c^2}, \quad (85.1)$$

где $m_{\text{я}}$ — масса ядра.

В спектроскопии γ -лучей принято вместо частот пользоваться энергиями. Поэтому ширину спектральной линии, сдвиг линий и т. п. мы будем выражать в единицах энергии, умножая для этой цели соответствующие частоты (например, $\delta\omega$ или $2\Delta\omega_R$) на постоянную Планка \hbar . В этих единицах естественная ширина спектральной линии будет характеризоваться величиной Γ [см. формулу (79.2)], сдвиг линий испускания и поглощения — величиной $2R$, а допплеровское уширение линии — величиной

$$2D = 2 \frac{v}{c} \Delta E_{nm} \approx 2 \frac{v}{c} \hbar\omega \quad (85.2)$$

[см. (79.10)].

При радиоактивном распаде ядер обычно наблюдаются γ -кванты с энергиями от ~ 10 кэв до ~ 5 Мэв (что соответствует частотам ω в пределах $10^{19} \div 10^{22}$ сек $^{-1}$ и длинам волн от ~ 1 Å до $\sim 10^{-3}$ Å). Вычислим энергию отдачи R для случая $\hbar\omega = 100$ кэв и $m_{\text{я}} = 1,7 \cdot 10^{-22}$ г (атомный вес равен 100). Величина $m_{\text{я}}c^2$ составит $1,7 \cdot 10^{-22} \cdot 9 \cdot 10^{20} = 0,153$ эрг, т. е. $0,153 / 1,6 \cdot 10^{-12} \approx 10^{11}$ эв. Следовательно, согласно (85.1)

$$R = \frac{(10^5)^2}{2 \cdot 10^{11}} = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ эв},$$

а сдвиг линий $2R$ составляет 10^{-1} эв.

Типичное время жизни возбужденных состояний ядер составляет 10^{-12} сек. Такому времени жизни соответствует [см. формулу (79.1)] естественная ширина спектральных линий, равная

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{1,05 \cdot 10^{-27}}{10^{-12}} = 1,05 \cdot 10^{-15} \text{ эрг} \approx 10^{-3} \text{ эв}.$$

Для ядер с массой $\sim 10^{-22}$ г средняя скорость теплового движения равна при комнатной температуре при-

мерно 300 м/сек. По формуле (85.2) для допплеровской ширины линий с $\hbar\omega = 100$ кэв получается значение:

$$2D = 2 \frac{3 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^8} 10^5 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ эв.}$$

Из сопоставления полученных нами значений Γ и $2D$ вытекает, что ширина испускаемых ядрами при комнатной температуре спектральных линий в основном определяется допплеровской шириной и составляет примерно 0,2 эв. Для сдвига линий испускания и поглощения $2R$ мы получили выше значение $\sim 0,1$ эв. Таким образом, даже для сравнительно мягких γ -лучей с энергией 100 кэв сдвиг линий испускания и поглощения оказывается того же порядка, что и ширина спектральной линии. С увеличением энергии фотона R растет быстрее [как ω^2 ; см. формулу (85.1)], чем D [которая пропорциональна ω ; см. формулу (85.2)]. На рис. 241 изображена типичная для γ -фотонов картина, показывающая взаимное расположение линий испускания и поглощения. Ясно, что лишь небольшая часть испускаемых фотонов (их относительное количество определяется соответствующими ординатами линии испускания) может испытать резонансное поглощение, причем вероятность их поглощения мала (эта вероятность определяется ординатами линии поглощения).

Чтобы наблюдать резонансное поглощение γ -лучей, ставились опыты, в которых источник γ -излучения двигался со скоростью v по направлению к поглощающему веществу. Это достигалось путем помещения радиоактивного вещества на ободе врачающегося диска (рис. 242). Диск находился внутри массивной свинцовой защиты, поглощающей γ -лучи. Пучок излучения выходил наружу через узкий канал и попадал на поглощающее вещество. Установленный за поглотителем счетчик γ -квантов регистрировал интенсивность излучения, прошедшего через поглотитель. Вследствие эффекта Допплера частота излучаемых источником γ -лучей увеличивалась на

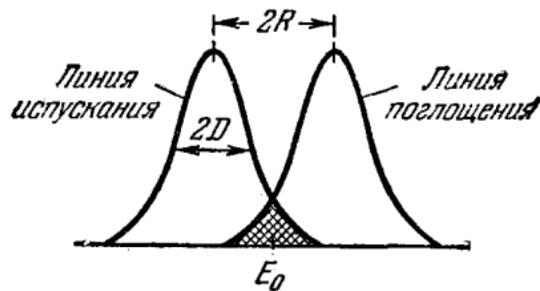


Рис. 241.

$\Delta\omega = \omega v/c$, где v — скорость источника относительно поглотителя. Подобрав надлежащим образом скорость вращения диска, можно было наблюдать резонансное поглощение, которое обнаруживалось по уменьшению интенсивности γ -лучей, измеряемой счетчиком.

В 1958 г. Р. Л. Мёссбауэр исследовал ядерное резонансное поглощение γ -лучей Ig^{191} (изотопа иридия с массовым числом 191; см. § 87). Энергия ΔE_{nm} соответствующего перехода равна 129 кэв, энергия отдачи 0,05 эв, а допплеровское уширение при комнатной температуре $\sim 0,1$ эв. Таким образом, линии испускания и поглощения отчасти перекрываются и резонансное поглощение могло наблюдаться. Чтобы уменьшить поглощение, Мёссбауэр решил охладить источник и поглотитель, рассчитывая таким путем уменьшить допплеровскую ширину и, следовательно, перекрывание линий. Однако вместо ожидаемого уменьшения Мёссбауэр обнаружил усиление резонансного поглощения. Используя установку, изображенную на рис. 242 (с охлаждаемыми источником и поглотителем), Мёссбауэр получал исчезновение резонансного поглощения при линейных скоростях источника порядка нескольких сантиметров в секунду. Результаты опыта указывали на то, что у охлажденного Ig^{191} линии испускания и поглощения γ -лучей совпадают и имеют очень малую ширину, равную естественной ширине Г. Это явление упругого (т. е. не сопровождающегося изменением внутренней энергии тела) испускания или поглощения γ -квантов было названо эффектом Мёссбауэра.

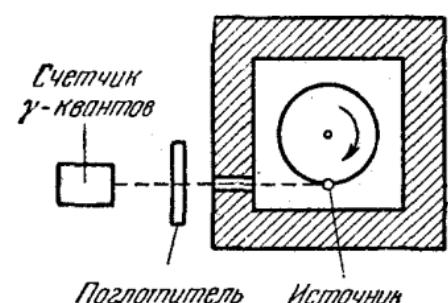


Рис. 242.

0,05 эв, а допплеровское уширение при комнатной температуре $\sim 0,1$ эв. Таким образом, линии испускания и поглощения отчасти перекрываются и резонансное поглощение могло наблюдаться. Чтобы уменьшить поглощение, Мёссбауэр решил охладить источник и поглотитель, рассчитывая таким путем уменьшить допплеровскую ширину и, следовательно, перекрывание линий. Однако вместо ожидаемого уменьшения Мёссбауэр обнаружил усиление резонансного поглощения. Используя установку, изображенную на рис. 242 (с охлаждаемыми источником и поглотителем), Мёссбауэр получал исчезновение резонансного поглощения при линейных скоростях источника порядка нескольких сантиметров в секунду. Результаты опыта указывали на то, что у охлажденного Ig^{191} линии испускания и поглощения γ -лучей совпадают и имеют очень малую ширину, равную естественной ширине Г. Это явление упругого (т. е. не сопровождающегося изменением внутренней энергии тела) испускания или поглощения γ -квантов было названо эффектом Мёссбауэра.

Вскоре эффект Мёссбауэра был открыт в Fe^{57} и для ряда других веществ. В случае Fe^{57} эффект наблюдается при температурах до 1000°C , так что нет необходимости в охлаждении. Кроме того, Fe^{57} отличается чрезвычайно малой естественной шириной линии.

Чтобы выяснить условия, необходимые для существования эффекта Мёссбауэра, применим закон сохранения энергии к процессу радиоактивного распада ядра, находи-

дящегося в узле кристаллической решетки. Энергия перехода ΔE_{nm} в принципе может распределяться между γ -квантом, распадающимся ядром, твердым телом как целым и, наконец, колебаниями решетки. В последнем случае наряду с γ -фотоном возникнут фононы. Проанализируем эти возможности. Энергия, необходимая для того, чтобы ядро покинуло свое место в решетке, равна по меньшей мере ~ 10 эв, в то время как энергия отдачи R не превышает нескольких десятых электронвольта. Поэтому атом, ядро которого распалось, не может изменить свое положение в решетке. Энергия отдачи, которую может получить твердое тело как целое, чрезвычайно мала, так что ею можно пренебречь [этую энергию можно оценить, заменив в (85.1) массу ядра массой тела]. Таким образом, энергия перехода может распределяться только между γ -квантами и фононами. Мёссбауэрский переход осуществляется в том случае, если колебательное состояние решетки не изменяется и γ -квант получает всю энергию перехода. При радиоактивном распаде ядра, находящегося в узле кристаллической решетки, вероятность возбуждения фононов с энергией порядка $\hbar\omega_m = k\theta$ (θ — температура Дебая) во много раз больше, чем вероятность возбуждения фононов меньших энергий. В самом деле, колебанию частоты ω_m соответствует длина волны $\lambda_{min} \approx 2d$ (см. § 84). В этом случае соседние атомы движутся в противофазе, что может произойти, когда распадающийся атом получает всю энергию отдачи R и ударяет затем в соседний атом. Для возбуждения более длинных волн (меньших частот) необходимо, чтобы одновременно было приведено в движение сразу несколько (N) атомов, что является маловероятным. К тому же в последнем случае, хотя энергия возбуждаемого колебания будет в N раз меньше (λ увеличивается в N раз, а $\hbar\omega$ уменьшается в то же число раз), энергия отдачи также уменьшается в N раз (она обратно пропорциональна массе системы, испытывающей отдачу). Таким образом, вероятность возбуждения колебаний решетки будет велика при условии, что энергия отдачи R , получаемая при радиоактивном распаде отдельным атомом, равна или больше энергии фона на максимальной частоте: $R \geq \hbar\omega_m = k\theta$.

При $R \ll k\theta$ (что имеет место для Fe^{57}) уже при комнатной температуре заметная доля ядерных переходов

происходит без отдачи. При $R \sim k\theta$ (что имеет место для Γ^{191}) для получения измеримого резонансного поглощения нужно с помощью охлаждения уменьшить вероятность возбуждения колебаний решетки.

За несколько лет, прошедших после его открытия, эффект Мёссбауэра нашел многочисленные применения. В ядерной физике он используется для нахождения времени жизни возбужденных состояний ядер (через Γ), а также для определения спина, магнитного момента и электрического квадрупольного момента ядер. В физике твердого тела эффект Мёссбауэра применяется для изучения динамики кристаллической решетки и для исследования внутренних электрических и магнитных полей в кристаллах.

Американские физики Паунд и Ребка использовали эффект Мёссбауэра для обнаружения предсказанного общей теорией относительности гравитационного красного смещения частоты фотона (для обнаружения веса фотона). Из общей теории относительности следует, что частота фотона должна изменяться с изменением гравитационного потенциала. Согласно так называемому принципу эквивалентности¹⁾ фотон обладает гравитационной массой, равной его инертной массе $m = \hbar\omega/c^2$ [см. (57.3)]. При прохождении в однородном гравитационном поле, характеризуемом ускорением силы тяжести g , пути l в направлении, противоположном направлению силы mg , энергия фотона должна уменьшиться на $mgl = \hbar\omega gl/c^2$ ²⁾. Следовательно, энергия фотона станет равной

$$\hbar\omega' = \hbar\omega - \frac{\hbar\omega gl}{c^2} = \hbar\omega \left(1 - \frac{gl}{c^2}\right),$$

откуда для частоты фотона получается значение

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{gl}{c^2}\right).$$

¹⁾ Принцип эквивалентности утверждает, что эффект гравитации невозможно отличить от эффекта, обусловленного ускорением системы отсчета. Например, в лифте, движущемся с ускорением g , направленным вверх, пружинные весы покажут вес $2mg$, в два раза превосходящий показания весов в покоящемся (или движущемся без ускорения) лифте. Из этого принципа вытекает эквивалентность гравитационной и инертной масс.

²⁾ Напомним, что в полную энергию mc^2 не входит потенциальная энергия тела во внешнем поле сил (см. § 42).

Согласно последней формуле относительное изменение частоты фотона

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\omega - \omega'}{\omega} = \frac{gl}{c^2} = \frac{\Delta\varphi}{c^2}$$

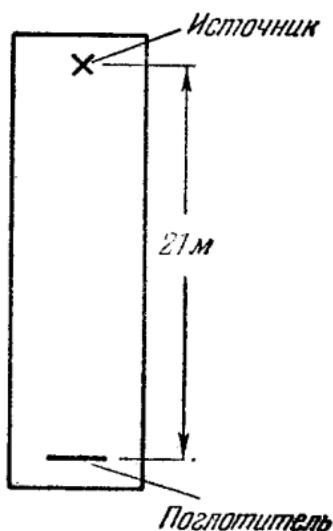
пропорционально изменению гравитационного потенциала $\Delta\varphi = gl$.

Свет, приходящий на Землю от Солнца или от звезд, преодолевает сильное притягивающее поле этих светил. Вблизи же Земли он испытывает действие лишь очень слабого ускоряющего поля. Поэтому все спектральные линии звезд должны быть немного смещены в сторону красного конца спектра. Такое смещение, называемое гравитационным красным смещением, было качественно подтверждено наблюдениями.

Паунд и Ребка предприняли попытку обнаружить это явление в земных условиях. Они расположили источник γ -излучения (Fe^{57}) и поглотитель в высокой башне на расстоянии 21 м друг от друга (рис. 243). Относительное изменение энергии γ -фотона при прохождении этого расстояния составляет всего

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{gl}{c^2} = \frac{9,81 \cdot 21}{9 \cdot 10^{16}} \approx 2 \cdot 10^{-15}.$$

Рис. 243.



Это изменение¹⁾ обусловливает относительное смещение линий поглощения и испускания и должно проявиться в небольшом ослаблении резонансного поглощения. Несмотря на крайнюю малость эффекта (сдвиг составлял около 10^{-2} ширины линии), Паунду и Ребке удалось обнаружить и измерить его с достаточной степенью точности. Полученный ими результат составил $0,99 \pm 0,05$ от предсказанного теорией. Таким образом, удалось убедительно доказать наличие гравитационного смещения частоты фотонов в земной лаборатории.

¹⁾ Если источник расположить вверху, а приемник внизу, энергия фотона возрастает, так что имеет место фиолетовое смещение частоты.

§ 86. Лазеры. Нелинейная оптика

Лазеры. Впервые принцип усиления света за счет вынужденного излучения (см. § 80) был предложен советским физиком В. А. Фабрикантом в 1940 г. Использование вынужденного излучения для усиления электромагнитных волн в микроволновом диапазоне было предложено в 1953 г. независимо советскими учеными Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым и американскими учеными Таунсом и Вебером¹⁾. Соответствующие приборы, работающие в диапазоне сантиметровых волн, получили название мазеров. Слово «мазер» происходит от первых букв английского названия *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (усиление микроволн с помощью вынужденного излучения). В 1960 г. Мейманом (США) был создан первый аналогичный прибор, работающий в оптическом диапазоне, — лазер (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* — усиление света с помощью вынужденного излучения). Иногда лазеры называют оптическими квантовыми генераторами.

В § 80 мы выяснили, что падающий на вещество свет частоты ω , совпадающей с одной из частот $(E_n - E_m)/\hbar$ атомов вещества ($E_n > E_m$), будет вызывать два процесса: 1) переход атомов из состояния с энергией E_m в состояние с энергией E_n ; 2) вынужденный переход атомов из состояния n в состояние m . Первый процесс приводит к поглощению света и ослаблению падающего пучка, второй — к увеличению интенсивности падающего пучка. Результирующее изменение интенсивности светового пучка зависит от того, какой из двух процессов преобладает.

В случае термодинамического равновесия распределение атомов по различным энергетическим состояниям определяется законом Больцмана:

$$N_i = \frac{Ne^{-E_i/kT}}{\sum_I e^{-E_I/kT}} = Ce^{-E_i/kT}, \quad (86.1)$$

где N — полное число атомов, N_i — число атомов, находящихся при температуре T в состоянии с энергией E_i .

¹⁾ В 1964 г. Басову, Прохорову и Таунсу была за эти работы присуждена Нобелевская премия.

(для простоты мы предположили, что все энергетические уровни не являются вырожденными).

Из формулы (86.1) следует, что с увеличением энергии состояния населенность уровня, т. е. количество атомов в данном состоянии, уменьшается. Число переходов между двумя уровнями пропорционально населенности исходного уровня. Следовательно, в системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение падающей световой волны будет преобладать над вынужденным излучением, так что падающая волна при прохождении через вещество ослабляется. Для того чтобы получить усиление падающей волны, нужно каким-либо способом обратить населенность энергетических уровней, т. е. сделать так, чтобы в состоянии с большей энергией E_n находилось большее число атомов, чем в состоянии с меньшей энергией E_m . В этом случае говорят, что данная совокупность атомов имеет инверсную населенность. Согласно формуле (86.1)

$$\frac{N_n}{N_m} = e^{-(E_n - E_m)/kT}.$$

В случае инверсной населенности $(N_n/N_m) > 1$ при $(E_n - E_m) > 0$. Распространяя формально на этот случай распределение (86.1), мы получим для T отрицательное значение. Поэтому состояния с инверсной населенностью называют иногда состояниями с отрицательной температурой. Следует иметь в виду, что последний термин является чисто условным. Дело в том, что состояния с инверсной населенностью являются неравновесными. Понятие же температуры применимо только к равновесным состояниям.

В веществе с инверсной населенностью энергетических уровней вынужденное излучение может превысить поглощение света атомами, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться. Изменение интенсивности света при прохождении через поглощающую среду описывается формулой [см. (46.2)]:

$$I = I_0 e^{-\kappa l}. \quad (86.2)$$

В случае усиления падающего пучка явление протекает так, как если бы коэффициент поглощения κ в формуле (86.2) стал отрицательным. Соответственно

совокупность атомов с инверсной населенностью можно рассматривать как среду с отрицательным коэффициентом поглощения.

Практическое осуществление лазера стало возможным после того, как были найдены способы осуществления инверсной населенности уровней в некоторых веществах. В построенном Мейманом первом лазере рабочим телом был цилиндр из розового рубина. Диаметр стержня был порядка 1 см, длина — около 5 см. Торцы рубинового стержня были тщательно отполированы и представляли собой строго параллельные друг другу зеркала. Один торец покрывался плотным непрозрачным слоем серебра, другой торец покрывался таким слоем серебра, который пропускал около 8% упавшей на него энергии.

Рубин представляет собой окись алюминия (Al_2O_3), в которой некоторые из атомов алюминия замещены атомами хрома. Чем больше концентрация хрома, тем сильнее окраска кристалла. При поглощении света ионы хрома Cr^{+++} (в таком виде хром находится в кристалле рубина) переходят в возбужденное состояние. Обратный переход в основное состояние происходит в два этапа. На первом этапе возбужденные ионы отдают часть своей энергии кристаллической решетке и переходят в метастабильное состояние. Переход из метастабильного состояния в основное запрещен правилами отбора. Поэтому среднее время жизни иона в метастабильном состоянии ($\sim 10^{-3}$ сек) примерно в 10^5 раз превосходит время жизни в обычном возбужденном состоянии (которое составляет величину порядка 10^{-8} сек). На втором этапе ионы из метастабильного состояния переходят в основное¹⁾, излучая фотон с $\lambda = 6943 \text{ \AA}$. Под действием фотонов такой же длины волны, т. е. при вынужденном излучении, переход ионов хрома из метастабильного состояния в основное происходит значительно быстрее, чем при спонтанном излучении.

В лазере рубин освещается импульсной ксеноновой лампой (рис. 244), которая дает свет с широкой полосой частот. При достаточной мощности лампы большинство ионов хрома переводится в возбужденное состояние.

¹⁾ Правила отбора не являются абсолютно строгими. Вероятность запрещенных переходов значительно меньше, чем разрешенных, но все же отлична от нуля.

Процесс сообщения рабочему телу лазера энергии для перевода атомов в возбужденное состояние называется подкачкой. На схеме уровней иона хрома Cr^{+++}

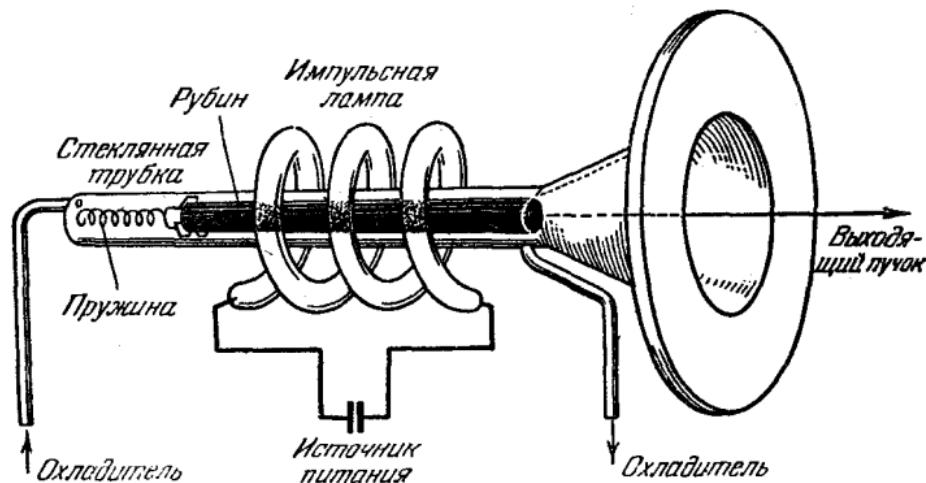


Рис. 244.

(рис. 245) возбуждение ионов за счет подкачки изображено стрелкой W_{13} . Время жизни уровня 3¹⁾ очень мало ($\sim 10^{-8}$ сек). В течение этого времени некоторые ионы перейдут спонтанно из полосы 3 на основной уровень 1. Такие переходы показаны стрелкой A_{31} . Однако большинство ионов перейдет на метастабильный уровень 2 (вероятность перехода, изображенного стрелкой S_{32} , значительно больше, чем перехода A_{31}). При достаточной мощности подкачки число ионов хрома, находящихся на уровне 2, становится больше числа ионов на уровне 1. Следовательно, происходит инверсия уровней 1 и 2.

Стрелка A_{21} изображает спонтанный переход с метастабильного уровня на основной. Излученный при этом фотон может вызвать вынужденное испускание дополнительных фотонов (переход W_{21}), которые в свою очередь

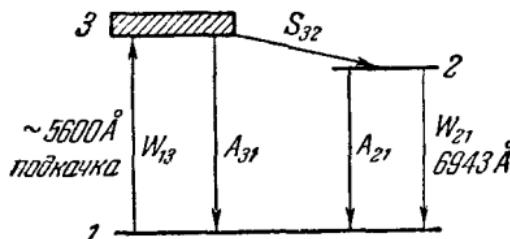


Рис. 245.

¹⁾ Этот уровень представляет собой полосу, образованную совокупностью близко расположенных уровней.

вызовут вынужденное излучение, и т. д. Таким образом, образуется каскад фотонов. Напомним, что фотоны, возникающие при вынужденном излучении, летят в том же направлении, что и падающие фотоны. Фотоны, направления движения которых образуют малые углы с осью кристаллического стержня, испытывают многократные

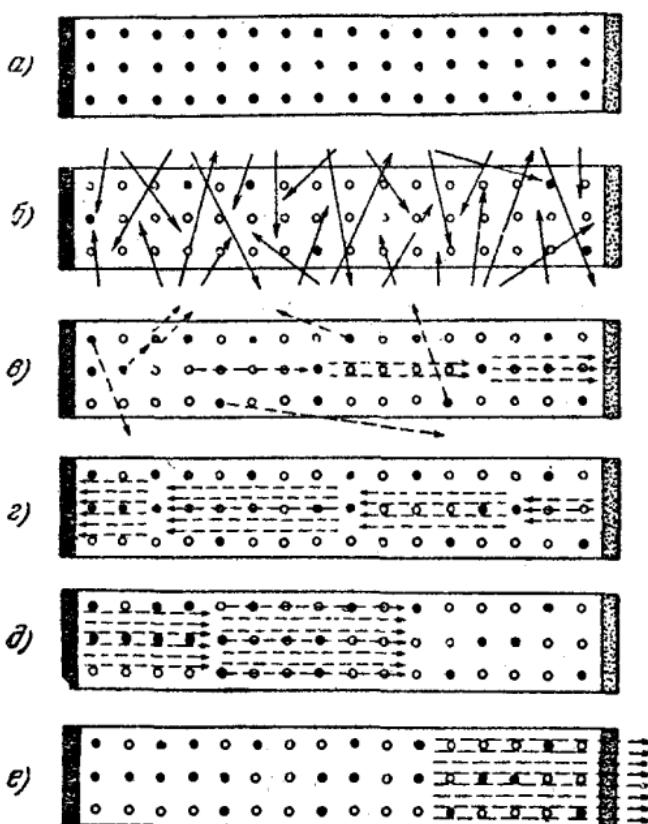


Рис. 246.

отражения от торцов образца. Поэтому путь их в кристалле будет очень большим, так что каскады фотонов в направлении оси получают особенное развитие. Фотоны, испущенные спонтанно в других направлениях, выходят из кристалла через его боковую поверхность.

Описанные процессы изображены схематически на рис. 246. До начала импульса ионы хрома находятся в основном состоянии (черные кружки на рис. 246, а). Свет подкачки (сплошные стрелки на рис. 246, б) переводит большинство ионов в возбужденное состояние (светлые кружки). Каскад начинает развиваться, когда

возбужденные ионы спонтанно излучают фотоны (пунктирные стрелки на рис. 246, в) в направлении, параллельном оси кристалла (фотоны, испущенные по другим направлениям, выходят из кристалла). Фотоны размножаются за счет вынужденного излучения. Этот процесс развивается (рис. 246, г и д), так как фотоны многократно проходят вдоль кристалла, отражаясь от его торцов. Когда пучок становится достаточно интенсивным, часть его выходит через полупрозрачный торец кристалла (рис. 246, е).

Лазеры на рубине работают в импульсном режиме (с частотой повторения порядка нескольких импульсов в минуту). Внутри кристалла выделяется большое количество тепла. Поэтому его приходится интенсивно охлаждать, что осуществляется с помощью жидкого воздуха.

В 1961 г. был создан предложенный Джаваном газовый лазер, работающий на смеси гелия и неона. Подкачка в нем осуществляется за счет электрического тлеющего разряда. Разрядная трубка заполняется смесью гелия под давлением 1 мм рт. ст. и неона под давлением 0,1 мм рт. ст. На концах трубка имеет плоскопараллельные зеркала, одно из которых полупрозрачно. Разряд возбуждает атомы Не, переводя их на метастабильный уровень 2^3S (рис. 247). Возбужденные атомы Не сталкиваются с атомами Ne, находящимися в основном состоянии, и передают им свою энергию. В результате атомы Ne переходят на уровень $2s^1$), вследствие чего возникает инверсная населенность уровней $2s$ и $2p$.

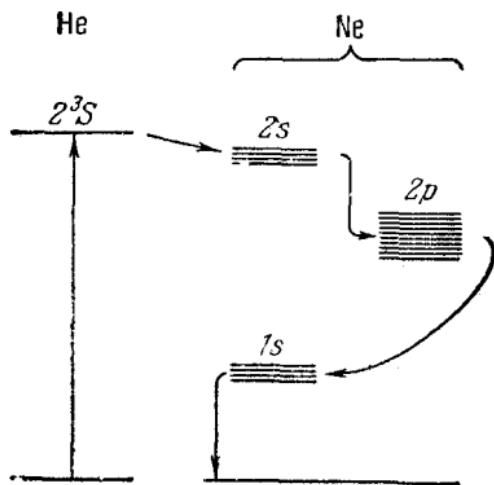


Рис. 247.

¹⁾ Для возбужденных состояний атомов инертных газов, кроме гелия, характерна не рессель-саундерсовская связь, а связь между орбитальным моментом возбужденного электрона и полным моментом атомного остатка. В связи с этим обозначения типа (74.1) к таким состояниям неприменимы. Предложенные Рака обозначения, включающие информацию о значениях пяти характеризующих состояния квантовых чисел, очень громоздки. Поэтому на практике

Переход $2s \rightarrow 2p$ дает излучение лазера. Из-за быстрых переходов атомов Ne с уровня $2p$ на уровень $1s$ не происходит накопления атомов Ne в состоянии $2p$. Уровень $2s$ состоит из четырех, а уровень $2p$ — из десяти подуровней. Существует 30 разрешенных правилами отбора переходов с подуровнем $2s$ на подуровни $2p$, соответствующих длинам волн от 0,6 до 5,4 мк. Наиболее интенсивный из них — переход $2s_2 - 2p_4$ с длиной волны 11 530 Å. Таким образом, этот лазер генерирует инфракрасное излучение. Газовые лазеры работают в непрерывном режиме и не нуждаются в интенсивном охлаждении.

В 1963 г. были созданы первые полупроводниковые лазеры.

Излучение лазеров отличается рядом замечательных особенностей. Для него характерны: 1) временная и пространственная когерентность, 2) строгая монохроматичность ($\Delta\lambda \sim 0,1$ Å), 3) большая мощность и 4) узость пучка.

Высокая когерентность излучения открывает широкие перспективы использования лазеров для целей радиосвязи, в частности для направленной радиосвязи в космосе. Если будет найден метод модуляции и демодуляции света, можно будет передавать огромный объем информации — один лазер мог бы заменить по объему передаваемой информации всю систему связи между восточным и западным побережьями США.

