

Universidade do Minho

2º Semestre 2019/20

(MIEI, 3º Ano)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático

Identificação do Grupo

<u>Número:</u>	<u>Nome completo:</u>	<u>Rubrica:</u>
a84656	Hugo Manuel Cunha	Hugo Cunha
a86268	Haria José Borges Pires	Haria Pires
a84167	Susana Lúcia Sá Silva Marques	Susana Marques

Data de entrega: 2020- 05 - 10

Conteúdo

1	Introdução	5
2	Parte 1	6
2.1	Descrição e formulação do problema	6
2.2	Conclusões	12
3	Parte 2	13
4	Referencias	15
5	Anexos	16
5.1	Anexo A1	16
5.2	Anexo A2	17
5.3	Anexo A3	26
5.4	Anexo A4	47

Lista de Figuras

2.1	Esboço parcial da rede de Prog. Dinâmica	7
5.1	Dados fornecidos pelo docente	16
5.2	Tabela de probabilidades da filial 1: A-pedidos; E-entregas	16
5.3	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 1	17
5.4	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 2	17
5.5	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	17
5.6	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	17
5.7	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	18
5.8	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	18
5.9	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	18
5.10	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	18
5.11	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	19
5.12	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	19
5.13	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	19
5.14	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	19

5.15	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	20
5.16	Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	20
5.17	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 1	20
5.18	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 2	20
5.19	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	21
5.20	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	21
5.21	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	21
5.22	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	21
5.23	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)	22
5.24	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)	22
5.25	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	22
5.26	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	22
5.27	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	23
5.28	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	23
5.29	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)	23
5.30	Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)	23
5.31	Aceder a ficheiros .csv	24
5.32	Aceder a ficheiros .csv	25
5.33	Aceder a ficheiros .csv	25
5.34	Input que irá gerar os seguintes resultados:	47

5.35	Número de iterações	47
5.36	Mínimo	47
5.37	Máximo	47
5.38	Política óptima de transferência diária entre as filiais	48
5.39	Política óptima de transferência diária entre as filiais	49
5.40	Política óptima de transferência diária entre as filiais	50
5.41	Política óptima de transferência diária entre as filiais	51
5.42	Política óptima de transferência diária entre as filiais	52

1 | Introdução

Este trabalho realizado no âmbito da unidade curricular Modelos Estocásticos de Investigação Operacional irá incidir essencialmente no estudo e resolução de problemas de Programação Dinâmica Estocástica.

Está dividido em duas partes, a primeira diz respeito à formulação e resolução de um problema de estágios infinitos com decisões alternativas adaptado a uma situação real.

A segunda parte, trata da exposição da análise de um artigo sobre a aplicação de Processos Markovianos em sistemas condução autónoma.

2 | Parte 1

2.1 Descrição e formulação do problema

Dados do problema:

Ganho por aluguer:30 euros

Capacidade máxima por filial:12

Capacidade limitada por filial:8

Custo de espaço extra por filial:10 euros por noite

Custo de transferência:7 euros por automóvel

Capacidade de transferência máxima:3 automóveis por dia

Estados:Quantidade de carros em cada filial no final de cada dia

Estágios: Número infinito de dias

Decisões(7):

- Não transferir nenhum carro
- Transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2
- Transferir 2 carros da filial 1 para a filial 2
- Transferir 3 carros da filial 1 para a filial 2
- Transferir 1 carro da filial 2 para a filial 1
- Transferir 2 carros da filial 2 para a filial 1
- Transferir 3 carros da filial 3 para a filial 1

Com os dados acima podemos criar um esboço parcial mas elucidativo da rede de Prog. Dinâmica (apenas inclui a decisão da não transferência de carros na filial 1, podendo-se considerar que para todos as outras decisões e filiais seria igual):

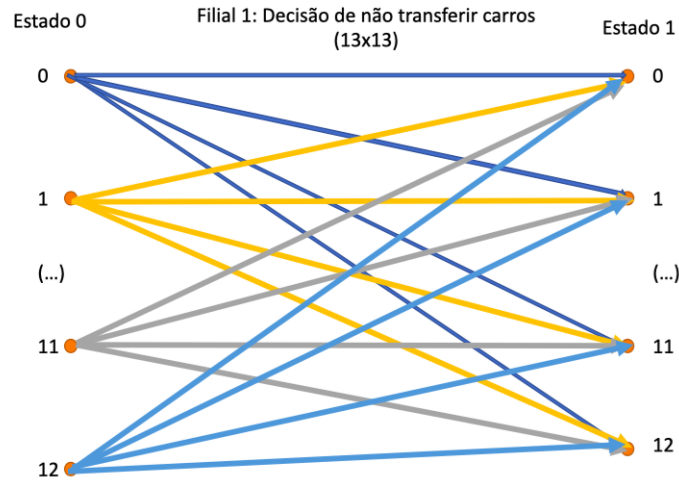


Figura 2.1: Esboço parcial da rede de Prog. Dinâmica

Matriz P

Filial 1: Não transferir nenhum carro

Seja E_X a probabilidade de entregas de automóveis com X sendo o número de clientes(automóveis) e variando entre 0 a 12.

Seja A_X a probabilidade de pedidos(de aluguer) de automóveis com X sendo o número de clientes(automóveis) e variando entre 0 a 12.

Sendo $P(X,Y)$ a probabilidade da filial passar de X automóveis para Y automóveis com X e Y variando entre 0 e 12, e lembrando que após uma entrega o automóvel só fica disponível no dia seguinte, podemos dar os seguintes exemplos de probabilidades que contam com clientes satisfeitos e insatisfeitos:

$$\begin{aligned}
 P(0,0) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_0 \\
 P(0,1) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_1 \\
 P(0,2) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_2 \\
 P(0,3) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_3 \\
 P(0,4) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_4 \\
 P(0,5) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_5 \\
 P(0,6) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_6 \\
 P(0,7) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_7 \\
 P(0,8) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_8 \\
 P(0,9) &= (A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_9 \\
 &\dots \\
 P(1,0) &= (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_0 \\
 P(1,1) &= (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_1 + \\
 &E_0 * A_0 \\
 P(1,2) &= (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_2 + \\
 &E_1 * A_0 \\
 P(1,3) &= (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12}) * E_3 + \\
 &E_2 * A_0
 \end{aligned}$$

$$P(1,4) = (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E4 + E3*A0$$

$$\begin{aligned} & \dots \\ P(2,0) &= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E0 \\ P(2,1) &= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E1 + E0*A1 \\ P(2,2) &= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E2 + E1*A1 \\ &+ E0*A0 \\ P(2,3) &= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E3 + E2*A1 \\ &+ E1*A0 \\ & \dots \end{aligned}$$

