

FEHLERKORRIGIERENDE CODES

Vortrag von Victoria Dimova, Talesia Kalnbach und Lukas Baumann



GOETHESCHULE
ILMENAU STAATLICHES
GYMNASIUM



GLIEDERUNG

1. Fehlerarten
 - 1.1. Einzelbitfehler
 - 1.2. Bündelfehler
 - 1.3. Synchronisationsfehler
2. Fehlererkennende Codes
 - 2.1. Allgemeines Prinzip
 - 2.2. Anwendungen
 - 2.3. Paritätskontrolle
 - 2.4. Beispiel: ISBN-Nummer
3. Fehlerkorrigierende Codes
 - 3.1. Allgemeines Prinzip
 - 3.2. Redundanz
 - 3.3. Hamming-Distanz
4. Hamming-Code
 - 4.1. Ziel
 - 4.2. Nutzung
 - 4.3. Funktionsweise
 - 4.4. Beispielprogramm



GLIEDERUNG

1. Fehlerarten

1.1. Einzelbitfehler

1.2. Bündelfehler

1.3. Synchronisationsfehler

2. Fehlererkennende Codes

2.1. Allgemeines Prinzip

2.2. Anwendungen

2.3. Paritätskontrolle

2.4. Beispiel: ISBN-Nummer

3. Fehlerkorrigierende Codes

3.1. Allgemeines Prinzip

3.2. Redundanz

3.3. Hamming-Distanz

4. Hamming-Code

4.1. Ziel

4.2. Nutzung

4.3. Funktionsweise

4.4. Beispielprogramm



1. FEHLERARTEN

- Einzelbitfehler:
 - einzelne Fehler, die unabhängig voneinander auftreten
 - für 1 einzelnes verfälschtes Binärelement verantwortlich



1. FEHLERARTEN

- Bündelfehler:
 - gebündelte Fehler, die unabhängig voneinander auftreten
- Beispiele:
 - Kratzer CDs
 - Störeinflüsse wie Blitze auf Leitungen
 - bei Telefongesprächen: Übersprechen, Relaisschaltungen

1. FEHLERARTEN

- Synchronisationsfehler:
 - (meist längere) Bündelfehler
 - Unterschied:
 - neben Verlust des Inhalts empfangener Symbole kann auch zu Verlust der Information darüber führen, wie viele Symbole verloren gegangen
 - auch nachfolgende korrekt empfangene Symbole nicht mehr verwendbar, da nicht bekannt, an welche Stelle Symbole gehören

GLIEDERUNG

1. Fehlerarten
 - 1.1. Einzelbitfehler
 - 1.2. Bündelfehler
 - 1.3. Synchronisationsfehler
2. Fehlererkennende Codes
 - 2.1. Allgemeines Prinzip
 - 2.2. Anwendungen
 - 2.3. Paritätskontrolle
 - 2.4. Beispiel: ISBN-Nummer
3. Fehlerkorrigierende Codes
 - 3.1. Allgemeines Prinzip
 - 3.2. Redundanz
 - 3.3. Hamming-Distanz
4. Hamming-Code
 - 4.1. Ziel
 - 4.2. Nutzung
 - 4.3. Funktionsweise
 - 4.4. Beispielprogramm

2.1. ALLGEMEINES PRINZIP

- zu gegebener Nachricht weitere Informationen hinzufügen, um Übertragungsfehler zu erkennen

→ wenn Fehler erkannt, meist Wiederholung Übertragung

2.2. ANWENDUNGEN

- Lesen von CDs
- Datenübertragung bei Computern
→ Bildübertragung, digitale Geldtransfers
- Rechnernetzprotokolle
- Telefongespräche

2.3. PARITÄTSKONTROLLE

- bei binären Nachrichten: Anzahl 1-en zählen
 - Anzahl ungerade: Ende der Nachricht + 1
 - Anzahl gerade: Ende Nachricht + 0
 - Nachteil: nur Einzelfehler erkennbar (bei gerader Anzahl an Fehlern stimmt Parität)