Угловая ширина генерируемого лазером светового пучка столь мала, что, используя телескопическую фокусировку, можно получить на лунной поверхности пятно света диаметром всего лишь 3 км. Большая мощность и узость пучка позволяют при фокусировке с помощью линзы получить плотность потока энергии, в 1000 раз превышающую плотность потока энергии, которую можно получить фокусировкой солнечного света. Пучки света со столь высокой плотностью мощности можно использовать для механической обработки и сварки, для воздействия на ход химических реакций и т. д.

для обозначения возбужденных состояний неона и более тяжелых инертных газов применяются по предложению Пащенко более компактные обозначения — первое возбужденное состояние с конфигурацией $pr^5(n+1)s$ обозначается как $1s$ (оно имеет 4 подуровня), следующее возбужденное состояние с конфигурацией $pr^5(n+1)p$ (имеющее 10 подуровней) обозначается через $2p$ и т. д. Для основных состояний атомов инертных газов допустимы обозначения вида (74.1) (см. табл. 6).

Сказанное выше далеко не исчерпывает всех возможностей лазера. Он является совершенно новым типом источника света, и пока еще трудно представить себе все возможные области его применения¹⁾.

Нелинейная оптика. Напряженность электрического поля E в световой волне, полученной с помощью обычных (нелазерных) источников света, пренебрежимо мала по сравнению с напряженностью внутреннего микроскопического поля, действующего на электроны в веществе. По этой причине оптические свойства среды (в частности, показатель преломления) и характер подавляющего большинства оптических явлений не зависят от интенсивности света. В таком случае распространение световых волн описывается линейными дифференциальными уравнениями. Поэтому долазерную оптику можно назвать линейной. Отметим, что принцип суперпозиции световых волн (выражаемый в геометрической оптике законом независимости световых лучей) справедлив только в области линейной оптики. Правда, и до создания лазеров были известны нелинейные явления в оптике. К их числу относится, например, комбинационное рассеяние света (см. § 83). При комбинационном рассеянии наблюдается преобразование частоты монохроматической световой волны, что является признаком нелинейности процесса. Однако в подавляющем большинстве случаев оптические процессы были линейными.

После создания квантовых генераторов света положение в оптике существенно изменилось. Лазеры позволяют получить световые волны с напряженностью поля почти такой же величины, как и напряженность микроскопического поля в атомах. При таких полях показатель преломления зависит от напряженности E . В этом случае нарушается принцип суперпозиции, различные волны, распространяющиеся в среде, оказывают влияние друг на друга и возникает ряд нелинейных оптических явлений. Опишем вкратце некоторые из них.

Нелинейное отражение света. При больших интенсивностях в отраженном свете появляется излучение на второй гармонике падающего излучения, т. е. кроме отраженного луча, имеющего частоту ω , равную частоте

¹⁾ Об одном из удивительных применений лазерного излучения — голограмии — рассказано в Приложении.

падающего света, наблюдается отраженный луч частоты 2ω . Направление отраженного луча частоты 2ω не совпадает с направлением отраженного луча частоты ω .

Самофокусировка света. При обычных интенсивностях первоначально параллельный ограниченный пучок света претерпевает при своем распространении в вакууме или в какой-либо среде так называемое дифракционное расплывание, в результате чего возникает дифракционная расходимость пучка. Оказывается, что при распространении световых пучков в жидкостях и некоторых кристаллах с увеличением мощности пучка расходимость его уменьшается. При некоторой мощности, называемой критической, пучок распространяется, не испытывая расходимости. Наконец, при мощности, большей критической, пучок сжимается — происходит самофокусирование пучка в среде. Это явление обусловлено тем, что с ростом напряженности E увеличивается показатель преломления, среда в области, занимаемой пучком, становится оптически более плотной, что приводит к изгибу лучей к оси пучка, т. е. к сжатию пучка.

Оптические гармоники. При рассеянии мощного лазерного пучка в жидкостях и кристаллах, кроме света с частотой ω , равной частоте падающего излучения, наблюдается также рассеянный свет с частотами 2ω , 3ω и т. д. Эти спектральные компоненты рассеянного света называются оптическими гармониками. Интенсивность оптических гармоник может быть весьма значительной; в некоторых кристаллах в излучение гармоник может переходить до 50% мощности рассеянного излучения.

Многофотонные процессы. При обычных интенсивностях света поглощение фотона частоты ω происходит только в том случае, если его энергия $\hbar\omega$ совпадает с разностью энергетических уровней $E_2 - E_1$ атома или молекулы. В этом случае в элементарном акте взаимодействия света с веществом поглощается один фотон. При больших интенсивностях излучения в элементарном акте взаимодействия могут поглощаться два или более фотона. В этом случае может происходить поглощение света не только частоты $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$, но также и частот $\omega/2$, $\omega/3$ и т. д. Такое поглощение называется многофотонным (в частности, двухфотонным, трехфотонным и т. д.).

Многофотонное поглощение может происходить и в световом поле двух монохроматических источников. Если

сумма частот этих источников удовлетворяет условию: $\omega_1 + \omega_2 = (E_2 - E_1)/\hbar$, наблюдается заметное поглощение излучения обеих частот. Для этого необязательно, чтобы оба излучения были большой мощности. Достаточно, чтобы была велика их суммарная интенсивность. Поэтому можно наблюдать многофотонное поглощение при наложении света от лазера и нелазерного источника со сплошным спектром.

Наблюдается также многофотонный фотоэффект (многофотонная ионизация атомов). В то время как обычный (однофотонный) фотоэффект наблюдается при частотах, при которых энергия фотона больше энергии ионизации атома, многофотонный фотоэффект может происходить при частотах в n раз меньших (n — число фотонов, участвующих в элементарном акте взаимодействия). Удалось надежно зарегистрировать семифотонную ионизацию инертных газов.

Приведенный нами далеко не полный перечень уже обнаруженных нелинейных явлений достаточен для того, чтобы составить представление о том, как бурно развивается новая область оптики — нелинейная оптика.

ЧАСТЬ III

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ГЛАВА XIV АТОМНОЕ ЯДРО

§ 87. Состав и характеристика атомного ядра

Ядра атомов состоят из двух видов элементарных частиц — протонов и нейтронов. Эти частицы носят название **нуклонов**.

Протон. Протон (p) есть не что иное, как ядро атома водорода. Он обладает зарядом $+e$ и массой

$$m_p = 938,2 \text{ Мэв}^1). \quad (87.1)$$

Для сравнения укажем, что масса электрона, выраженная в единицах энергии, составляет

$$m_e = 0,511 \text{ Мэв}. \quad (87.2)$$

Из сопоставления (87.1) и (87.2) следует, что $m_p = 1836 m_e$.

Протон имеет спин, равный половине ($s = 1/2$), и собственный магнитный момент

$$\mu_p = +2,79\mu_0,$$

где

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_pc} = 5,05 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/гаусс} \quad (87.3)$$

— единица магнитного момента, называемая ядерным магнетоном. Из сравнения с (71.3) вытекает, что μ_0 в 1836 раз меньше магнетона Бора μ_B . Следовательно,

¹⁾ В ядерной физике принято выражать массы в единицах энергии, умножая их для этой цели на c^2 . Применяется также единица массы, называемая атомной единицей массы (а. е. м.); 1 а. е. м. = $1,66 \cdot 10^{-24}$ г = 931 Мэв.

собственный магнитный момент протона примерно в 660 раз меньше, чем магнитный момент электрона.

Нейтрон. Нейтроном (n) называется не обладающая электрическим зарядом частица¹⁾ с массой

$$m_n = 939,5 \text{ } M\text{эв}, \quad (87.4)$$

очень близкой к массе протона. Разность масс нейтрона и протона $m_n - m_p$ составляет $1,3 \text{ } M\text{эв}$, т. е. $2,5 \text{ } m_e$.

Нейтрон обладает спином, равным половине ($s = 1/2$), и (несмотря на отсутствие электрического заряда) собственным магнитным моментом

$$\mu_n = -1,91\mu_0$$

(знак минус указывает на то, что направления собственных механического и магнитного моментов противоположны).

В свободном состоянии нейтрон нестабилен (радиоактивен) — он самопроизвольно распадается, превращаясь в протон и испуская электрон (e^-) и еще одну частицу, называемую антинейтрино ($\bar{\nu}$) (см. § 101). Период полураспада равен $\sim 12 \text{ мин}$. Схему распада можно записать следующим образом:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}. \quad (87.5)$$

Масса покоя антинейтрино равна нулю. Масса нейтрона, как мы видели, больше массы протона на $2,5 \text{ } m_e$. Следовательно, масса нейтрона превышает суммарную массу частиц, фигурирующих в правой части уравнения (87.5), на $1,5 \text{ } m_e$, т. е. на $0,77 \text{ } M\text{эв}$. Эта энергия выделяется при распаде нейтрона в виде кинетической энергии образующихся частиц.

Характеристика атомного ядра. Количество протонов Z , входящих в состав ядра, определяет его заряд, который равен $+Ze$. Число Z называется атомным номером (оно определяет порядковый номер химического элемента в периодической таблице Менделеева) или зарядовым числом ядра.

Число нуклонов A (т. е. суммарное число протонов и нейтронов) в ядре называется массовым числом ядра. Число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$.

¹⁾ Нейтрон открыт в 1932 г. английским физиком Д. Чедвиком.

Для обозначения ядер применяется символ



где под X подразумевается химический символ данного элемента. Справа вверху ставится массовое число, слева внизу — атомный номер (последний значок часто опускают).

Большинство химических элементов имеет по несколько разновидностей — и зотопов, отличающихся значениями массового числа A . Так, например, водород имеет три изотопа:

${}_1^1 H$ — обычный водород, или протий ($Z = 1, N = 0$),
 ${}_1^2 H$ — тяжелый водород, или дейтерий ($Z = 1, N = 1$),
 ${}_1^3 H$ — тритий ($Z = 1, N = 2$)¹⁾.

У кислорода имеется три стабильных изотопа: ${}_8^{16} O$, ${}_8^{17} O$, ${}_8^{18} O$ у олова — десять, и т. д.

Изотопы представляют собой ядра с одинаковым числом протонов Z . Ядра с одинаковым массовым числом A называются изобарами. В качестве примера можно привести ${}_{18}^{40} Ag$ и ${}_{20}^{40} Ca$. Ядра с одинаковым числом нейтронов $N = A - Z$ носят название изотонов (${}_6^{13} C$, ${}_7^{14} N$). Наконец, существуют радиоактивные ядра с одинаковыми Z и A , отличающиеся периодом полураспада. Они называются изомерами. Например, имеется два изомера ядра ${}_{35}^{80} Br$, у одного из них период полураспада равен 18 мин, у другого — 4,4 часа.

Радиус ядра довольно точно определяется формулой:

$$r = 1,3 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ см} = 1,3 A^{1/3} \text{ ферми} \quad (87.6)$$

(ферми — название применяемой в ядерной физике единицы длины, равной 10^{-13} см). Из соотношения (87.6) следует, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре.

В настоящее время известно около 1500 ядер, различающихся Z , либо A , либо и тем и другим. Около $\frac{1}{4}$ этих ядер устойчивы, остальные радиоактивны. Многие ядра были получены искусственным путем с помощью ядерных реакций.

¹⁾ Дейтерий обозначают также символом D, а тритий — символом T.

В природе встречаются элементы с Z от 1 до 92, исключая технеций (Tc , $Z = 43$) и прометий (Pm , $Z = 61$). Плутоний (Pu , $Z = 94$) после получения его искусственным путем был обнаружен в ничтожных количествах в природном минерале — смоляной обманке. Остальные трансурановые (т. е. заурановые) элементы (с Z от 93 до 104) были получены только искусственным путем посредством различных ядерных реакций.

Трансурановые элементы кюрий (96 Cm), эйнштейний (99 Es), фермий (100 Fm) и менделевий (101 Md) получили названия в честь выдающихся ученых П. и

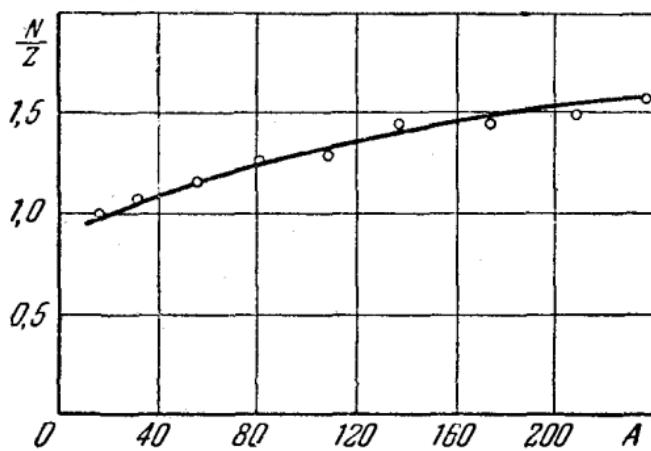


Рис. 248.

М. Кюри, А. Эйнштейна, Э. Ферми и Д. И. Менделеева. Лоуренсий (103 Lw) назван в честь изобретателя циклотрона Э. Лоуренса.

Элемент 104 был получен в 1964 г. в СССР в Лаборатории ядерных реакций Объединенного института ядерных исследований в Дубне Г. Н. Флеровым и его сотрудниками путем бомбардировки плутониевой мишени ($Z = 94$) пучком ионов $^{10}Ne^{22}$ ($Z = 10$), ускоренных до энергии 115 Мэв. Свое название «курчатовий» 104-й элемент получил в честь выдающегося советского физика И. В. Курчатова.

Для устойчивых ядер характерно определенное отношение числа нейтронов N к числу протонов Z . У легких ядер это отношение близко к единице. По мере увеличения числа нуклонов в ядре N/Z растет, достигая для урана значения 1,6 (см. рис. 248, на котором по оси

абсцисс отложено массовое число A , по оси ординат — отношение N к Z ; точки на рисунке соответствуют отдельным стабильным ядрам).

Спин ядра. Спины нуклонов складываются в результирующий спин ядра. Спин нуклона равен $\frac{1}{2}$. Поэтому согласно квантовым законам сложения моментов квантовое число спина ядра I будет полуцелым при нечетном числе нуклонов A и целым или нулем при четном A . Спины ядер I не превышают нескольких единиц. Это указывает на то, что спины большинства нуклонов в ядре взаимно компенсируют друг друга, располагаясь антипараллельно. У всех четно-четных¹⁾ ядер (т. е. ядер с четным числом протонов и четным числом нейтронов) спин равен нулю.

Результирующий момент ядра M_I складывается с моментом электронной оболочки M_J в полный момент импульса атома M_F , который определяется квантовым числом F .

С механическими моментами связаны магнитные моменты. Взаимодействие магнитных моментов электронов и ядра приводит к тому что состояния атома соответствующие различным взаимным ориентациям M_I и M_J (т. е. различным F), имеют немного отличающуюся энергию. Взаимодействием моментов μ_L и μ_S обусловливается тонкая структура спектров (см. § 72). Взаимодействием μ_I и μ_J определяется сверхтонкая структура атомных спектров. Расщепление спектральных линий, соответствующее сверхтонкой структуре, настолько мало (порядка нескольких сотых ангстрема), что может наблюдаться лишь с помощью приборов самой высокой разрешающей силы.

§ 88. Масса и энергия связи ядра

Масса ядра m_a всегда меньше суммы масс входящих в него частиц²⁾. Это обусловлено тем, что при объединении нуклонов в ядро выделяется энергия связи нуклонов друг с другом. Энергия связи $E_{\text{св}}$ равна той работе, которую нужно совершить, чтобы разделить образующие

¹⁾ Ядра с нечетными Z и N называются нечетно-нечетными, ядра, у которых одно из чисел, Z и N , четное, а другое нечетное, называются четно-нечетными.

²⁾ Имеются в виду массы покоя.

ядро нуклоны и удалить их друг от друга на такие расстояния, при которых они практически не взаимодействуют друг с другом. Таким образом, энергия ядра меньше энергии системы невзаимодействующих нуклонов на величину, равную $E_{\text{св}}$. Согласно закону взаимосвязи массы и энергии [см. (42.9)] уменьшение энергии тела на

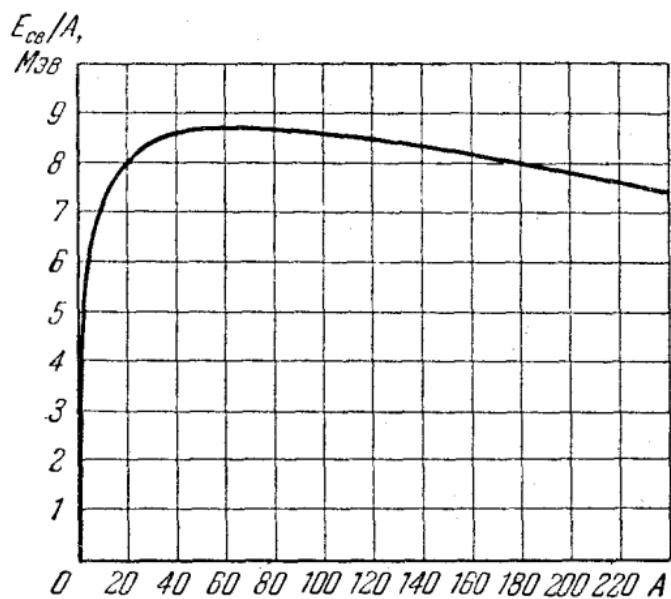


Рис. 249.

ΔE должно сопровождаться эквивалентным уменьшением массы тела на $\Delta m = \Delta E/c^2$. Следовательно, энергия связи нуклонов в ядре равна:

$$E_{\text{св}} = c^2 \{[Zm_p + (A - Z)m_n] - m_a\}. \quad (88.1)$$

Это соотношение практически не нарушится, если заменить массу протона m_p массой атома водорода m_H , а массу ядра m_a — массой атома m_a . Действительно, если пренебречь сравнительно ничтожной энергией связи электронов с ядрами, указанная замена будет означать добавление к уменьшающему и вычитаемому выражению, стоящего в фигурных скобках, одинаковой величины, равной Zm_e . Итак, выражению (88.1) можно придать вид:

$$E_{\text{св}} = c^2 \{[Zm_H + (A - Z)m_n] - m_a\}. \quad (88.2)$$

Последнее соотношение удобнее, чем (88.1), потому что в таблицах даются обычно не массы ядер, а массы атомов.

Найдем энергию связи нуклонов в ядре ${}^2\text{He}^4$, в состав которого входят два протона ($Z = 2$) и два нейтрона ($A - Z = 2$). Масса атома ${}^2\text{He}^4$ равна 4,00260 а. е. м., чему соответствует 3728,0 Мэв. Масса атома водорода ${}^1\text{H}^1$ равна 1,00815 а. е. м. [938,7 Мэв; ср. с (87.1)]. Масса нейтрона равна значению (87.4). Подставляя эти величины в формулу (88.2), получим

$$E_{\text{св}} = [2 \cdot 938,7 + 2 \cdot 939,5] - 3728,0 = 28,4 \text{ Мэв.}$$

В расчете на один нуклон энергия связи ядра гелия составляет 7,1 Мэв¹⁾. Для сравнения укажем, что энергия связи валентных электронов в атомах имеет величину в 10^6 раз меньшую (порядка 10 эв). Для других ядер удельная энергия связи, т. е. энергия связи, приходящаяся на один нуклон ($E_{\text{св}}/A$), имеет примерно такую же величину, как у гелия. На рис. 249 изображен график, показывающий зависимость $E_{\text{св}}/A$ от массового числа A . Сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами порядка 50—60 (т. е. для элементов от Сr до Zn). Энергия связи для этих ядер достигает 8,7 Мэв/нуклон. С ростом A удельная энергия связи постепенно уменьшается; для самого тяжелого природного элемента — урана она составляет 7,5 Мэв/нуклон. Такая зависимость удельной энергии связи от массового числа делает энергетически возможными два процесса: 1) деление тяжелых ядер на несколько более легких ядер и 2) слияние (синтез) легких ядер в одно ядро. Оба процесса должны сопровождаться выделением большого количества энергии. Так, например, деление одного ядра с массовым числом $A = 240$ (удельная энергия связи равна 7,5 Мэв) на два ядра с массовыми числами $A = 120$ (удельная энергия связи равна 8,5 Мэв) привело бы к высвобождению энергии в 240 Мэв. Слияние

¹⁾ Для характеристики связи нуклонов в ядре пользуются также величинами, называемыми дефектом масс и упаковочным коэффициентом. Дефектом масс δ называется разность между численным значением массы атома, выраженной в атомных единицах массы, и массовым числом:

$$\delta = m_a - A.$$

Упаковочным коэффициентом f называют отношение дефекта масс к массовому числу:

$$f = \frac{\delta}{A}.$$

Для ${}^2\text{He}^4$ имеем: $\delta = 0,00260$, $f = 0,00065$.

двух ядер тяжелого водорода ${}_1\text{H}^2$ в ядро гелия ${}_2\text{He}^4$ привело бы к выделению энергии, равной ~ 24 Мэв. Для сравнения укажем, что при соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода (сгорание угля до CO_2) выделяется энергия, равная ~ 5 эв.

В связи с тем, что ядра с $A \sim 50-60$ являются энергетически наиболее выгодными, возникает вопрос: почему ядра с иными значениями A оказываются стабильными? Ответ заключается в следующем. Для того чтобы разделиться на несколько частей, тяжелое ядро должно пройти через ряд промежуточных состояний, энергия которых превышает энергию основного состояния ядра. Следовательно, для процесса деления ядру требуется дополнительная энергия (энергия активации), которая затем возвращается обратно, прибавляясь к энергии, выделяющейся при делении за счет изменения энергии связи. В обычных условиях ядру неоткуда взять энергию активации, вследствие чего тяжелые ядра не претерпевают спонтанного деления. Энергия активации может быть сообщена тяжелому ядру захваченным им дополнительным нейтроном. Процесс деления ядер урана или плутония под действием захватываемых ядрами нейтронов лежит в основе действия ядерных реакторов и обычной атомной бомбы.

Что касается легких ядер, то для слияния их в одно ядро они должны подойти друг к другу на весьма близкое расстояние ($\sim 10^{-13}$ см). Такому сближению ядер препятствует кулоновское отталкивание между ними. Для того чтобы преодолеть это отталкивание, ядра должны двигаться с огромными скоростями, соответствующими температурам порядка нескольких сот миллионов градусов. По этой причине процесс синтеза легких ядер называется термоядерной реакцией. Термоядерные реакции протекают в недрах Солнца и звезд. В земных условиях пока были осуществлены неуправляемые термоядерные реакции при взрывах водородных бомб.

§ 89. Природа ядерных сил

Огромная энергия связи нуклонов в ядре свидетельствует о том, что между нуклонами имеется очень интенсивное взаимодействие. Это взаимодействие носит характер притяжения. Оно удерживает нуклоны на рас-

стояниях $\sim 10^{-13}$ см друг от друга, несмотря на сильное электростатическое отталкивание между протонами. Ядерное взаимодействие между нуклонами получило название сильного взаимодействия. Его можно описать с помощью поля ядерных сил. Перечислим отличительные особенности этих сил.

1. Ядерные силы являются короткодействующими — при расстояниях между нуклонами, превышающих примерно $2 \cdot 10^{-13}$ см, действие их уже не обнаруживается. На расстояниях, меньших $1 \cdot 10^{-13}$ см, притяжение нуклонов заменяется отталкиванием.

2. Сильное взаимодействие не зависит от заряда нуклонов. Ядерные силы, действующие между двумя протонами, протоном и нейтроном и двумя нейронами, одинаковы по величине. Это свойство называется з а р я д о в о й н е з а в и с и м о с т ю ядерных сил.

3. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Так, например, нейtron и протон удерживаются вместе, образуя дейтон, только в том случае, когда их спины параллельны друг другу.

4. Ядерные силы обладают свойством насыщения (это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов). Это свойство вытекает из того факта, что энергия связи, приходящаяся на один нуклон, примерно одинакова для всех ядер, начиная с ${}^2\text{He}^4$. Кроме того, на насыщение ядерных сил указывает также пропорциональность объема ядра числу образующих его нуклонов [см. формулу (87.6)].

По современным представлениям сильное взаимодействие обусловлено тем, что нуклоны виртуально обмениваются частицами, получившими название мезонов. Для того чтобы уяснить сущность этого процесса, рассмотрим прежде, как выглядит кулоновское взаимодействие с точки зрения квантовой электродинамики.

Взаимодействие между заряженными частицами осуществляется через электромагнитное поле. Мы знаем, что это поле может быть представлено как совокупность квантов энергии — фотонов. Согласно представлениям квантовой электродинамики процесс взаимодействия между двумя заряженными частицами, например электронами, заключается в обмене фотонами. Каждая ча-

стица создает вокруг себя поле, непрерывно испуская и поглощая фотоны. Действие поля на другую частицу проявляется в результате поглощения ею одного из фотонов, испущенных первой частицей. Такое описание взаимодействия нельзя понимать буквально. Фотоны, посредством которых осуществляется взаимодействие, являются не обычными реальными фотонами, а виртуальными. В квантовой механике виртуальными называются частицы, которые не могут быть обнаружены за время их существования. В этом смысле виртуальные частицы можно назвать воображаемыми. Чтобы лучше понять смысл термина «виртуальный», рассмотрим покоящийся электрон. Процесс создания им в окружающем пространстве поля можно представить уравнением:

$$e^- \rightleftharpoons e^- + \hbar\omega. \quad (89.1)$$

Суммарная энергия фотона и электрона больше, чем энергия покоящегося электрона. Следовательно, превращение, описываемое уравнением (89.1), сопровождается нарушением закона сохранения энергии. Однако для виртуального фотона это нарушение является кажущимся. Согласно квантовой механике энергия состояния, существующего время Δt , оказывается определенной лишь с точностью ΔE , удовлетворяющей соотношению неопределенностей:

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar^1). \quad (89.2)$$

Из этого соотношения вытекает, что энергия системы может претерпевать отклонения ΔE , длительность которых Δt не должна превышать значения, определяемого условием (89.2). Таким образом, если испущенный электроном виртуальный фотон будет поглощен этим же или другим электроном до истечения времени $\Delta t = \hbar/\epsilon$ (где $\epsilon = \hbar\omega$), то нарушение закона сохранения энергии не может быть обнаружено.

Если электрону сообщить дополнительную энергию (это может произойти, например, при соударении его с другим электроном), то вместо виртуального фотона может быть испущен реальный фотон, который может существовать неограниченно долго.

¹⁾ Этим соотношением мы уже пользовались в § 79.

За время Δt виртуальный фотон может передать взаимодействие между точками, разделенными расстоянием

$$l = c \Delta t = c \frac{\hbar}{e}.$$

Энергия фотона $e = \hbar\omega$ может быть сколь угодно мала (частота ω изменяется от 0 до ∞). Поэтому радиус действия электромагнитных сил является неограниченным. Если бы частицы, которыми обмениваются взаимодействующие электроны, имели отличную от нуля массу покоя m_0 , то, как легко сообразить, радиус действия соответствующих сил был бы ограничен величиной:

$$r = c \Delta t_{\max} = c \frac{\hbar}{e_{\min}} = c \frac{\hbar}{m_0 c^2} = \frac{\hbar}{m_0 c} = \Lambda,$$

где Λ — комптоновская длина волны данной частицы [см. (58.5)] (мы положили, что частица — переносчик взаимодействия движется со скоростью c).

В 1934 г. И. Е. Тамм высказал предположение, что взаимодействие между нуклонами также передается посредством каких-то виртуальных частиц. В то время, кроме нуклонов, были известны лишь фотон, электрон, позитрон и нейтрино. Самая тяжелая из этих частиц — электрон обладает комптоновской длиной волны $\Lambda = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см [см. (58.6)], приблизительно в 200 раз превышающей радиус действия ядерных сил (равный $\sim 2 \cdot 10^{-13}$ см). Кроме того, величина сил, которые могли бы быть обусловлены виртуальными электронами, как показали расчеты, оказалась чрезвычайно малой. Таким образом, первая попытка объяснения ядерных сил с помощью обмена виртуальными частицами оказалась неудачной.

В 1935 г. японский физик Х. Юкава высказал смелую гипотезу о том, что в природе существуют пока не обнаруженные частицы с массой, в 200—300 раз большей массы электрона, и что эти-то частицы и выполняют роль переносчиков ядерного взаимодействия, подобно тому как фотоны являются переносчиками электромагнитного взаимодействия. Юкава назвал эти гипотетические частицы тяжелыми фотонами. Так как по величине массы эти частицы занимают промежуточное положение между электронами и нуклонами, они впо-

следствии были названы мезонами (греческое μέσος означает средний).

В 1936 г. Андерсон и Неддермейер обнаружили в космических лучах частицы с массой покоя, равной $207 m_e$. Вначале полагали, что эти частицы, получившие название μ -мезонов, или мюонов, и есть переносчики взаимодействия, предсказанные Юкавой. Однако впоследствии выяснилось, что μ -мезоны очень слабо взаимодействуют с нуклонами, так что не могут быть ответственными за ядерные взаимодействия. Только в 1947 г. Оккиалини и Поуэлл открыли в космическом излучении еще один тип мезонов — так называемые π -мезоны, или пионы, которые оказались носителями ядерных сил, предсказанными за 12 лет до того Юкавой.

Существуют положительный (π^+), отрицательный (π^-) и нейтральный (π^0) пионы. Заряд π^+ - и π^- -мезонов равен элементарному заряду e . Масса заряженных пионов одинакова и равна $273 m_e$ (140 Мэв), масса π^0 -мезона равна $264 m_e$ (135 Мэв). Спин как заряженных, так и нейтрального π -мезона равен нулю ($s = 0$). Все три частицы нестабильны. Время жизни π^+ - и π^- -мезонов составляет $2,55 \cdot 10^{-8}$ сек, π^0 -мезона — $2,1 \cdot 10^{-16}$ сек. Подавляющая часть (в среднем 99,97%) заряженных пионов распадается по схеме

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \quad (89.3)$$

(μ^+ и μ^- — положительный и отрицательный мюоны, ν — нейтрино, $\bar{\nu}$ — антинейтрино). Остальные 0,03% распадов протекают по другим схемам (например, $\pi \rightarrow e + \nu$; $\pi \rightarrow \pi^0 + e + \nu$ и т. п., причем в случае π^+ образуется e^+ , т. е. позитрон, а в случае π^- возникает e^- , т. е. электрон).