No caso da filial passar para 12 automóveis($P(X,12)$) para além dos casos normais teremos que considerar a situação especial de que se pode transferir mais que a capacidade total(12) sendo que os restantes carros a mais são transferidos para outras filiais. Logo:

$$\begin{aligned} P(0,12) &= (A0+A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E12 \\ P(1,12) &= (A0+A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E12 \\ &+ E11*A0 \\ P(2,12) &= (A0+A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E12 \\ &+ A1*E11 + A0*E10 \\ P(3,12) &= (A0+A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E12 \\ &+ A2*E11 + A1*E10 + A0*E9 \\ & \dots \\ \text{Situação especial} \\ P(2,12) &= E11*A0 \\ P(3,12) &= E11*A0 + E11*A1 + E10*A0 = A0(E11+E10) + A1*E11 \\ P(4,12) &= A0*(E11+10+E9) + A1*(E11+10) + A2*E11 \\ P(5,12) &= A0*(E11+10+E9+E8) + A1*(E11+10+E9) + A2*(E11+10) + A3*E11 \\ & \dots \end{aligned}$$

Através dos exemplo anteriores, conseguimos formular o problema para o caso geral através de uma função (prob1): como podemos ver na linha 4 do Listing 5.2, e tal como fizemos para a filial 1 podemos formular para filial 2 como vemos na linha 84.

Tomando a decisão de não transferir nenhum carro podemos criar duas matrizes (para cada filial) 13x13, cujo soma de cada linha é 1, que representa as probabilidades da filial 1 e 2 com o seguinte código na linha 167 e na linha 181.

Podemos ainda criar uma matriz P 169x169, cuja soma de cada linha é 1, que representa as probabilidades conjuntas da filial 1 e 2 com o código da linha 195 do Listing 5.2.

O código referido acima, para além de retornar a matriz pretendida também calcula a soma de cada linha da matriz para se verificar que é 1 e ainda soma todas as linhas para verificar que o número de linhas são evidentemente 169.

Tomando a decisão de transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2:

Podemos utilizar a matriz 13x13 da filial 1 para a decisão de não transferir carros para obtermos a matriz 13x13 da filial 1 para a decisão de transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2 fazendo um "shift" de linhas da matriz de forma a que a linha da matriz nova seja igual à linha da matriz da decisão de não transferir -1, como representado no código na linha 386.

Como podemos observar pelo código, a probabilidade da filial 1 transferir 1 carro para a filial 2 quando a filial 1 tem 0 carros(P0Y):caso impossível, é um número negativo a tender para infinito para que depois quando juntarmos as matrizes P e R para formar Q, esta matriz Q seja construída com números negativos bastante elevados para nunca serem escolhidos como opção ideal, uma vez que este é um problema de maximização.

Tal como fizemos para a filial 1, podemos obter a matriz 13x13 da filial 2 através da matriz da filial 2 para a decisão de não transferir, fazendo um "shift" de linhas da matriz de forma a que a linha da matriz nova seja igual à linha da matriz de não transferir +1, como representado na linha 404 do Listing 5.2

Como podemos observar pelo código, a probabilidade da filial 2 receber 1 carro(de uma transferência) quando já tem 12(P(X,12)) é -1000000 pelas mesmas razões descritas acima.

De seguida basta juntarmos as matrizes para formar a matriz 169x169 através da função calculaProduto1(BigDecimal[][] a, BigDecimal[][] b) da linha 222 que é diferente da CalculaProduto uma vez que se tem que lidar com os casos da linha da filial 1 ser 0 e da filial 2 ser 12 de forma diferente.

Para a decisão de transferir 2 carros da filial 1 para a filial 2 o pensamento é igual à da transferência de 1 carro da filial 1 para 2 tendo em conta os casos impossíveis de que na filial 1 a linha 0 e 1 também irão ser -1000000, fazendo um "shift" de linhas da matriz de forma a que a linha da matriz nova seja igual à linha da matriz de não transferir -2, e na filial 2 o contrário com um "shift"+2 e com as linhas 11 e 12 a -1000000.

Igual pensamento ocorre para a obtenção de matrix 13x13 para a decisão de transferir 3 carros da filial 1 para 2 com atenção de que os casos impossíveis, agora, para a filial 1 ocorrem nas linhas 0,1 e 2 e para a filial 2 nas linhas 10, 11 e 12 cujo valor é -100000 pelas mesmas razões já explicadas e como se pode ver nas linhas 462 e 479 com um "shift" de -3 nas linhas para a filial 1 e +3 para a filial 2.

Para as 3 últimas decisões, que são o oposto do que foi feito até agora: transferir 1 carro da filial 2 para a filial 1, transferir 2 carros da filial 2 para a filial 1 e transferir 3 carros da filial 2 para a filial 1, basta usarmos tudo o que fizemos até agora a nível de código de transferências trocando a ordem das filiais nos parâmetros adequados.

Matriz R

Filial 1: Não transferir nenhum carro

Seja EX a probabilidade de entregas de automóveis com X sendo o número de clientes(automóveis) e variando entre 0 a 12.

Seja AX a probabilidade de pedidos(de aluguer) de automóveis com X sendo o número de clientes(automóveis) e variando entre 0 a 12.

Sendo R(X,Y) a contribuição(custos e ganhos) da filial passar de X automóveis para Y automóveis com X e Y variando entre 0 e 12, e lembrando que após uma entrega o automóvel só fica disponível no dia seguinte, podemos dar os seguintes exemplos de custos que contam com clientes satisfeitos e insatisfeitos:

$$R(0,0)=0$$

```

R(0,1)=0
R(0,2)=0
R(0,3)=0
R(0,4)=0
R(0,5)=0
R(0,6)=0
R(0,7)=0
R(0,8)=0
R(0,9)=-10
R(0,10)=-10
R(0,11)=-10
R(0,12)=-10
...
R(1,0)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E0 *30*1
R(1,1)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E1 *30*1
R(1,2)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E2 *30*1
R(1,3)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E3 *30*1
...
R(1,9)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E9 *30*1
-10
R(1,10)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E10
*30*1 -10
R(1,11)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E11
*30*1 -10
R(1,12)= (A1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E12
*30*1 -10
...
R(2,0)= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E0 *30*2
R(2,1)= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12)* E1 *30*2
+ (E0*A1)*30*1
R(2,2)= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12) *E2 *30*2
+ (E1*A1)*30*1
R(2,3)= (A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12) *E3 *30*2+.
(E2*A1)*30*1
...

