四川大学期末考试试题（闭卷）

（2021——2022 学年第 1 学期）　A 卷

课程号：205259030　课程名称：随机信号分析与仿真　任课教师：夏秀渝、谢明　成绩：

适用专业年级：电子信息学院　学生人数：115　印题份数：120　学号：　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1、随机过程 $X(t)$ 的自相关函数满足 $R_X(t_1,t_2)=m_X(t_1)m_X(t_2)\neq 0$，则 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 之间的关系是

A、相互独立　B、相关　C、不相关　D、正交

2、下面关于高斯随机过程的论述中错误的是

A、高斯随机过程是宽平稳的，则必也是严平稳的

B、两高斯随机过程不相关，则必也是相互独立的

C、平稳高斯过程与确定时间信号之和仍是高斯过程

D、高斯随机过程经过微分变换后，输出不再是高斯随机过程

3、设 $N(t)$ 是平稳随机过程，其功率谱密度为 $G_N(\omega)$，定义 $X(t)=N(t)\sin(\omega_0 t+\theta)$，$\theta$ 在 $0\sim 2\pi$ 上均匀分布，则 $X(t)$ 的平均功率谱密度为

A、$\frac{1}{4}[G_N(\omega+\omega_0)+G_N(\omega-\omega_0)]$　B、$\frac{1}{2}[G_N(\omega-\omega_0)-G_N(\omega+\omega_0)]$

C、$\frac{1}{4}[G_N(\omega+\omega_0)-G_N(\omega-\omega_0)]$　D、$\frac{1}{4}[G_N(\omega-\omega_0)-G_N(\omega+\omega_0)]$

4、理想白噪声通过一低通系统，其输出

A、相关性增强　B、平均功率无穷大

C、是非平稳过程　D、是各态历经过程

试卷编号：

5、平稳随机信号 $X(t)$ 通过冲激响应 $h(t)$ 的线性系统后，输出信号为 $Y(t)$，则下列相关函数和谱密度的表达式中错误的是

A、$R_Y(\tau)=R_X(\tau)*h(\tau)*h(-\tau)$　　B、$R_{XY}(\tau)=R_X(\tau)*h(\tau)$

C　$R_Y(\tau)=R_{XY}(\tau)*h(\tau)$　　D、$G_Y(\omega)=G_X(\omega)|H(\omega)|^2$

6、设 $X(t)=A\sin\omega_c t+n(t)$，其中 $n(t)=n_c(t)\cos\omega_c t-n_s(t)\cos\omega_c t$ 是零均值平稳窄带高斯过程　A 是不等于 0 的常数，则 $X(t)$ 的包络服从

A、均匀分布　　B、高斯分布　　C、瑞利分布　　D、莱斯分布

二、填空题（每空 2 分，共 18 分）

1、随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\exp\left\{-\dfrac{(x+2)^2}{4}\right\}$，则其数学期望为________，方差为________。

2、已知 $Z(t)=\exp\left[j(2\pi f_0 t+\varphi)\right]$，载波频率 f_0 为常数，随机相位 φ 在 $-\pi\sim\pi$ 上均匀分布，则 $Z(t)$ 的自相关函数 $R_Z(\tau)$ 为________。

3、已知一平稳随机过程的功率谱密度为 $S_X(\omega)=\dfrac{8}{4+\omega^2},\omega\in[-\infty,\infty]$，则该过程的平均功率为________。

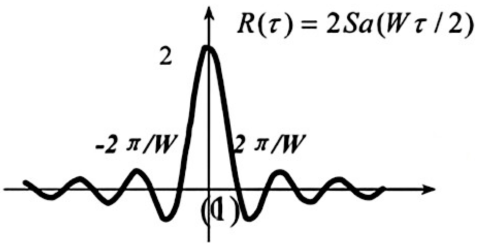
4、设有理想限幅器 $Y(t)=\begin{cases}a, X(t)\geq 0\\ -a, X(t)<0\end{cases}$，其中 $a>0$ 为常数，假定输入 $X(t)$ 为零均值正态随机过程，则输出 $Y(t)$ 的均值为________，方差为________。

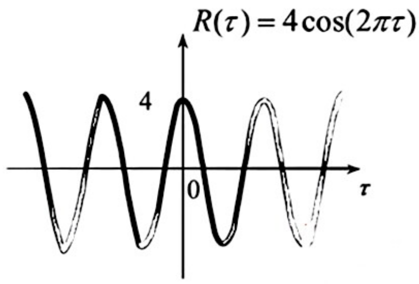
5、功率谱为 2×10^{-6} 的白噪声输入到 $|H(0)|=1$ 的低通网络上，若噪声输出的平均功率为 $0.1W$，则网络的等效噪声宽度为________。