В среднем 98,7% π^0 -мезонов распадаются на два γ -кванта:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \quad (89.4)$$

Остальные 1,3% распадов осуществляются с рождением пары электрон — позитрон и γ -кванта ($\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$) или двух электронно-позитронных пар ($\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$).

Частицы, называемые μ -мезонами, или мюонами, по современной классификации не относятся к категории

мезонов; вместе с электронами и нейтрино они образуют группу лептонов (поэтому вместо термина « μ -мезон» лучше пользоваться термином «мюон»). Мюоны имеют положительный (μ^+) или отрицательный (μ^-) заряд, равный элементарному заряду e (нейтрального мюона не существует). Масса мюона равна $207 m_e$ (106 Мэв), спин — половине ($s = \frac{1}{2}$). Мюоны, как и π -мезоны, нестабильны, они распадаются по схеме:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}. \quad (89.5)$$

Время жизни обоих мюонов одинаково и равно $2,22 \cdot 10^{-6}$ сек.

Вернемся к рассмотрению обменного взаимодействия между нуклонами. В результате аналогичных (89.1) виртуальных процессов:

$$p \rightleftharpoons n + \pi^+, \quad (89.6)$$

$$n \rightleftharpoons p + \pi^-, \quad (89.7)$$

$$p \rightleftharpoons p + \pi^0, \quad n \rightleftharpoons n + \pi^0 \quad (89.8)$$

нуклон оказывается окруженным облаком виртуальных π -мезонов, которые образуют поле ядерных сил.

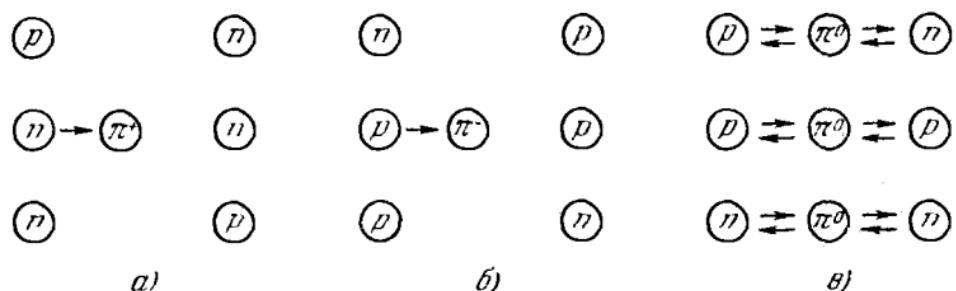


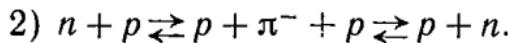
Рис. 250.

Поглощение этих мезонов другим нуклоном приводит к сильному взаимодействию между нуклонами, происходящему по одной из следующих схем.

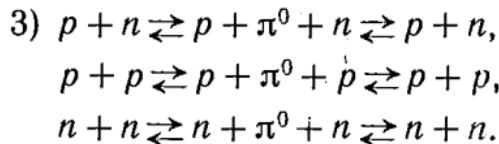
$$1) p + n \rightleftharpoons n + \pi^+ + n \rightleftharpoons n + p.$$

Протон испускает виртуальный π^+ -мезон, превращаясь в нейtron. Мезон поглощается нейtronом, который вследствие этого превращается в протон. Затем такой же процесс протекает в обратном направлении (рис. 250, а). Каждый из взаимодействующих нуклонов часть вре-

мени проводит в заряженном состоянии, а часть — в нейтральном.



Нейтрон и протон обмениваются π^- -мезонами (рис. 250, б).



Нуклоны обмениваются π^0 -мезонами (рис. 250, в).

Первый из этих трех процессов находит экспериментальное подтверждение в рассеянии нейтронов на протонах. При прохождении пучка нейтронов через водород в этом пучке появляются протоны, многие из которых имеют ту же энергию и направление движения, что и падающие нейтроны. Соответствующее число практически покоящихся нейтронов обнаруживается в мишени. Совершенно невероятно, чтобы такое большое число нейтронов полностью передавало свой импульс ранее покоившимся протонам в результате лобовых ударов. Поэтому приходится признать, что часть нейтронов, пролетая вблизи протонов, захватывает один из виртуальных π^+ -мезонов. В результате нейtron превращается в протон, а потерявший свой заряд протон превращается в нейтрон (рис. 251).

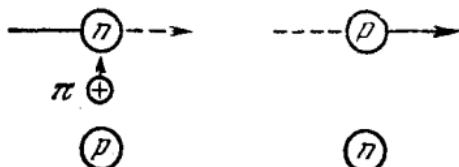


Рис. 251.

Если нуклону сообщить энергию, эквивалентную массе π -мезона, то виртуальный π -мезон может стать реальным. Необходимая энергия может быть сообщена при столкновении достаточно ускоренных нуклонов (или ядер) либо при поглощении нуклоном γ -кванта. При очень больших энергиях соударяющихся частиц от нуклона может «оторваться» несколько π -мезонов. В космических лучах, где встречаются частицы с энергиями $\sim 10^4$ ГэВ, наблюдаются случаи рождения до 20 реальных π -мезонов при одном соударении.

В соответствии с процессом (89.7) нейtron часть времени проводит в виртуальном состоянии ($p + \pi^-$). Орбитальное движение π^- -мезона приводит к возникновению наблюдаемого у нейтрона отрицательного магнитного момента (см. § 87). Аномальный магнитный момент протона (2.79 μ_0 вместо одного ядерного магнетона) также можно объяснить орбитальным движением π^+ -мезона в течение того промежутка времени, когда протон находится в виртуальном состоянии ($n + \pi^+$).

§ 90. Радиоактивность

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотоп другого элемента, сопровождающееся испусканием элементарных частиц или ядер. К числу основных таких превращений относятся: 1) α -распад, 2) β -распад (в том числе K -захват), 3) протонная радиоактивность и 4) спонтанное деление тяжелых ядер.

Радиоактивность, наблюдающаяся у изотопов, существующих в природных условиях, называется естественной. Радиоактивность изотопов, полученных посредством ядерных реакций, называется искусственной. Между искусственной и естественной радиоактивностью нет принципиального различия. Процесс радиоактивного превращения в обоих случаях подчиняется одинаковым законам.

Закон радиоактивного превращения весьма прост. Для каждого радиоактивного ядра имеется определенная вероятность λ того, что оно испытает превращение в единицу времени. Следовательно, если радиоактивное вещество содержит N атомов, то количество атомов dN , которое претерпит превращение за время dt , будет равно

$$dN = -\lambda N dt \quad (90.1)$$

(знак минус взят для того, чтобы dN можно было рассматривать как приращение числа нераспавшихся атомов N).

Интегрирование выражения (90.1) дает:

$$\ln N = -\lambda t + \text{const},$$

откуда получается закон радиоактивного превращения:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (90.2)$$

где N_0 — количество нераспавшихся атомов в начальный момент, N — количество нераспавшихся атомов в момент времени t , λ — характерная для радиоактивного вещества константа, называемая постоянной распада. Как мы видели, постоянная распада дает вероятность того, что атом радиоактивного вещества испытает превращение в единицу времени.

Таким образом, число радиоактивных атомов убывает со временем по экспоненциальному закону. Заметим, что количество распавшихся за время t атомов определяется выражением:

$$N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Время, за которое распадается половина первоначального количества атомов, называется периодом полураспада T . Величина T определяется условием:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T},$$

откуда

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (90.3)$$

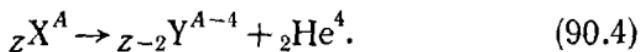
Период полураспада для известных в настоящее время радиоактивных веществ колеблется в пределах от $3 \cdot 10^{-7}$ сек до $5 \cdot 10^{15}$ лет.

Может случиться, что возникающие в результате радиоактивного превращения ядра в свою очередь окажутся радиоактивными и будут распадаться со скоростью, характеризуемой постоянной распада λ' . Новые продукты распада могут также оказаться радиоактивными, и т. д. В результате возникнет целый ряд радиоактивных превращений. В природе существуют три радиоактивных ряда (или семейства), родоначальниками которых являются U^{238} (ряд урана), Th^{232} (ряд тория) и U^{235} (ряд актиноурана). Конечными продуктами во всех трех случаях служат изотопы свинца — в первом случае Pb^{206} , во втором Pb^{208} и, наконец, в третьем Pb^{207} .

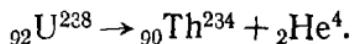
Естественная радиоактивность была открыта в 1896 г. французским ученым А. Беккерелем. Большой вклад в изучение радиоактивных веществ внесли Пьер

Кюри и Мария Склодовская-Кюри. Было обнаружено, что радиоактивное вещество является источником трех видов излучения. Одно из них под действием магнитного поля отклоняется в ту же сторону, в которую отклонялся бы поток положительно заряженных частиц; оно получило название α -лучей. Второе, названное β -лучами, отклоняется магнитным полем в противоположную сторону, т. е. так, как отклонялся бы поток отрицательно заряженных частиц. Наконец, третье излучение, никак не реагирующее на действие магнитного поля, было названо γ -лучами. Впоследствии выяснилось, что γ -лучи представляют собой электромагнитное излучение весьма малой длины волн (от 10^{-3} Å до 1 Å).

Альфа-распад. Альфа-лучи представляют собой поток ядер гелия ${}_2\text{He}^4$. Распад протекает по следующей схеме:



Буквой X обозначен химический символ распадающегося (материнского) ядра, буквой Y — химический символ образующегося (дочернего) ядра. Альфа-распад обычно сопровождается возникновением γ -лучей. Как видно из схемы, атомный номер дочернего вещества на 2 единицы, а массовое число на 4 единицы меньше, чем у исходного вещества. Примером может служить распад изотопа урана ${}_{92}\text{U}^{238}$, протекающий с образованием тория:



Скорости, с которыми α -частицы (т. е. ядра ${}_2\text{He}^4$) вылетают из распавшегося ядра, очень велики ($\sim 10^9$ см/сек; кинетическая энергия порядка нескольких Мэв). Пролетая через вещество, α -частица постепенно теряет свою энергию, затрачивая ее на ионизацию молекул вещества, и, в конце концов, останавливается. На образование одной пары ионов в воздухе тратится в среднем 35 эв. Таким образом, α -частица образует на своем пути примерно 10^5 пар ионов. Естественно, что чем больше плотность вещества, тем меньше пробег α -частиц до остановки. Так, в воздухе при нормальном давлении пробег составляет несколько сантиметров, в твердом веществе пробег достигает всего нескольких десятков микрон (α -частицы полностью задерживаются обычным листом бумаги).

Кинетическая энергия α -частиц возникает за счет избытка энергии покоя материнского ядра над суммарной энергией покоя дочернего ядра и α -частицы. Эта избыточная энергия распределяется между α -частицей и дочерним ядром в отношении, обратно пропорциональном их массам¹⁾. Энергии (скорости) α -частиц, испускаемых данным радиоактивным веществом, оказываются строго определенными. В большинстве случаев радиоактивное вещество испускает несколько групп

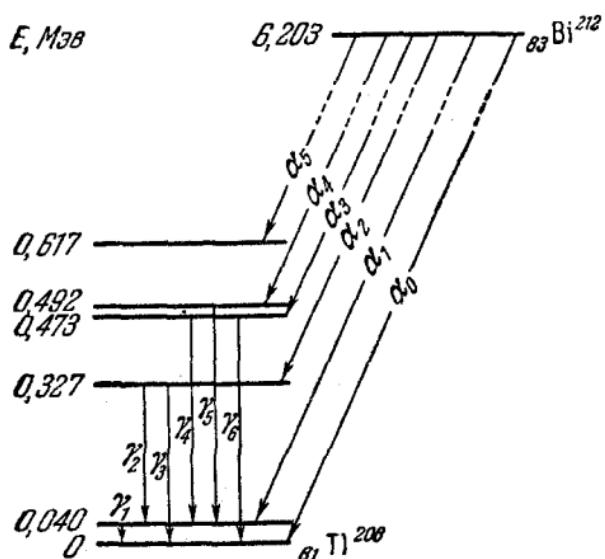


Рис. 252.

α -частиц близкой, но различной энергии. Это обусловлено тем, что дочернее ядро может возникать не только в нормальном, но и в возбужденных состояниях. На рис. 252 приведена схема, поясняющая возникновение различных групп α -частиц (возникновение тонкой структуры α -спектра), испускаемых при распаде ядра $^{83}\text{Bi}^{212}$ (его называют торием С). В левой колонке показана схема энергетических уровней дочернего ядра $^{81}\text{Tl}^{208}$ (его называют торием С''). Энергия основного состояния принята за нуль. Избыток энергии покоя материнского ядра над энергией покоя α -частицы и дочернего ядра

¹⁾ При скоростях, с которыми вылетают α -частицы (порядка 0,05 с), можно пользоваться классическими выражениями для импульса и кинетической энергии частицы.

в нормальном состоянии составляет 6,203 Мэв. Если дочернее ядро возникает в невозбужденном состоянии, вся эта энергия выделяется в виде кинетической энергии, причем на долю α -частицы приходится

$$E_k = 6,203 \frac{208}{212} = 6,086 \text{ Мэв}$$

(эта группа частиц обозначена на схеме через α_0). Если же дочернее ядро возникает в пятом возбужденном состоянии, энергия которого на 0,617 Мэв превышает энергию нормального состояния, то выделившаяся кинетическая энергия составит $6,203 - 0,617 = 5,586$ Мэв и на долю α -частицы достанется 5,481 Мэв (группа частиц α_5). Относительное количество частиц равно $\sim 27\%$ для α_0 , $\sim 70\%$ для α_1 и всего лишь $\sim 0,01\%$ для α_5 . Относительные количества α_2 , α_3 и α_4 также очень малы (порядка 0,1—1%).

Время жизни τ возбужденных состояний для большинства ядер лежит в пределах от 10^{-8} до 10^{-15} сек¹⁾. За время, равное в среднем τ , дочернее ядро переходит в нормальное или более низкое возбужденное состояние, испуская γ -фотон. На рис. 252 показано возникновение γ -фотонов шести различных энергий.

Энергия возбуждения дочернего ядра может быть выделена и другими способами. Возбужденное ядро может испустить какую-либо частицу: протон, нейtron, электрон или α -частицу. Наконец, образовавшееся в результате α -распада возбужденное ядро может отдать избыток энергии непосредственно (без предварительного испускания γ -кванта) одному из электронов K -, L - или даже M -слоя атома, в результате чего электрон вылетает из атома. Этот процесс носит название внутренней конверсии. Образовавшееся в результате вылета электрона вакантное место будет заполняться электронами с вышележащих энергетических уровней. Поэтому внутренняя конверсия всегда сопровождается испусканием характеристических рентгеновских лучей.

Подобно тому как фотон не существует в готовом виде в недрах атома и возникает лишь в момент излучения, α -частица также возникает в момент радиоак-

¹⁾ В некоторых случаях оно может оказаться очень большим (до нескольких лет). Уровни с таким временем жизни называются изомерными, а возбужденное ядро — изомером.

тивного распада ядра. Покидая ядро, α -частице приходится преодолевать потенциальный барьер, высота которого больше, чем полная энергия α -частицы, равная в среднем 6 Мэв (рис. 253). Внешняя, спадающая асимптотически к нулю сторона барьера обусловлена кулоновским отталкиванием α -частицы и дочернего ядра. Внутренняя сторона барьера обусловлена ядерными силами. Опыты по рассеянию α -частиц тяжелыми α -радиоактивными ядрами показали, что высота барьера заметно превышает энергию вылетающих при распаде

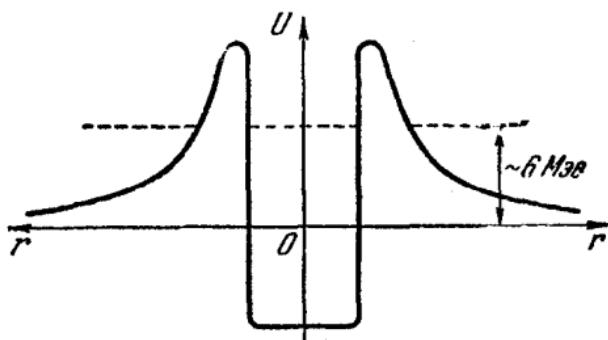
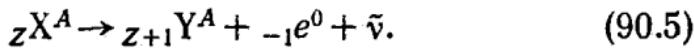


Рис. 253.

α -частиц. По классическим представлениям преодоление частицей потенциального барьера при указанных условиях невозможно. Однако согласно квантовой механике имеется отличная от нуля вероятность того, что частица просочится через барьер, как бы пройдя по туннелю, имеющемуся в барьере. Это явление, называемое туннельным эффектом, было нами рассмотрено в § 68. Теория α -распада, основывающаяся на представлении о туннельном эффекте, приводит к результатам, хорошо согласующимся с данными опыта.

Бета-распад. Существуют три разновидности β -распада. В одном случае ядро, претерпевающее превращение, испускает электрон, в другом — позитрон, в третьем случае, называемом K -захватом (или электронным захватом), ядро поглощает один из электронов K -слоя атома (значительно реже происходит L - и M -захват, т. е. поглощение электрона из L - или M -слоя).

Первый вид распада (β^- -распад) протекает по схеме:



Чтобы подчеркнуть сохранение заряда и числа нуклонов в процессе β -распада, мы приписали β -электрону зарядовое число $Z = -1$ и массовое число $A = 0$. Как видно из схемы (90.5), дочернее ядро имеет атомный номер на единицу больший, чем у материнского ядра, массовые числа обоих ядер одинаковы. Наряду с электроном испускается также антинейтрин $\tilde{\nu}$. Весь процесс протекает так, как если бы один из нейтронов ядра $_zX^A$ превратился в протон, претерпев превращение по схеме (87.5). Вообще процесс (87.5) представляет собой частный случай процесса (90.5). Поэтому говорят, что свободный нейtron β -радиоактивен.

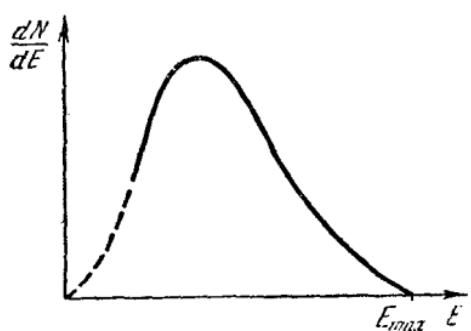
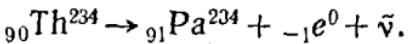


Рис. 254.

β -распад может сопровождаться испусканием γ -лучей. Причина их возникновения та же, что и в случае α -распада, — дочернее ядро возникает не только в нормальном, но и в возбужденных состояниях.

Переходя затем в состояние с меньшей энергией, ядро высвечивает γ -фотон.

В качестве примера β^- -распада можно привести превращение тория Th^{234} в протактиний Pa^{234} с испусканием электрона и антинейтрино:

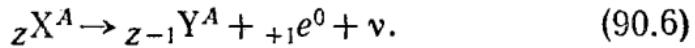


В отличие от α -частиц, обладающих в пределах каждой группы строго определенной энергией, β -электроны обладают самой разнообразной энергией от 0 до E_{\max} . На рис. 254 изображен энергетический спектр электронов, испускаемых ядрами при β -распаде. Площадь, охватываемая кривой, дает общее число электронов, испускаемых в единицу времени, dN — число электронов, энергия которых заключена в интервале dE . Энергия E_{\max} соответствует разности между массой (имеется в виду масса покоя) материнского ядра и массами электрона и дочернего ядра. Следовательно, распады, при которых энергия электрона E меньше E_{\max} , протекают скажимся нарушением закона сохранения энергии. Чтобы

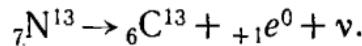
объяснить исчезновение энергии $E_{\max} - E$, В. Паули высказал в 1932 г. предположение, что при β -распаде вместе с электроном испускается еще одна частица, которая уносит с собой энергию $E_{\max} - E$. Так как эта частица никак себя не обнаруживает, следовало признать, что она нейтральна и обладает весьма малой массой (в настоящее время установлено, что масса покоя этой частицы, по-видимому, равна нулю). По предложению Э. Ферми эту гипотетическую частицу назвали нейтрино¹⁾ (что означает «маленький нейтрон»). Имеется еще одно основание для предположения о нейтрино (или антинейтрино). Спин нейтрона, протона и электрона одинаков и равен $\frac{1}{2}$. Если написать схему (87.5) без антинейтрино, то суммарный спин возникающих частиц (который для двух частиц с $s = \frac{1}{2}$ может быть либо нулем, либо единицей) будет отличаться от спина исходной частицы. Таким образом, участие в β -распаде еще одной частицы диктуется законом сохранения момента импульса, причем этой частице необходимо присвоить спин, равный $\frac{1}{2}$ (или $\frac{3}{2}$). Установлено, что спин нейтрино (или антинейтрино) равен $\frac{1}{2}$. Непосредственное экспериментальное доказательство существования нейтрино было получено только в 1956 г.

Итак, энергия, выделяющаяся при β^- -распаде, распределается между электроном и антинейтрино в самых разнообразных пропорциях.

Второй вид β -распада (β^+ -распад) протекает по схеме:



В качестве примера можно привести превращение азота N^{13} в углерод C^{13} :



Как видно из схемы, атомный номер дочернего ядра на единицу меньше, чем материнского. Процесс сопровождается испусканием позитрона e^+ [в формуле (90.6) он обозначен символом ${}_{+1} e^0$] и нейтрино ν , возможно также возникновение γ -лучей. Позитрон является античастицей для электрона. Следовательно, обе частицы, испускаемые при распаде (90.6), представляют собой

¹⁾ Согласно принятой в настоящее время классификации при β^- -распаде испускается не нейтрино, а антинейтрино.

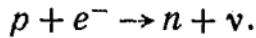
античастицы по отношению к частицам, испускаемым при распаде (90.5).

Процесс β^+ -распада протекает так, как если бы один из протонов исходного ядра превратился в нейтрон, испустив при этом позитрон и нейтрино:

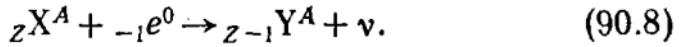


Для свободного протона такой процесс невозможен по энергетическим соображениям, так как масса протона меньше массы нейтрона. Однако протон в ядре может заимствовать требуемую энергию от других нуклонов ядра.

Третий вид β -распада (K -захват или e -захват) заключается в том, что ядро поглощает один из K -электронов (реже один из L - или M -электронов) своего атома, в результате чего один из протонов превращается в нейтрон, испуская при этом нейтрино:

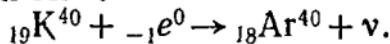


Возникшее ядро может оказаться в возбужденном состоянии. Переходя затем в более низкие энергетические состояния, оно испускает γ -фотоны. Схема процесса выглядит следующим образом:



Место в электронной оболочке, освобожденное захваченным электроном, заполняется электронами из вышележащих слоев, в результате чего возникают рентгеновские лучи. K -захват легко обнаруживается по сопровождающему его рентгеновскому излучению. Именно этим путем и был открыт K -захват Альвареем в 1937 г.

Примером K -захвата может служить превращение калия K^{40} в аргон Ar^{40} :



Протонная радиоактивность. Как показывает само название, при протонной радиоактивности ядро претерпевает превращение, испуская один или два протона (в последнем случае говорят о двупротонной радиоактивности). Этот вид радиоактивности наблюдался впервые в 1963 г. группой советских физиков, руководимой Г. Н. Флеровым.

Спонтанное деление тяжелых ядер. Процесс самоизвестного деления ядер урана на две примерно равные части был обнаружен в 1940 г. советскими физиками Г. Н. Флеровым и К. А. Петржаком. Впоследствии это явление было наблюдено и для многих других тяжелых ядер. По своим характерным чертам спонтанное деление близко к вынужденному делению, которое рассматривается в § 92.

Единица активности. В международной системе единиц (СИ) активность радиоактивных препаратов измеряется числом распадов в секунду. Соответственно единицей активности в этой системе является *распад/сек*. Допускается применение внесистемных единиц: *распад/мин* и *кури*. Единица активности, называемая *кури*, определяется как активность такого препарата, в котором происходит $3,700 \cdot 10^{10}$ актов распада в секунду. Применяются дробные единицы (*милликури*, *микрокюри* и т. д.), а также кратные единицы (*килокюри*, *мегакюри*).

§ 91. Ядерные реакции

Ядерной реакцией называется процесс интенсивного взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или с другим ядром, приводящий к преобразованию ядра (или ядер). Взаимодействие реагирующих частиц возникает при сближении их до расстояний порядка 10^{-13} см благодаря действию ядерных сил.

Наиболее распространенным видом ядерной реакции является взаимодействие легкой частицы *a* с ядром *X*, в результате которого образуется легкая частица *b* и ядро *Y*:



Обычно реакции такого вида записываются сокращенно в виде:



В скобках указываются участвующие в реакции легкие частицы, сначала исходная, затем конечная.

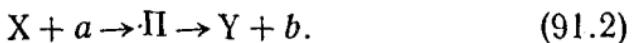
В качестве частиц *a* и *b* могут фигурировать нейтрон (*n*), протон (*p*), ядро тяжелого водорода ${}_1H^2$ — дейтон (*d*), α -частица (α) и γ -фотон (γ).

Ядерные реакции могут сопровождаться как выделением, так и поглощением энергии. Количество

выделяющейся энергии называется тепловым эффектом реакции. Он определяется разностью масс покоя (выраженных в энергетических единицах) исходных и конечных ядер. Если сумма масс образующихся ядер превосходит сумму масс исходных ядер, реакция идет с поглощением энергии и тепловой эффект ее будет отрицательным.

Как установил Н. Бор в 1936 г., реакции, вызываемые не очень быстрыми частицами, протекают в два этапа. Первый этап заключается в захвате приблизившейся к ядру X на достаточно малое расстояние (такое, чтобы могли вступить в действие ядерные силы) посторонней частицы a и в образовании промежуточного ядра Π , называемого составным ядром или компаунд-ядром. Энергия, привнесенная частицей a (она слагается из кинетической энергии частицы и энергии ее связи с ядром), за очень короткое время перераспределяется между всеми нуклонами составного ядра, в результате чего это ядро оказывается в возбужденном состоянии.

На втором этапе составное ядро испускает частицу b (n, p, α, γ). Символически такое двустадийное протекание реакции (91.1) можно представить следующим образом:



Может случиться, что испущенная частица тождественна с захваченной ($b \equiv a$). Тогда процесс (91.2) называют рассеянием, причем в случае, если энергия частицы b равна энергии частицы a ($E_b = E_a$), рассеяние будет упругим, в противном случае (т. е. при $E_b \neq E_a$) — неупругим. Ядерная реакция имеет место, если частица b не тождественна с a .

Промежуточок времени τ_π , который требуется нуклону с энергией порядка 1 Мэв (что соответствует скорости нуклона $\sim 10^9$ см/сек) для того, чтобы пройти расстояние, равное диаметру ядра ($\sim 10^{-12}$ см), принимается в качестве естественной ядерной единицы времени. Эта единица имеет величину:

$$\tau_\pi = \frac{10^{-12} \text{ см}}{10^9 \text{ см/сек}} = 10^{-21} \text{ сек.} \quad (91.3)$$

Среднее время жизни составного ядра (равное 10^{-14} — 10^{-12} сек) на много порядков превосходит ядерное време-

мя т.п. Следовательно, распад составного ядра (т. е. испускание им частицы b) представляет собой процесс, не зависящий от первого этапа реакции, заключающегося в захвате частицы a (составное ядро как бы «забывает» способ своего образования). Одно и то же составное ядро может распадаться различными путями, причем характер этих путей и их относительная вероятность не зависят от способа образования составного ядра.

Реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейтонами¹⁾, протекают без образования промежуточного ядра. Такие реакции носят название прямых ядерных взаимодействий. Типичной реакцией прямого взаимодействия является реакция срыва, наблюдающаяся при нецентральных соударениях дейтона с ядром. При таких соударениях один из нуклонов дейтона может попасть в зону действия ядерных сил и будет захвачен ядром, в то время как другой нуклон останется вне зоны действия ядерных сил и пролетит мимо ядра.

В ядерной физике вероятность взаимодействия принято характеризовать с помощью так называемого эффективного сечения σ . Смысл этой величины заключается в следующем. Пусть поток частиц, например нейтронов, падает на мишень, настолько тонкую, что ядра мишени не перекрывают друг друга (рис. 255). Если бы ядра были твердыми шариками с поперечным сечением σ , а падающие частицы — твердыми шариками с исчезающим малым сечением, то вероятность того, что падающая частица заденет одно из ядер мишени, была бы равна

$$P = \sigma n \delta,$$

где n — концентрация ядер, т. е. число их в единице объема мишени, δ — толщина мишени ($\sigma n \delta$ определяет относительную долю площади мишени, перекрытую ядрами-шариками).

¹⁾ Напомним, что дейтоном называется ядро атома тяжелого водорода. Оно состоит из двух нуклонов — протона и нейтрона.

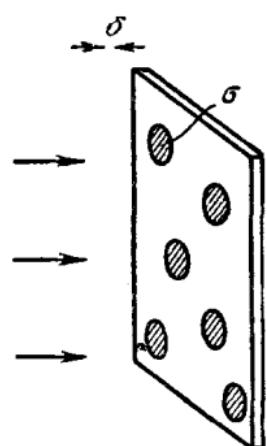


Рис. 255.