```

No caso da filial passar para 12 automóveis(R(X,12)) para além dos casos normais teremos que considerar a situação especial de que se pode transferir mais que a capacidade total(12) sendo que os restantes carros a mais são transferidos para outras filiais. Logo:

```

R(0,12)=0
R(1,12)= 0
R(2,12)=0
R(3,12)=(E11*A1)*30*1
R(4,12)= A1*(E11+10)*30*1 +A2*E11 *30*2
R(5,12)= A1*(E11+10+E9) *30*1+A2*(E11+10)*30*2+(A3*E11)*30*3
..

```

Através dos exemplo anteriores, conseguimos formular o problema para o caso geral através de uma função (custo1) como podemos ver na linha 499 do

Listing 5.2, e tal como fizemos para a filial 1 podemos formular para filial 2 (custo2) como vemos na linha 583.

Tomando a decisão de não transferir nenhum carro podemos criar duas matrizes (para cada filial) 13x13, cujo soma de cada linha é 1, que representa as probabilidades da filial 1 e 2 com o seguinte código na linha 666 e na linha 679.

Podemos ainda criar uma matriz 169x169, cuja soma de cada linha é 1, que representa as probabilidades conjuntas da filial 1 e 2 com a função calculaProduto já mencionada anteriormente.

Tomando a decisão de transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2:

Podemos utilizar a matriz 13x13 da filial 1 para a decisão de não transferir carros para obtermos a matriz 13x13 da filial 1 para a decisão de transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2 fazendo um "shift" de linhas da matriz de forma a que a linha da matriz nova seja igual à linha da matriz da decisão de não transferir -1 na filial 1 e +1 na filial 2, exatamente como fizemos para as matrizes de probabilidades, não esquecendo de adicionar o custo de transferência que por ser apenas de um carro é -7. Como as duas filiais pertencem à mesma pessoa é indiferente qual delas sofrerá esse custo. No nosso trabalho optamos por ser a filial que recebe o automóvel (neste caso a filial 2) que irá perder -7 como podemos ver na linha 712 do código. Devemos também ter em conta que nos casos impossíveis (na filial 1:linha 0 e na filial 2:linha 12) optamos por definir um valor a tender para mais infinito (+100000) de modo a que a multiplicação com um número negativo nas matrizes de probabilidades(já antes obtido) gere um número negativo elevado que nunca poderá ser escolhido como solução por ser um problema de maximização.

De seguida basta juntarmos as matrizes para formar a matriz R 169x169 através da função calculaProduto1a(BigDecimal[][] a, BigDecimal[][] b) que é diferente da CalculaProduto uma vez que se tem que lidar com os casos da linha da filial 1 ser 0 e da filial 2 ser 12 de forma diferente.

Para a decisão de transferir 2 da filial 1 para a filial 2 o pensamento é igual à da transferência de 1 carro da filial 1 para 2 tendo em conta os casos impossíveis de que na filial 1 a linha 0 e 1 também irão ser 1000000, fazendo um "shift" de linhas da matriz de forma a que a linha da matriz nova seja igual à linha da matriz de não transferir -2, e na filial 2 o contrário com um "shift"+2 e com as linhas 11 e 12 a 1000000, não esquecendo de adicionar o custo de transferência que por ser de dois carros é -14.

Igual pensamento ocorre para a obtenção de matrix 13x13 para a decisão de transferir 3 carros da filial 1 para 2 com atenção de que os casos impossíveis, agora, para a filial 1 ocorrem nas linhas 0,1 e 2 e para a filial 2 nas linhas 10, 11 e 12 cujo valor é 100000 pelas mesmas razões já explicadas e como se pode ver nas linhas 767 e 784 com um "shift" de -3 nas linhas para a filial 1 e +3 para a filial 2, não esquecendo de adicionar o custo de transferência, para a filial 2, que por ser de três carros é -21.

Para as 3 últimas decisões, que são o oposto do que foi feito até agora: transferir 1 carro da filial 2 para a filial 1, transferir 2 carros da filial 2 para a filial 1 e transferir 3 carros da filial 2 para a filial 1, basta usarmos tudo o que fizemos até agora a nível de código de transferências trocando a ordem das filiais nos parâmetros adequados.

Calculadas as matrizes 169x169 P e R para cada decisão, podemos agora obter a matriz Q para cada decisão com a ajuda da função calculaQn que se encontra na linha 802 do código.

Na Main, na linha 195, podemos ver o começo do algoritmo de iteração do valor, que consiste no calculo da matriz $P_n \cdot F_{n-1}$ para cada decisão (ou seja 7 matrizes), seguido pelo calculo da matriz $Q_n + P_n \cdot F_{n-1}$ para cada decisão que serve para obter a matriz F_n (comparando os valores de cada linha das matrizes e escolhendo os maiores, por ser um problema de maximização).

Através de F_n conseguimos obter D_n que irá servir para terminar a iteração apenas quando o valor da subtração do elemento maior da matriz D_n pelo elemento a dividir pela média dos dois elementos seja menor que 0.01 (um por cento).

2.2 Conclusões

Através do algoritmo conseguimos provar que o processo é convergente e que $279.599417164 < \text{esperança de contribuição total} < 281.4915949570$, ou seja neste problema de maximização o lucro esperado está entre 279.5994 e 281.4916, como podemos ver pelos resultados no Anexo 4. Neste anexo também se encontra a política ótima de transferência de automóveis entre as filiais nas Figuras 5.35, 5.36, 5.37, 5.38, 5.39, que permitem ao empresário escolher se deve ou não transferir automóveis entre as filiais.

No início do problema tínhamos 13 estados para cada filial. Ao juntarmos todas as matrizes resultantes (13x13) em matrizes 169x169 acabamos por terminar com 169 (13x13) estados para as duas filiais. Como podemos ver pelos resultados nos anexos o "Estado: (X,Y)" refere-se ao estado da filial 1 ter X automóveis e a filial 2 ter Y automóveis.

3 | Parte 2

Apresentamos de seguida um resumo do artigo que se intitula "A Hidden Markov Model based driver intention prediction system" sobre a aplicação de Processos Markovianos em sistemas de condução autónoma, um tema bastante relevante no desenvolvimento de software e sistemas autónomos.

