14/01/20

Probabilidad

Es una rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado.
Está basada en el estudio de la combinatoria y es fundamento necesario de la estadística, además de otras diciplinas como matemáticas, física y otras ciencias.

Aplicación

- Economía (Inverciónistas). Valor fijo límite hacia el que tiende a aproximarse la frecuencia de aparición de un resultado cuando crese el número de observaciones que se realizan en circonstancias similares.
- Estadística (matemáticas / fenomenos aleatorios). Ciencia aplicada donde hay que dar un contenido concreto a la noción de la probabilidad.
- Clima (Predicción del clima).
- Ciencias sociales. (ingresos, estadísticas, Población, etc)
- Psicología (Conducta de los procesos mentales.
- Física (Física cuantica)

Estadística

- Descriptiva = Colección de metodos para la Organización, resumen y presentación de datos.

- Inferencial = Techicas que permiten conocer con determinado grado o nivel de confianza cierta información

Estadística Descriptiva

Población - atributos - variable - religioso - Datos categoricos o cualitativos
Estatura - datos continuos
Color de ojos
Edad - datos discretos
etc.

Representación de los datos

- Diagrama de tallo y hoja
- Distribución de frecuencias
- Histograme
- Grafica Circular
- Poligono de frecuencias
- Frecuencia acumulada y ojiva

1.- Diagrama de tallo y hoja

- Es una forma de organizar y desplegar la información, Con lo que facilita el analisis visual de la distribución de datos del conjunto.
- Para construir un diagrama de tallo y hoja se considera que cada observación (cada dato registrado) Consta de dos partes, uno o más digitos que lo Componen forman el tallo, en tanto el resto constituyen las hojas.

- Por ejemplo, si el conjunto de datos consiste en la puntuación obtenida en una prueba de los alumnos de P y E de diseño Industrial, y los resultados son entre 200 y 800, se puede elegir el primer digito de la izquierda (centenas)

16/01/20

Como el tallo y el resto (unidades) como la hoja

Pasos para su construcción

1.- Se ordenan los datos de forma ascendente: del menor al mayor

2.- Se eligen uno o más dígitos para formar el tallo y el resto de los dígitos para la hoja

3.- Se enumeran en una columna vertical los diferentes Valores de tallo observados.

4.- Para cada tallo se enumeran, de manera horizontal y al lado derecho del tallo correspondiente, las hojas de todas las observaciones.

5.- Se indican las unidades de los tallos y las hojas.

Ejemplo:
Un problema que ocupa a la población es la incidencia del crimen: por ello, existe una gran cantidad de estudios estadísticos relacionados con el tema. En la siguiente tabla sig. se presenta el número de asaltos por cada 100,000 residentes registrados en los 50 estados de USA.

329	536	457	298	537
729	325	337	497	343
409	273	776	298	495
433	394	340	343	515
426	379	441	178	378
462	184	325	468	259
279	404	244	470	310
881	290	300	469	640
499	422	622	258	236
524	197	313	247	207

Tallo = Centecimas
hojas = Decimas y unidades.

1	97 78 84
2	79 07 90 73 44 98 98 59 47 59
3	29 25 94 79 37 40 00 13 25 43 43 78 10
4	09 33 26 62 99 04 22 57 41 97 68 70 69 95
5	24 36 15 37
6	22 40
7	76 29
8	81

Organizados de menor a mayor.

1	78 84 97
2	07 36 44 47 58 59 73 79 90 98 98
3	00 10 13 25 25 29 37 40 43 43 78 79 94
4	04 09 22 26 33 41 57 62 68 69 70 95 97 99
5	15 24 36 37
6	22 40
7	29 76
8	81

Rango 178 - 881

Grueso

Ejemplo:
Mis alumnos de Diseño Industrial se fueron a desayunar y llegaron a distintas horas, realizar un diagrama de tallo y hoja, y determinar rangos y grueso de la población

10 52	10 54	10 55	10 57
10 52	10 54	10 56	10 58
10 52	10 55	10 56	10 59
10 52	10 55	10 56	11 02
10 52	10 55	10 57	11 04
10 52	10 55	10 57	
10 52	10 55	10 57	
10 53	10 55	10 57	

2.- Distribución de frecuencias
la distribución de frecuencias es una tabla util para organizar de forma compacta conjunto de datos muy grandes

- Frecuencia: Es el número de veces que aparece un Valor o una categoria en el conjunto de datos
- Frecuencia relativa: es la proporción del conjunto de datos observados en una categoria.

si el conjunto de datos es categorico, cada respuesta es un categoria, la Frecuencia relativa se suele representar por el porcentaje del total de observaciones que pertenecen a la categoria.