Предположим, что плотность падающих частиц¹⁾ равна N . Тогда количество претерпевших столкновения с ядрами частиц ΔN будет равно

$$\Delta N = NP = N\sigma n\delta. \quad (91.4)$$

Следовательно, определив относительное количество частиц, претерпевших столкновения, $\Delta N/N$, можно было бы вычислить поперечное сечение $\sigma = \pi r^2$ ядра по формуле

$$\sigma = \frac{\Delta N}{N n \delta}. \quad (91.5)$$

В действительности ни ядра мишени, ни падающие на нее частицы не являются твердыми шариками. Однако по аналогии с моделью сталкивающихся шариков для характеристики вероятности взаимодействия берут величину σ , определяемую формулой (91.5), в которой под ΔN подразумевают не число столкнувшихся, а число провзаимодействовавших с ядрами мишени частиц. Эта величина и называется эффективным сечением для данной реакции (или процесса).

В случае толстой мишени поток частиц будет по мере прохождения через нее постепенно ослабевать. Разбив мишень на тонкие слои, напишем соотношение (91.4) для слоя толщины dx , находящегося на глубине x от поверхности:

$$dN = -N(x)\sigma n dx,$$

где $N(x)$ — поток частиц на глубине x . Мы поставили справа знак минус, чтобы dN можно было рассматривать как приращение (а не ослабление) потока на пути dx . Интегрирование этого уравнения приводит к соотношению:

$$N(\delta) = N_0 e^{-\sigma n \delta},$$

в котором N_0 — первичный поток, а $N(\delta)$ — поток на глубине δ . Таким образом, измеряя ослабление потока частиц при прохождении их через мишень толщины δ , можно определить сечение взаимодействия по формуле:

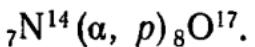
$$\sigma = \frac{1}{n \delta} \ln \frac{N_0}{N(\delta)}. \quad (91.6)$$

¹⁾ Напомним, что плотностью потока называется количество частиц, пролетающих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению потока.

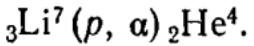
В качестве единицы эффективного сечения ядерных процессов принят *барн*:

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2. \quad (91.7)$$

Первая ядерная реакция была осуществлена Резерфордом в 1919 г. При облучении азота α -частицами, испускаемыми радиоактивным источником, некоторые ядра азота превращались в ядра кислорода, испуская при этом протон. Уравнение этой реакции имеет вид:



Резерфорд воспользовался для расщепления атомного ядра природными снарядами — α -частицами. Ядерная реакция, вызванная искусственно ускоренными частицами, была впервые осуществлена Кокрофтом и Уолтоном в 1932 г. С помощью так называемого умножителя напряжения они ускоряли протоны до энергии порядка 0,8 Мэв и наблюдали реакцию:



В дальнейшем по мере развития техники ускорения заряженных частиц множилось число ядерных превращений, осуществляемых искусственным путем.

Наибольшее значение имеют реакции, вызываемые нейtronами. В отличие от заряженных частиц (ρ, d, α) нейтроны не испытывают кулоновского отталкивания, вследствие чего они могут проникать в ядра, обладая весьма малой энергией. Эффективные сечения реакций обычно возрастают при уменьшении энергии нейтронов. Это можно объяснить тем, что чем меньше скорость нейтрона, тем больше время, которое он проводит в сфере действия ядерных сил, пролетая вблизи ядра, и, следовательно, тем большее вероятность его захвата. Поэтому многие эффективные сечения изменяются как $1/\sigma \propto E^{-1/2}$. Однако часто наблюдаются случаи, когда сечение захвата нейтронов имеет резко выраженный максимум для нейтронов определенной энергии E_r . В качестве примера на рис. 256 приведена кривая зависимости сечения захвата нейтрона ядром U^{238} от энергии нейтрона E . Масштаб по обеим осям — логарифмический. В этом случае зависимость $\sigma \propto E^{-1/2}$ изображается прямой линией, описываемой уравнением: $\ln \sigma = \text{const} - \frac{1}{2} \ln E$. Как видно из рисунка, кроме области

энергий вблизи 7 эв ход $\ln \sigma$ с $\ln E$ действительно близок к прямолинейному. При $E = E_r = 7$ эв сечение захвата резко возрастает, достигая 23 000 барн. Вид кривой указывает на то, что явление имеет резонансный характер.

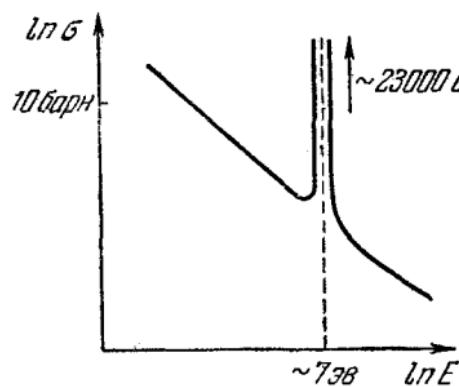
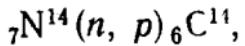


Рис. 256.

Такое резонансное поглощение имеет место в том случае, когда энергия, привносимая нейтроном в составное ядро, в точности равна той энергии, которая необходима для перевода составного ядра на возбужденный энергетический уровень (рис. 257). Подобным же образом для фотонов, энергия которых равна разности энергий между

первым возбужденным и основным уровнями атома, вероятность поглощения особенно велика (резонансное поглощение света; см. § 85).

Интересна реакция



которая постоянно протекает в атмосфере под действием нейтронов, образуемых космическими лучами. Возникающий при этом углерод ${}^6\text{C}^{14}$ называется радиоуглеродом, так как он β^- -радиоактивен, его период полураспада составляет около 5600 лет. Радиоуглерод усваивается при фотосинтезе растениями и участвует в круговороте веществ в природе. Количество возникающих в атмосфере в единицу времени ядер радиоуглерода ΔN_+ в среднем остается постоянным. Количество распадающихся ядер ΔN_- пропорционально числу имеющихся ядер N :

$$\Delta N_- = kN.$$

Так как период полураспада очень велик, устанавливается равновесная концентрация ядер ${}^6\text{C}^{14}$ в обычном



Рис. 257.

углероде, отвечающая условию:

$$\Delta N_+ = \Delta N_- \text{ или } \Delta N_+ = kN.$$

Специальные исследования показали, что вследствие действия ветров и океанских течений равновесная концентрация C^{14} в различных местах земного шара одинакова и соответствует примерно 14 распадам в минуту на каждый грамм углерода. Пока органическое вещество живет, убыль в нем C^{14} из-за радиоактивности восполняется за счет участия в круговороте веществ в природе. В момент смерти организма процесс усвоения сразу же прекращается и концентрация C^{14} в обычном углероде начинает убывать по закону радиоактивного распада. Следовательно, измерив концентрацию C^{14} в останках организмов (в древесине, костях и т. п.), можно определить дату их смерти или, как говорят, их возраст. Проверка этого метода на древних образцах, возраст которых точно определен историческими методами, дала вполне удовлетворительные результаты.

§ 92. Деление ядер

В 1938 г. немецкие ученые О. Ган и Ф. Штассман обнаружили, что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины периодической системы — барий и лантан. Объяснение этого явления было дано немецкими учеными О. Фришем и Лизой Мейтнер. Они предположили, что захватившее нейtron ядро урана делится на две примерно равные части, получившие название осколков деления.

Дальнейшие исследования показали, что деление может происходить разными путями. Всего образуется около 80 различных осколков, причем наиболее вероятным является деление на осколки, массы которых относятся как 2 : 3. Кривая на рис. 258 дает относительный выход (в процентах) осколков разной массы, возникающих при делении U^{235} медленными (тепловыми¹⁾) нейтронами (масштаб по оси ординат — логарифмический). Из этой кривой видно, что относительное число актов деления, при которых образуются два осколка равной массы ($A \approx 117$), составляет $10^{-2}\%$, в то время

¹⁾ Термином «тепловые» называются нейтроны, находящиеся в тепловом равновесии с атомами вещества. Их энергия равна $\sim 0,025$ эв.

как образование осколков с массовыми числами порядка 95 и 140 ($95:140 \approx 2:3$) наблюдается в 7% случаев.

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, для ядер средней массы значительно больше, чем у тяжелых ядер (см. рис. 249). Отсюда следует, что деление ядер должно сопровождаться выделением большого количества энергии. Но особенно важным оказалось то обстоятельство, что при делении каждого ядра высвобождается несколько нейтронов. Относительное количество нейтронов в тяжелых ядрах заметно больше, чем в средних ядрах (см. рис. 248). Поэтому образовавшиеся

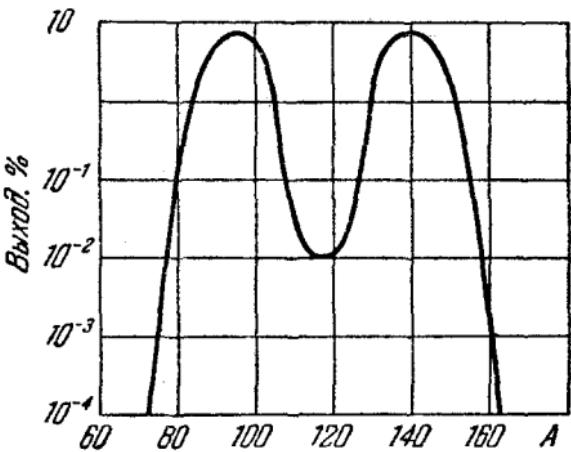
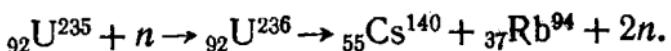


Рис. 258.

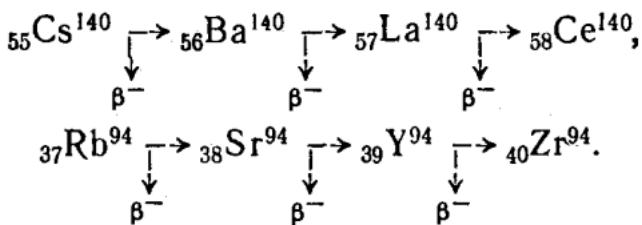
осколки оказываются сильно перегруженными нейтронами, в результате чего они выделяют по нескольку нейтронов. Большинство нейтронов испускается мгновенно (за время, меньшее $\sim 10^{-14}$ сек). Часть (около 0,75%) нейтронов, получившая название запаздывающих нейтронов, испускается не мгновенно, а с запаздыванием от 0,05 сек до 1 мин. В среднем на каждый акт деления приходится 2,5 выделившихся нейтронов.

Выделение мгновенных и запаздывающих нейтронов не устраниет полностью перегрузку осколков деления нейтронами. Поэтому осколки оказываются в большинстве радиоактивными и претерпевают цепочку β^- -превращений, сопровождаемых испусканием γ -лучей.

Поясним сказанное примером. Один из путей, которыми осуществляется деление, выглядит следующим образом:



Осколки деления — цезий и рубидий — претерпевают превращения:



Конечные продукты — церий Ce^{140} и цирконий Zr^{94} — являются стабильными.

Кроме урана, при облучении нейтронами¹⁾ делятся также торий (${}_{90}\text{Th}$) и протактиний (${}_{91}\text{Pa}$), а также трансуранный элемент плутоний (${}_{94}\text{Pu}$). Нейтроны сверхвысоких энергий (порядка нескольких сотен Мэв) вызывают деление и более легких ядер.

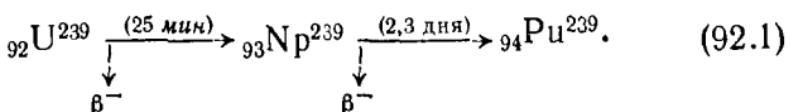
Ядра U^{235} и Pu^{239} делятся нейтронами любых энергий, но особенно хорошо медленными нейтронами. Для тепловых нейтронов эффективное сечение деления U^{235} составляет 580 барн, а Pu^{239} — 750 барн. Тепловыми нейтронами делятся также U^{233} и Th^{230} , но эти изотопы в природе не встречаются, они получаются искусственным путем.

Ядра U^{238} и встречающихся в природе изотопов Тh и Ра делятся только быстрыми нейтронами (с энергиями, не меньшими ~ 1 Мэв). При меньших энергиях нейтроны поглощаются ядрами U^{238} без последующего деления. В результате образуется ядро U^{239} , энергия возбуждения которого выделяется в виде γ -фотона. Поэтому такой процесс называется радиационным захватом [реакция (n, γ)]. Эффективное сечение этого процесса резко возрастает при энергии нейтронов, равной ~ 7 эв, достигая 23 000 барн (см. рис. 256). Сечение захвата ядром U^{238} тепловых нейтронов составляет меньше 3 барн.

Образовавшееся в результате захвата нейтрона ядро U^{239} нестабильно (период полураспада T равен 25 мин). Испуская электрон, антинейтрино и γ -фотон, оно

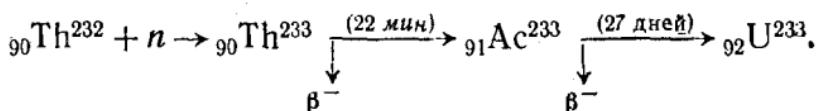
¹⁾ Деление тяжелых ядер может быть вызвано не только нейтронами, но и другими частицами — протонами, дейтонами, α -частицами, а также γ -фотонами. В последнем случае говорят о фотоделении ядер.

превращается в ядро трансуранового элемента нептуния Np^{239} . Нептуний также претерпевает β^- -распад ($T = \approx 2, 3$ дня), превращаясь в плутоний Pu^{239} . Эта цепочка превращений может быть представлена следующим образом:



Плутоний α -радиоактивен, однако его период полураспада так велик (24 400 лет), что его можно считать практически стабильным.

Радиационный захват нейтронов ядром тория Th^{232} приводит к образованию делящегося изотопа урана U^{233} , отсутствующего в природном уране:



Уран-233 α -радиоактивен ($T = 162\,000$ лет).

Возникновение при делении ядер U^{235} , Pu^{239} и U^{233} нескольких нейтронов делает возможным осуществление цепной ядерной реакции. Действительно, испущенные при делении одного ядра z нейтронов могут вызвать деление z ядер, в результате будет испущено z^2 новых нейтронов, которые вызовут деление z^2 ядер, и т. д. Таким образом, количество нейтронов, рождающихся в каждом поколении, нарастает в геометрической прогрессии. Нейтроны, испускаемые при делении ядер U^{235} , имеют в среднем энергию ~ 2 Мэв, что соответствует скорости $\sim 2 \cdot 10^9$ см/сек. Поэтому время, протекающее между рождением нейтрона и захватом его новым делящимся ядром, очень мало, так что процесс размножения нейтронов в делящемся веществе протекает весьма быстро.

Нарисованная нами картина является идеальной. Процесс размножения нейтронов протекал бы описанным образом при условии, что все выделившиеся нейтроны поглощаются делящимися ядрами. В реальных условиях это далеко не так. Прежде всего из-за конечных размеров делящегося тела и большой проникающей способности нейтронов многие из них покинут зону реакции прежде, чем будут захвачены каким-либо яд-

ром и вызовут его деление. Кроме того, часть нейтронов поглотится ядрами неделяющихся примесей, вследствие чего выйдет из игры, не вызвав деления и, следовательно, не породив новых нейтронов.

Поверхность тела растет как квадрат, а объем — как куб линейных размеров. Поэтому относительная доля вылетающих наружу нейтронов уменьшается с ростом массы делящегося вещества.

Природный уран содержит 99,27% изотопа U^{238} , 0,72% U^{235} и около 0,01% U^{234} . Таким образом, на каждое делящееся под действием медленных нейтронов ядро U^{235} приходится 140 ядер U^{238} , которые захватывают не слишком быстрые нейтроны без деления. Поэтому в природном уране цепная реакция деления не возникает.

Цепная ядерная реакция в уране может быть осуществлена двумя способами. Первый способ заключается в выделении из природного урана делящегося изотопа U^{235} . Вследствие химической неразличимости изотопов разделение их представляет собой весьма трудную задачу. Однако она была решена несколькими методами. Промышленное значение приобрел диффузионный (точнее, эффиузионный) метод разделения, при котором летучее соединение урана UF_6 (гексафторид¹⁾ урана) многократно пропускается через перегородку с очень малыми порами [см. т. I, § 116].

В куске чистого U^{235} (или Pu^{239}) каждый захваченный ядром нейtron вызывает деление с испусканием $\sim 2,5$ новых нейтронов. Однако, если масса такого куска меньше определенного критического значения (составляющего для U^{235} по вычислениям немецкого физика В. Гейзенберга примерно 9 кг), то большинство испущенных нейтронов вылетает наружу, не вызвав деления, так что цепная реакция не возникает. При массе, большей критической, нейтроны быстро размножаются и реакция приобретает взрывной характер. На этом основано действие атомной бомбы. Ядерный заряд такой бомбы представляет собой два или более кусков почти чистого U^{235} или Pu^{239} (на рис. 259 они обозначены

¹⁾ Природный фтор состоит из одного изотопа F^{19} . Другие изотопы фтора нестабильны и были получены лишь искусственным путем.

цифрой 1). Масса каждого куска меньше критической, вследствие чего цепная реакция не возникает. В земной атмосфере всегда имеется некоторое количество нейтронов, рожденных космическими лучами. Поэтому, чтобы вызвать взрыв, достаточно соединить части ядерного заряда в один кусок с массой, большей критической. Это нужно делать очень быстро и соединение кусков должно быть очень плотным. В противном случае ядерный заряд разлетится на части прежде, чем успеет прореагировать заметная доля делящегося вещества. Для соединения используется обычное взрывчатое вещество 2 (запал), с помощью которого одной частью ядерного заряда выстреливают в другую. Все

устройство заключено в массивную оболочку 3 из металла большой плотности. Оболочка служит отражателем нейтронов и, кроме того, удерживает ядерный заряд от распыления до тех пор, пока максимально возможное число его ядер не выделит свою энергию при делении. Цепная реакция в атомной бомбе идет на быстрых нейтронах. При взрыве успевает прореагировать только часть ядерного заряда.

Иной способ осуществления цепной реакции используется в ядерных реакторах (называемых также атомными котлами). В качестве делящегося вещества в реакторах служит природный (либо несколько обогащенный изотопом U^{235}) уран. Чтобы предотвратить радиационный захват нейтронов ядрами U^{238} (который становится особенно интенсивным при энергии нейтронов $\sim 7 \text{ эв}$), сравнительно небольшие блоки (куски) делящегося вещества размещают на некотором расстоянии друг от друга, а промежутки между блоками заполняют замедлителем, т. е. веществом, в котором нейтроны замедляются до тепловых скоростей. Сечение захвата тепловых нейтронов ядром U^{238} составляет всего 3 барна, в то время как сечение деления U^{235} тепловыми нейтронами почти в 200 раз больше (580 барн).

Поэтому, хотя нейтроны сталкиваются с ядрами U^{238} в 140 раз чаще, чем с ядрами U^{235} , радиационный захват происходит реже, чем деление, и при больших критического размерах всего устройства коэффициент размно-

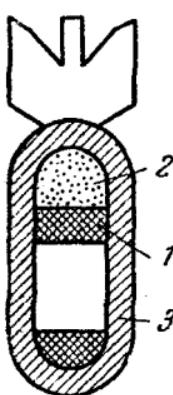
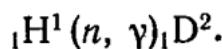


Рис. 259.

роятности деления ядер U^{235} в 100 раз выше, чем захвата ядрами U^{238} . Поэтому, хотя нейтроны сталкиваются с ядрами U^{238} в 140 раз чаще, чем с ядрами U^{235} , радиационный захват происходит реже, чем деление, и при больших критических размерах всего устройства коэффициент размножения деления ядер U^{235} в 100 раз выше, чем захвата ядрами U^{238} .

жения¹⁾ нейтронов может достигнуть значений, больших единицы.

Замедление нейтронов осуществляется за счет упругого рассеяния. В этом случае энергия, теряемая замедляемой частицей, зависит от соотношения масс сталкивающихся частиц. Максимальное количество энергии теряется в случае, если обе частицы имеют одинаковую массу (см. т. I, § 30). С этой точки зрения идеальным замедлителем должно было бы быть вещество, содержащее обычный водород, например вода (массы протона и нейтрона примерно одинаковы). Однако такие вещества оказались непригодными в качестве замедлителя, потому что обычный водород поглощает нейтроны, вступая с ними в реакцию:



Ядра замедлителя должны обладать малым сечением захвата нейтронов и большим сечением упругого рассеяния. Этому условию удовлетворяют дейтерий D, а также ядра графита (C) и бериллия (Be). Для уменьшения энергии нейтрона от 2 Мэв до тепловых энергий в тяжелой воде (D_2O) достаточно около 25 столкновений, в C или Be — примерно 100 столкновений.

Первый уран-графитовый реактор былпущен в декабре 1942 г. в Чикагском университете под руководством выдающегося итальянского физика Э. Ферми. На рис. 260 показана схема реактора. Цифрой 1 обозначен замедлитель — графит; 2 — блоки из урана; 3 — стержни, содержащие кадмий или бор. Эти стержни служат для регулировки процесса в реакторе. Кадмий и бор интенсивно поглощают нейтроны. Поэтому введение стержней в реактор уменьшает коэффициент размножения нейтронов, а выведение — увеличивает. Специальное автоматическое устройство, управляющее стержнями,

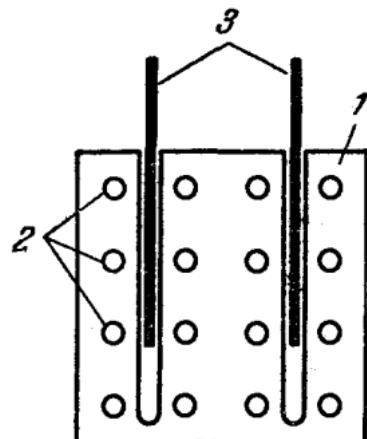


Рис. 260.

¹⁾ Коэффициентом размножения называется отношение количеств нейтронов, рождающихся в двух последующих поколениях.

позволяет поддерживать развивающую в реакторе мощность на заданном уровне. Регулирование значительно облегчается тем обстоятельством, что часть нейтронов, как уже отмечалось, испускается при делении ядер не мгновенно, а с запаздыванием до 1 мин.

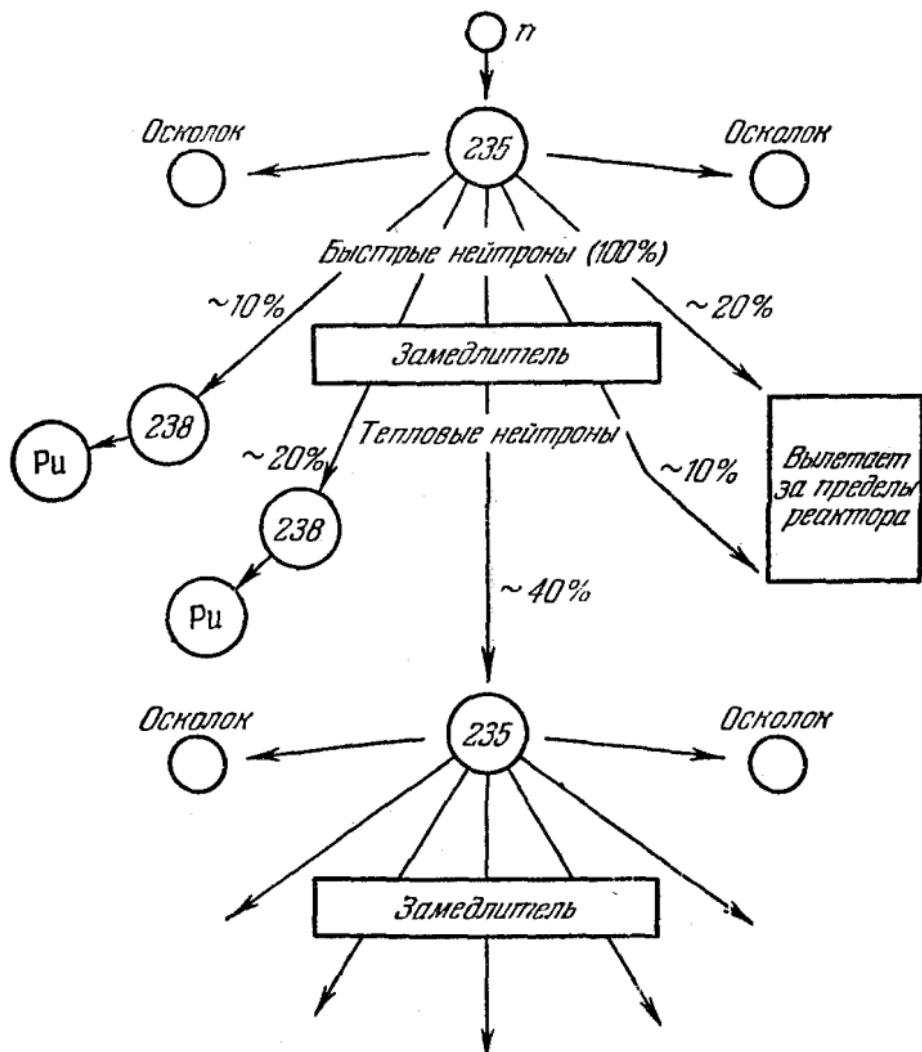


Рис. 261.

Первые промышленные реакторы, построенные в США, предназначались для производства делящегося материала для атомных бомб — плутония. В таких реакторах часть нейтронов, испускаемых при делении ядер U^{235} , идет на поддержание цепной реакции, часть же претерпевает радиационный захват ядрами U^{238} , что, как мы видели, приводит в конечном итоге к образова-

нию Pu^{239} [см. схему (92.1)]. После того как в урановых блоках накопится достаточное количество Ри, блоки извлекаются из реактора и направляются на химическую переработку для выделения из них Ри. Баланс нейтронов в реакторе, работающем на природном уране, показан на рис. 261. Цифры в кружках дают массовое число соответствующего изотопа урана.

Применение ядерной энергии для мирных целей было впервые осуществлено в СССР. Работами по выделению и использованию

ядерной энергии руководил замечательный ученый И. В. Курчатов. В 1954 г. в Советском Союзе была введена в эксплуатацию первая атомная электростанция мощностью 5000 квт. Схема атомной электростанции изображена на рис. 262. Энергия, выделяемая в активной зоне реактора 1,

снимается теплоносителем, циркулирующим в контуре 2. Циркуляция обеспечивается насосом 3. В качестве теплоносителя применяется вода или щелочные металлы с низкой температурой плавления, например натрий ($T_{\text{плавл}} = 98^\circ\text{C}$). В теплообменнике 4 теплоноситель отдает свое тепло воде, превращая ее в пар, вращающий турбину 5.

Наряду с реакторами, в которых ядерное горючее и замедлитель отделены друг от друга (их называют гетерогенными), существуют гомогенные реакторы, в которых ядерное горючее равномерно распределено по объему замедлителя. В качестве примера можно указать реактор, активная зона которого образована тяжелой водой с растворенными в ней солями U^{235} или Pu^{239} .

Реакторы с замедлителем работают на медленных (тепловых) нейтронах. Использовав горючее, обогащенное делящимся изотопом (U^{235} или Pu^{239}), можно

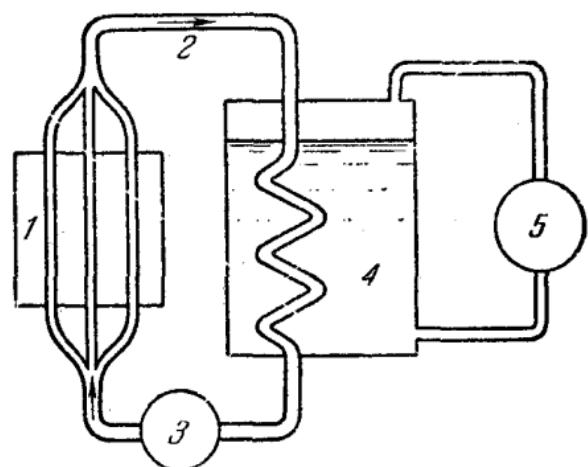


Рис. 262.

построить реактор, действующий на быстрых нейтронах. Часть нейтронов в таких реакторах также может быть использована для превращения U^{238} в Pu^{239} или Th^{232} в U^{233} , причем количество образующихся ядер, способных делиться тепловыми нейтронами, может превосходить количество делящихся ядер, израсходованных на поддержание работы реактора. Следовательно, воспроизводится большее количество ядерного горючего, чем выгорает в реакторе. Поэтому такие ядерные реакторы называют **реакторами-размножителями**.

В заключение отметим, что побочными продуктами работы ядерных реакторов являются радиоактивные изотопы многих химических элементов, которые находят разнообразные применения в биологии, медицине и технике.

§ 93. Термоядерные реакции

В § 88 мы уже отмечали, что ядерный синтез, т. е. слияние легких ядер в одно ядро, сопровождается, как и деление тяжелых ядер, выделением огромных количеств энергии. Поскольку для синтеза ядер необходимы высокие температуры, этот процесс называется **термоядерной реакцией**.

Чтобы преодолеть потенциальный барьер, обусловленный кулоновским отталкиванием, ядра с порядковыми номерами Z_1 и Z_2 должны обладать энергией:

$$E = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\text{я}}},$$

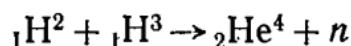
где $r_{\text{я}}$ — радиус действия ядерных сил, равный $\sim 2 \cdot 10^{-13}$ см. Даже для самых легких ядер с $Z_1 = Z_2 = 1$ эта энергия составляет

$$E = \frac{e^2}{r_{\text{я}}} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{2 \cdot 10^{-13}} = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ эрг} \approx 0,7 \text{ Мэв.}$$

На долю каждого сталкивающегося ядра приходится половина указанной величины. Средней энергии теплового движения, равной 0,35 Мэв, соответствует температура порядка $2 \cdot 10^9$ °К. Однако синтез легких ядер может протекать и при значительно меньших температурах. Дело в том, что из-за случайного распределения частиц по скоростям всегда имеется некоторое число ядер, энергия которых значительно превышает среднее значение.

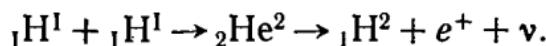
Кроме того, что особенно существенно, слияние ядер может произойти вследствие туннельного эффекта. Поэтому некоторые термоядерные реакции протекают с заметной интенсивностью уже при температурах порядка 10^7 °К.