A condução autónoma é uma realidade cada vez mais presente e, com o aumento desta tecnologia, verifica-se também um aumento na preocupação com a segurança do tráfego rodoviário. Num ambiente de tráfego misto, isto é, num ambiente em que viaturas autónomas coexistem com viaturas manuseadas por seres humanos é fundamental evitar acidentes provocados pelas primeiras. Um ser humano além de seguir as regras impostas pelo código rodoviário, em situações de perigo é capaz de avaliar a situação e adaptar a sua resposta em tempo real para garantir a sua segurança e a dos condutores que o rodeiam. Os veículos autónomos devem ser capazes de replicar este comportamento baseando-se em modelos de previsão previamente estabelecidos. Atualmente é garantida uma comunicação fiável em redes de veículos mistas, pelo que através da obtenção do estado de condução de outro veículo, por exemplo, é possível aplicar estes modelos de previsão de modo a calcular os movimentos das viaturas que o rodeiam.

No caso em análise é utilizado o Modelo Oculto de Markov (MOM) que se trata de um modelo estatístico em que o sistema a modelar é um processo de Markov cujos parâmetros são desconhecidos e tem como objetivo determinar esses parâmetros desconhecidos através de parâmetros observáveis. Assim, a partir da recolha de dados de tráfego de estradas é possível treinar o modelo de previsão baseado no MOM e posteriormente usá-lo para prever os movimentos de determinado veículo na estrada baseado num histórico de acontecimentos observados. É possível efetuar uma caracterização discreta ou contínua dos dados do movimento do veículo em análise e dos restantes que o rodeiam. Estes dados encontram-se distribuídos por conjuntos que irão alimentar e treinar o sistema.

Inicialmente existe um conjunto de coordenadas da viatura principal, registadas ao segundo, um conjunto com a informação da estrada, como por exemplo, o número de faixas, e estas encontram-se segmentadas. De seguida, são processados os aspetos da mobilidade, tais como, a velocidade e a aceleração dos veículos, o espaçamento entre estes, entre outros. Posto isto, para treinar o Modelo Oculto de Markov são utilizadas N características de cada viatura do sistema de modo a obter uma previsão fidedigna. Para que este modelo atinja convergência é necessário um número adequado de amostras.

Numa distribuição discreta as características da mobilidade são representadas através de técnicas de clustering. É possível aplicar o algoritmo K-means

de clustering, que computa as distâncias entre pontos com uma complexidade linear, permitindo classificar conjuntos de características de mobilidade em K aglomerados.

O sistema é também treinado com tipos de escolhas durante a condução, este conjunto inclui um subconjunto de estados observados, de estados escondidos, que inclui as decisões tomadas por um ser humano ao conduzir, um subconjunto de probabilidades de transição de estados, de probabilidades de observação do estado, e ainda, probabilidades do estado inicial. Após a aplicação do algoritmo de clustering o percurso de uma viagem transforma-se numa sequência de inteiros observada e é possível aplicar o algoritmo de Baum-Welch, este algoritmo de machine-learning permite-nos encontrar os parâmetros ocultos do sistema. Por sua vez, numa distribuição contínua de dados, a utilização do método anterior pode causar perda de dados pelo que é tomada uma abordagem diferente. Recorrendo ao modelo de mistura gaussiano é utilizada uma estimativa de máxima verosimilhança para efetuar a computação deste modelo, com o objetivo de treinar o MOM, através das distribuições gaussianas com maior probabilidade de encaixar nas funções de densidade de probabilidade das características do movimento. A complexidade computacional deste método é também linear. Após o treino do Modelo Oculto de Markov, a partir do histórico de movimentos da viagem selecionada para análise, num determinado instante, é possível prever, por exemplo, se a viagem se mantém constante numa faixa ou qual o seu comportamento futuro em relação à mudança de faixa. O histórico mencionado anteriormente, em conjunto com o histórico das viagens à sua volta e as características do tráfego nesse instante permitem afinar a previsão.

No trabalho analisado, a previsão de decisões de condução num ambiente de tráfego misto é efetuada através do Modelo Oculto de Markov, onde as características do movimento e do tráfego podem ser vistas como dados contínuos ou discretos e a matriz de características é transformada num conjunto de observações. O MOM é treinado e testado com dados recolhidos de situações reais, e foi demonstrado que um treino efetuado com uma caracterização de dados contínuos consegue prever com maior exatidão as decisões futuras dos agentes autónomos, e quanto mais dados sobre as viagens que o rodeiam alimentarem o modelo mais preciso este será.

4 | Referencias

D. Tran, W. Sheng, L. Liu and M. Liu, "A Hidden Markov Model based driver intention prediction system"2015 IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER), Shenyang, 2015

5 | Anexos

5.1 Anexo A1

```

Grupo que inclui o Aluno com o Número 86268
ME10-TP1 - Tabelas de probabilidades de pedidos e entregas de automóveis
|
FILIAL 1
Número de clientes: ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12
Probabilidade (pedidos): ; 0.0360 ; 0.0620 ; 0.1024 ; 0.1384 ; 0.1444 ; 0.1152 ; 0.0992 ; 0.0868 ; 0.0760 ; 0.0584 ; 0.0488 ; 0.0256 ; 0.0068
Probabilidade (entregas): ; 0.0212 ; 0.0768 ; 0.1508 ; 0.1976 ; 0.1948 ; 0.1528 ; 0.1044 ; 0.0592 ; 0.0228 ; 0.0112 ; 0.0048 ; 0.0020 ; 0.0016
FILIAL 2
Número de clientes: ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12
Probabilidade (pedidos): ; 0.0316 ; 0.0984 ; 0.1764 ; 0.2144 ; 0.1936 ; 0.1384 ; 0.0820 ; 0.0352 ; 0.0188 ; 0.0084 ; 0.0024 ; 0.0004 ; 0.0000
Probabilidade (entregas): ; 0.0144 ; 0.0516 ; 0.1320 ; 0.1776 ; 0.2028 ; 0.1520 ; 0.1184 ; 0.0740 ; 0.0396 ; 0.0236 ; 0.0092 ; 0.0028 ; 0.0020
  
```

Figura 5.1: Dados fornecidos pelo docente

	A	E
0	0.0360	0.0212
1	0.0620	0.0768
2	0.1024	0.1508
3	0.1384	0.1976
4	0.1444	0.1948
5	0.1152	0.1528
6	0.0992	0.1044
7	0.0868	0.0592
8	0.0760	0.0228
9	0.0584	0.0112
10	0.0488	0.0048
11	0.0256	0.0020
12	0.0068	0.0016

