

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**ОТЧЕТ ПО ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ (БАЗОВОЙ) ПРАКТИКЕ**

студента 4 курса 451 группы

направления 38.03.05 — Бизнес-информатика

механико-математического факультета

Чайковского Петра Ильича

Место прохождения: завод "Тантал"

Сроки прохождения: с 29.06.2019 г. по 26.07.2019 г.

Оценка:

Руководитель практики от СГУ

доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

Н. Ю. Агафонова

Руководитель практики от организации

ведущий программист

\_\_\_\_\_

Д. Э. Кнутов

Саратов 2019

Тема практики: «Правила оформления курсовых и дипломных работ»

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Постановка задачи .....	4
2	Теоретические сведения по рассмотренным темам с их обоснованием .	5
3	Результаты работы .....	8
3.1	Алгоритм определения свойства рефлексивности.....	8
3.2	Алгоритм определения свойства симметричности. ....	12
3.3	Описание алгоритмов построения основных замыканий бинарных отношений .....	13
3.4	Псевдокоды рассмотренных алгоритмов .....	14
3.5	Коды программ, реализующих рассмотренные алгоритмы .....	15
3.6	Результаты тестирования программ .....	16
3.7	Оценки сложности рассмотренных алгоритмов .....	17

## **1 Постановка задачи**

**Цель работы** — изучение основных свойств бинарных отношений и операций замыкания бинарных отношений.

### **Порядок выполнения работы:**

1. Разобрать основные определения видов бинарных отношений и разработать алгоритмы классификации бинарных отношений.
2. Изучить свойства бинарных отношений и рассмотреть основные системы замыкания на множестве бинарных отношений.
3. Разработать алгоритмы построения основных замыканий бинарных отношений.

## 2 Теоретические сведения по рассмотренным темам с их обоснованием

**Определение.** Подмножества декартова произведения  $A \times B$  множеств  $A$  и  $B$  называется *бинарными отношениями* между элементами множеств  $A, B$  и обозначаются строчными греческими буквами:  $\rho, \sigma, \dots, \rho_1, \rho_2, \dots$ .

**Определение.** Бинарное отношение  $\rho \subset A \times A$  называется:

1. *рефлексивным*, если  $(a, a) \in \rho$  для всякого  $a \in A$ ;
2. *симметричным*, если  $(a, b) \in \rho \implies (b, a) \in \rho$ ;
3. *антисимметричным*, если  $(a, b) \in \rho$  и  $(b, a) \in \rho \implies a = b$ ;
4. *транзитивным*, если  $(a, b) \in \rho$  и  $(b, c) \in \rho \implies (a, c) \in \rho$ .

Символом  $\Delta_A$  обозначается тождественное отношение на множестве  $A$ , которое определяется по формуле:

$$\Delta_A = \{ (a, a) \mid a \in A \}.$$

Тогда бинарное отношение  $\rho \subset A \times A$  является:

1. *рефлексивным*, если  $\Delta_A \subset \rho$ ;
2. *симметричным*, если  $\rho^{-1} \subset \rho$ ;
3. *антисимметричным*, если  $\rho \cap \rho^{-1} \subset \Delta_A$ ;
4. *транзитивным*, если  $\rho\rho \subset \rho$ .

**Определение.** Бинарное отношение  $\rho$  на множестве  $A$  называется:

1. *отношением эквивалентности (эквивалентностью)*, если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно.
2. *отношением порядка (порядком)*, если оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
3. *отношением квазипорядка (квазипорядком)*, если оно рефлексивно и транзитивно.

**Определение.** Множество  $Z$  подмножеств множества  $A$  называется *системой замыканий*, если оно замкнуто относительно пересечений, т.е. выполняется:

$$\bigcap B \in Z \quad \forall B \subset Z.$$

В частности, для  $\emptyset \subset Z$  выполняется  $\bigcap \emptyset = A \in Z$ .

**Лемма 1. О системах замыканий бинарных отношений.** На множестве  $P(A^2)$  всех бинарных отношений между элементами множества  $A$  следующие множества являются системами замыканий:

1.  $Z_r$  - множество всех рефлексивных бинарных отношений между элементами множества  $A$ .
2.  $Z_s$  - множество всех симметричных бинарных отношений между элементами множества  $A$ .
3.  $Z_t$  - множество всех транзитивных бинарных отношений между элементами множества  $A$ .
4.  $Z_{eq} = Eq(A)$  - множество всех отношений эквивалентности на множестве  $A$ .

Множество  $Z_{as}$  всех антисимметричных бинарных отношений между элементами множества  $A$  не является системой замыканий.

**Определение.** *Оператором замыкания* на множестве  $A$  называется отображение  $f$  множества всех подмножеств  $P(A)$  в себя, удовлетворяющее условиям:

- 1)  $X \subset Y \implies f(X) \subset f(Y)$ ;
- 2)  $X \subset f(X)$ ;
- 3)  $(f \circ f)(X) = f(X)$

для всех  $X, Y \in P(A)$ . Для подмножества  $X \subset A$  значение  $f(X)$  называется *замыканием* подмножества  $X$ .