2.4. BEISPIEL: ISBN-NUMMER (ISBN-13)

- Berechnung Prüzfiffer

9	7	8	-	3	-	1	2	-	7	3	2	3	2	0	-	?
↓	↓	↓		↓		↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓		
9	21	8		9		1	6		7	9	2	9	2	0		= 83
nächsthöheres Vielfaches von 10																90
Abstand zwischen beiden Werten (= $ 83 - 90 $)																7

→ ISBN: 978-3-12-732320-7

$$z_{13} = \left(10 - (z_1 + z_3 + z_5 + z_7 + z_9 + z_{11} + 3 \cdot (z_2 + z_4 + z_6 + z_8 + z_{10} + z_{12}) \bmod 10)\right) \bmod 10$$



GLIEDERUNG

1. Fehlerarten

1.1. Einzelbitfehler

1.2. Bündelfehler

1.3. Synchronisationsfehler

2. Fehlererkennende Codes

2.1. Allgemeines Prinzip

2.2. Anwendungen

2.3. Paritätskontrolle

2.4. Beispiel: ISBN-Nummer

3. Fehlerkorrigierende Codes

3.1. Allgemeines Prinzip

3.2. Redundanz

3.3. Hamming-Distanz

4. Hamming-Code

4.1. Ziel

4.2. Nutzung

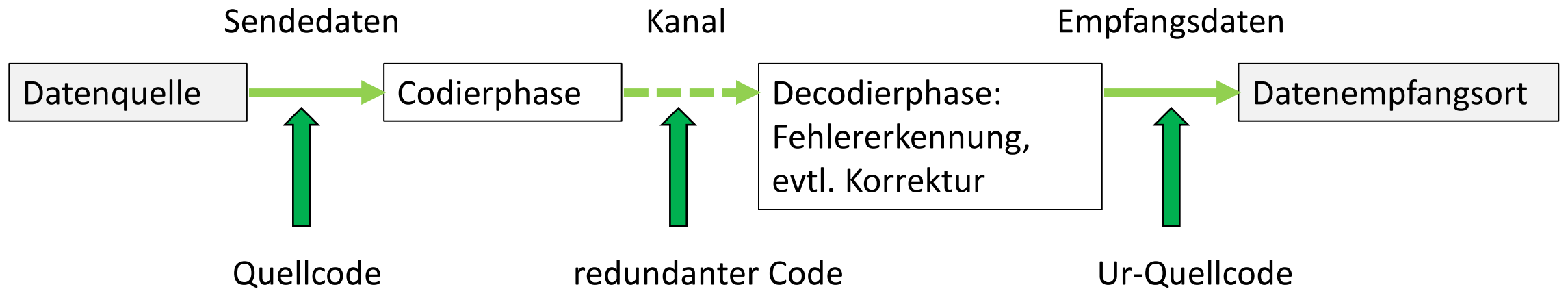
4.3. Funktionsweise

4.4. Beispielprogramm

3.1. ALLGEMEINES PRINZIP

- zu gegebener Nachricht weitere Information hinzufügen, um Übertragungsfehler zu erkennen **und zu lokalisieren**
- bei Fehlern von nicht vorübergehender Natur hilfreich, da Fehlererkennen und Wiederholung Übertragung sinnlos
- Vervielfachung von Code vor Übertragung und Vergleich an Empfangsende
→ Nachteil: Vervielfachung Datenmenge

3.1. ALLGEMEINES PRINZIP



3.2. REDUNDANZ UND BEISPIEL

- 0110 → 000 111 111 000

Klartext	Codierung
0	000
1	111

Codierung	Klartext
000 010 001 100	0
111 101 110 011	1

⇒ Bestimmung richtiger Klartext, obwohl falsche Übertragung einzelner Bits

- Schutz vor Übertragungsfehlern, aber mehr Übertragungsaufwand
- keine einzelne Codierung Bits, sondern Gruppierung