Figura 5.2: Tabela de probabilidades da filial 1: A-pedidos; E-entregas

5.2 Anexo A2

Probabilidades

Decisão: Não transferir

0.02120000	0.07680000	0.15800000	0.19760000	0.19480000	0.15280000	0.10440000	0.05920000	0.02280000	0.01120000	0.00480000	0.00200000	0.00160000
0.02043680	0.07479840	0.14813600	0.19591520	0.19490800	0.15431200	0.10614240	0.06082720	0.02411840	0.01161760	0.00583040	0.00210080	0.00167280
0.01912240	0.07058080	0.14154640	0.19034960	0.19338960	0.15701680	0.11065520	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584480	0.00259480	0.00196880
0.01695152	0.06359016	0.12975840	0.17896768	0.18811072	0.15980640	0.11031616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00360592	0.00207440
0.01401744	0.05371424	0.11250896	0.16078256	0.17771632	0.16034032	0.12780432	0.08042992	0.05045560	0.02859664	0.01448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04275152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13537272	0.10444496	0.06961840	0.04458072	0.02528912	0.01304032	0.01088272
0.00851392	0.03258512	0.07469920	0.11075232	0.13557072	0.14238832	0.13597328	0.11717488	0.08982672	0.06495984	0.04188048	0.02416464	0.02303984
0.00641088	0.02532736	0.05566272	0.08662224	0.10990560	0.12286992	0.12775216	0.12230400	0.10616752	0.08631888	0.06302448	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01830824	0.04120176	0.06575280	0.08081856	0.10005040	0.11243488	0.11080704	0.11445696	0.10366656	0.08493904	0.06242080	0.08720224
0.00295952	0.01233248	0.02872864	0.04781584	0.06536192	0.08015536	0.09408376	0.10612496	0.11292560	0.11283768	0.10277312	0.08454816	0.14934384
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252880	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066880	0.00352288	0.00987184	0.01985760	0.03243888	0.04622688	0.06038336	0.07476800	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056
0.00014416	0.00106496	0.00402608	0.01019008	0.01983856	0.03215248	0.04589776	0.06007600	0.07451328	0.08916528	0.10274992	0.11175728	0.44842416

Figura 5.3: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 1

0.01440000	0.05160000	0.13200000	0.17760000	0.20280000	0.15200000	0.11840000	0.07400000	0.03960000	0.02360000	0.00520000	0.00280000	0.00200000
0.01394960	0.05042480	0.12945936	0.17615904	0.20030368	0.15368528	0.11946176	0.07540384	0.04068704	0.02418560	0.00955840	0.00300224	0.00208848
0.01252800	0.04630896	0.12037248	0.16913136	0.19088304	0.15780768	0.12437328	0.08083376	0.04547504	0.02676704	0.01157600	0.00408704	0.00265472
0.00998784	0.03832920	0.10287440	0.15200064	0.18661008	0.16284816	0.13450272	0.09357744	0.05697392	0.03437744	0.01677920	0.00713856	0.00479968
0.00690048	0.02781488	0.07685760	0.12392520	0.16407488	0.16226672	0.14674704	0.11322624	0.07702960	0.04930672	0.02747696	0.01371232	0.01059680
0.00411264	0.01752480	0.05077632	0.08988960	0.13112304	0.14950800	0.15267056	0.13406640	0.10340160	0.07252360	0.04519488	0.02564912	0.02350912
0.00211968	0.00950848	0.02935968	0.05740864	0.09359040	0.12364528	0.14462080	0.14613488	0.12900272	0.10184640	0.07040368	0.04425280	0.04874608
0.00033080	0.00454512	0.01463056	0.03232800	0.05913168	0.09027824	0.12145456	0.14117272	0.14389200	0.12795920	0.10010750	0.06906640	0.09221552
0.00043200	0.00205480	0.00695712	0.01619856	0.03308800	0.05760768	0.08927024	0.12012256	0.14069520	0.14341200	0.12752752	0.09991552	0.16271792
0.00016128	0.00084864	0.00295536	0.00746784	0.01648800	0.03251984	0.05723136	0.08877296	0.11973728	0.14051600	0.14325072	0.12745584	0.26260208
0.00004032	0.00026544	0.00107376	0.00308304	0.00753408	0.01633856	0.03242576	0.05710704	0.08867648	0.11969248	0.14047568	0.14323280	0.39005088
0.00005760	0.00005200	0.00029760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.14047312	0.53320176
0.00000000	0.00000576	0.00005200	0.00029760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.67375488

Figura 5.4: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 2

Decisão: Transferir 1 carro da filial 1 para a filial 2

-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
0.02120000	0.07680000	0.15800000	0.19760000	0.19480000	0.15280000	0.10440000	0.05920000	0.02280000	0.01120000	0.00480000	0.00200000	0.00160000
0.02043680	0.07479840	0.14813600	0.19591520	0.19490800	0.15431200	0.10614240	0.06082720	0.02411840	0.01161760	0.00583040	0.00210080	0.00167280
0.01912240	0.07058080	0.14154640	0.19034960	0.19338960	0.15701680	0.11065520	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584480	0.00259480	0.00196880
0.01695152	0.06359016	0.12975840	0.17896768	0.18811072	0.15980640	0.11031616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00360592	0.00207440
0.01401744	0.05371424	0.11250896	0.16078256	0.17771632	0.16034032	0.12780432	0.08042992	0.05045560	0.02859664	0.01448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04275152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13537272	0.10444496	0.06961840	0.04458072	0.02528912	0.01304032	0.01088272
0.00851392	0.03258512	0.07469920	0.11075232	0.13557072	0.14238832	0.13597328	0.11717488	0.08982672	0.06495984	0.04188048	0.02416464	0.02303984
0.00641088	0.02532736	0.05566272	0.08662224	0.10990560	0.12286992	0.12775216	0.12230400	0.10616752	0.08631888	0.06302448	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01830824	0.04120176	0.06575280	0.08081856	0.10005040	0.11243488	0.11080704	0.11445696	0.10366656	0.08493904	0.06242080	0.08720224
0.00295952	0.01233248	0.02872864	0.04781584	0.06536192	0.08015536	0.09408376	0.10612496	0.11292560	0.11283768	0.10277312	0.08454816	0.14934384
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252880	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066880	0.00352288	0.00987184	0.01985760	0.03243888	0.04622688	0.06038336	0.07476800	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056