	Frecuencia	Frecuencia rel.
1052	7	7/29 = 0.24
1053	1	1/29 = 0.03
1054	2	2/29 = 0.06
1055	7	7/29 = 0.24
1056	3	3/29 = 0.10
1057	5	5/29 = 0.17
1058	1	1/29 = 0.03
1059	1	1/29 = 0.03
1102	1	1/29 = 0.03
11 04	1	1/29 = 0.03

Rango
1052 a 1104

Grueso
1052
1055

21/01/20

Tenemos en un grupo de 72 personas que practican uno de estos deportes. futbol, basquetbol, tenis, natación, gimnacia. Se pregunta a cada uno de ellos que deporte practican, consiguiendo, la siguiente tabla.

F	B	F	F	T	G	B	N
B	B	N	F	F	T	T	N
G	B	T	B	F	F	T	T
F	F	T	B	G	F	G	T
F	T	T	B	F	G	N	T
F	B	N	F	B	N	T	G
N	F	F	F	B	B	T	N
T	B	N	F	F	B	B	T
F	B	B	T	F	F	B	T

	Frecuencia	Frec. Real
F	22	22/72 = 0.305
B	18	18/72 = 0.25
T	17	17/72 = 0.236
N	9	9/72 = 0.125
G	6	6/72 = 0.083

Rango
6 - 22

Grueza
17 - 22

23/01/20

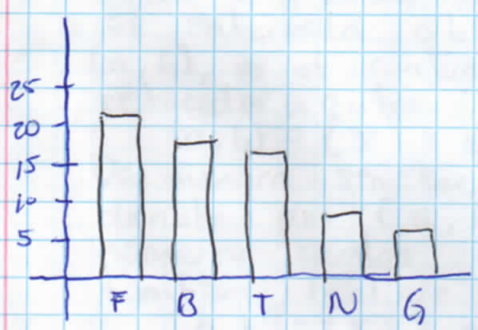
Histograma

Es una representación grafica de la información Contenida en una tabla de distribución de frecuencias Generalmente una grafica ayuda a la visualisación de los datos más facilmente que una tabla.
El histograma de frecuencia consiste en representar. con una barra rectangular con frecuencia.

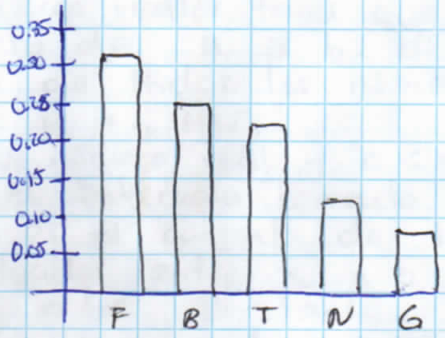
Histograma de frecuencias relativas:
representa con una barra rectangular

cada frec. relativa
es.

Categoria	frecuencia	frec. Relativa
Futbol	22	22/72 = 0.306
Basquetbol	18	18/72 = 0.25
Tenis	17	17/72 = 0.236
natación	9	9/72 = 0.125
Gimnacia	6	6/72 = 0.083