**Лемма 2. О замыканиях бинарных отношений.** На множестве  $P(A^2)$  всех бинарных отношений между элементами множества  $A$  следующие отображения являются операторами замыканий:

1)  $f_r(\rho) = \rho \cup \Delta_A$  - наименьшее рефлексивное бинарное отношение, содержащее отношение  $\rho \subset A^2$ ,

2)  $f_s(\rho) = \rho \cup \rho^{-1}$  - наименьшее симметричное бинарное отношение, содержащее отношение  $\rho \subset A^2$ ,

3)  $f_t(\rho) = \bigcup_{n=1}^{\infty} \rho^n$  - наименьшее транзитивное бинарное отношение, содержащее отношение  $\rho \subset A^2$ ,

4)  $f_{eq}(\rho) = (f_t \circ f_s \circ f_r)(\rho)$  - наименьшее отношение эквивалентности, содержащее отношение  $\rho \subset A^2$ .

### 3 Результаты работы

#### 3.1 Алгоритм определения свойства рефлексивности.

**Описание алгоритма определения свойства рефлексивности.**

**Вход:** список смежности бинарного отношения  $\rho$ .

**Выход:** строка «Бинарное отношение является/не является рефлексивным.» и bool значение **true** или **false**.

**Метод:** для каждого элемента  $a$ , находящегося в бинарном отношении  $\rho$  (с некоторыми элементами  $b_i$ ), просматривается его список смежности. В этом списке смежности ищется сам элемент  $a$ . Алгоритм прекращает свою работу, если был найден элемент  $a$ , список смежности которого не содержит  $a$ , или, если для всякого элемента  $a$  его список смежности содержит  $a$ .

**Псевдокод алгоритма определения свойства рефлексивности.**

```
1 isReflexive(binaryRelation)
2 {
3     for element in binaryRelation
4     {
5         flag = false;
6
7         for subelement in element:
8             if (subelement == element):
9                 flag = true;
10
11         if (!flag)
12             return false;
13     }
14
15     return true;
16 }
```

Листинг 1: Псевдокод алгоритма.



Код программы, реализующей алгоритм определения свойства рефлексивности.

```
1 bool isReflexive(map<int, set<int>> binaryRelation)
2 {
3     bool isReflexive = false;
4     set<int> ::iterator it;
5     int i;
6
7     for (auto element : binaryRelation)
8     {
9         isReflexive = false;
10        it = element.second.begin();
11
12        for (; it != element.second.end(); ++it)
13            if (element.first == *it)
14            {
15                isReflexive = !isReflexive;
16                break;
17            }
18
19        if (!isReflexive)
20            break;
21    }
22
23    cout << "\n" <<
24        (isReflexive ? "\nBINARY RELATION IS REFLEXIVE.\n" :
25         "\nBINARY RELATION IS NOT REFLEXIVE.\n");
26    return isReflexive;
27 }
```

Листинг 2: Код программы.

## Результат тестирования программы определения свойства бинарного отношения.

Для демонстрации работы программы рассмотрим два произвольных бинарных отношения  $\rho$  и  $\delta$ , на первом из которых свойство рефлексивности выполняется, а на втором нет.

Сгенерируем 8 пар элементов, соответствующих бинарному отношению  $\rho$ . Получаем следующие пары:

```
INPUT THE NUMBER OF PAIRS:
8
NOW INPUT THE PAIRS:
(13; 1). (16; 68). (17; 9). (34; 98). (56; 5). (60; 42). (81; 61). (91; 57).
```

Рисунок 1 – Пары элементов, находящихся в нерефлексивном бинарном отношении.

Как видно, данное отношение не является рефлексивным. Посмотрим на выход программы:

```
INPUT THE NUMBER OF PAIRS:
8
NOW INPUT THE PAIRS:
(13; 1). (16; 68). (17; 9). (34; 98). (56; 5). (60; 42). (81; 61). (91; 57).
BINARY RELATION IS NOT REFLEXIVE.
```

Рисунок 2 – Проверка на рефлексивность не пройдена.

Выход программы совпадает с тем фактом, что отношение не является рефлексивным. Теперь рассмотрим бинарное отношение  $\delta$ , на котором свойство рефлексивности выполняется. Рассмотрим 8 следующих пар:

```
INPUT THE NUMBER OF PAIRS:
8
NOW INPUT THE PAIRS:
(0; 0), (0; 1), (0; 2). (1; 0), (1; 1), (1; 2). (2; 2).
```

Рисунок 3 – Пары элементов, находящихся в рефлексивном бинарном отношении.

Как видно, отношение является рефлексивным. Посмотрим на выход программы:

```
INPUT THE NUMBER OF PAIRS:
8
NOW INPUT THE PAIRS:
(13; 1). (16; 68). (17; 9). (34; 98). (56; 5). (60; 42). (81; 61). (91; 57).
BINARY RELATION IS NOT REFLEXIVE.
```

Рисунок 4 – Проверка на рефлексивность не пройдена.

Выход программы совпадает с тем фактом, что отношение является рефлексивным.

### **3.2 Алгоритм определения свойства симметричности.**

**Описание алгоритма определения свойства симметричности.**

**Вход:** список смежности бинарного отношения  $\rho$ . **выход:**

### **3.3 Описание алгоритмов построения основных замыканий бинарных отношений**

### 3.4 Псевдокоды рассмотренных алгоритмов

### 3.5 Коды программ, реализующих рассмотренные алгоритмы

### **3.6 Результаты тестирования программ**



### 3.7 Оценки сложности рассмотренных алгоритмов