Figura 5.5: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

0.01394960	0.05042480	0.12945936	0.17615904	0.20030368	0.15368528	0.11946176	0.07540384	0.04068704	0.02418560	0.00955840	0.00300224	0.00208848
0.01252800	0.04630896	0.12037248	0.16913136	0.19088304	0.15780768	0.12437328	0.08083376	0.04547504	0.02676704	0.01157600	0.00408704	0.00265472
0.00998784	0.03832920	0.10287440	0.15200064	0.18661008	0.16284816	0.13450272	0.09357744	0.05697392	0.03437744	0.01677920	0.00713856	0.00479968
0.00690048	0.02781488	0.07685760	0.12392520	0.16407488	0.16226672	0.14674704	0.11322624	0.07702960	0.04930672	0.02747696	0.01371232	0.01059680
0.00411264	0.01752480	0.05077632	0.08988960	0.13112304	0.14950800	0.15267056	0.13406640	0.10340160	0.07252360	0.04519488	0.02564912	0.02350912
0.00211968	0.00950848	0.02935968	0.05740864	0.09359040	0.12364528	0.14462080	0.14613488	0.12900272	0.10184640	0.07040368	0.04425280	0.04874608
0.00033080	0.00454512	0.01463056	0.03232800	0.05913168	0.09027824	0.12145456	0.14117272	0.14389200	0.12795920	0.10010750	0.06906640	0.09221552
0.00043200	0.00205480	0.00695712	0.01619856	0.03308800	0.05760768	0.08927024	0.12012256	0.14069520	0.14341200	0.12752752	0.09991552	0.16271792
0.00016128	0.00084864	0.00295536	0.00746784	0.01648800	0.03251984	0.05723136	0.08877296	0.11973728	0.14051600	0.14325072	0.12745584	0.26260208
0.00004032	0.00026544	0.00107376	0.00308304	0.00753408	0.01633856	0.03242576	0.05710704	0.08867648	0.11969248	0.14047568	0.14323280	0.39005088
0.00005760	0.00005200	0.00029760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.14047312	0.53320176
0.00000000	0.00000576	0.00005200	0.00029760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.67375488
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000

Figura 5.6: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 2 carros da filial 1 para a filial 2

-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
0.02043680	0.07473940	0.14013600	0.19391520	0.19490800	0.15431200	0.10614240	0.06062720	0.02411040	0.01611760	0.00503040	0.00210800	0.00167280
0.01912240	0.07958800	0.14154640	0.19034960	0.19338960	0.15701600	0.11065200	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584480	0.00250480	0.00196880
0.01695152	0.06358016	0.12975840	0.17896768	0.18811072	0.15980640	0.11831616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00368592	0.00267440
0.01401744	0.05371424	0.11250896	0.16070256	0.17711632	0.16034032	0.12780432	0.08842992	0.05044560	0.02859664	0.01448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04275152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13532720	0.10444496	0.06961840	0.04445072	0.02528912	0.01304032	0.01080272
0.00851392	0.03238512	0.07246992	0.11075232	0.13557072	0.14238832	0.13597328	0.11717488	0.08082672	0.06495984	0.04188048	0.02416464	0.02030984
0.00641008	0.02323726	0.05566272	0.08662224	0.10990640	0.12268992	0.12775216	0.12220400	0.10016192	0.08631888	0.06302448	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01839824	0.04128176	0.06575280	0.08601856	0.10085040	0.11243488	0.11800704	0.11445696	0.10366656	0.08493904	0.06242080	0.05720224
0.00295952	0.01233248	0.02872864	0.04781504	0.06536192	0.08015536	0.09409376	0.10612496	0.11292560	0.11283768	0.10277312	0.08454816	0.14934384
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252880	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066688	0.00352288	0.00987184	0.01985760	0.03243088	0.04627688	0.06038336	0.07476800	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056

Figura 5.7: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

0.01252000	0.04638896	0.12037248	0.16913136	0.19888304	0.15780768	0.12437328	0.08883376	0.04547504	0.02676704	0.01157600	0.00408704	0.00265472
0.00998704	0.03832992	0.10207440	0.15200640	0.16651008	0.16264816	0.13450272	0.09357744	0.05697392	0.03437744	0.01677920	0.00713856	0.00479968
0.00690400	0.02781408	0.07683760	0.12329520	0.15407640	0.16226672	0.14674704	0.11322624	0.07700296	0.04930672	0.02747656	0.01372232	0.01059648
0.00412640	0.01752480	0.05077632	0.08980960	0.13112304	0.14556800	0.15267056	0.13406640	0.10340160	0.07252360	0.04519408	0.02564512	0.02359012
0.00211968	0.00958480	0.02935968	0.05748864	0.09350400	0.12364528	0.14662880	0.14613488	0.12908272	0.10104640	0.07048388	0.04425200	0.04874688
0.00093880	0.00454120	0.01483056	0.03233280	0.05913168	0.09027824	0.12145456	0.14172720	0.14389200	0.12795952	0.10010752	0.06998640	0.09281552
0.00043200	0.00205488	0.00695712	0.01619856	0.03388880	0.05760768	0.08927024	0.12012256	0.14069520	0.14341200	0.12752752	0.09991520	0.16271792
0.00016120	0.00080840	0.00255336	0.00746704	0.01640800	0.03251584	0.05723136	0.08977296	0.11973728	0.14051600	0.14325072	0.12745584	0.26260208
0.00004832	0.00026544	0.00187376	0.00383840	0.00753340	0.01633856	0.03242576	0.05718704	0.08061664	0.11962480	0.14047568	0.14322200	0.39005088
0.00000576	0.00005200	0.00023760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.14047312	0.53328176
0.000000	0.00000576	0.00005200	0.00023760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.67375488
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000

Figura 5.8: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 3 carros da filial 1 para a filial 2