Histograma de frecuencia



Histograma de frec. relativas

Pasos para la construcción de un Histograma de frecuencias

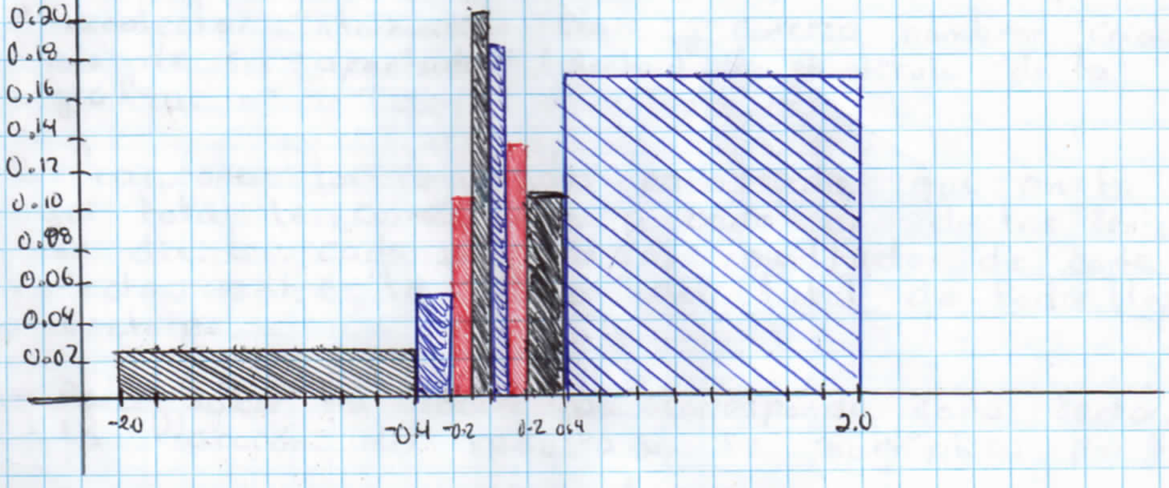
1.- En el eje horizontal se marcan las categorias, cuyo nombre se colocan en intervalos de separación constante.

2.- Para cada categoria se traza un rectangulo con la altura igual a su frecuencia (o frec. relativa). todos los rectangulos deben tener el mismo ancho.

3.- En el eje vertical se marca la escala de valores.

ejemplo 2.

Intervalo	frec. relativa	longitud.
(-2.0, -0.4)	0.023	1.6
(-0.4, -0.2)	0.055	0.2
(-0.2, -0.1)	0.097	0.1
(-0.1, 0)	0.210	0.1
(0 , 0.1)	0.189	0.1
(0.1 , 0.2)	0.139	0.1
(0.2, 0.4)	0.116	0.2
(0.4, 2.0)	0.171	1.6



TAREA #2

- Graficas circulares y poligonos de frecuencia .

- Frecuencia acumulada y ojiva

- Que es, como se hace y ejemplo.

Fuente.

Conjunto

Colección de objetos que poseen una característica común. Estos objetos que integran el conjunto se denominan elementos del conjunto.

Forma de expresar un conjunto

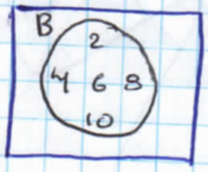
a) Extensión (números explícitamente expresados)

ej. $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ← Se lee: B esta formado por numeros naturales, pares, menores o iguales a 10.

b) Compresión (lo caracterizamos por una propiedad o condición que relaciona todos los elementos)

ej. $B = \{ x \mid x$ es un numero par y $x \leq 10\}$

c) Diarama Venn-Euler



Busca en tabla periodica y representala en diagramas de Venn. Recuerda que la tabla se organiza a partir de propiedades de los elementos deben quedar claras estas propiedades en la representación.

Conjunto Universo o Universal

Aquel donde se seleccionan los elementos para formar otros conjuntos simbolicamente se denota con la letra u. En los diagramas Venn se presenta con un rectangulo.

Conjuntos iguales o equivalentes (=)

Dos conjuntos A y B son iguales o equivalentes. si contienen los mismos elementos del universo. Por otro lado $A \neq B$ si no contienen los mismos elementos, y se llaman diferentes.

Conjunto valor (∅)

Un conjunto es vacio si no contiene elementos.