Особенно благоприятны условия для синтеза ядердейтерия и трития, так как реакция между ними носит резонансный характер. Именно эти вещества образуют заряд водородной (или термоядерной) бомбы¹). Запалом в такой бомбе служит обычная атомная бомба, при взрыве которой возникает температура порядка 10^7 °К. Реакция синтеза дейтерия и трития

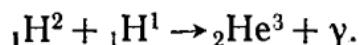


сопровождается выделением энергии, равной 17,6 Мэв, что составляет $\sim 3,5$ Мэв на нуклон. Для сравнения укажем, что деление ядра урана приводит к высвобождению $\sim 0,85$ Мэв на нуклон.

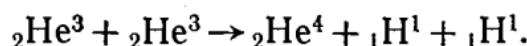
Синтез ядер водорода в ядра гелия является источником энергии Солнца и звезд, температура в недрах которых достигает 10^7 — 10^8 °К. Этот синтез осуществляется двумя путями. При более низких температурах имеет место протонно-протонный цикл, протекающий следующим образом. Вначале происходит синтез двух протонов с образованием ядра гелия ${}^2\text{He}^2$, которое сразу же претерпевает β^+ -радиоактивный распад:



Образовавшееся ядро тяжелого водорода ${}^2\text{H}^2$, сталкиваясь с протоном, объединяется с ним в ядро ${}^2\text{He}^3$:



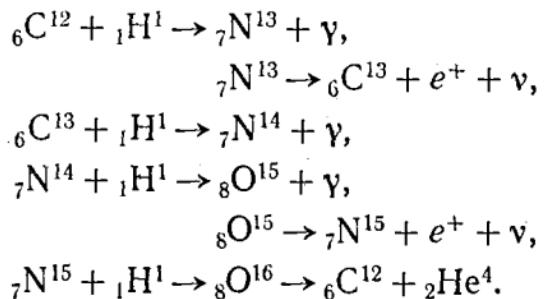
Наконец, последнее звено цикла образует реакция:



При более высоких температурах большей вероятностью обладает предложенный Г. Бете углеродный

¹) Первый термоядерный взрыв был осуществлен в Советском Союзе в 1953 г.

(или углеродно-азотный) цикл, который состоит из следующих звеньев:



В последней строке ${}_8\text{O}^{16}$ представляет собой составное ядро [см. уравнение (91.2)].

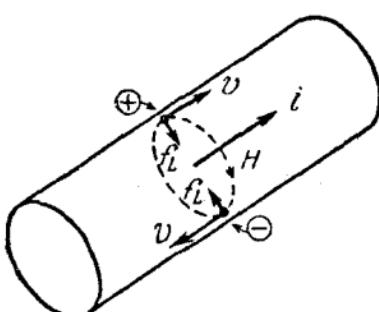
Итогом углеродного цикла является исчезновение четырех протонов и образование одной α -частицы. Количество ядер углерода остается неизменным; эти ядра участвуют в реакции в роли катализатора.

Углеродный цикл преобладает в звездах с более высокой температурой. Большая часть энергии Солнца выделяется в результате протонно-протонного цикла.

В водородной бомбе термоядерная реакция носит неконтролируемый характер.

Для осуществления управляемых термоядерных реакций необходимо создать и поддерживать в некотором объеме температуру порядка 10^8°K . При столь высокой температуре вещество представляет собой полностью ионизированную плазму [см. т. II, § 88]. На пути осуществления управляемой термоядерной реакции стоят огромные трудности. Наряду с необходимостью получить чрезвычайно высокие температуры, возникает проблема удержания плазмы в заданном объеме. Соприкосновение плазмы со стенками сосуда приведет к ее остынию. Кроме того, стенка из любого вещества при такой температуре немедленно испарится. Советские физики А. Д. Сахаров и И. Е. Тамм предложили удерживать плазму в заданном объеме с помощью магнитного поля. Высокую температуру в плазме получают, пропуская через нее очень силь-

Рис. 263.



The diagram illustrates a cylindrical vessel representing a magnetic confinement device like a tokamak. Inside the cylinder, two concentric magnetic field lines are shown, labeled B_L and B_H , which are twisted and looped around the central axis. A plasma column is depicted as a dashed elliptical shape within the cylinder. Two arrows, one pointing upwards and one downwards, are labeled v , representing the velocity of plasma particles. A current i is indicated flowing along the central axis of the cylinder.

ный электрический ток. Магнитное поле этого тока сжимает разрядный канал, отрывая плазменный шнур от стенок сосуда¹). Действительно, как следует из рис. 263, лоренцева сила f_L , действующая на любой, движущийся вдоль плазменного шнура заряд, имеет направление к оси шнура. Чтобы избежать необходимости удерживать плазму от соприкосновения с концами разрядной трубки, вместо прямой разрядной трубки применяют трубки в виде тороида.

К сожалению, плазменный шнур оказался чрезвычайно неустойчивым, так что пока удается удерживать плазму от соприкосновения со стенками разрядной трубки в течение очень короткого времени. Достигнутые таким путем температуры ($\sim 10^6^\circ\text{K}$) также недостаточны для возникновения реакции синтеза.

Осуществление управляемого термоядерного синтеза даст человечеству практически неисчерпаемый источник энергии. Поэтому работы по овладению управляемыми термоядерными реакциями ведутся во многих странах. Особенного размаха эти работы достигли в СССР, Англии и США. В СССР значительных успехов достигла группа ученых, работающих под руководством Л. А. Арцимовича.

¹) Явление сжатия плазменного шнура магнитным полем носит название пинч-эффекта.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

§ 94. Космические лучи

Из мирового пространства на Землю непрерывно падает поток атомных ядер (в основном протонов) высокой энергии (в среднем ~ 10 Гэв, энергия отдельных частиц достигает 10^{10} Гэв¹⁾). Эти так называемые первичные космические лучи образуют в земной атмосфере вторичное излучение, в котором встречаются все известные в настоящее время элементарные частицы.

Интенсивность первичных космических лучей на границе атмосферы составляет примерно 1 частицу/ $\text{см}^2 \cdot \text{сек}$. Поток заряженных частиц на уровне моря равен в среднем $\sim 2 \cdot 10^{-2}$ частиц/ $\text{см}^2 \cdot \text{сек}$. Существование магнитного поля Земли приводит к тому, что интенсивность космических лучей меняется с широтой. Это явление называется широтным эффектом.

Частицы первичных космических лучей претерпевают неупругие столкновения с ядрами атомов в верхних слоях атмосферы, в результате чего возникает вторичное излучение. На высотах ниже 20 км космические лучи практически полностью носят вторичный характер. В составе вторичных космических лучей имеются две компоненты. Одна из них сильно поглощается свинцом и поэтому была названа мягкой; вторая же проникает через большие толщи свинца и получила название жесткой.

Мягкая компонента состоит из каскадов или линейных электронно-позитронных пар (см. § 97). Возникший

¹⁾ 1 Гэв (гигаэлектрон-вольт) = 10^9 эв. Эту единицу называют также Бэв (билион электрон-вольт).

в результате ядерного превращения или резкого торможения быстрого электрона γ -фотон, пролетая вблизи атомного ядра, создает электронно-позитронную пару (рис. 264). Торможение этих частиц снова приводит к образованию γ -фотонов, и т. д. Процессы рождения пар и возникновения γ -квантов чередуются друг с другом до тех пор, пока энергия γ -фотонов не станет недостаточной для образования пар. Поскольку энергия первоначального фотона бывает очень большой, успевает возникнуть много поколений вторичных частиц, прежде чем прекращается развитие ливня.

Жесткая, проникающая компонента космических лучей состоит в основном из мюонов. Ее образование происходит преимущественно в верхних и средних слоях атмосферы за счет распада заряженных π -мезонов (и отчасти K -мезонов).

Во время полетов искусственных спутников Земли и космических ракет были открыты вблизи Земли радиационные пояса, которые представляют собой две окружающие Землю зоны с резко повышенной интенсивностью ионизирующего излучения. Их существование обусловлено захватом и удержанием заряженных космических частиц магнитным полем Земли. В плоскости экватора внутренний пояс радиации простирается от 600 до 6000 км, внешний пояс — от 20 000 до 60 000 км. На широтах 60—70° оба пояса приближаются к Земле на расстояние в несколько сот километров.

До недавнего времени космическое излучение было единственным источником частиц с энергией, достаточной для образования мезонов и гиперонов. Позитрон, мюоны, π -мезоны и многие странные частицы (см. § 99) были первоначально обнаружены в составе космических лучей. В 1952 г. в Брукхавене (США) был введен в действие первый синхрофазотрон (см. т. II, § 68), который позволил получать протоны существенно большей энергии (до 3 ГэВ), чем давали существовавшие до тех пор ускорители. Энергия в 3 ГэВ попадает уже в область энергий первичного космического излучения. Поэтому

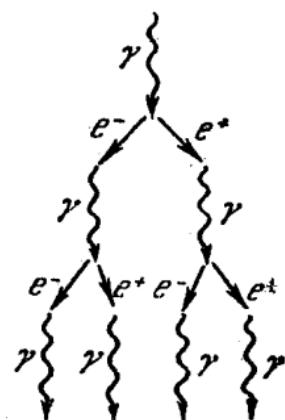


Рис. 264.

брюкхавенский синхрофазотрон получил название космического отрона. В настоящее время (1970 г.) в г. Серпухове (под Москвой) действует ускоритель, позволяющий получать протоны с энергией до 76 Гэв. С появлением ускорителей космические лучи утратили свое исключительное значение при изучении элементарных частиц. Однако они по-прежнему остаются единственным источником частиц сверхвысоких энергий.

§ 95. Методы наблюдения элементарных частиц

Элементарные частицы удается наблюдать благодаря тем следам, которые они оставляют при своем прохождении через вещество. Характер следов позволяет судить о знаке заряда частицы, ее энергии, импульсе и т. п. Заряженные частицы вызывают ионизацию молекул на своем пути. Нейтральные частицы следов не оставляют, но они могут обнаружить себя в момент распада на заряженные частицы или в момент столкновения с каким-либо ядром. Следовательно, в конечном счете нейтральные частицы также обнаруживаются по ионизации, вызванной порожденными ими заряженными частицами.

Приборы, применяемые для регистрации ионизирующих частиц, подразделяются на две группы. К первой группе относятся устройства, которые регистрируют факт пролета частицы и, кроме того, позволяют в некоторых случаях судить об ее энергии. Вторую группу образуют так называемые трековые приборы, т. е. приборы, позволяющие наблюдать следы (треки) частиц в веществе.

К числу регистрирующих приборов относятся ионизационные камеры и газоразрядные счетчики (см. т. II, § 86). Широкое распространение получили также черенковские счетчики (см. § 48) и сцинтилляционные счетчики.

Заряженная частица, пролетающая через вещество, вызывает не только ионизацию, но и возбуждение атомов. Возвращаясь в нормальное состояние, атомы испускают видимый свет. Вещества, в которых заряженные частицы возбуждают заметную световую вспышку (сцинтилляцию), называют фосфорами. Фосфоры бывают органические (бензол, нафталин, антрацен, нафтацен и др.) и неорганические. Наиболее употребитель-

ными неорганическими фосфорами являются $ZnS - Ag$ (ZnS , активированный серебром) и $NaJ - Tl$. Для протонных счетчиков обычно используют пластмассовые сцинтилляторы. Применяются также жидкие сцинтилляторы.

Сцинтилляционный счетчик состоит из фосфора, от которого свет подается по специальному светопроводу к фотоумножителю. Импульсы, получающиеся на выходе фотоумножителя, подвергаются счету. Определяется также амплитуда импульсов (которая пропорциональна интенсивности световых вспышек), что дает дополнительную информацию о регистрируемых частицах.

Счетчики часто объединяются в группы и включаются так, чтобы регистрировались только такие события, которые отмечаются одновременно несколькими приборами, либо, напротив, только одним из них. В первом случае говорят, что счетчики включены по схеме совпадений, во втором — по схеме антисовпадений. Применяя различные схемы включений, можно из множества явлений выделить то, которое представляет интерес. Например, два счетчика (рис. 265), установленные один над другим и включенные по схеме совпадений, зарегистрируют летящую вертикально частицу 1 и не зарегистрируют частиц 2 и 3.

К числу трековых приборов относятся камеры Вильсона, пузырьковые камеры, искровые камеры и эмульсионные камеры. Кроме того, существуют еще и диффузионные камеры, которых мы, однако, не будем рассматривать.

Камера Вильсона. Так называют прибор, созданный английским физиком Ч. Вильсоном в 1912 г. Дорожка из ионов, проложенная летящей заряженной частицей, становится видимой в камере Вильсона, потому что на ионах происходит конденсация пересыщенных паров какой-либо жидкости. Прибор работает не непрерывно, а циклами. Сравнительно короткое ($\sim 0,1 - 1$ сек) время чувствительности камеры чередуется с мертвым временем (в 100—1000 раз большим), в течение которого

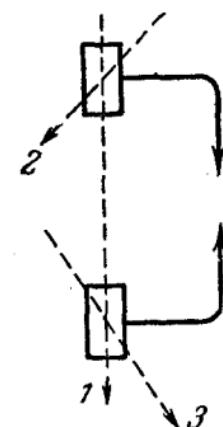


Рис. 265.

камера готовится к следующему рабочему циклу. Пере-сыщение достигается за счет внезапного охлаждения, вызываемого резким (адиабатическим) расширением рабочей смеси, состоящей из неконденсирующегося газа (гелия, азота, аргона) и паров воды, этилового спирта и т. п. В этот же момент производится стереоскопиче- ское (т. е. с нескольких точек) фотографирование ра- бочего объема камеры. Стереофотографии позволяют воссоздать пространственную картину зафиксирован- ного явления. Так как отношение времени чувствитель- ности к мертвому времени очень мало, приходится ино- гда делать десятки тысяч снимков, прежде чем будет зафиксировано какое-либо событие, обладающее не- большой вероятностью. Чтобы увеличить вероятность наблюдения редких явлений, используются управляемые камеры Вильсона, у которых работой расшири- тельного механизма управляют счетчики частиц, вклю- ченные в электронную схему, выделяющую нужное со- бытие.

В 1927 г. советский ученый Д. В. Скобельцын впервые поместил камеру Вильсона между полюсами электромагнита, что сильно расширило ее возможности. По искривлению траектории, вызываемому действием магнит- ного поля, удается определить знак заряда частицы и ее импульс. В качестве примера фотографии, полученной с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле, может служить рис. 270 (стр. 490).

Пузырьковая камера. В изобретенной Д. А. Глазе- ром в 1952 г. пузырьковой камере пересыщенные пары заменены прозрачной перегретой жидкостью (т. е. жид- костью, находящейся под внешним давлением, меньшим давления ее насыщенных паров; см. т. I, § 120). Пролетевшая через камеру ионизирующая частица вызывает бурное вскипание жидкости, вследствие чего след ча-стицы оказывается обозначенным цепочкой пузырьков пара — образуется трек (см. рис. 271, стр. 500). Пузырь- ковая камера, как и камера Вильсона, работает цикла- ми. Запускается камера резким снижением (сбросом) давления, вследствие чего рабочая жидкость переходит в метастабильное перегретое состояние. В качестве ра- бочей жидкости, которая одновременно служит мишенью для пролетающих через нее частиц, применяются жидкий водород (в этом случае нужны низкие темпе-

ратуры), пропан (C_3H_8), фреоны ($CClF_3$, CCl_2F_2) и т. д. Рабочий объем камер достигает 1000 л.

Искровые камеры. В 1957 г. Краншау и де-Биром был сконструирован прибор для регистрации траекторий заряженных частиц, названный искровой камерой. Прибор состоит из системы плоских параллельных друг другу электродов, выполненных в виде каркасов с натянутой на них металлической фольгой либо в виде металлических пластин (рис. 266). Электроды соединяются

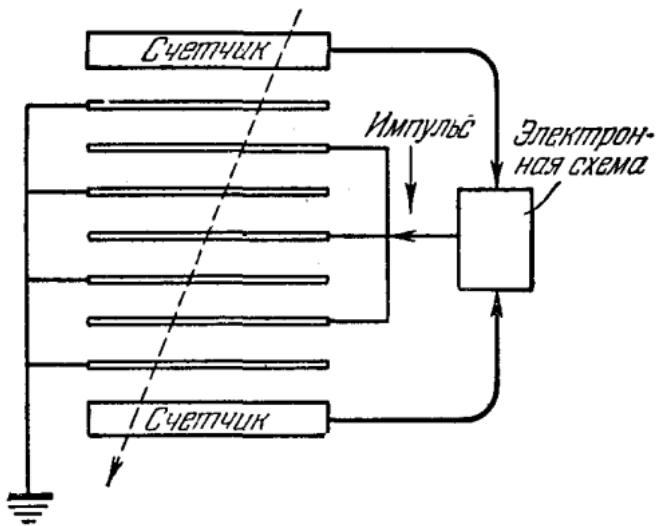


Рис. 266.

через один. Одна группа электродов заземляется, а на другую периодически подается кратковременный (длинойностью 10^{-7} сек) высоковольтный импульс (10—15 кв). Если в момент подачи импульса через камеру пролетит ионизирующая частица, ее путь будет отмечен цепочкой искр, проскаивающих между электродами. Прибор запускается автоматически с помощью включенных по схеме совпадений дополнительных счетчиков, регистрирующих прохождение через рабочий объем камеры исследуемых частиц. В камерах, наполненных инертными газами, межэлектродное расстояние может достигать нескольких сантиметров. Если направление полета частицы образует с нормалью к электродам угол, не превышающий 40° , разряд в таких камерах развивается по направлению трека частицы.

Метод фотоэмульсий. Советские физики Л. В. Мышковский и А. П. Жданов впервые применили для

регистрации элементарных частиц фотопластинки. Заряженная частица, проходя через фотоэмульсию, вызывает такое же действие, как и фотоны. Поэтому после проявления пластиинки в эмульсии образуется видимый след (трек) пролетевшей частицы. Недостатком метода фотопластинок была малая толщина эмульсионного слоя, вследствие чего получались полностью лишь треки частиц, летящих параллельно плоскости слоя. В эмульсионных камерах облучению подвергаются толстые пачки (весом до нескольких десятков килограммов), составленные из отдельных слоев фотоэмульсии (без подложки). После облучения пачка разбирается на слои.

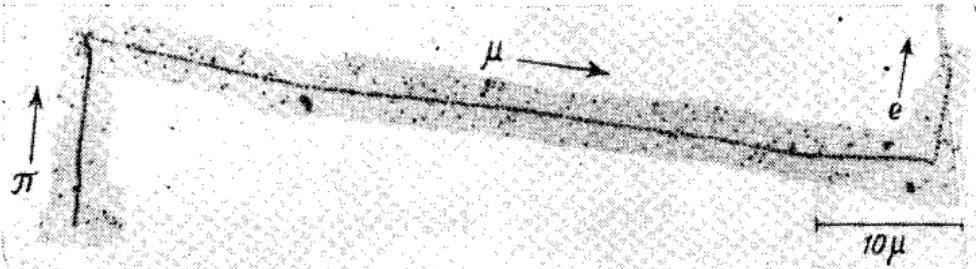


Рис. 267.

каждый из которых проявляется и просматривается под микроскопом. Для того чтобы можно было проследить путь частицы при переходе из одного слоя в другой, перед разборкой пачки на все слои наносится с помощью рентгеновских лучей одинаковая координатная сетка. Получающиеся таким способом треки частиц показаны на рис. 267, на котором зафиксировано последовательное превращение π -мезона в мюон и затем в позитрон.

§ 96. Классы элементарных частиц и виды взаимодействий

Под элементарными частицами понимают такие микрочастицы, внутреннюю структуру которых на современном уровне развития физики нельзя представить как объединение других частиц. Во всех наблюдавшихся до сих пор явлениях каждая такая частица ведет себя как единое целое. Элементарные частицы могут превращаться друг в друга. Примеры таких превращений

встречались нам в предыдущей главе [см. (87.5), (89.3), (89.4) и (89.5)].

Для того чтобы объяснить свойства и поведение элементарных частиц, их приходится наделить, кроме массы, электрического заряда и спина, рядом дополнительных, характерных для них величин (квантовых чисел), о которых будет речь идти ниже.

В настоящее время известны четыре вида взаимодействий между элементарными частицами: сильное¹⁾, электромагнитное, слабое и гравитационное (мы перечислили их в порядке убывания интенсивности).

Сильное взаимодействие. Этот вид взаимодействия называют иначе ядерным, так как оно обеспечивает связь нуклонов в ядре (см. § 89). Интенсивность взаимодействия принято характеризовать безразмерной константой взаимодействия G^2 . Эта же константа характеризует вероятность процессов, обусловленных данным взаимодействием. Для сильных взаимодействий $G^2 = G_s^2 = 1$. Наибольшее расстояние, на котором проявляется сильное взаимодействие (радиус действия r), составляет, как мы знаем, примерно 10^{-13} см. Частица, пролетающая со скоростью, близкой к c , в непосредственной близости к другой частице, будет взаимодействовать с ней в течение времени $\tau \approx r/c \approx 10^{-13}/(3 \times 10^{10}) \approx 10^{-23}$ сек. В соответствии с этим говорят, что сильное взаимодействие характеризуется временем взаимодействия τ_s порядка 10^{-23} сек.

Электромагнитное взаимодействие. Радиус действия электромагнитного взаимодействия не ограничен ($r = \infty$). Константа взаимодействия равна

$$G^2 = G_e^2 = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

Следовательно, интенсивность электромагнитного взаимодействия примерно в 100 раз меньше, чем сильного. Время, необходимое для того, чтобы проявилось взаимодействие, обратно пропорционально его интенсивности (или вероятности). Поэтому для электромагнитного

1) Сильное взаимодействие распадается на два вида — собственно сильное и умеренно сильное, но этого вопроса мы касаться не будем.

$$\tau_e = \tau_s \frac{G_s^2}{G_e^2} \approx 10^{-21} \text{ сек.}$$

Слабое взаимодействие. Слабое или распадное взаимодействие ответственно за все виды β -распадов ядер (включая K -захват), за многие распады элементарных частиц, а также за все процессы взаимодействия нейтрино с веществом. Слабое взаимодействие, как и сильное, является короткодействующим. Константа взаимодействия $G^2 = G_\omega^2$ равна 10^{-14} . Следовательно, время взаимодействия $\tau_w \approx 10^{-9}$ сек.

Гравитационное взаимодействие. Радиус действия не ограничен ($r = \infty$). Константа взаимодействия крайне мала: $G^2 = G_g^2 = 10^{-39}$. Соответственно время взаимодействия составляет $\tau_g \approx 10^9$ лет. Гравитационное взаимодействие является универсальным, ему подвержены все без исключения элементарные частицы. Однако в процессах микромира гравитационное взаимодействие ощущимой роли не играет.

Значения G^2 и τ для разных видов взаимодействия сопоставлены в табл. 8.

Таблица 8

Вид взаимодействия	Константа взаимодействия G^2	Время взаимодействия τ , сек
Сильное (ядерное) . . .	1	10^{-23}
Электромагнитное . . .	$1/137 \approx 10^{-2}$	10^{-21}
Слабое (распадное) . . .	10^{-14}	10^{-9}
Гравитационное . . .	10^{-39}	10^{16} (10^9 лет)

В соответствии с характером взаимодействий, в которых они способны участвовать, элементарные частицы делятся на три ¹⁾ класса.

1. Фотоны, γ (кванты электромагнитного поля). Эти частицы участвуют в электромагнитных взаимодействиях, но не обладают сильным и слабым взаимодействиями.

¹⁾ Предположительно существует еще один класс частиц — гравитоны (кванты гравитационного поля). Экспериментально эти частицы пока не наблюдались.

2. Лептоны (греческое «лептос» означает легкий). К их числу относятся частицы, не обладающие сильным взаимодействием: мюоны (μ^- , μ^+), электроны (e^- , e^+) и нейтрино (ν , $\bar{\nu}$). Все лептоны имеют спин, равный $1/2$. Такие частицы подчиняются статистике Ферми — Дирака (учитывающей принцип Паули), вследствие чего называются фермionами. Все лептоны обладают слабым взаимодействием. Те из них, которые имеют электрический заряд (т. е. мюоны и электроны), обладают также электромагнитным взаимодействием.

3. Адроны (греческое «адрос» означает крупный, массивный). Этот класс включает в себя все сильно взаимодействующие частицы. Наряду с сильным эти частицы обладают также слабым и электромагнитным взаимодействиями. Адроны подразделяются на две подгруппы: мезоны и барионы.

Мезоны — сильно взаимодействующие нестабильные частицы, не несущие так называемого барионного заряда (см. ниже). К их числу принадлежат π -мезоны (π^+ , π^- , π^0) и K -мезоны¹⁾, или каоны (K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0). О π -мезонах см. в § 89. Масса K -мезонов составляет $\sim 970 m_e$ (494 Мэв для заряженных и 498 Мэв для нейтральных K -мезонов). Время жизни K -мезонов имеет величину порядка 10^{-8} сек. Они распадаются с образованием π -мезонов и лептонов или только лептонов. Заряженные π -мезоны распадаются, как мы видели в § 89, с образованием лептонов; π^0 -мезон распадается преимущественно с образованием γ -фотонов. Распад мезонов (за исключением π^0 -мезона) идет за счет слабого взаимодействия, вследствие чего они отличаются временами жизни ($\sim 10^{-8}$ сек), значительно превышающими ядерные времена. Распад π^0 -мезона на γ -фотоны определяется не слабым, а электромагнитным взаимодействием (фотоны в слабых взаимодействиях не участвуют). В соответствии с этим время жизни π^0 -мезона

¹⁾ Нейтральные K^0 и \bar{K}^0 мезоны ведут себя как отдельные частицы только в момент рождения. При свободном движении каждый из них ведет себя как смесь других нейтральных частиц K_1^0 и K_2^0 . Частицы K_1^0 и K_2^0 отличаются способом распада и временем жизни. При столкновении с ядрами каждая из частиц K_1^0 и K_2^0 ведет себя как смесь K^0 - и \bar{K}^0 -мезонов. В дальнейшем в эти тонкости мы вдаваться не будем.

($\sim 10^{-16}$ сек) на много порядков меньше, чем времена жизни остальных мезонов. В отличие от лептонов мезоны обладают не только слабым (и, если они заряжены, электромагнитным), но также и сильным взаимодействием, проявляющимся при взаимодействии их между собой, а также при взаимодействии между мезонами и барионами. Спин всех мезонов равен нулю, так что принцип Паули на них не распространяется. Частицы с целым (или нулевым) спином подчиняются статистике Бозе—Эйнштейна, в связи с чем носят название бозонов.

Подгруппа барионов объединяет в себе нуклоны (p , n) и нестабильные частицы с массой, большей массы нуклонов, получившие название гиперонов¹⁾ (Λ^0 , Σ^+ , Σ^0 , Ξ^- , Ξ^0 , Ξ^- , Ω^-). Все барионы обладают сильным взаимодействием и, следовательно, активно взаимодействуют с атомными ядрами. Спин всех барионов равен $1/2$, так что барионы являются фермионами. За исключением протона, все барионы нестабильны. При распаде бариона, наряду с другими частицами, обязательно образуется барион. Эта закономерность является одним из проявлений закона сохранения барионного заряда, о котором будет речь в следующем параграфе.

В последнее время обнаружено около 70 короткоживущих частиц, которые получили название резонансов. Эти частицы представляют собой резонансные состояния, образованные двумя или большим числом элементарных частиц. Время жизни резонансов составляет всего лишь $\sim 10^{-23}$ — 10^{-22} сек. Это указывает на то, что распад резонансов происходит за счет сильного взаимодействия. Распад других частиц осуществляется за счет слабого (иногда электромагнитного) взаимодействия. Поэтому времена жизни их значительно больше.

Некоторые из резонансов являются бозонами и должны быть отнесены к классу мезонов. Таковы, например, ω -резонанс (или ω -мезон), распадающийся на три π -мезона, или K^* -резонанс (K^* -мезон), распадающийся на K -мезон и π -мезон. Другие резонансы — фермионы и должны быть причислены к классу гиперонов. При-

1) Гипероны обозначаются прописными буквами греческого алфавита: Λ — ламбда, Σ — сигма, Ξ — кси, Ω — омега.

мером может служить Ξ^* -резонанс (Ξ^* -гиперон), распадающийся на Ξ -гиперон и π -мезон.

В дальнейшем вопроса о резонансах мы касаться не будем.

§ 97. Частицы и античастицы

Уравнение Шредингера (65.1) не удовлетворяет требованиям теории относительности — оно не инвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца. В 1928 г. английскому физику П. Дираку удалось найти релятивистское волновое уравнение, из которого вытекает ряд замечательных следствий. Прежде всего из решения этого уравнения естественным образом, без каких-либо дополнительных предположений, получается спин и численное значение собственного магнитного момента электрона. Таким образом, выяснилось, что спин представляет собой величину одновременно и квантовую, и релятивистскую.

Но этим не исчерпывается значение уравнения Дирака. Оно позволило также предсказать существование античастицы электрона — позитрона. Из уравнения Дирака получаются для полной¹⁾ энергии свободной частицы не только положительные, но и отрицательные значения. Исследование уравнения показывает, что при заданном импульсе частицы p существуют решения уравнения, соответствующие энергиям:

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}. \quad (97.1)$$

Между наименьшей положительной энергией ($+m_0 c^2$) и наибольшей отрицательной ($-m_0 c^2$) имеется интервал значений энергии, которые не могут реализоваться. Ширина этого интервала равна $2m_0 c^2$ (рис. 268). Таким образом, получаются две области собственных значений энергии: одна начинается с $+m_0 c^2$ и простирается до $+\infty$, другая начинается с $-m_0 c^2$ и простирается до $-\infty$.

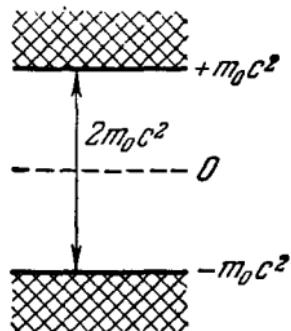


Рис. 268.