-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
0.02120000	0.07630000	0.15000000	0.19700000	0.19400000	0.15200000	0.10400000	0.05920000	0.02200000	0.01120000	0.00400000	0.00200000	0.00160000
0.02043680	0.07473940	0.14813600	0.19591520	0.19490800	0.15431200	0.10614240	0.06062720	0.02411040	0.01611760	0.00503040	0.00210800	0.00167280
0.01912240	0.07958800	0.14154640	0.19034960	0.19338960	0.15701600	0.11065200	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584480	0.00250480	0.00196880
0.01695152	0.06358016	0.12975840	0.17896768	0.18811072	0.15980640	0.11831616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00368592	0.00267440
0.01401744	0.05371424	0.11250896	0.16070256	0.17711632	0.16034032	0.12780432	0.08842992	0.05044560	0.02859664	0.01448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04275152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13532720	0.10444496	0.06961840	0.04445072	0.02528912	0.01304032	0.01080272
0.00851392	0.03238512	0.07246992	0.11075232	0.13557072	0.14238832	0.13597328	0.11717488	0.08082672	0.06495984	0.04188048	0.02416464	0.02030984
0.00641008	0.02323726	0.05566272	0.08662224	0.10990640	0.12268992	0.12775216	0.12220400	0.10016192	0.08631888	0.06302448	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01839824	0.04128176	0.06575280	0.08601856	0.10085040	0.11243488	0.11800704	0.11445696	0.10366656	0.08493904	0.06242080	0.05720224
0.00295952	0.01233248	0.02872864	0.04781504	0.06536192	0.08015536	0.09409376	0.10612496	0.11292560	0.11283768	0.10277312	0.08454816	0.14934384
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252880	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066688	0.00352288	0.00987184	0.01985760	0.03243088	0.04627688	0.06038336	0.07476800	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056

Figura 5.9: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

0.00998704	0.03832992	0.10207440	0.15200640	0.16651008	0.16264816	0.13450272	0.09357744	0.05697392	0.03437744	0.01677920	0.00713856	0.00479968
0.00690400	0.02781408	0.07683760	0.12329520	0.15407640	0.16226672	0.14674704	0.11322624	0.07700296	0.04930672	0.02747656	0.01372232	0.01059648
0.00412640	0.01752480	0.05077632	0.08980960	0.13112304	0.14556800	0.15267056	0.13406640	0.10340160	0.07252360	0.04519408	0.02564512	0.02359012
0.00211968	0.00958480	0.02935968	0.05748864	0.09350400	0.12364528	0.14662880	0.14613488	0.12908272	0.10104640	0.07048388	0.04425200	0.04874688
0.00093880	0.00454120	0.01483056	0.03233280	0.05913168	0.09027824	0.12145456	0.14172720	0.14389200	0.12795952	0.10010752	0.06998640	0.09281552
0.00043200	0.00205488	0.00695712	0.01619856	0.03388880	0.05760768	0.08927024	0.12012256	0.14069520	0.14341200	0.12752752	0.09991520	0.16271792
0.00016120	0.00080840	0.00255336	0.00746704	0.01640800	0.03251584	0.05723136	0.08977296	0.11973728	0.14051600	0.14325072	0.12745584	0.26260208
0.00004832	0.00026544	0.00187376	0.00383840	0.00753340	0.01633856	0.03242576	0.05718704	0.08061664	0.11962480	0.14047568	0.14322200	0.39005088
0.00000576	0.00005200	0.00023760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.14047312	0.53328176
0.000000	0.00000576	0.00005200	0.00023760	0.00109200	0.00309312	0.00751808	0.01632512	0.03240800	0.05709328	0.08867024	0.11968672	0.67375488
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000

Figura 5.10: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 1 carro da filial 2 para a filial 1

-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
0.014408000	0.051580000	0.11200000	0.17760000	0.20200000	0.15200000	0.11640000	0.0740000	0.03600000	0.02360000	0.00920000	0.00200000	0.00200000
0.01394960	0.05042400	0.1294936	0.17615900	0.20200360	0.1336052	0.11461760	0.07540304	0.04068704	0.02410560	0.00955840	0.003002240	0.00200848
0.01252000	0.04630960	0.12037248	0.16913136	0.19808304	0.15780768	0.12437320	0.08083376	0.04547504	0.02676704	0.01157760	0.004087040	0.00265472
0.00998704	0.038329920	0.10207440	0.152000640	0.186610080	0.16284816	0.134502720	0.09357744	0.056973920	0.034377440	0.016779200	0.007138560	0.00479968
0.006900480	0.027814080	0.07685760	0.123925920	0.164076480	0.16226672	0.146747040	0.11322624	0.077092960	0.049306720	0.027476960	0.013712320	0.01059648
0.004112640	0.017524000	0.05077632	0.089809960	0.131123040	0.14956800	0.152670560	0.13406640	0.103401600	0.072523360	0.045194080	0.025649120	0.02350912
0.002119600	0.009580400	0.02935960	0.057400640	0.093590400	0.12264520	0.146620800	0.14613408	0.129002720	0.101046400	0.070403680	0.040252000	0.04074608
0.000930880	0.004545120	0.01483056	0.032332000	0.059131680	0.09027824	0.121454560	0.14172720	0.143802000	0.127959520	0.100107520	0.069086400	0.09261552
0.000432000	0.002054800	0.00695712	0.016198560	0.033088000	0.05760768	0.089270240	0.12012256	0.140695200	0.143412000	0.127527520	0.099915520	0.16271792
0.000161280	0.000840640	0.00295536	0.007467840	0.016408000	0.03251984	0.057231360	0.08077296	0.119737200	0.140516000	0.143250720	0.127455840	0.26260208
0.000040320	0.000265440	0.00107376	0.003083040	0.007538400	0.01633856	0.032425760	0.05710704	0.080676640	0.119692480	0.140475680	0.143232000	0.39005008
0.000005760	0.000055200	0.00023760	0.001092000	0.003093120	0.00751008	0.016325120	0.03240000	0.057093200	0.080670240	0.119606720	0.140473120	0.53320176

Figura 5.11: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

0.02404608	0.07470800	0.14013600	0.19991520	0.19490000	0.15431200	0.10614200	0.06002720	0.02411040	0.01161760	0.00502040	0.00210080	0.00167200
0.01912240	0.07058000	0.14154640	0.19034960	0.19330960	0.15701600	0.11065520	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584400	0.00250400	0.00196800
0.01695152	0.06358016	0.12975840	0.17896768	0.18011072	0.15908640	0.11831616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00360592	0.00267440
0.01401744	0.05371424	0.11258096	0.16070256	0.17711632	0.16040832	0.12780432	0.08842992	0.05044560	0.02859664	0.014448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04273152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13532720	0.10444496	0.06961840	0.04450072	0.02528912	0.01304032	0.01080072
0.00851392	0.03320512	0.07246992	0.11075232	0.13557072	0.14208032	0.13597320	0.11717408	0.08982672	0.06495904	0.04180040	0.02416464	0.02030904
0.00641088	0.02532736	0.05560272	0.08662224	0.10909560	0.12208092	0.12775216	0.12230400	0.10616752	0.08631888	0.06302440	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01830824	0.04120176	0.06575200	0.08601856	0.10005040	0.11243488	0.11800704	0.11445696	0.10366556	0.08493904	0.06242080	0.08720224
0.00299592	0.01233248	0.02872864	0.04781504	0.06356192	0.08015536	0.09400976	0.10612496	0.11292560	0.11283760	0.10277312	0.08454816	0.14934304
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252800	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066808	0.00352288	0.00987104	0.01985760	0.03243080	0.04622688	0.06083836	0.07476080	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056
0.00014416	0.00106496	0.00402608	0.01019008	0.01983056	0.03215248	0.04580776	0.06007600	0.07451328	0.08916528	0.10274992	0.11175728	0.44842416
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000