Subconjunto (⊆)

Un conjunto A es subconjunto de otro conjunto B si todos los elementos de A estan en B, por otro lado A es subconjunto de si mismo en B si A tiene todos los elementos de B pero no todos los de B estan en A $(A \subset B)$

Unión

$A \cup B = C$ $(A+B)$

$C = 2\ 4\ 6\ 8\ 10\ 12$

Intersección

$A \cap B = C$

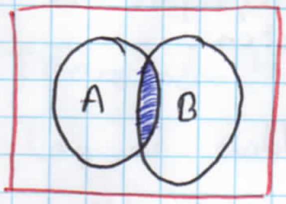
$A = \{2\ 4\ 6\}$

$C = 6$

$B = \{6\ 8\ 10\ 12\}$

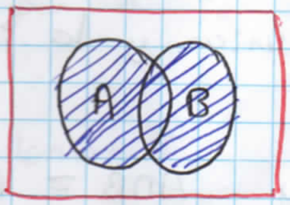
Intersección

$A \cap B$



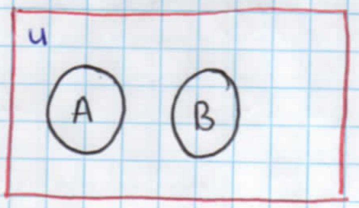
Union

$A \cup B$



Conjuntos disjuntos

Si A y B son dos conjuntos tales que $A \cap B = \emptyset$, entonces son dos conjuntos disjuntos.



Teorema 3

Propiedades de la union y la intersección.

Ley conmutativa

$A \cup B = B \cup A$ y $A \cap B = B \cap A$

Ley asociativa

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Ley distributiva

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Ley idempotente

$A \cup A = A$ y $A \cap A = A$

Ley de identidad

$A \cup \emptyset = A$ $A \cap U = A$

Ley de dominancia

$A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cup U = U$

Ley de absorción

$A \cup (A \cap B) = A$ $\qquad$ $A \cap (A \cup B) = A$

Diferencia de conjuntos (-)

Sean A y B dos conjuntos. la diferencia de A menos B es el conjunto $A - B = \{ x / x \in A \text{ y } x \notin B \}$

Complemento de conjuntos

Sea A un conjunto $\mathcal{U}$; entonces el complemento de A representado por A^c se define como $A^c = \mathcal{U} - A$

Teorema 4

Ley de doble complemento

$(A^c)^c = A$

leyes inversas

$A \cup A^c = \mathcal{U}$ $\qquad$ $A \cap A^c = \emptyset$

leyes de morgan

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ y
$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$(A - B) \cup (B - A) = A \cup B - A \cap B$

Cardinalidad (n)

Sea A un conjunto. la cardinalidad de A que sea representa con $n(A)$ es el número de elementos que contiene A

Teorema

Cardinalidad de la unión y la intersección

Si A y B son conjuntos.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

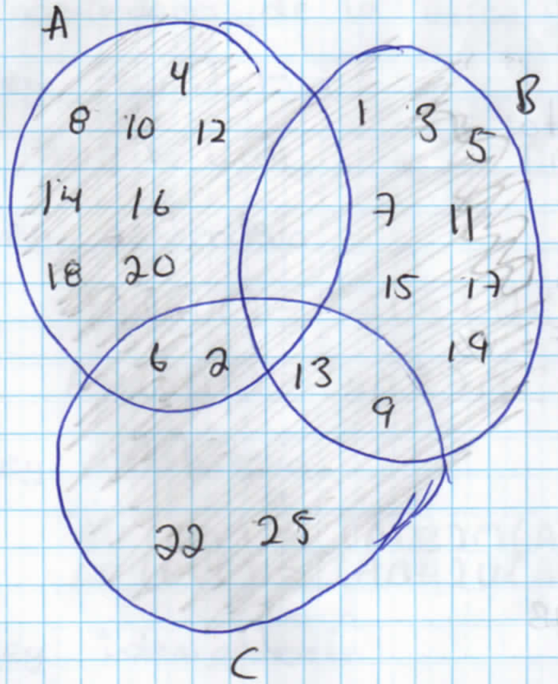
Sea $A = \{x / x$ numeros pares $x < 21\}$
(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20)

Sea $B = \{x / x$ numeros nones $x < 20\}$
(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19)