¹⁾ В релятивистском понимании [см. (42.9)].

В неквантовой релятивистской механике энергия выражается через импульс с помощью соотношения (42.12), совпадающего с (97.1), так что формально также может иметь отрицательные значения. Однако в неквантовой теории энергия изменяется непрерывно и поэтому не может пересечь запрещенную зону и перейти от положительных значений к отрицательным. В квантовой теории, как мы знаем, энергия может изменяться не только непрерывно, но и скачком, так что существование запрещенной зоны не может воспрепятствовать переходу частицы в состояния с отрицательной энергией [ср. с переходом электрона в полупроводнике из валентной зоны в зону проводимости, т. II, рис. 137, б].

Частица с отрицательной энергией должна обладать весьма странными свойствами. Переходя в состояния со все меньшей энергией (т. е. с увеличивающейся по модулю отрицательной энергией), она могла бы выделять энергию, скажем, в виде излучения, причем, поскольку $|E|$ ничем не ограничен, частица с отрицательной энергией могла бы излучить бесконечно большое количество энергии. К аналогичному выводу можно прийти следующим путем. Из соотношения $E = mc^2$ вытекает, что у частицы с отрицательной энергией масса будет также отрицательна. Под действием тормозящей силы частица с отрицательной массой должна не замедляться, а ускоряться, совершая над источником тормозящей силы бесконечно большое количество работы. Ввиду этих трудностей следовало, казалось бы, признать, что состояния с отрицательной энергией нужно исключить из рассмотрения как приводящие к абсурдным результатам. Это, однако, противоречило бы некоторым общим принципам квантовой механики. Поэтому Дирак выбрал другой путь. Он предположил, что переходы электронов в состояния с отрицательной энергией обычно не наблюдаются по той причине, что все имеющиеся уровни с отрицательной энергией уже заняты электронами. Напомним, что электроны, как и другие частицы с полуцелым спином, подчиняются принципу Паули, который запрещает находиться в одном и том же состоянии более чем одной частице.

Согласно Дираку вакуум есть такое состояние пространства, в котором все уровни отрицательной энергии заселены электронами, а уровни с положительной энер-

гней свободны (рис. 269, а). Поскольку заняты все без исключения уровни, лежащие ниже запрещенной полосы, электроны на этих уровнях никак себя не обнаруживают. Подобно этому в диэлектрике электроны, полностью заполняющие валентную зону (см. т. II, рис. 137, в), никак не реагируют на действие электрического поля. Если одному из электронов, находящихся на отрицательных уровнях, сообщить энергию, превышающую ширину запрещенной зоны, равную $2m_0c^2$, то этот электрон перейдет в состояние с положительной

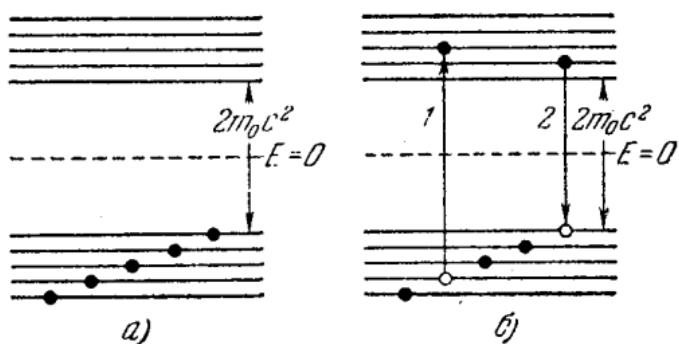


Рис. 269.

энергией и будет вести себя обычным образом, как частица с положительной массой и отрицательным зарядом. Вакансия («дырка»), образовавшаяся при этом в совокупности отрицательных уровней, должна вести себя как электрон, имеющий положительный заряд. Действительно, отсутствие частицы, обладающей отрицательными массой и зарядом, будет восприниматься как наличие частицы с положительной массой и положительным зарядом. Эта первая из предсказанных теоретически частиц была названа позитроном.

При встрече позитрона с электроном они анигилируют (исчезают) — электрон переходит с положительного уровня на вакантный отрицательный¹⁾). Энергия, соответствующая разности этих уровней, выделяется в виде излучения. На рис. 269, б стрелка 1 изображает процесс рождения пары электрон — позитрон, а стрелка 2 — их аннигиляцию.

¹⁾ Этот процесс аналогичен рекомбинации электрона и дырки в полупроводнике.

Прежде чем аннигилировать, электрон и позитрон образуют метастабильную связанную систему, аналогичную атому водорода, в котором протон заменен позитроном. Такое связанное состояние электрона и позитрона называется позитронием. В зависимости от значения результирующего спина этой системы различают парапозитроний (у которого $s = 0$, т. е. спины e^- и e^+ антипараллельны) и ортопозитроний ($s = 1$, спины e^- и e^+ параллельны). Время жизни равно для парапозитрона $\sim 10^{-10}$ сек, для ортопозитрона $\sim 10^{-7}$ сек. Вследствие аннигиляции электрона и позитрона позитроний распадается на фотоны, суммарная энергия которых равна $2m_0c^2 = 1,02$ Мэв.

Свойства позитрона (например, время жизни), вычисленные теоретически, хорошо подтверждаются экспериментально.

Теория Дирака была настолько «сущес-

твенно-массштабной», что большинство физиков отнеслось к ней весьма недоверчиво. Однако в 1932 г. американский физик К. Андерсон обнаружил позитрон в составе космических лучей. В камере Вильсона, помещенной между полюсами электромагнита, позитрон оставлял такой же след, как и рождавшийся одновременно с ним электрон, только этот след был закручен в противоположную сторону (рис. 270).

Рождение электронно-позитронных пар происходит при прохождении γ -фотонов через вещество. Это — один из основных процессов, приводящих к поглощению γ -лу-

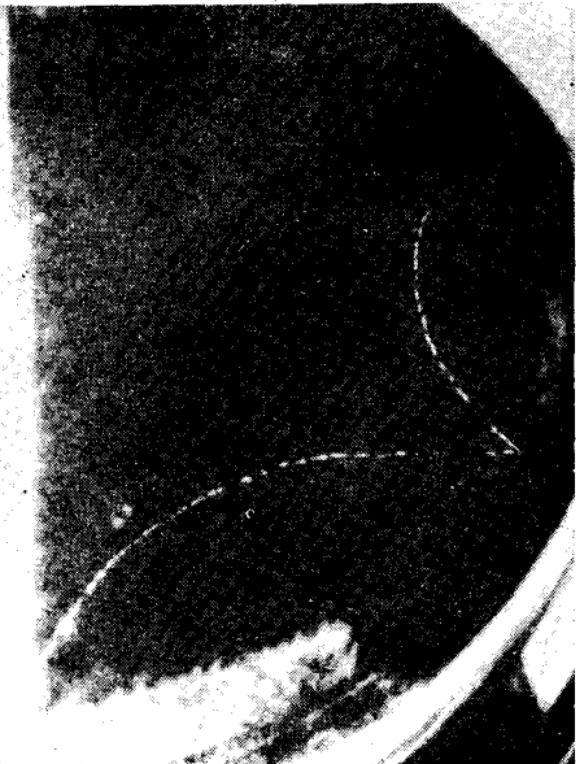
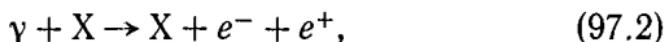


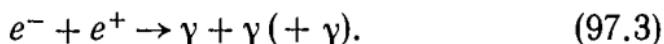
Рис. 270.

чей веществом. В полном соответствии с теорией Дирака минимальная энергия γ -фотона, при которой наблюдается рождение пар, оказывается равной $2m_0c^2 = 1,02 \text{ Мэв}$ [см. (87.2)]. Для соблюдения закона сохранения импульса в процессе рождения пары должна участвовать еще одна частица (ядро или электрон), которая воспринимает избыток импульса γ -фотона над суммарным импульсом электрона и позитрона. Следовательно, процесс запишется в виде уравнения:

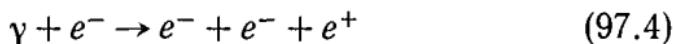


где X — ядро, в силовом поле которого происходит рождение пары.

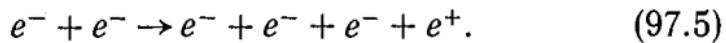
При аннигиляции требования закона сохранения импульса удовлетворяются тем, что возникают два или три γ -фотона, разлетающихся в разные стороны:



Электронно-позитронные пары могут также возникать при взаимодействии γ -фотона с электроном:



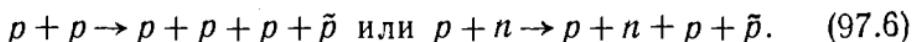
и при столкновениях между двумя заряженными частицами, например электронами:



Доля энергии, получаемая ядром X в ходе процесса (97.2), столь мала, что порог реакции образования пар (т. е. необходимая для этого минимальная энергия γ -фотона) практически равен $2m_0c^2$ (m_0 — масса электрона, равная массе позитрона). Порог реакции (97.4) составляет $4m_0c^2$, а реакции (97.5) — $7m_0c^2$ (в последнем случае под порогом реакции подразумевается минимальная суммарная энергия сталкивающихся электронов). Таким образом, требования одновременного сохранения энергии и импульса приводят к тому, что порог реакции (минимальная энергия исходных частиц) может оказаться заметно больше, чем суммарная энергия покоя рождающихся частиц.

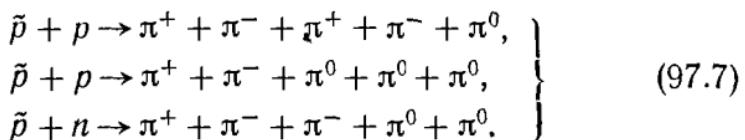
В несколько измененном виде уравнение Дирака применимо не только к электронам (и антиэлектронам, т. е. позитронам), но и к другим частицам со спином, равным $1/2$. Следовательно, для каждой такой частицы

(например, протона или нейтрона) должна существовать античастица¹). По аналогии с (97.5) рождения пары протон — антипротон ($p - \bar{p}$) или нейtron — антинейtron ($n - \bar{n}$) можно было ожидать при столкновении нуклонов достаточно большой энергии. Суммарная энергия покоя протона и антипротона, равно нейтрона и антинейтрана, составляет почти 2 Гэв [см. (87.1) и (87.4)]. Определяемый требованиями сохранения энергии и импульса порог реакции равен 5,6 Гэв. В 1955 г. в г. Беркли (США) был запущен названный бэватроном (от *Бэв*) ускоритель (синхрофазотрон; см. т. II, § 68), позволявший ускорять протоны до энергии 6,3 Гэв. Облучая пучком ускоренных протонов медную мишень, О. Чемберлен, Э. Сегре, К. Виганд и П. Ипсалантис наблюдали образование пары $p - \bar{p}$. Реакция протекала по одной из следующих схем:



Второй из нуклонов в левой части входит в состав ядра Си. Поскольку нуклоны в ядре находятся в движении, пороговая энергия ударяющей частицы в этом случае составляет $\sim 4,3$ Гэв.

Антипротон отличается от протона знаком электрического заряда и собственного магнитного момента (у антипротона магнитный момент отрицателен, т. е. направлен противоположно механическому моменту). Главное же, что отличает антипротон от протона (и вообще частицу от античастицы), заключается в их способности к взаимной аннигиляции, в результате которой возникают другие частицы (в случае $p - \bar{p}$ преимущественно π -мезоны). Антипротон может аннигилировать при встрече не только с протоном, но и с нейтроном. Структура возникающих частиц в отдельных актах аннигиляции различна. Например, возможны процессы:



¹⁾ Античастицу принято обозначать той же буквой, что и соответствующую ей частицу, с добавлением тильды (\sim) (или прямой черточки), проставляемой над этой буквой. Так, например, антипротон обозначают символом \bar{p} или \bar{p} .

При аннигиляции \tilde{p} с p в среднем рождается около пяти π -мезонов, из которых примерно три заряженных и два нейтральных.

В 1956 г. Б. Корком, Г. Ламбертсоном, О. Пиччони и В. Вензелем были наблюдены антинейтроны, которые получались перезарядкой антипротонов, т. е. в результате процесса:

$$\tilde{p} + p \rightarrow \tilde{n} + n. \quad (97.8)$$

Антинейtron отличается от нейтрона знаком собственного магнитного момента (у антинейтрона направление магнитного момента совпадает с направлением механического момента) и способностью аннигилировать при встрече с нуклоном (нейтроном или протоном). В результате аннигиляции рождаются новые частицы (главным образом π -мезоны).

Античастицы имеются не только у фермионов, но и у бозонов. Так, например, π^+ -мезон является античастицей по отношению к π^- -мезону. Известны только четыре частицы, которые тождественны со своими античастицами (т. е. не имеют античастиц). Это — фотон, π^0 -мезон и два K^0 -мезона (K_1^0 и K_2^0). Такие частицы называются абсолютно нейтральными. Очевидно, что частицы, тождественные со своими античастицами, не способны к аннигиляции. Это, однако, не означает, что они вообще не могут превращаться в другие частицы.

Если барионам, в том числе и нуклонам (p и n), присвоить барионный заряд (или барионное число) $B = +1$, а антибарионам — барионный заряд $B = -1$, то для всех процессов, протекающих с участием барионов и антибарионов [например, для (97.6), (97.7) и (97.8)], будет характерно сохранение барионного заряда, подобно тому как для процессов (97.2) — (97.5) характерно сохранение электрического заряда.

Заметим, что закон сохранения барионного заряда обусловливает стабильность самого легкого из барионов — протона. Другие законы сохранения (энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда и т. п.) не запрещают, например, процесса

$$p \rightarrow e^+ + v + \tilde{v}, \quad (97.9)$$

который в конечном итоге привел бы к аннигиляции атомов. Однако такой процесс сопровождался бы умень-

шением барионного заряда на единицу и поэтому не наблюдается. Аналогично, закон сохранения электрического заряда обуславливает стабильность самой легкой заряженной частицы — электрона, запрещая, например, процесс:

$$e^- \rightarrow \gamma + \gamma + v. \quad (97.10)$$

Для объяснения особенностей протекания процессов с участием лептонов приходится ввести квантовое число L , получившее название лептонного заряда или лептонного числа. Лептонам приписывается $L = +1$, антилептонам $L = -1$, всем остальным частицам $L = 0$. При этом условии во всех без исключения процессах наблюдается сохранение суммарного лептонного заряда рассматриваемой физической системы.

Преобразование всех величин, описывающих физическую систему (волновых функций, уравнений и т. п.), при котором все частицы заменяются античастицами (например, электроны позитронами, а позитроны электронами и т. д.), называется зарядовым сопряжением. Какую из двух зарядово-сопряженных частиц считать частицей, а какую — античастицей, является, вообще говоря, делом чисто условным. Однако, сделав выбор для одной пары зарядово-сопряженных частиц, выбор для других пар нужно делать так, чтобы в наблюдающихся взаимодействиях сохранялись барионный и лептонный заряды. Принято считать электрон и протон частицами, а позитрон и антипротон — античастицами. При этом условии выбор для остальных барионов и лептонов делается однозначным. Так, например, для сохранения барионного заряда в ходе процесса (87.5) необходимо считать частицей нейтрон. Результаты, к которым приводит учет требований сохранения B и L для других частиц, приведены в табл. 9.

В этой таблице указаны все известные в настоящее время частицы, за исключением резонансов. Смысл обозначений v_e и v_μ будет выяснен в § 101.

Теперь мы имеем возможность объяснить, почему частицу, участвующую в распаде (90.5) или (87.5), следует рассматривать как антинейтрино, а частицу, участвующую в распаде (90.6), — как нейтрино. Лептонное число электрона и нейтрино равно +1, а позитрона и антинейтрино — 1. Поэтому электрон может возникать вместе с антинейтрино, а позитрон — вместе с нейтрино.

	Частицы	Античастицы
Барионы	Ω^-	Ω^+
	Ξ^0	Ξ^-
	Σ^-	Ξ^+
	Σ^0	$\tilde{\Xi}^0$
	Σ^+	$\tilde{\Sigma}^+$
	Λ^0	$\tilde{\Lambda}^0$
Мезоны	p	n
	\bar{p}	\bar{n}
	K^+	K^-
	K^0	\tilde{K}^0
	$\left\{ \begin{array}{l} K_1^0 \\ K_2^0 \end{array} \right.$	
	π^+	π^-
Лептоны	μ^-	μ^+
	e^-	e^+
	ν_e	$\tilde{\nu}_e$
	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$
Фотон		γ

Приписав электрону $L = +1$, мы должны в соответствии со схемой распада (89.5) отрицательному мюону также приписать $L = +1$, т. е. считать μ^- частицей, а положительный мюон рассматривать как античастицу и приписывать ему значение $L = -1$. Рекомендуем проверить, что в процессах распада π -мезонов [см. (89.3) и (89.4)] также сохраняется лептонный заряд.

§ 98. Изотопический спин

Протон и нейtron обнаруживают гораздо больше сходства, чем различий. Действительно, спин обеих частиц одинаков, массы очень близки, в сильном взаимодействии они участвуют равным образом (см. в § 89 о зарядовой независимости ядерных сил). Это дает основание рассматривать протон и нейtron как два различных состояния одной и той же частицы — нуклона. Если «выключить» электромагнитное взаимодействие, то оба эти состояния полностью совпадут (небольшое различие масс протона и нейтрона обусловлено электромагнитным взаимодействием).

Заметим, что «выключение» спин-орбитального взаимодействия (т. е. взаимодействия между спиновыми и орбитальными моментами электронов) привело бы к совпадению уровней $^2P_{1/2}$ и $^2P_{3/2}$, образующих вместе дублет (см. рис. 204). Эта аналогия послужила основанием для того, чтобы назвать протон и нейtron зарядовым мультиплетом (дублетом). Другие частицы также объединяются в зарядовые мультиплеты. Так, например, Λ^0 -гиперон образует синглет (см. табл. 9), а π -мезоны — триплет (при выключении электромагнитного взаимодействия все три π -мезона становятся неразличимыми).

Каждому спектральному мультиплету соответствует определенное значение спина S (число компонент в мультиплете равно $2S + 1$). Отдельные компоненты мультиплета отличаются значениями проекции спина на ось z . По аналогии с обычным спином каждому зарядовому мультиплету приписывается определенное значение изотопического спина¹⁾ T , выбранное так, что

¹⁾ Более правильное название — изобарический спин. Изотопический спин был впервые введен в рассмотрение В. Гейзенбергом в 1932 г. для описания протона и нейтрона как различных состояний нуклона.

$2T + 1$ дает число частиц, образующих данный мультиплет. Отдельным частицам приписываются различные значения T_z — проекции изотопического спина на некую ось z в воображаемом изотопическом или зарядовом пространстве. Например, для нуклонов $T = \frac{1}{2}$, протону соответствует $T_z = +\frac{1}{2}$, нейтрону $T_z = -\frac{1}{2}$. Для π -мезонов $T = 1$, проекции T_z равны $+1$, 0 и -1 для π^+ , π^0 и π^- -мезона соответственно.

Во избежание недоразумений отметим, что квантовое число T , названное изотопическим спином, не имеет никакого отношения ни к изотопам, ни к обычному спину (который, как мы знаем, представляет собой момент импульса). Слово «изотопический» появилось в названии квантового числа T потому, что протон и нейtron образуют различные «разновидности» нуклона, подобно тому как действительные изотопы образуют разновидности данного химического элемента. Слово «спин» появилось в названии вследствие того, что математический аппарат, описывающий квантовое число T , оказался точно таким, как и математический аппарат обычного спина. В остальном между изотопическим и обычным спинами нет никакого сходства.

Может показаться странным, что в случае π -мезонов в одном зарядовом мультиплете объединяются и частица (π^+) и ее античастица (π^-), в то время как, например, Λ^0 -гиперон и анти- Λ^0 -гиперон образуют два различных зарядовых мультиплета. Объяснение заключается в том, что в зарядовый мультиплет объединяются частицы, отличающиеся только величиной или знаком электрического заряда; все остальные величины, характеризующие частицы, должны быть одинаковыми¹). Гипероны Λ^0 и $\tilde{\Lambda}^0$ отличаются значением барионного числа и поэтому не могут входить в один мультиплет. Барионное число всех π -мезонов равно нулю, остальные квантовые числа также одинаковы; следовательно, нет никаких препятствий для объединения их в одном мультиплете.

Рассмотрим два зарядовых мультиплета, отличающихся тем, что частицы, образующие один мультиплет, являются античастицами по отношению к частицам,

¹⁾ Различие заряженных и нейтральных частиц, обусловленное электромагнитным взаимодействием, например небольшое различие в массе, не принимается во внимание.

входящим в другой мультиплет. Изотопические спины обоих мультиплетов, очевидно, одинаковы ($2T + 1$ дает число частиц в мультиплете). Что касается проекций изотопического спина T_z , то для частицы и античастицы они отличаются знаком. Так, для протона $T_z = +\frac{1}{2}$, для антiproтона $T_z = -\frac{1}{2}$; для нейтрона $T_z = -\frac{1}{2}$, для антинейтрона $T_z = +\frac{1}{2}$. В табл. 10 приведены значения T и T_z различных частиц. Каждая строка в этой таблице дает зарядовый мультиплет. Следовательно, если, например, для нуклона имеется две строки, то это означает, что нуклоны образуют два зарядовых мультиплета.

Таблица 10

Частица	Изотопический спин T	Проекция изотопического спина T_z				
		-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$+1$
π -мезон	1	π^-		π^0		π^+
K -мезон	$\frac{1}{2}$		K^0		K^+	
	$\frac{1}{2}$		K^-		\tilde{K}^0	
Нуклон	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$		n \tilde{n}		p \tilde{p}	
Λ -гиперон	0			Λ^0		
	0			$\tilde{\Lambda}^0$		
Σ -гиперон	1	Σ^-		Σ^0		Σ^+
	1	$\tilde{\Sigma}^+$		$\tilde{\Sigma}^0$		$\tilde{\Sigma}^-$
Ξ -гиперон	$\frac{1}{2}$		Ξ^-		Ξ^0	
	$\frac{1}{2}$		Ξ^0		Ξ^+	
Ω -гиперон	0			Ω^-		
	0			Ω^+		

Понятие изотопического спина сыграло большую роль в установлении систематики элементарных частиц. В частности, оно натолкнуло американского физика М. Гелл-Манна и независимо от него японского физика К. Нишиджиму на мысль объединить частицы в зарядо-

вые мультиплеты и привело их затем к понятию странности (см. следующий параграф).

При сильных взаимодействиях сохраняется как изотопический спин T , так и его проекция T_z . При электромагнитных взаимодействиях сохраняется только T_z , сам же изотопический спин T не сохраняется. Слабые взаимодействия протекают, как правило, с изменением изотопического спина.

§ 99. Странные частицы

K -мезоны и гипероны (Λ , Σ , Ξ) были обнаружены в составе космических лучей в начале 50-х годов. Начиная с 1953 г. их получают на ускорителях. Поведение этих частиц оказалось столь необычным, что они были названы странными. Необычность поведения странных частиц заключалась в том, что рождались они явно за счет сильных взаимодействий с характерным временем порядка 10^{-23} сек, а времена жизни их оказались порядка 10^{-8} — 10^{-10} сек. Последнее обстоятельство указывало на то, что распад частиц осуществляется в результате слабых взаимодействий. Было совершенно не понятно, почему странные частицы живут так долго, что мешает им распадаться за счет сильного взаимодействия, в результате которого они возникают. Действительно, один из процессов рождения странных частиц имеет, например, вид:

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0, \quad (99.1)$$

а распад Λ^0 -гиперона идет по схеме:

$$\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p \quad (99.2)$$

(на рис. 271 приведена фотография треков частиц, полученная в пузырьковой камере с жидким водородом). Поскольку и в рождении, и в распаде Λ^0 -гиперона участвуют одни и те же частицы (π^- -мезон и протон), представлялось удивительным, что скорость (т. е. вероятность) обоих процессов столь различна.

Дальнейшие исследования показали, что странные частицы всегда рождаются только парами [см. (99.1)]. Это навело на мысль, что сильные взаимодействия не могут играть роли в распаде частиц вследствие того, что для их проявления необходимо присутствие двух

странных частиц. По той же причине оказывается запрещенным одиночное рождение странных частиц.

В основе запрета каких-либо процессов всегда лежит некоторый закон сохранения. Так, распад свободного протона на нейтрон, позитрон и нейтрино ($p \rightarrow n +$

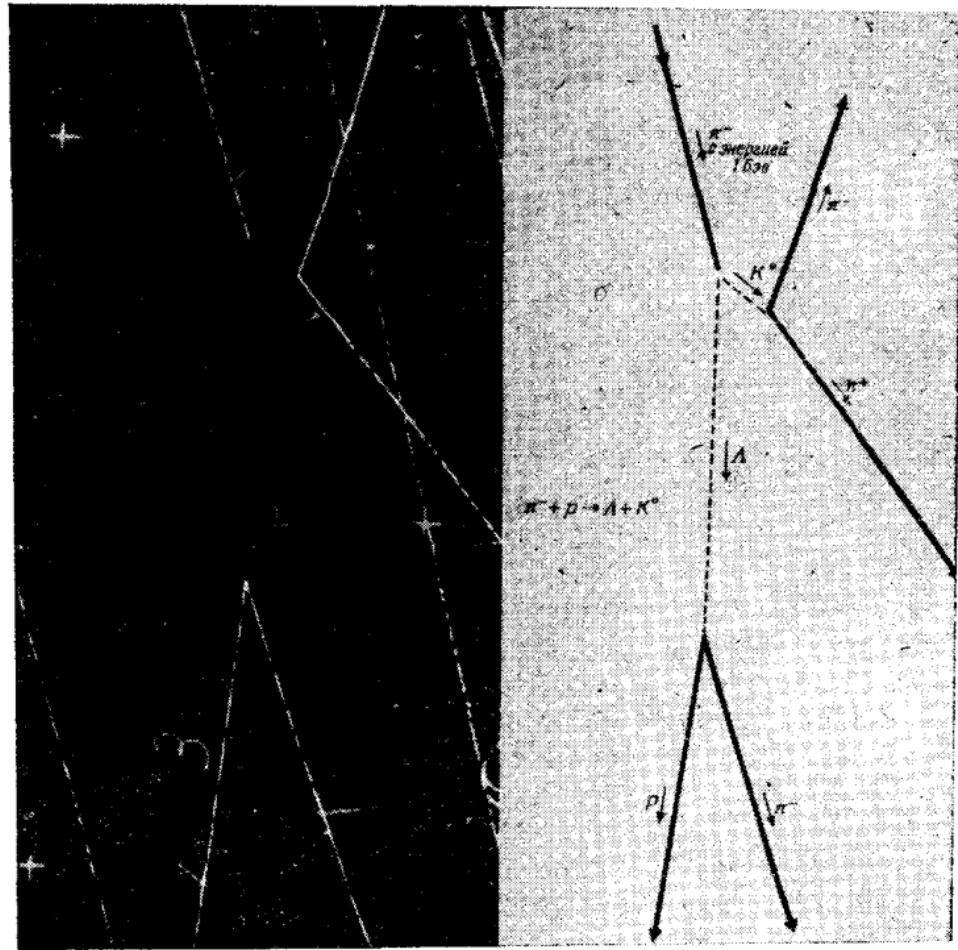


Рис. 271.

$+ e^+ + \nu$) запрещен законом сохранения энергии, а распад на позитрон, нейтрино и антинейтрино ($p \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}$) — законом сохранения барионного (а также и лептонного) заряда¹⁾.

Чтобы объяснить запрет одиночного рождения странных частиц, Гелл-Манн и Нишиджима ввели в рассмотр-

¹⁾ Процесс $p \rightarrow e^+ + \nu$ не противоречил бы закону сохранения лептонного заряда, но зато нарушал бы закон сохранения момента импульса (спина).

рение новое квантовое число S , суммарное значение которого должно, по их предположению, сохраняться при сильных взаимодействиях. Это квантовое число было названо странностью частицы. Странность сохраняется только при сильных взаимодействиях, поэтому она приписывается только сильно взаимодействующим частицам — барионам и мезонам, причем для нуклонов и π -мезонов $S = 0$, а для остальных частиц отлична от нуля. Так, для K -мезонов $S = +1$, а для Λ -гиперонов $S = -1$. При этом условии процесс (99.1) идет с сохранением странности (суммарная странность как исходных, так и образовавшихся частиц равна нулю), а в ходе процесса (99.2) странность изменяется на единицу. Поэтому процесс (99.2) не может протекать с участием сильных взаимодействий. В табл. 11 приведены значения странности всех сильно взаимодействующих частиц (за исключением резонансов).

Чтобы выяснить смысл квантового числа S , получившего название «странность», обратимся к табл. 11, в которой приведены зарядовые мультиплеты с указанием электрического заряда частиц Q (выраженного в единицах e). Крестиками отмечены значения среднего заряда \bar{Q} . Так, для нуклона (т. е. мультиплета, образованного p и n) $\bar{Q} = +\frac{1}{2}$, для антинуклона $\bar{Q} = -\frac{1}{2}$, для π -мезона $\bar{Q} = 0$ и т. д.

Удвоенное значение среднего заряда называют гиперзарядом мультиплета:

$$Y = 2\bar{Q} \quad (99.3)$$

(гиперзаряд был введен вместо среднего заряда для того, чтобы не иметь дела с дробными числами). Из определения следует, что гиперзаряд нуклона равен $+1$, антинуклона -1 и π -мезона — нулю.

Странность S определяется как разность гиперзаряда Y и барионного числа B :

$$S = Y - B. \quad (99.4)$$

Очевидно, что три квантовых числа \bar{Q} , Y и S по сути дела совершенно равноправны — значением одного из них однозначно определяются значения двух других.