3.2. REDUNDANZ UND GRUPPIERUNG

- Bsp.: 0110 → 00111 11100

Klartext	Codierung
00	00000
01	00111
10	11100
11	11011

- Verhältnis Klartext-Codierung: $\frac{2}{5}$
 → vorher: $\frac{1}{3}$

Codierung			Klartext
00000 10000	01000 00100	00010 00001	00
00111 10111	01111 00011	00101 00110	01
11100 01100	10100 11000	11110 11101	10
11011 01011	10011 11111	11001 11010	11

3.3. HAMMING-DISTANZ

= Maß für Unterschiedlichkeit von Codewörtern

- Anzahl der sich unterscheidenden Bits zweier Codewörter = Hamming-Distanz h
- Vergleich von empfangenen Daten mit gültigen Zeichen
- Bsp.:

00	• $h_{MIN} = 1$
01	• 1-Bitfehler können nicht erkannt werden:
10	00 \rightarrow 01 (=anderes gültiges Zeichen)
11	
- bei minimaler Hamming-Distanz d gilt:
 - $\rightarrow h_{MIN} - 1$ Fehler erkennbar
 - $\rightarrow \frac{h_{MIN}-1}{2}$ Fehler korrigierbar
- Fehlerkorrektur nach Wahrscheinlichkeitsprinzip

3.3. HAMMING-DISTANZ

001 • $h_{MIN} = 2$

010 • 1-Bitfehler können erkannt (aber nicht korrigiert) werden:

100 → 011 = Fehler

111 → möglich: 001, 010, 111

- bei 1-Bitfehlern Codewörter mit $h_{MIN} \geq 3$, z. B. 01011, 01100, 10010, 10101
 - 1-Bitfehler erkennbar und korrigierbar, z. B. 01111 (aus 01011)
 - 2-Bitfehler erkennbar, aber nicht korrigierbar, z. B. 00111 (möglich: 01011, 10101)
 - 3-Bitfehler nicht erkenn- oder korrigierbar (Relevanz von Mehrfachfehlern ↓)
- bei 2-Bitfehlern Irrtum möglich, z. B. 01111 (aus 01100 bei 2-Bitfehler, aus 01011 bei 1-Bitfehler)



GLIEDERUNG

1. Fehlerarten
 - 1.1. Einzelbitfehler
 - 1.2. Bündelfehler
 - 1.3. Synchronisationsfehler
2. Fehlererkennende Codes
 - 2.1. Allgemeines Prinzip
 - 2.2. Anwendungen
 - 2.3. Paritätskontrolle
 - 2.4. Beispiel: ISBN-Nummer
3. Fehlerkorrigierende Codes
 - 3.1. Allgemeines Prinzip
 - 3.2. Redundanz
 - 3.3. Hamming-Distanz
4. Hamming-Code
 - 4.1. Ziel
 - 4.2. Nutzung
 - 4.3. Funktionsweise
 - 4.4. Beispielprogramm

**VIELEN DANK FÜR IHRE/EURE
AUFMERKSAMKEIT!**



GOETHESCHULE
ILMENAU STAATLICHES
GYMNASIUM



QUELLEN

- <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/codierung-fehlerkorrektur>
- https://www.vde-verlag.de/buecher/leseprobe/9783800745364_PROBE_01.pdf
- <https://studyflix.de/informatik/hamming-distanz-396>
- <https://informatik.mygymer.ch/ef2019/rechnernetze/fehlererkennung>
- https://de.wikipedia.org/wiki/Internationale_Standardbuchnummer
- <https://www.eduard-rhein-stiftung.de/grundlagen-der-fehlerkorrigierenden-codierung-hamming-distanzhamming-code/>
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Fehlerkorrekturverfahren>
- <http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS11/infa/fehlercodes.pdf>