Sea $C = \{2, 6, 9, 13\}$

Demostración de la ley asociativa

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$



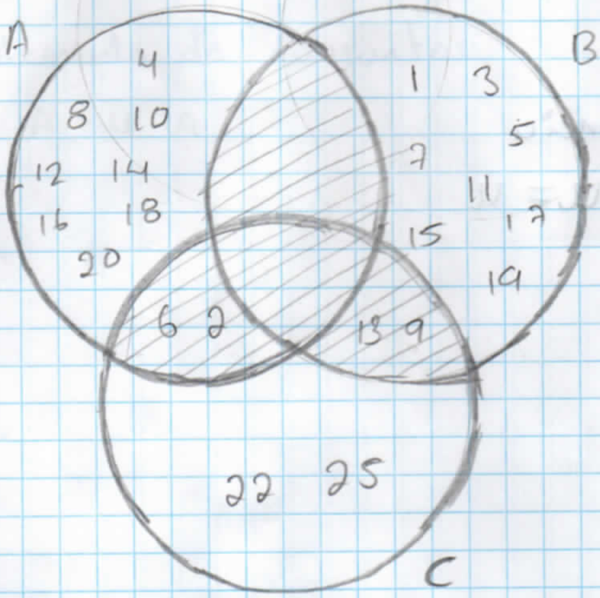
Demostrar el resto de las leyes.

- Demostración de la ley Conmutativa

$A \cap B = B \cup A$ y $A \cap B = B \cap A$

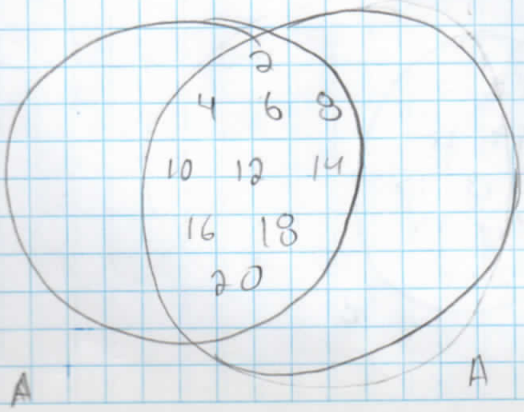
- Ley Distributiva

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



- Ley idempotente

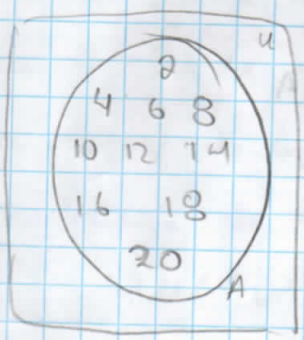
$A \cup A = A$ y $A \cup A = A$



- Ley de identidad.

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap U = A$

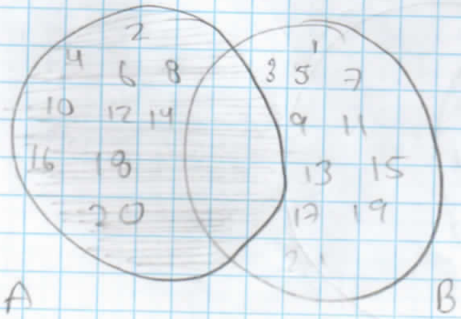


- Ley de dominancia

$A \cap \emptyset = \emptyset$ $\quad$ $A \cup U = U$

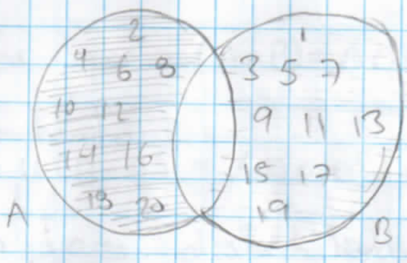
- Ley de absorción

$A \cup (A \cap B) = A$ $\quad$ $A \cap (A \cup B) = A$



- Diferencia de conjunto

$A - B = \{ x / x \in A \ \text{y} \ x \in B \}$



- Complemento de Conjuntos

$A^c = U - A$

- Ley de doble complemento

$(A^c)^c = A$

11/02/20

$(A-B)\cup(B-A) = A\cup B - A\cap B$

Demostración

Sabemos que $(A-B)=A\cap B^c$ y $(B-A) = B\cap A^c$

Por lo tanto
$(A-B)\cup(B-A) = (A\cap B^c)\cup(B\cap A^c)$

Con las leyes distributivas se obtiene
$(A-B)\cup(B-A) = (A\cup(B\cap A^c))\cap(B^c\cup(B\cap A^c))$

Con más leyes distributivas
$(A-B)\cup(B-A) = ((A\cup B)\cap(A\cup A^c))\cap((B^c\cup B)\cap(B^c\cup A^c))$