Исторически странность возникла следующим образом. Первоначально, когда были открыты не все странные частицы, считалось само собой разумеющимся, что

Таблица 11

Частица	Гипер-заряд Y	Барионный заряд B	Странность S	Электрический заряд Q				
				-1	$-1/2$	0	$+1/2$	+1
π -мезон	0	0	0	π^-	π^0	π^+		
K -мезон	+1	0	+1		K^0	K^+		
Анти- K -мезон	-1	0	-1	K^-	\bar{K}^0			
Нуклон	+1	+1	0		n	p		
Антинуклон	-1	-1	0	\bar{n}	\bar{p}			
Ламбда	0	+1	-1		Λ^0			
Антиламбда	0	-1	+1		$\bar{\Lambda}^0$			
Сигма	0	+1	-1	Σ^-	Σ^0	Σ^+		
Антисигма	0	-1	+1	$\bar{\Sigma}^-$	$\bar{\Sigma}^0$	$\bar{\Sigma}^+$		
Кси	-1	+1	-2	Ξ^-	Ξ^0			
Антиксис	+1	-1	+2		Ξ^0	Ξ^+		
Омега	-2	+1	-3	Ω^-				
Антиомега	+2	-1	+3			Ω^+		

средний заряд \bar{Q} семейства K -мезонов таков же, как \bar{Q} семейства π -мезонов (о котором было известно, что он равен нулю), и что \bar{Q} каждого из семейств гиперонов таков же, как у нуклонов (т. е. равен $+1/2$), а у антигиперонов — таков же, как у антинуклонов (т. е. равен $-1/2$). Гелл-Манн и Нишиджима пришли к мысли, что странные частицы могут и не следовать такому порядку. Удвоенное (чтобы иметь дело с целыми числами) смещение «зарядового центра» (отмеченного в табл. 11 крестиками) данного зарядового мультиплета от ожидаемого положения (т. е. от 0 для мезонов, $+1/2$ для гиперонов и $-1/2$ для антигиперонов) они назвали странностью частиц (в табл. 11 смещения зарядовых центров изображены горизонтальными стрелками) и предположили, что странность S сохраняется в сильных взаимодействиях и не сохраняется в слабых. Определенная таким образом S для нестранных частиц (нуклонов, антинуклонов и π -мезонов) оказывается равной нулю. Известным в то время странным частицам¹⁾ Гелл-Манн и Нишиджима приписали отличные от нуля значения S , причем такие, которые с помощью закона сохранения S могли объяснить особенности их рождения и распада. Это позволило установить возможное число частиц в зарядовых мультиплетах и предсказать существование и свойства новых частиц. Так были предсказаны Σ^0 и Ξ^0 -гипероны, а также \bar{K}^0 -мезон, которые впоследствии были обнаружены экспериментально.

Заметим, что электрический заряд частицы Q может быть выражен через проекцию изотопического спина T_z и гиперзаряд Y (или барионный заряд B и странность S):

$$Q = T_z + \frac{Y}{2} = T_z + \frac{B + S}{2}. \quad (99.5)$$

Рекомендуем убедиться в справедливости этого соотношения, воспользовавшись данными табл. 10 и 11.

§ 100. Несохранение четности в слабых взаимодействиях

В числе величин, характеризующих элементарные частицы, есть еще одна сугубо квантовомеханическая величина, называемая четностью (P). Мы знаем, что

¹⁾ Еще раз подчеркнем, что в то время были известны далеко не все частицы, указанные в табл. 11.

состояние частицы описывается в квантовой механике функцией $\psi(x, y, z)$. Рассмотрим, как может вести себя функция ψ при так называемой инверсии пространства, т. е. при переходе к координатам x' , y' , z' , связанным с x , y , z соотношениями:

$$x' = -x, \quad y' = -y, \quad z' = -z.$$

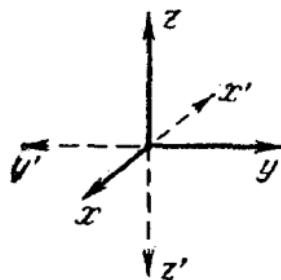


Рис. 272.

Из рис. 272 видно, что такое преобразование означает переход от правовинтовой системы координат к левовинтовой. Такой же переход осуществляется при отражении в зеркале (рис. 273). Следовательно, преобразование инверсии приводит к замене правого левым. Обе системы отсчета, x , y , z и x' , y' , z' (или, иначе говоря, $-x$, $-y$, $-z$), отличаются друг от друга так, как отличаются правая и левая перчатки. Если вывернуть наизнанку (т. е. подвергнуть инверсии), например, правую перчатку, то она совпадет с левой.

Операция инверсии, произведенная дважды, очевидно, возвращает систему координат к первоначальному виду. Пусть операция инверсии приводит к умножению функции ψ на некоторое число a :

$$\psi(x', y', z') = a\psi(x, y, z).$$

Применив к получившемуся выражению еще раз операцию инверсии, мы придем к функции

$$a\psi(x', y', z') = a^2\psi(x, y, z),$$

которая должна совпасть с первоначальной функцией $\psi(x, y, z)$.

Следовательно, a^2 должно быть равно 1, а само a может иметь значения +1 или -1. Таким об-

разом, операция инверсии либо оставляет функцию ψ неизменной, либо изменяет знак ψ на обратный. В первом случае состояние, описываемое функцией ψ , называется четным, во втором — нечетным. Поведение функции ψ при инверсии зависит от внутренних свойств частиц, описываемых этой функцией. О частиках, опи-

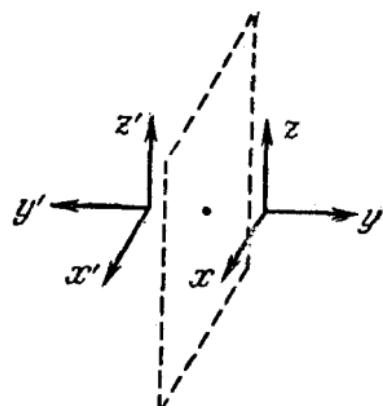


Рис. 273.

сываемых четными функциями, говорят, что они обладают положительной внутренней четностью ($P = +1$); частицы, описываемые нечетными функциями, имеют отрицательную внутреннюю четность ($P = -1$). Четность системы частиц равна произведению четностей отдельных частиц, входящих в систему.

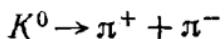
Из квантовой механики вытекает закон сохранения четности, согласно которому при всех превращениях, претерпеваемых системой частиц, четность состояния остается неизменной. Система, находящаяся в четном (или нечетном) состоянии, не может перейти в нечетное (соответственно, четное) состояние. Сохранение четности означает инвариантность законов природы по отношению к замене правого левым (и наоборот).

До 1956 г. закон сохранения четности считался соблюдающимся при всех взаимодействиях. В 1956 г. Ли и Янг¹⁾ высказали предположение, что при слабых взаимодействиях четность может не сохраняться. Для такого предположения были следующие основания. В то время были известны два мезона, получившие обозначения τ и θ . Оба мезона были совершенно одинаковы во всех отношениях, кроме одного: τ -мезон распадался на три π -мезона, а θ -мезон — только на два π -мезона. Можно было, конечно, предположить, что оба мезона представляют собой одну и ту же частицу, которая способна распадаться двумя различными способами. Однако такое предположение вступало в противоречие с законом сохранения четности. Четность π -мезона $P = -1$. Поэтому четность системы из двух π -мезонов равна $(-1)^2 = +1$, а системы из трех π -мезонов $(-1)^3 = -1$. Из закона сохранения четности вытекало, что τ - и θ -мезоны различаются внутренней четностью (у τ -мезона, распадающегося на три π -мезона, $P = -1$, а у θ -мезона, распадающегося на два π -мезона, $P = +1$) и, следовательно, представляют собой две различные частицы.

В настоящее время достоверно установлено, что τ - и θ -мезоны — одна и та же частица, обозначаемая

¹⁾ Ли Цзун-дао и Янг Чжень-ин — китайские ученые, проживающие в США. В 1957 г. за работу по несохранению четности им была присуждена Нобелевская премия.

теперь как K -мезон и имеющая $P = -1$. Таким образом, процесс



идет с нарушением четности.

Ли и Янг предложили идею опыта для проверки несохранения четности, который был осуществлен в Колумбийском университете (США) Ву Цзянь-сун и ее сотрудниками. Идея опыта заключалась в следующем. Если правое и левое в природе неразличимы, то при

β -распаде вылета электрона в направлении спина ядра и в направлении, ему противоположном, будет равновероятен. Действительно, при зеркальном отражении ядра (рис. 274) направление его «вращения», т. е. направление спина, изменяется на противоположное. Если ядро испускает β -электрон с равной вероятностью в обоих направлениях вдоль спина (рис. 274, а), то зеркальное отражение ядра буд

дет неотличимо от самого ядра (они лишь повернуты друг относительно друга на 180°). Если же β -электроны испускаются преимущественно в одном направлении (рис. 274, б), то «левое» и «правое» становятся различными.

В опыте Ву ядра радиоактивного кобальта Co^{60} ориентировались с помощью магнитного поля спинами в одном направлении. Для того чтобы тепловое движение не нарушало этой ориентации, радиоактивный препарат охлаждался до сверхнизких температур ($\sim 0,1^\circ\text{K}$). Была обнаружена значительная разница в количествах β -электронов, испускаемых в обоих направлениях. Оказалось, что β -электроны испускаются преимущественно в направлении, противоположном направлению ядерных спинов. Таким образом, была доказана экспериментально неравноправность правого и левого при слабых взаимодействиях (напомним, что β -распад обусловлен слабым взаимодействием).

После того как выяснилось, что пространственная четность (P) в слабых взаимодействиях не сохраняется,

Л. Д. Ландау выдвинул гипотезу¹⁾ о том, что любые взаимодействия инвариантны относительно сложного преобразования, заключающегося в одновременной инверсии пространства и замене частиц античастицами. Такое преобразование Ландау назвал комбинированной инверсией. Согласно этой гипотезе симметрия между правым и левым сохраняется, если при зеркальном отражении пространства частицы заменить античастицами.

Если операцию пространственной инверсии обозначить символом P , а операцию зарядового сопряжения (т. е. замены частиц античастицами) — символом C , то символом комбинированной инверсии будет CP . Поэтому инвариантность относительно комбинированной инверсии называют CP -инвариантностью. Четность состояния частицы относительно комбинированной инверсии называют комбинированной четностью.

Таким образом, два существовавших ранее раздельно закона — закон инвариантности относительно зарядового сопряжения²⁾ и закон сохранения пространственной четности — в случае слабых взаимодействий объединяются в один закон сохранения комбинированной четности.

Заметим, что если на рис. 274, б одно из ядер заменить антиядром, то направление спина изменится на противоположное и зеркальное отражение ядра не будет отличаться от самого ядра.

Комбинированная четность будет сохраняться, если присвоить частице и античастице противоположные закрученности, или спиральности (при отражении в зеркале правый винт становится левым). Под спиральностью понимается определенное соотношение между направлениями импульса p и спина s частицы. Спиральность считается положительной, если спин и импульс имеют одинаковое направление. В этом случае направление движения частицы (p) и направление «вращения», соответствующего спину, образуют правый винт (рис. 275, а). При противоположно направленных спинах

¹⁾ Независимо от Ландау такую же гипотезу выдвинули Ли и Янг.

²⁾ То есть неизменяемости законов природы при замене частиц античастицами.

и импульсе (рис. 275, б) спиральность будет отрицательной (поступательное движение и «вращение» образуют левый винт). Очевидно, что спиральность можно определить как знак скалярного произведения $s p$.

Спиральность может иметь абсолютное значение, т. е. быть внутренним свойством, лишь для частицы с нулевой массой покоя (такая частица существует, только двигаясь со скоростью c). Частица, масса покоя которой отлична от нуля, будет двигаться со скоростью v , меньшей c . Спиральность такой частицы в системах отсчета, движущихся со скоростями, меньшими v , и со

скоростями, большими v (но меньшими c), будет, как легко видеть, различна (импульс частицы в таких системах отсчета имеет противоположные направления). Итак, из всех частиц¹⁾ спиральностью, как внутренним свойством, может обладать только нейтрино.

Согласно развитой Ландау (а также Янгом и Ли и Саламом) теории продольного нейтрино все существующие в природе нейтрино, независимо от способа их возникновения, всегда бывают полностью продольно поляризованы (т. е. спин их направлен параллельно или антипараллельно импульсу p). Нейтрино имеет отрицательную (левую) спиральность (ему соответствует соотношение направлений s и p , изображенное на рис. 275, б), антинейтрино — положительную (правую) спиральность (рис. 275, а). Таким образом, спиральность — это то, что отличает нейтрино от антинейтрино.

Нарушение четности (или, что то же самое, спиральности нейтрино) обнаруживается также в цепочке превращений $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$. В конце своего пробега π^+ -мезон распадается на мюон и нейтрино [см. (89.3)]:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

¹⁾ Фотон также обладает нулевой массой покоя, но, в отличие от нейтрино, два получающихся для фотона значения спиральности (положительное и отрицательное) соответствуют не частице и античастице, а двум различным состояниям поляризации одной и той же частицы.

Так как спин и импульс (в конце пробега) π^+ -мезона равны нулю, μ^+ и ν должны разлететься в противоположные стороны, причем нейтрино «навяжет» мюону свою спиральность¹⁾ (рис. 276), иначе спин системы не останется равным нулю. Мюон в конце своего пробега распадается по схеме [см. (89.5)]:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}.$$

Поскольку в рассматриваемом случае мы имеем дело с распадом поляризованных мюонов, при этом должно наблюдаться то же явление, что и при β -распаде поляризованных ядер (в опыте Ву) — угловое распределение позитронов должно быть анизотропно относительно направления поляризации мюона,

т. е. относительно направления его движения до остановки. Действительно, исследование фотографий, на которых зафиксированы процессы $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$ распада в пузырьковой камере, показывает, что позитроны испускаются чаще в направлении, обратном направлению движения мюонов (см. рис. 276).

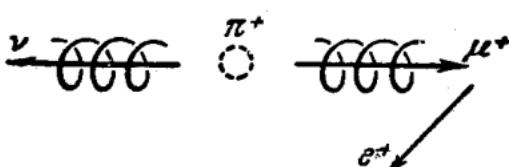


Рис. 276.

§ 101. Нейтрино

Нейтрино — единственная частица, которая не участвует ни в сильных, ни в электромагнитных взаимодействиях. Исключая гравитационное взаимодействие, в котором участвуют все частицы, нейтрино может принимать участие лишь в слабых взаимодействиях.

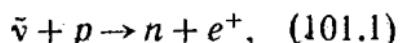
Многие свойства нейтрино уже рассмотрены нами ранее; в частности, в предыдущем параграфе было выяснено, что нейтрино обладает спиральностью. В этом параграфе мы расскажем о двух фундаментальных опытах, касающихся нейтрино.

Гипотеза о существовании нейтрино была высказана в 1932 г. (см. § 90). В последующую четверть века было получено множество косвенных доказательств правильности этой гипотезы, однако непосредственно наблюдать

¹⁾ В общем случае спин мюона не фиксирован относительно направления его движения.

нейтрино не удавалось. Причина этого заключается в том, что, не обладая электрическим зарядом и массой, нейтрино крайне слабо взаимодействует с веществом. Так, например, нейтрино с энергией ~ 1 Мэв имеет в свинце пробег $\sim 10^{20}$ см, или 100 световых лет. Только после создания ядерных реакторов, которые являются источниками мощных потоков нейтрино ($\sim 10^{13}$ частиц/ $\text{см}^2 \cdot \text{сек}$), появилась реальная возможность наблюдать реакции с участием этих неуловимых частиц.

Непосредственное наблюдение антинейтрино было осуществлено в серии опытов Ф. Рейнеса и К. Коуэна (1953—1956). Наблюдалась реакция



которая является обращением реакции (87.5) распада нейтрона¹⁾.

Свидетельством то-

го, что антинейтрино вступило в реакцию с протоном, служил факт одновременного возникновения нейтрона и позитрона (рис. 277). Позитрон практически сразу же аннигилировал с электроном, что приводило к возникновению двух γ -квантов, энергия каждого из которых равна 0,51 Мэв. Нейтрон после замедления захватывался ядром кадмия. Образовавшееся в результате возбужденное ядро высвечивало несколько γ -фотонов с суммарной энергией 9,1 Мэв.

Схема установки изображена на рис. 278. Мишенью служили два сосуда ($190 \times 130 \times 7$ см), заполненные раствором хлористого кадмия в воде. Три бака ($190 \times 130 \times 60$ см) наполнялись жидкостью, способной сцинтилировать под действием γ -фотонов. Сцин-

¹⁾ Обращением реакции (87.5) в буквальном смысле слова была бы реакция $\bar{\nu} + p + e^- \rightarrow n$, однако такая реакция требует встречи трех частиц и поэтому практически невозможна. «Вычитание» частицы равнозначно добавлению античастицы. Вычитая слева e^- и добавляя справа e^+ , получим (101.1).

тилляционные вспышки регистрировались 110-ю фотумножителями. Для защиты от космического излучения и выходящих из реактора нейtronов резервуары были заключены в парафиновую, а затем в свинцовую оболочки. Все устройство было глубоко зарыто в землю вблизи большого реактора.

Вспышка, вызванная захватными γ -фотонами, запаздывала по отношению к вспышке, обусловленной аннигиляционными γ -фотонами, на несколько десятков микросекунд. Обе вспышки регистрировались по схеме

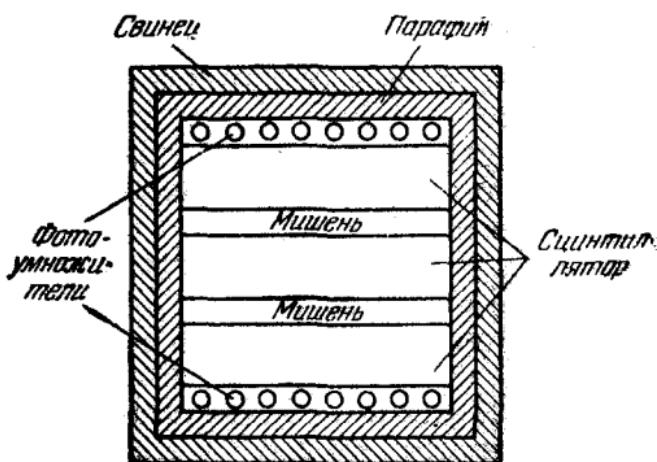


Рис. 278.

запаздывающих совпадений; кроме того, оценивалась также энергия γ -фотонов, вызвавших каждую вспышку ($1,02 \text{ Мэв}$ и $9,1 \text{ Мэв}$). Это позволяло надежно отделить исследуемый эффект от фона, обусловленного другими процессами. Опыт продолжался 1371 час (57 дней). В час регистрировалось в среднем около трех двойных вспышек ожидаемой интенсивности. Эти результаты служат прямым доказательством существования антинейтрино.

Перейдем к рассмотрению второго опыта. В одних процессах [(87.5), (90.5), (90.6), (90.7)] нейтрино (или антинейтрино) возникает вместе с электроном (позитроном), в других процессах [например, (89.3)] — вместе с мюоном. До сих пор мы полагали, что первые (электронные) нейтрино ν_e тождественны со вторыми (мюонными или мю-мезонными) нейтрино ν_μ . В 1962 г. было доказано экспериментально, что это не так. Идея опыта

принадлежит Б. Понтекорво. Обращением реакции (90.7) будет процесс:



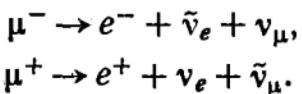
(см. подстрочное примечание на стр. 510). Возможен также аналогичный процесс, в котором вместо электрона возникает мюон:



(частица, участвующая в этой реакции, должна быть, очевидно, не электронным, а мюонным нейтрино). Понтекорво предложил облучать вещество образующимися при распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ мюонными нейтрино и наблюдать возникающие частицы. Присутствие среди них как e^- , так и μ^- указывало бы на тождественность ν_e и ν_μ . Присутствие только μ^- свидетельствовало бы о различии электронных и мюонных нейтрино.

Опыт был осуществлен Ледерманом, Шварцем и др. в Брукхавене (США). Из камеры ускорителя на 30 Гэв были выведены π^+ -мезоны с энергией в 15 Гэв. Процесс $\pi \rightarrow \mu$ -распада [см. (89.3)] приводил к образованию мюонных нейтрино с энергией ~ 500 Мэв. Поток ν_μ направлялся в искровую камеру с массивными железными пластинами (общим весом 10 т). Было зарегистрировано 34 случая рождения мюонов и ни одного случая рождения электронов. Этот результат служит доказательством того, что существуют четыре различных нейтрино: ν_e , $\tilde{\nu}_e$, ν_μ , $\tilde{\nu}_\mu$.

Таким образом, в формулах (87.5), (90.5), (90.6), (90.7) символ нейтрино должен быть дополнен индексом « e », а в формулах (89.3) — индексом « μ ». Формулы (89.5) с учетом различия между ν_e и ν_μ должны быть записаны следующим образом:



§ 102. Систематика элементарных частиц

В предыдущих параграфах мы видели, что закономерности, наблюдаемые в мире элементарных частиц, могут быть сформулированы в виде законов сохранения. Таких законов накопилось уже довольно много (см.

табл. 12). Некоторые из них оказываются не точными, а лишь приближенными. Так, например, закон сохранения гиперзаряда Y (или странности S) выполняется в случае сильных и электромагнитных взаимодействий и нарушается в слабых взаимодействиях (соблюдение закона в данном виде взаимодействия указано в табл. 12 знаком плюс, нарушение — знаком минус).

Таблица 12

Закон сохранения	Вид взаимодействия		
	сильное	электро-магнитное	слабое
Энергии E	+	+	+
Импульса p	+	+	+
Момента импульса (спина) M	+	+	+
Электрического заряда Q	+	+	+
Барионного заряда B	+	+	+
Лептонного заряда L	+	+	+
Изотопического спина T	+	-	-
Гиперзаряда Y (или странности S)	+	+	-
Зарядового сопряжения C	+	+	-
Четности P	+	+	-
Комбинированной четности CP	+	+	-

Каждый закон сохранения выражает определенную симметрию системы. Законы сохранения импульса p , момента импульса M и энергии E отражают свойства симметрии пространства и времени: сохранение энергии есть следствие однородности времени, сохранение p обусловлено однородностью пространства, а сохранение M — его изотропностью. Закон сохранения четности связан с симметрией между правым и левым (P -инвариантность). Симметрия относительно зарядового сопряжения (симметрия частиц и античастиц) приводит к сохранению зарядовой четности (C -инвариантность). Законы сохранения электрического, барионного и лептонного зарядов выражают особую симметрию волновой функции. Наконец, закон сохранения изотопического спина отражает изотропность изотопического (зарядового) пространства. Несоблюдение одного из законов сохранения означает нарушение в данном взаимодействии соответствующего вида симметрии. Например, электромагнитное

взаимодействие нарушает симметрию изотопического пространства, вследствие чего изотопический спин T не сохраняется в электромагнитных взаимодействиях.

В § 98 мы видели, что введение квантового числа T (изотопического спина) позволило объединить частицы в зарядовые мультиплеты. Расширение схемы изотопического спина привело Гелл-Манна и независимо от него Ю. Неймана к созданию в 1961 г. теории унитарной симметрии элементарных частиц. В этой теории предполагается, что сильное взаимодействие инвариантно относительно специальных преобразований¹⁾ в

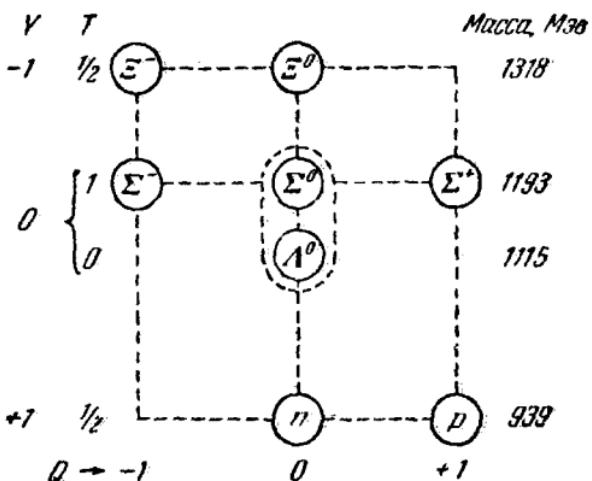


Рис. 279.

некотором трехмерном комплексном векторном пространстве (пространстве унитарного спина), которые сохраняют неизменным изотопический спин T и гиперзаряд Y . Таким способом удается сгруппировать зарядовые мультиплеты в супермультиплеты (или унитарные мультиплеты). Частицы²⁾, составляющие супермультиплет, должны иметь одинаковые спин и четность P . Они могут отличаться по массе, электрическому заряду, гиперзаряду и изотопическому спину, однако эти величины должны быть связаны между собой определенными правилами.

Систему симметрии частиц, устанавливаемую унитарной теорией, называют также восьмеричным

¹⁾ Принадлежащих к так называемой группе $SU(3)$.

²⁾ Имеются в виду лишь сильно взаимодействующие частицы.

путем, поскольку в ней производятся действия над восемью квантовыми числами¹).

На рис. 279 изображен октет (супермультиплет, включающий 8 частиц), объединяющий нуклоны (n, p) и Λ -, Σ -, Ξ -гипероны. Все они имеют спин $1/2$ и положительную четность. Справа приведена масса частиц (в Мэв), внизу — электрический заряд Q , слева — значения гиперзаряда Y и изотопического спина T .

Резонансы, обозначаемые Δ , Σ^* , Ξ^* и Ω^- , образуют декаплет, приведенный на рис. 280. Обращает на себя

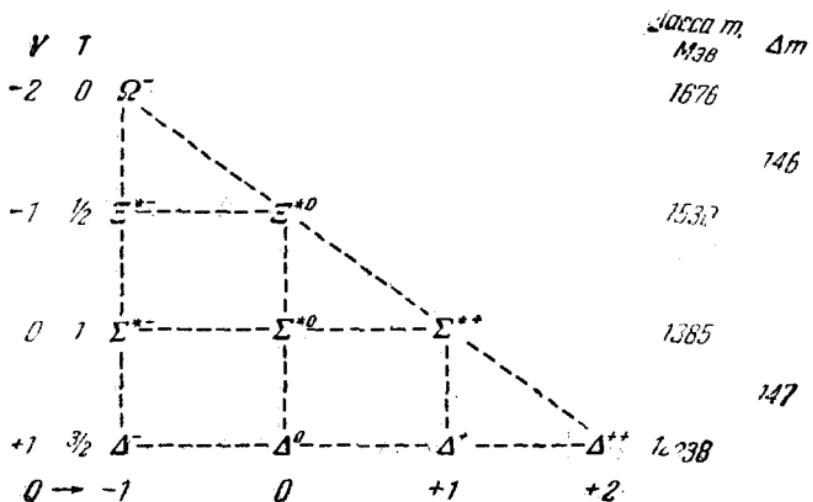


Рис. 280.

внимание то обстоятельство, что массы этих частиц отличаются на почти одинаковую величину (~ 145 Мэв). Частицы, входящие в декаплет, имеют спин $3/2$ и положительную четность. В момент создания теории Ξ^* -гипероны и Ω^- -частица еще не были известны. Резонансы Ξ^{*-0} и Ξ^{*0} были обнаружены в 1962 г. Оставалась незаполненной вершина пирамиды. Гелл-Манн предсказал, что отвечающая ей частица должна иметь спин, равный $3/2$, гиперзаряд $Y = -2$ и массу около 1676 Мэв (на 146 Мэв больше, чем масса Ξ^* -частиц). Почти

¹⁾ Это название связано также с легендой, согласно которой Будде принадлежит афоризм о восьми путях, приводящих к уничтожению страданий: верные взгляды, верные намерения, верные речи, верные действия, верный образ жизни, верные усилия, верные заботы и верное сосредоточение.

тотчас же начались планомерные поиски этой частицы, получившей название Ω^- -гиперона¹). В Брукхавенской лаборатории для этой цели были использованы ускоритель на 33 Гэв и 2-метровая пузырьковая камера, содержащая 900 литров жидкого водорода. Было сделано около 300 000 снимков, прежде чем на одном из них в январе 1964 г. был зафиксирован процесс рождения и распада Ω^- -частицы. Ее свойства, в частности масса, в точности совпали с предсказанными теорией. Таким образом, открытие Ω^- -гиперона явилось триумфом теории унитарной симметрии.

Так называемых элементарных частиц стало так много (вместе с резонансами более ста), что возникли серьезные сомнения в их элементарности. Каждая из сильно взаимодействующих частиц характеризуется тремя независимыми аддитивными квантовыми числами: зарядом Q , гиперзарядом Y и барионным зарядом B . В связи с этим появилась гипотеза о том, что все частицы построены из трех фундаментальных частиц — носителей этих зарядов. Первая модель подобного рода была предложена японским физиком С. Саката, который считал фундаментальными частицами протон p , нейтрон n и Λ^0 -гиперон²). Однако схема Саката оказалась неприменимой в области сильных взаимодействий.

Гелл-Манн и Цвейг ввели в рассмотрение гипотетические частицы, получившие название квартков³). Этим частицам приписываются дробные квантовые числа, в частности электрический заряд, равный $-1/3$, $-1/3$ и $+2/3$ соответственно для каждого из трех кварков. Были предприняты попытки обнаружить кварки, для чего искали частицы со значительно меньшей ионизирующей способностью, чем у обычных частиц (ионизирующая

¹⁾ Эта частица относится к группе резонансов, но имеет время жизни того же порядка ($\sim 10^{-10}$ сек), что и у гиперонов. Однако спин ее равен $3/2$, в то время как у всех гиперонов он равен $1/2$.

²⁾ То обстоятельство, что многие частицы имеют массу, значительно меньшую суммы масс p , n и Λ^0 , не должно нас смущать, так как масса системы связанных частиц может оказаться намного меньше суммы масс частиц, входящих в систему (ср. с энергией связи частиц в ядре, § 88).

³⁾ Слово «кварк» заимствовано Гелл-Манном из романа Дж. Джойса «Пробуждение Финнегана», в котором кварками называны химерические существа, чудившиеся герою романа во время галлюцинаций.