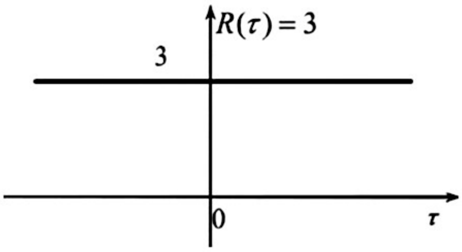
6、设频带信号 $X(t)$ 为实平稳过程，$Z(t)=X(t)+j\hat{X}(t)$，则 $Z(t)$ 的平均功率是 $X(t)$ 平均功率的________倍，$X(t)$ 的平均功率是 $\hat{X}(t)$ 平均功率的________倍。

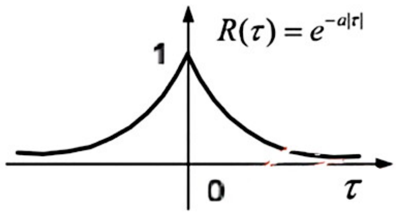
三、判断题（共 10 分）

判断下列图形是否可以作为实宽平稳随机信号的自相关函数。若不可以，说明理由；若可以，求出对应随机信号的平均功率。









二、计算题（共 60 分）

1、（8 分） 已知随机变量 X 服从 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ 区间的均匀分布，Y 是取值为 $(-1,1)$ 的二值随机变量，且满足 $P[Y=-1]=P[Y=1]=\frac{1}{2}$。若 X 和 Y 彼此统计独立，求随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度函数和特征函数。

2、（12 分） 设 $X(t)$ 是雷达发射的信号，遇到目标后返回接收机的微弱信号为 $\alpha X(t-\tau_1)$，其中 α 是常数且 $\alpha\sim 1$，常数 τ_1 是信号返回时间。接收到的信号伴有噪声，记噪声信号为 $N(t)$，故接收到的信号为 $Y(t)=\alpha X(t-\tau_1)+N(t)$。若 $X(t)$ 和 $N(t)$ 都是零均值的宽平稳随机信号，且相互独立，其中 $X(t)$ 的自相关函数为 $R_X(\tau)$，$N(t)$ 的自相关函数为 $R_N(\tau)$。

（1）求接收到的信号 $Y(t)$ 的均值函数和自相关函数；

（2）求接收到的信号 $Y(t)$ 和发射信号 $X(t)$ 的互相关函数；

（3）判断接收到的信号 $Y(t)$ 的宽平稳性；

（4）发射信号 $X(t)$ 和接收到的信号是否联合宽平稳。

3、（10 分）设$\{X(t), t\in T\}$，$\{Y(t), t\in T\}$是零均值的实联合宽平稳随机信号，它们的相关函数分别为$R_X(\tau)$和$R_Y(\tau)$，互相关函数为$R_{XY}(\tau)$，有$R_X(\tau)=R_Y(\tau)$，$R_{XY}(\tau)=-R_{YX}(-\tau)$，设$Z(t)=X(t)\cos\omega_0 t+Y(t)\sin\omega_0 t$，$\omega_0$为常数。

（1）证明：$X(t)$和$Y(t)$正交；

（2）求$Z(t)$的功率谱密度。

4．（10 分）自相关函数为$R_X(\tau)=1+2e^{-3|\tau|}$的过程$X(t)$输入到系统函数$H(j\omega)=\dfrac{1}{1+j\omega}$的系统中。求：

（1）输出$Y(t)$的均值；

（2）输出$Y(t)$的功率谱密度$G_Y(\omega)$和自相关函数$R_Y(\tau)$；

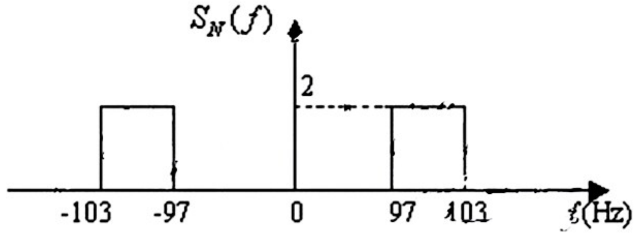
（3）输入与输出的互功率谱密度$G_{YX}(\omega)$。

5、（10 分）设$N(t)=X(t)\cos 2\pi f_0 t-Y(t)\sin 2\pi f_0 t$所表示的零均值平稳窄带高斯随机信号的功率谱密度$S_N(f)$如下图示，若$f_0$为$100Hz$，求：

（1）随机信号$N(t)$的一维概率密度函数；

（2）$R_X(\tau)$和$R_{XY}(\tau)$。

（3）$N(t)$的两个正交分量的联合概率密度函数。



6、（10 分）功率谱密度如图所示的平稳随机信号，经右图所示系统实现调制，写出 $Y(t)$ 的表达式，计算 $Y(t)$ 的功率谱密度并作图表示。