Con leyes inversas
$(A-B)\cup(B-A) = ((A\cup B)\cap u)\cap(u\cap(B^c\cup A^c))$

leyes de dominación
$(A-B)\cup(B-A) = (A\cup B)\cap(B^c\cup A^c)$

leyes de morgan

$(A-B)\cup(B-A) = A\cup B\cap(A\cap B)^c$

Por lo tanto
$(A-B)\cup(B-A) = (A-B)\cup(B-A)$

La combinatoria

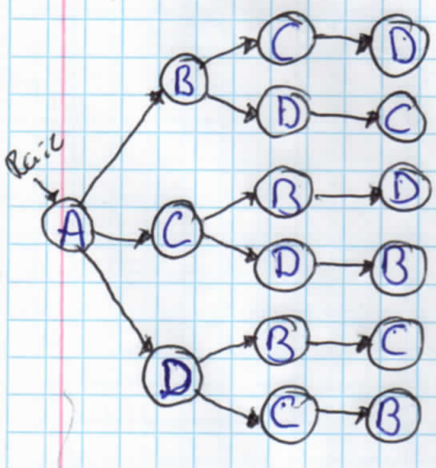
la combinatoria es la rama de las matematicas que estudia la ordenación o disposición de objetos segun reglas espesificas.

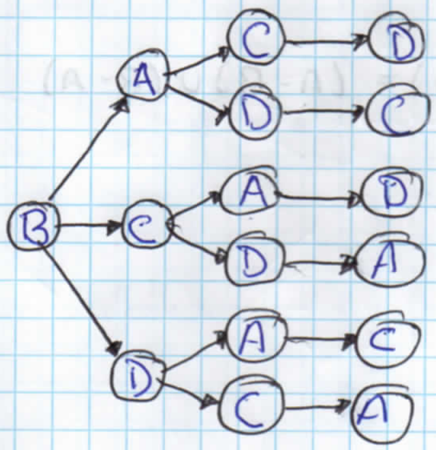
Diagramas de árbol

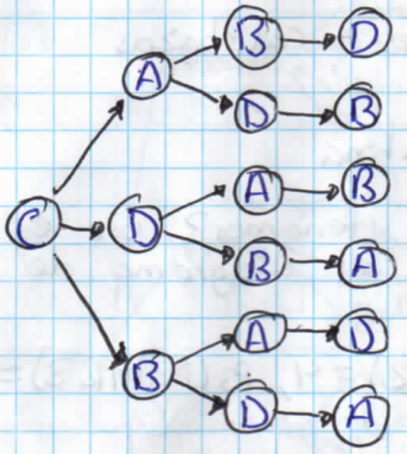
Es una forma eficaz de entender gran parte de los problemas combinatorios, consiste en trazar un mapa de todas las posibilidades que hay para acomodar los objetos planteados, las flechas que unen los puntos en el diagrama se denominan aristas y los puntos, nodos, ademas, tienen una raiz, que es el nodo donde no llega ninguna arista, un árbol tiene la propiedad que ningun camino que parta de la raiz puede visitar dos veces el mismo nodo.

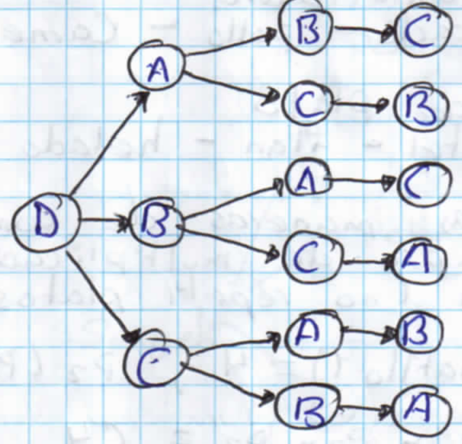
Ejemplo:

Se tiene un conjunto de ABCD objetos, ¿cuales combinaciones son posibles sin repetir ningun objeto? Con diagrama de árbol









Principio de multiplicación

si hay n formas de llevar a cabo la tarea 1 y m opciones de realizar la tarea 2, entonces hay n.m maneras de hacer sucesivamente las tareas 1 y 2.

ejemplo

Un grupo de 20 personas ¿de cuantas maneras podemos repartir dos premios, el primero y el segundo entre ellas? una misma persona no puede recibir ambos premios

Respuesta

Primero, hay 20 personas que podemos escoger para recibir el primer premio, para el segundo premio, habra 19 personas.