способность частицы с зарядом $1/3$ должна быть в 9 раз меньше, чем у частицы с зарядом 1). Однако пока кварки не были наблюдены и их существование является проблематичным.

Положение, сложившееся в физике элементарных частиц, сильно напоминает положение, создавшееся в физике атома после открытия в 1869 г. Д. И. Менделеевым периодического закона. Хотя сущность этого закона была выяснена только спустя примерно 60 лет, после создания квантовой механики, он позволил систематизировать известные к тому времени химические элементы и, кроме того, привел к предсказанию существования новых элементов и их свойств. Точно так же физики научились систематизировать элементарные частицы, причем разработанная систематика в ряде случаев позволила предсказать существование новых частиц и предвосхитить свойства этих частиц. Однако «пока поиски систематики частиц находятся примерно в такой же стадии, как поиски периодической системы элементов, когда ими начал заниматься Менделеев. Направление это очень важное и очень нужное, но оно отнюдь не решит фундаментальной проблемы понимания всех законов микромира. Это понимание, очевидно, придет, только когда будет создана новая физическая теория... Сейчас мы подходим к новому этапу познания фундаментальнейших законов строения природы, из которых как частный случай общего должны будут вытекать и квантовая теория, и теория относительности, и теория Ньютона... Нельзя предсказать, когда и как будет создана новая последовательная физическая теория... Но тот факт, что громадная армия экспериментаторов и теоретиков во всем мире работает на этом передовом для физики фронте, позволяет надеяться, что это время не за горами».

Взятые в кавычки слова принадлежат академику И. Е. Фамму. Ими мы и закончим краткий рассказ о физике элементарных частиц.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ГОЛОГРАФИЯ

Голография (т. е. «полная запись», от греческого — голос — весь, графо — пишу) есть особый способ фиксирования на фотопластинке структуры световой волны, отраженной предметом. При освещении этой пластинки (голограммы) пучком света зафиксированная на ней волна восстанавливается в почти первоначальном виде, так что при восприятии восстановленной волны глазом зрительное ощущение бывает практически таким, каким оно было бы при наблюдении самого предмета (исключая окраску предмета).

Голография была изобретена в 1947 г. английским физиком Д. Габором. Однако полное осуществление идеи Габора стало возможным лишь после появления в 1960 г. источников света высокой степени когерентности — лазеров. Исходная схема Габора была усовершенствована американскими физиками Э. Лейтом и Ю. Упатинексом, которые получили в 1963 г. первые лазерные гологramмы. Советский ученый Ю. Н. Деписюк предложил в 1962 г. (и впоследствии осуществил) оригинальный метод фиксирования голограмм на толстослойной эмульсии. Этот метод обладает рядом удивительных свойств (в частности, дает цветное изображение предметов), однако рассмотренное его выходит за рамки этой книги. Мы ограничимся элементарным рассмотрением современного метода получения голограмм на тонкослойной эмульсии.

На рис. 281, а показана схема установки для получения голограмм, а на рис. 281, б — схема восстановления изображения. Испускаемый лазером световой пучок расширяется с помощью телескопической системы, состоящей из микрообъектива и длиннофокусной линзы большого диаметра. Увеличение диаметра пучка равно отношению фокусных расстояний линзы и микрообъектива. Расширенный пучок света делится на две части. Одна часть отражается зеркалом к фотопластинке, образуя так называемый опорный пучок. Вторая часть попадает на пластинку, отразившись от фотографируемого предмета; она образует предметный пучок. Оба пучка должны быть когерентными. Это требование выполняется, поскольку лазерное излучение отличается высокой степенью пространственной когерентности (световые колебания когерентны по всему поперечному сечению лазерного пучка). Опорный и предметный пучки, налагааясь друг на друга, образуют интерференционную картину, кото-

рая фиксируется фотопластинкой. Экспонированная таким способом и проявленная фотопластинка и есть голограмма. В образовании голограммы участвуют два пучка света, в связи с чем описанная схема получения голограмм называется двухлучевой.

Для восстановления изображения проявленную фотопластинку помещают в то самое положение, в котором она находилась при фотографировании, и освещают опорным пучком света (часть лазерного пучка, которая освещала при фотографировании предмет, теперь перекрываеться). Опорный пучок дифрагирует на голограмме, в результате чего возникает волна, имеющая точно такую структуру, как волна, отражавшаяся предметом. Эта волна дает мнимое изображение предмета, которое воспринимается глазом наблюдателя. Наряду с волной образующей мнимое изображение, при дифракции возникает еще одна волна, которая образует действительное изображение предмета. Действительное изображение псевдоскопично; это означает, что оно имеет рельеф, обратный рельефу предмета — выпуклые места заменены вогнутыми, и наоборот.

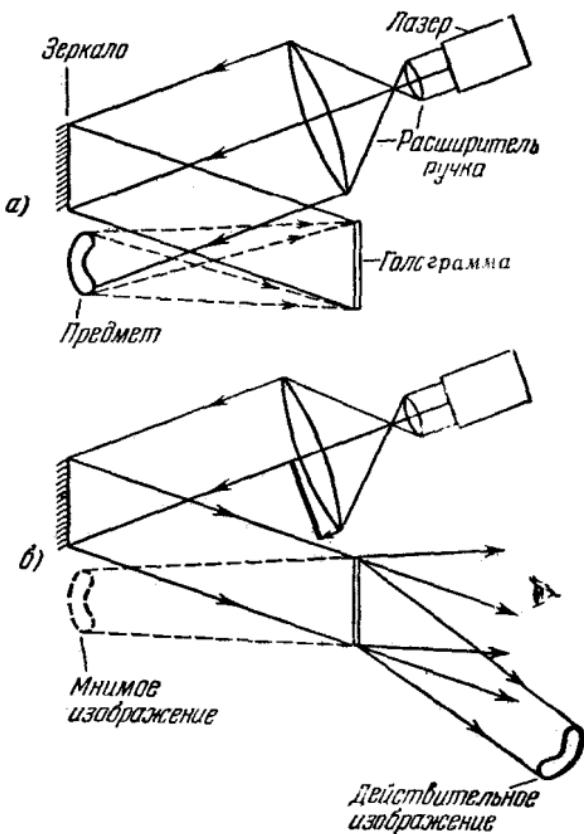


Рис. 281.

Действительное изображение псевдоскопично — выпуклые места заменены вогнутыми, и наоборот.

Рассмотрим характер голограммы и процесс восстановления изображения. Пусть на фотопластинку падают два когерентных параллельных пучка световых лучей, идущие под углом ϕ друг к другу (рис. 282). Пучок 1 будем считать опорным, пучок 2 — предметным (предметом в данном случае является бесконечно удаленная точка). Для простоты предположим, что пучок 1 перпендикулярен к плоскости пластиинки. Все полученные ниже результаты остаются справедливыми и при наклонном падении опорного пучка, однако формулы в этом случае более громоздки.

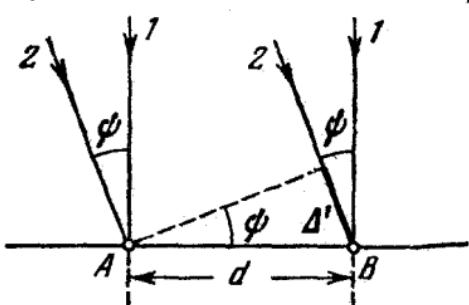


Рис. 282.

даленная точка). Для простоты предположим, что пучок 1 перпендикулярен к плоскости пластиинки. Все полученные ниже результаты остаются справедливыми и при наклонном падении опорного пучка, однако формулы в этом случае более громоздки.

Вследствие интерференции пучков 1 и 2 на пластинке образуется система чередующихся прямолинейных максимумов и минимумов интенсивности. Пусть точки *A* и *B* соответствуют серединам соседних интерференционных максимумов. Тогда разность хода Δ' равна λ . Из рис. 282 видно, что $\Delta' = d \sin \psi$; следовательно,

$$d \sin \psi = \lambda. \quad (1)$$

Зафиксировав на пластинке (путем экспонирования и проявления) интерференционную картину, направим на нее опорный пучок 1. Пластинка для этого пучка представляет собой дифракционную решетку, период d которой определяется формулой (1). Отличительной особенностью этой решетки является то обстоятельство, что ее

пропускательная способность изменяется при перемещении в направлении, перпендикулярном к «штрихам» по приближительно косинусоидальному закону (у рассматривавшихся в § 25 решеток она изменялась скачком: просвет — темно — просвет — темно и т. д.). Эта особенность приводит к тому, что интенсивность всех дифракционных максимумов порядка выше первого практически равна нулю.

При освещении пластилины опорным пучком (рис. 283)

Рис. 283.

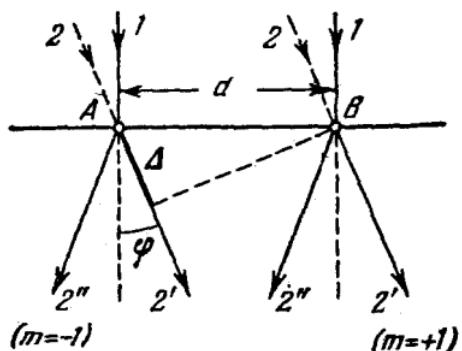
возникает дифракционная картина, максимумы которой образуют с нормалью к пластинке углы φ , определяемые условием

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1) \quad (2)$$

[см. формулу (25.2)]. Максимум, отвечающий $m = 0$, лежит на продолжении опорного пучка. Максимум, отвечающий $m = +1$, имеет такое же направление, какое имел при экспонировании предметный пучок 2 [ср. формулы (1) и (2)]. Кроме названных двух максимумов, возникает еще один, отвечающий $m = -1$.

Можно показать, что полученный нами результат остается в силе в том случае, когда предметный пучок 2 является не параллельным, а расходящимся. При этом максимум, отвечающий $m = +1$, имеет характер расходящегося пучка лучей 2' (он дает минное изображение точки, из которой выходили лучи 2 при экспонировании); максимум же, отвечающий $m = -1$, имеет характер сходящегося пучка лучей 2'' (он образует действительное изображение точки, из которой выходили лучи 2 при экспонировании).

При получении голограммы пластилинка освещается опорным пучком 1 и совокупностью расходящихся пучков 2, отраженных различными точками предмета. На пластинке возникает сложная интерференционная картина, образуемая в результате наложения картин, даваемых каждым из пучков 2 в отдельности. При освещении голограммы опорным пучком 1 оказываются восстановленными все пучки 2, т. е. полная световая волна, отражаемая предметом (ей отвечает $m = +1$). Кроме нее, возникают еще две волны (отвечаю-



щие $m = 0$ и $m = -1$). Но эти волны распространяются в других направлениях и не мешают восприятию волны, дающей мнимое изображение предмета (см. рис. 281).

Изображение предмета, даваемое голограммой, является объемным. На него можно смотреть из разных положений. Если при съемке близкие предметы закрывали более удаленные, то, сместившись в сторону, можно заглянуть за ближний предмет (вернее, за его изображение) и увидеть скрытые до того предметы. Это объясняется тем, что, сместившись в сторону, мы воспринимаем изображение, восстановленное от периферической части голограммы, на которую при экспонировании падали также и лучи, отраженные от скрытых предметов. Рассматривая изображения ближних и дальних предметов, приходится, как и при рассматривании самих предметов, по-разному аккомодировать глаз.

Если голограмму расколоть на несколько кусков, то каждый из них при просвечивании дает такую же картину, что и исходная голограмма. Однако чем меньшая часть голограммы используется для восстановления изображения, тем меньше его четкость. Это легко понять, приняв во внимание, что при уменьшении числа штрихов дифракционной решетки ее разрешающая сила уменьшается [см. формулу (25.16)].

Возможные применения голографии весьма разнообразны. Далеко не полный их перечень образуют голографические кино и телевидение, голографический микроскоп, контроль качества обработки изделий. В литературе можно встретить утверждение, что возникновение голографии по ее последствиям можно сравнить с созданием радиосвязи.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Аберрация света 21, 191
— сферическая 62
— хроматическая 63
Абсолютная система отсчета 191
Абсолютно черное тело 248, 250
Адроны 485
Аккомодация 64
Альфа-лучи 450
Альфа-распад 450
Альфа-частицы 295
Анализатор 175
Аннигиляция пар 489, 492
Антинейтрино 435
Антинейтрон 493
Антипротон 492
Античастицы 492
Астигматизм 63
Атомная единица массы 434
Атомный номер 435
— остаток 343

Барионное число 493
Барионный заряд 486, 493
Барионы 485
Барн 461
Бета-лучи 450
Бета-распад 453
Бипризма Френеля 89
Бозоны 486
Бомба атомная 441, 467
— термоядерная 473

Вакуум 488
Ветвь акустическая 415
— оптическая 405, 415
Взаимодействие гравитационное 484
— обменное 442, 446

Взаимодействие сильное 442, 483
— слабое 484
— электромагнитное 483
Видности функция 24
Виртуальные процессы 446
— частицы 443
Внутренняя конверсия 452
Волна монохроматическая 23, 93, 236
Волновая функция 311, 314, 320
Волновое число 283, 291
Волны когерентные 78, 81
Восьмеричный путь 515
Вращение плоскости поляризации 182
— — — магнитное 188
Время абсолютное 197
— взаимодействия 483
— жизни возбужденного состояния атомов 381
— — — ядер 418, 452
— — — метастабильного состояния 381
— собственное 207
Вырождение 332

Гамма-лучи 450
Гармонический осциллятор 392
Гиперзаряд 501
Гиперон 486
Гипотеза де-Бройля 308, 309, 312
— Юкавы 444
Главное сечение кристалла 165
Гравитационное красное смещение 422
Гравитоны 484
Граница серии 292
Группа волн 230, 236

- Давление света 283
 Двойное лучепреломление 164,
 180
 Дейтерий 436
 Дейтон 442, 457
 Деление ядер 441, 463
 Дефект масс 440
 Диаграмма Мозли 370
 Диоптрия 42
 Дисперсия аномальная 229, 236
 — нормальная 229, 236
 — света 63, 228
 — — — элементарная теория 233
 — спектрального прибора линей-
 ная 141
 — — — угловая 140
 Дисторсия 63
 Дифракционная решетка 134 и д.,
 250
 — — вогнутая 143
 — — отражательная 143
 Дифракция в параллельных лу-
 чах 108
 — от края полуплоскости 120
 — — круглого диска 118
 — — — отверстия 114
 — — щели 126, 128
 — рентгеновских лучей 144 и д.
 — света 18, 106
 — Фраунгофера 108
 — Френеля 108
 — электронов 309, 315
 Дихроизм 165
 Дополнительные окраски 178
 Единица радиоактивности 457
 e-захват 456

 Закон Больцмана 260, 388, 424
 — Брюстера 160, 161
 — Бугера 237
 — взаимности световых лучей 11
 — взаимосвязи массы и энергии
 226
 — Дюлонга и Пти 406, 414
 — Кирхгофа 249
 — Ламберта 29
 — Малюса 157
 — Мозли 378
 — независимости световых лучей
 9, 431
 — обратимости световых лучей
 11
 — отражения света 9, 20
- Закон поглощения света 237
 — преломления света 10, 20
 — пропорциональности массы и
 энергии 226
 — прямолинейного распростра-
 нения света 9, 112
 — радиоактивного распада 448
 — Рэлея 240
 — смещения Вина 253, 264
 — сохранения барионного заря-
 да 493
 — — комбинированной четности
 507
 — — лептонного заряда 494
 — — — странности 501
 — — — четности 505
 — Стефана—Больцмана 252, 263
 — Стокса 404
 — Столетова 277
 — T^3 Дебая 413
 Законы сохранения 513
 — фотoeffекта 275 и д.
 Закрученность частицы 507
 Зарядовая независимость ядер-
 ных сил 442
 Зарядовое сопряжение 494
 — число 435
 Зеркала Френеля 88
 Зеркало сферическое 55
 Зонная пластинка 114
 Зоны Френеля 108
 Зрительная труба 67
- Излучение Вавилова—Черенкова
 243
 — вынужденное 386, 424
 — индуцированное 386
 — равновесное 245, 264
 — резонансное 417
 — спонтанное 382, 386
 — температурное 244
 — тепловое 244
 Изобары 436
 Изображение действительное 36
 — мнимое 36
 — обратное 39
 — оптическое 36
 — прямое 39
 — стигматическое 36
 — точечное 36
 Изомеры 436, 452
 Изотоны 436
 Изотопы 436
 Инверсия комбинированная 507

Инверсия пространства 504
Инверсная населенность энергетических уровней 425
Интегралы Френеля 122
Интенсивность света 73, 75
Интервал 208
Интерференция в тонких пластинах 90 и д.
— волн 79
— поляризованных лучей 170 и д.
— света 18, 78 и д.
Интерферометр Майкельсона 100, 193
Испускательная способность 246
Источник света изотропный 26
— — косинусный 29
— — ламбертовский 29
— — точечный 26
(*j*, *j*)-связь 358

Кант полосы 396, 403
Каон 485
Катодолюминесценция 244
Квазичастница 416
Квант действия 260
— звука 416
— энергии 251, 260
Квантовое число азимутальное 331, 332, 367
— — вращательное 394
— — главное 305, 331, 332, 367
— — колебательное 392
— — магнитное 331, 332, 345, 367
— — полного момента 351
— — спиновое 349, 367
Кванты света 278, 281, 301
Кварки 516
К-захват 456
К-мезоны 485
Когерентность 78, 81
— временная 81
— пространственная 81
Коллинеарное соответствие 37
Кольца Ньютона 98
Кома 63
Компаунд-ядро 458
Комptonовская длина волны 289, 444
Константа взаимодействия 483
Коротковолновая граница рентгенового спектра 272, 275
Корпускулярно-волновой дуализм 18, 283, 308

Космические лучи 476 и д.
Коэффициент отражения 77, 328
— поглощения 236, 237
— — отрицательный 425
— упаковочный 440
— Эйнштейна 387
— экстинкции 240
Кратность вырождения 332
Кристалл двуосный 166
— одноосный 165
Критическая масса 467
— опалесценция 242
Кружок наименьшего рассеяния 36
Кюри, единица радиоактивности 457

Лагранжа—Гельмгольца инвариант 57
Лазер 387, 424 и д.
Ланде множитель 363, 364
Лептонное число 494
Лептонный заряд 494
Лептоны 446, 485
Ливни электронно-позитронных пар 476
Линза 58
Лоренцево смещение 347
— сокращение 205
Луч 34, 169
— необыкновенный 164, 168
— обычный 164, 168
— параксиальный 52
Люкс 27, 28
Люмен 26
Люминесценция 244.
Люминофоры 244

Магнетон Бора 344, 350
— ядерный 434
Магнитный момент атома 363
— — электрона орбитальный 344
— — — собственный 350
Мазер 424
Масса покоя 223, 282
— релятивистская 223
Массовое число 435
Мезоны 442, 445, 485
Механический эквивалент света 27
Микрочастицы 310, 316
Мировая линия 208
— точка 208
Многофотонные процессы 432

- Модель атома векторная 361
— Резерфорда 296
— Томсона 293
— ядерная 296, 301
Момент импульса 333, 354 и д.
— инерции молекулы 394, 398
Мультиплетность терма 360
Мультиплеты 348
— зарядовые 496, 497, 514
— обращенные 377
— правильные 377
— унитарные 514
Мутные среды 239
Мю-мезон 207, 445
Мюон 445
- Нейтрино 455, 509
— мюонное 512
— продольное 508
— электронное 512
Нейтрон 435
Нелинейное отражение света 431
Несохранение четности 505
Нит 29
Нормальное смещение 347, 361, 365
Нуклон 434, 496
- Оптика волновая 34, 72
— геометрическая 34
— лучевая 34
— нелинейная 431
Оптическая длина пути 19, 82, 193
— ось кристалла 165, 183
— — системы 36, 52
— разность хода 82
— сила 42, 53, 55
— система 36, 37
— — идеальная 36
— — телескопическая 67
— — центрированная 37
Оптические гармоники 432
Оптический квантовый генератор 424
Опыт Айвса 217
— Боте 281
— Вавилова 285
— Ву 506
— Дэвиссона и Джермера 309
— Лауз, Фридриха и Книппнинга 145
— Ледермана и Шварца 512
- Опыт Майкельсона 193 и д.
— Паунда и Ребки 422
— Резерфорда 295
— Рейеса и Коуэна 510
— Физо 191, 213
— Франка и Герца 302 и д.
— Штерна и Герлака 333
Освещенность 27
Относительное отверстие 71
- Пара электронно-позитронная 489
Переходы вынужденные 386
— индуцированные 386
— спонтанные 382
Период полураспада 449
Периодическая система Менделеева 369 и д.
Пи-мезон 445, 485
Пион 445
Пирометры оптические 264 и д.
Плоскости главные 41
— кардинальные 41, 43, 46
— узловые 46
— фокальные 38
Плоскость колебаний 155
— поляризации 155
Плотность вероятности 284, 315, 337
— потока энергии 23
— светового потока 75
— энергии излучения 253
Поглощающая способность 248
Поглощение света 236 и д.
— — многофотонное 432
— — резонансное 417, 420
Погрешности оптических систем 62 и д.
Позитрон 455, 487, 489
Позитроний 490
Показатель преломления 11, 14, 74, 236, 431
— — абсолютный 11
— — относительный 10, 11, 12
Поле интерференции 83
Полное внутреннее отражение 13
Полосы вращательные 397
— колебательно-вращательные 399
— равного наклона 95, 98
— равной толщины 97, 98
— электронно-колебательные 400
Полуширмина спектральной линии 382
Поляризатор 156

- Поляризация света 18, 155 и д.
 — — круговая 158, 173
 — — эллиптическая 158, 173
 Поляроид 165
 Порядок интерференционного максимума 92, 94
 Постоянная Верде 189
 — вращения 183
 — — удельная 183
 — дифракционной решетки 134
 — Керра 182
 — Планка 260, 275, 279, 305, 311, 333
 — распада 449
 — Ридберга 292, 306, 338, 379
 — Стефана—Больцмана 252, 264
 Постулаты Бора 301
 Правила отбора 400, 426
 — Хунда 376
 Правило отбора для j 354
 — — — J 397, 401
 — — — I 334
 — — — L 343
 — — — m 346
 — — — m_J 366
 — — — m_L 366
 — — — m_s 366
 — — — v 393
 Преобразования Галилея 200, 203, 218
 — Лоренца 203, 218
 Принцип Гюйгенса 17, 106, 169
 — Гюйгенса — Френеля 106, 107, 108
 — запрета 368
 — исключения 368
 — относительности Галилея 191
 — — Эйнштейна 197, 218
 — Паули 368, 369, 375
 — постоянства скорости света 197, 200
 — Ферма 19
 — эквивалентности 422
 Промежуточное ядро 458
 Пространство абсолютное 197
 — изображений 36
 — предметов 36
 — четырехмерное 208
 Протий 436
 Протон 434, 493
 Прямые ядерные взаимодействия 459
 Пучок лучей 34
 — — астигматический 35
 Пучок лучей гомоцентрический 34
 — — параксиальный 52
 Радиационный захват нейтронов 465
 Радиоактивность 448 и д.
 — естественная 448
 — искусственная 448
 — протонная 456
 Радиоактивные ряды 449
 — семейства 449
 Радиоуглерод 462
 Разрешающая сила дифракционной решетки 142
 — — объектива 153
 — — спектрального прибора 142
 Рассеяние α -частиц 295 и д.
 — света 238 и д.
 — — комбинационное 400, 403, 431
 — — молекулярное 241
 Резонансное поглощение нейтронов 462
 Резонанс 486
 Релятивистская динамика 218 и д.
 Рентгеновские трубы 272
 Рентгеновское излучение тормозное 272
 — — характеристическое 274, 377
 Рентгеноструктурный анализ 150
 Рождение пар 489
 Рэлея критерий 142, 153
 Самофокусировка света 432
 Свет естественный 155, 159
 — плоскополяризованный 155
 — поляризованный 155
 — — по кругу 158, 173
 — прямолинейно поляризованный 155
 — частично поляризованный 157, 159
 — эллиптически поляризованный 158, 173
 Светимость 27, 29
 — энергетическая 246, 265
 — — абсолютная черного тела 250, 251, 263
 Световой поток 25, 26
 Светосила объектива 69, 71
 Свеча 26
 Связь гетерополярная 390
 — гомеополярная 389

- Связь** Рессель — Саундерса 358
 Серии рентгеновские 378
 Серия Бальмера 292, 334
 — Бергмана 338
 — Брэкета 292
 — главная 338, 340
 — диффузная 338, 340
 — Лаймана 292, 334
 — основная 338, 340
 — Пащеня 292
 — Пфунда 292
 — резкая 338—340
 — спектральная 290
 — фундаментальная 338
 Серое тело 248, 270
 Сила света 26
 Символы термов 351, 359, 429
 Синтез ядер 441, 472
 Скорость групповая 231, 236
 — света 18, 21, 23, 199
 — фазовая 230, 236
 Сложный дублет 354
 Собственные значения 321
 — функции 321
 Соотношение неопределенностей 317, 319, 443
 Сопряженные точки 36
 Составное ядро 458
 Состояния вырожденные 332
 Спектр атомный 290
 — —, сверхтонкая структура 438
 — —, тонкая структура 348
 — линейчатый 290
 — молекулярный 395
 — полосатый 396
 — рентгеновский 378
 Спин 348, 349, 361, 487
 — изобарический 496
 — изотопический 496
 — фотона 334
 — ядра 438
 Спин-орбитальное взаимодействие 351
 Спираль Корню 122
 Спиральность частицы 507, 508
 Стационарное состояние 312
 Степень поляризации 158
 Стильб 29
 Странность 499, 501, 503
 Супермультиплет 514
 Сцинтилляция 295

Таутокронность 19
 Телескоп 67, 69

 Температура Дебая 413, 421
 — отрицательная 425
 — радиационная 267, 270
 — цветовая 270, 271
 — яркостная 269
 Теория Бора 305 и д., 331
 — Дирака 487, 490
 — истечения 16
 — относительности 197 и д.
 — света волновая 16, 190
 — — корпуксуллярная 16
 — — электромагнитная 18
 — теплоемкости кристаллов Дебая 407
 — — Эйнштейна 406
 — унитарной симметрии 514
 Тепловой эффект ядерной реакции 458
 Терм 293, 302, 338, 340, 343, 351, 359
 Термоядерная реакция 441, 472
 — — управляемая 474
 Точки главные 41, 46
 — кардинальные 41, 43, 46
 — узловые 46
 Тритий 436
 Туннельный эффект 330, 453, 473
 Тяжелая вода 469
 Тяжелый водород 436

Увеличение линейное 39, 44
 — оптического прибора 34
 — поперечное 39, 45, 46, 65
 — продольное 45
 — угловое 45
 Угол Брюстера 160, 161, 163
 — наименьшего отклонения 14
 — полной поляризации 160
 — предельный 12
 — скольжения 149
 Узлы оптической системы 46, 54
 Ультрафиолетовая катастрофа 259
 Уравнение Дирака 349, 487
 — Шредингера 311 и д., 320, 331
 — — для стационарных состояний 312
 Уровни энергии 302

 Ферми, единица длины 436
 Фермионы 485
 Флуоресценция 404
 — резонансная 417
 — рентгеновская 281

- Фокусное расстояние** 41
Фокусы оптической системы 38,
 46
Фонон 416, 421
Формула Бальмера 291, 292
 — — обобщенная 293, 306
 — Вина 252
 — Вульфа — Брэгга 149, 150
 — Ньютона 44, 55
 — Планка 262, 387
 — Резерфорда 300
 Рэлея — Джинса 258, 262
 — тонкой линзы 60
 — Эйнштейна 279
Формулы Лауз 147, 150
 — Ридберга 338
 — Френеля 161
 — центрированной оптической
 системы 44
Фот 27, 28
Фотоделение ядер 465
Фотолюминесценция 244
Фотометрия 30, 280
Фотон 18, 72, 281, 282, 334, 336
 — виртуальный 443
 — импульс 283
 — энергия 282
Фотосопротивление 280
Фотоэлектродвижущая сила 280
Фотоэффект 18, 275 и д.
 — вентильный 280
 — внешний 279
 — внутренний 279
 — красная граница 278
 — многофотонный 433
Хемилюминесценция 244, 245
Цикл Бете 473
 — протонно-протоинный 473
 — углеродный 474
Цуг волн 79, 155, 172
Частицы абсолютно нейтральные
 493
 — странные 499 и д.
 — элементарные 482, 516
Четность 503
 — внутренняя 505
 — комбинированная 507
 — состояния 504
Ширина спектральной линии 382,
 385
 — — — допплеровская 218 и д.
- Ширина спектральной линии**
 естественная 382, 418
 — энергетического уровня 382
- Электролюминесценция** 244
Электронная группа 368
 — конфигурация 370, 375
 — оболочка 368
Электронный захват 456
 — слой 368
Энергия вращательная 392
 — осциллятора 392
 — — нулевая 393
 — — средняя 406
 — колебательная 392
 — покоя 225
 — связи молекулы 391
 — — нуклонов в ядре 439, 440
 — электронная 391
Эфир мировой 18, 190, 197
Эффект Вавилова — Черенкова 242
 — Допплера 190, 214
 — — попеченный 217
 — — продольный 216
 — Зеемана аномальный 348, 361
 — — нормальный 344 и д.
 — — простой 361
 — — сложный 361
 — Керра 181
 — Комптона 18, 285 и д.
 — Мессбауэра 420
 — Пашена — Бака 367
 — Рамана 403
 — Фарадея 188
Эффективное сечение 459
- Ядерная единица времени** 458
Ядерные реакции 457 и д.
 — — срыва 459
 — — цепные 467
 — силы 442
Ядерный реактор 468
 — — гетерогенный 471
 — — гомогенный 471
 — — реактор-размножитель 472
Ядро атома 434 и д.
 — — масса 438
 — — радиус 436
 — — спин 438
 — — энергия связи 439
Яркость 26, 28
 — энергетическая 265
Ячейка Керра 23, 181, 182