

APPLIED MATHEMATICS - II

Time : 2:30 Hours]

[Maximum Marks : 50

[Minimum Marks : 17

NOTES:

- Attempt any five questions. All question carry equal marks.
- Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
- Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Answer any ten parts of the following :

[10 × 1 = 10]

- Evaluate $\int \frac{(1+x)^3}{\sqrt{x}} dx$
- Evaluate $\int \frac{4 \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- Evaluate $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx$
- Find the equation of the normal to the circle $x^2 + y^2 = 25$ at the point $(-1, 2)$.
- Find the midpoint of the line joining the points $(3, 2, -1)$, $(2, -3, -7)$.
- Write the equation of a plane cutting off intercepts a, b, c from the coordinate axes.
- Mention any 2 (two) properties of definite integrals.
- Write the formula for integration of two functions in product.
- Write direction cosines of Axes.
- Write the condition that two planes $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ and $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ are perpendicular.
- Evaluate $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$
- Evaluate $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$

Q2) Answer any five parts of the following :

[5 × 2 = 10]

- Evaluate $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$
- Evaluate $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$
- Evaluate $\int x \tan^{-1} x dx$
- Evaluate $\int \frac{3x}{(x-2)(x+1)} dx$
- Find the equation of the circle passing through the origin and cutting off intercepts of lengths 3 and 4 on both axes.
- Find the length of the curve $y = x^{3/2}$ between the points $x = 0$ and $x = 5$.
- Find the equation of the plane passing through the point (α, β, γ) and parallel to the plane $ax + by + cz = 0$.

Q3) Answer any two parts of the following :

[2 ×

- a) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}$
- b) Evaluate $\int \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{1/2} dx$
- c) Find area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

Q4) Answer any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) Evaluate $\int \frac{(x^3 + 2)}{(x-2)^3 (x-1)} dx$
- b) Evaluate $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$
- c) The coordinates of points A and B are (2, 3, 4) and (1, -2, 1) show that OA is perpendicular at OB where O is origin.

Q5) Answer any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) Find the real root of the equation $x^4 - x - 9 = 0$ by Newton Raphson method, correct to three places of decimal.
- b) Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx$
- c) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using of Sampson $\frac{1}{3}$ rd rule, Take $h = 0.25$.

नोट : i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

- ii) परीक्षार्थियों को सलाह दी जाती है कि वे प्रश्न-पत्र के दोनों अनुवादों में सांख्यिकीय आँकड़ों का विशेष रूप से मिलान कर लें। यदि हिन्दी अनुवाद के किसी प्रश्न में किसी प्रकार की भिन्नता है, तो परीक्षार्थी अंग्रेजी अनुवाद के अनुसार प्रश्न का उत्तर दें।
- iii) परीक्षार्थियों द्वारा पेज़र और मोबाइल फोन का प्रयोग अनुमत्य नहीं है।

[10 × 1 = 10]

प्र.1) निम्नलिखित में कोई दस भाग हल कीजिये।

- i) $\int \frac{(1+x)^3}{\sqrt{x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- ii) $\int \frac{4\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- iii) $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- iv) वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ के बिन्दु $(-1, 2)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये।
- v) बिन्दुओं $(3, 2, -1)$ तथा $(2, -3, -7)$ से जाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु ज्ञात कीजिये।
- vi) निर्देशांक अक्षों पर a, b, c अन्तः खण्ड काटने वाले समतल का समीकरण लिखो।
- vii) निश्चित समाकलन के कई दो गुण लिखो।
- viii) दो फलनों के गुणनफल का समाकलन ज्ञात करने का सूत्र लिखो।
- ix) निर्देशांक अक्षों की दिशा भोज्याएँ लिखो।
- x) समतलों $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ परस्पर लम्बवत होने की शर्त लिखो।
- xi) $\int \frac{\sec x}{\sec x + \tan x} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- xii) $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.2) निम्नलिखित में से कोई पाँच भाग हल कीजिये।

[5 × 2 = 10]

- अ) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- ब) $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- स) $\int x \tan^{-1} x dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- द) $\int \frac{3x}{(x-2)(x+1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।
- य) मूल बिन्दु से होकर जाने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये, जो अक्षों से क्रमशः 3 तथा 4 मात्रक के अन्तः खण्ड काटता है।
- र) वक्र $y = x^{3/2}$ की लम्बाई $x = 0$ तथा $x = 5$ बीच की ज्ञात कीजिये।
- ल) बिन्दु (α, β, γ) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिये जो संमतल $ax + by + cz = 0$ को समान्तर है।

प्र.3) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये।

अ) सिद्ध करो कि $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}$

ब) $\int \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{1/2} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

स) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

[2 × 5 = 10]

प्र.4) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये।

अ) $\int \frac{(x^3 + 2)}{(x-2)^3(x-1)} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

ब) $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

स) यदि A और B बिन्दुओं के निर्देशांक क्रमशः (2, 3, 4) और (1, -2, 1) है, सिद्ध कीजिये कि OA, OB परलम्ब है जहाँ O मूल बिन्दु है।

[2 × 5 = 10]

प्र.5) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये।

अ) समीकरण $x^4 - x - 9 = 0$ का वास्तविक मूल दशमलव के तीन अंक तक न्यूटन रेफसन विधि से ज्ञात कीजिये।

ब) $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

स) सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम से $h = 0.25$ लेकर $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान ज्ञात करो।

▽▽▽▽