$m_1 = 20$ $\therefore$ $m_1 \cdot m_2 = 20 \cdot 19 = 380$

$m_2 = 19$

hay 380 formas de repartir los premios.

Ejercicio

En un restaurante esta el menu

Primer plato

Sopa de tortilla - Consome - Spageti - Arroz

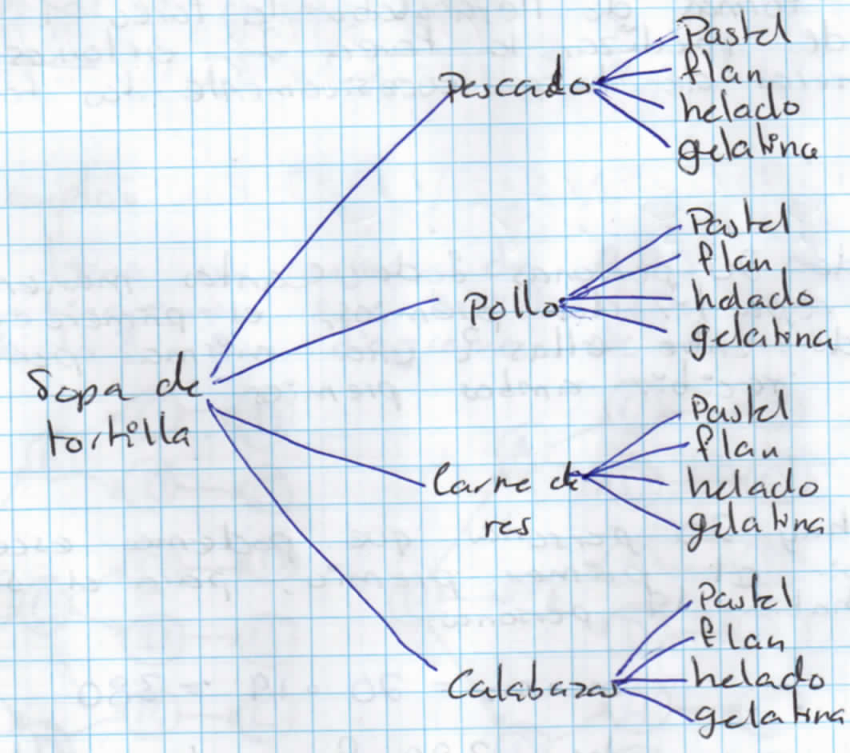
Segundo plato
Pescado - pollo - Carne de res - calabazas

Tercer plato
Pastel - flan - helado - gelatina

¿Cuantas maneras de combinar tenemos? use el principio de multiplicación y el diagrame de árbol (no repeti platos).

P_1 (Platillo 1) = 4 , P_2 (Platillo 2) = 4, P_3 (Platillo 3) = 4

$P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = \underline{64}$



- Consome
  - Pescado
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Pollo
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Carne de Res
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Calabaza
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina

- Spageti
  - Pescado
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Pollo
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Carne de Res.
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Calabaza
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina

- Arroz
  - Pescado
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Pollo
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Carne de res
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina
  - Calabaza
    - Pastel
    - flan
    - helado
    - gelatina

factorial (!)

el factorial de un número natural n, que se escribe n! esta definido por:

$n! = n(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots$ para $n \geq 2$
$1! = 1$
$0! = 1$

ej.

Simplifica las funciones que multiplican factoriales.

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot \cancel{5}\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}{\cancel{5}\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}} = 8\cdot 7\cdot 6 = 336$$

$$\frac{3!\,9!}{8!\,4!} = \frac{(\cancel{3!})(9\cdot \cancel{8!})}{(\cancel{8!})(4\cdot \cancel{3!})} = \frac{9}{4}$$

$$5! = 5\,\underbrace{(5-1)}_{4}\,\underbrace{(5-2)}_{3}\,\underbrace{(5-3)}_{2}\,\underbrace{(5-4)}_{1}$$
$$5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$