Figura 5.12: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 2 carros da filial 2 para a filial 1

-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
0.01394960	0.05042400	0.1294936	0.17615900	0.20200360	0.13360520	0.119461760	0.07540304	0.040687040	0.024105600	0.009558400	0.003002240	0.002008480
0.012520000	0.046309600	0.12037248	0.169131360	0.198083040	0.157807680	0.124373200	0.080833760	0.045475040	0.026767040	0.011577600	0.004087040	0.002654720
0.009987040	0.038329920	0.102074400	0.152000640	0.186610080	0.162848160	0.134502720	0.093577440	0.056973920	0.034377440	0.016779200	0.007138560	0.004799680
0.006900480	0.027814080	0.076857600	0.123925920	0.164076480	0.162266720	0.146747040	0.113226240	0.077092960	0.049306720	0.027476960	0.013712320	0.010596480
0.004112640	0.017524000	0.050776320	0.089809960	0.131123040	0.149568000	0.152670560	0.134066400	0.103401600	0.072523360	0.045194080	0.025649120	0.023509120
0.002119600	0.009580400	0.029359600	0.057400640	0.093590400	0.122645200	0.146620800	0.146134080	0.129002720	0.101046400	0.070403680	0.040252000	0.040746080
0.000930880	0.004545120	0.014830560	0.032332000	0.059131680	0.090278240	0.121454560	0.141727200	0.143802000	0.127959520	0.100107520	0.069086400	0.092615520
0.000432000	0.002054800	0.006957120	0.016198560	0.033088000	0.057607680	0.089270240	0.120122560	0.140695200	0.143412000	0.127527520	0.099915520	0.162717920
0.000161280	0.000840640	0.002955360	0.007467840	0.016408000	0.032519840	0.057231360	0.080772960	0.119737200	0.140516000	0.143250720	0.127455840	0.262602080
0.000040320	0.000265440	0.001073760	0.003083040	0.007538400	0.016338560	0.032425760	0.057107040	0.080676640	0.119692480	0.140475680	0.143232000	0.390050080
0.000005760	0.000055200	0.000237600	0.001092000	0.003093120	0.007510080	0.016325120	0.032400000	0.057093200	0.080670240	0.119606720	0.140473120	0.533201760

Figura 5.13: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

0.01912240	0.07058000	0.14154640	0.19034960	0.19330960	0.15701600	0.11065520	0.06537200	0.02799440	0.01364720	0.00584400	0.00250400	0.00196800
0.01695152	0.06358016	0.12975840	0.17896768	0.18011072	0.15908640	0.11831616	0.07451328	0.03626656	0.01871904	0.00852976	0.00360592	0.00267440
0.01401744	0.05371424	0.11258096	0.16070256	0.17711632	0.16040832	0.12780432	0.08842992	0.05044560	0.02859664	0.014448736	0.00667840	0.00515792
0.01095616	0.04273152	0.09195744	0.13669520	0.15925552	0.15541072	0.13532720	0.10444496	0.06961840	0.04450072	0.02528912	0.01304032	0.01080072
0.00851392	0.03320512	0.07246992	0.11075232	0.13557072	0.14208032	0.13597320	0.11717408	0.08982672	0.06495904	0.04180040	0.02416464	0.02030904
0.00641088	0.02532736	0.05560272	0.08662224	0.10909560	0.12208092	0.12775216	0.12230400	0.10616752	0.08631888	0.06302440	0.04103376	0.04659968
0.00457072	0.01830824	0.04120176	0.06575200	0.08601856	0.10005040	0.11243488	0.11800704	0.11445696	0.10366556	0.08493904	0.06242080	0.08720224
0.00299592	0.01233248	0.02872864	0.04781504	0.06356192	0.08015536	0.09400976	0.10612496	0.11292560	0.11283760	0.10277312	0.08454816	0.14934304
0.00172144	0.00747424	0.01834128	0.03252800	0.04758768	0.06195152	0.07622528	0.09042352	0.10316928	0.11198368	0.11231792	0.10254576	0.23372960
0.00066808	0.00352288	0.00987104	0.01985760	0.03243080	0.04622688	0.06083836	0.07476080	0.08924416	0.10279344	0.11177632	0.11222720	0.33621056
0.00014416	0.00106496	0.00402608	0.01019008	0.01983056	0.03215248	0.04580776	0.06007600	0.07451328	0.08916528	0.10274992	0.11175728	0.44842416
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000

Figura 5.14: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 3 carros da filial 2 para a filial 1

Figura 5.15: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

Figura 5.16: Matriz P (probabilidades) 13x13 correspondente à transferência de 3 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

[illegible]

Figura 5.18: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à não transferência de carros na filial 2

20

1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000
0.61310400	2.22102600	4.26113600	5.71459200	5.63261600	4.41897600	3.81924800	1.71206400	0.65937600	-9.67609600	-9.86118400	-9.94216000	-9.93208000
1.14734400	4.13584800	8.30414400	10.97460000	10.91011200	8.63186400	5.93433600	3.39808800	1.34404800	-9.35144800	-9.71939200	-9.85283200	-9.90828000
1.52563600	5.63708800	11.36346240	15.28944960	15.51312960	12.56048640	8.81417280	5.18591040	2.19868800	-8.94380800	-9.54335200	-9.80574880	-9.83106400
1.68209280	6.35768640	13.85194880	18.06883840	18.98688000	16.04473440	11.75117760	7.29870240	3.47208000	-8.26944160	-9.22944640	-9.67830240	-9.70782880
1.64342400	6.32889600	13.28487360	19.01788800	20.91456480	18.75121920	14.66177760	9.86589120	5.39481120	-7.07366080	-8.59192480	-9.37208320	-9.45416320
1.53250560	5.91805440	12.59540800	18.48479840	21.19516640	20.22541920	17.09314400	12.65217120	7.94704960	-5.16903520	-7.40136640	-8.73550080	-8.89872640
1.34628400	5.23565440	11.31400800	16.93553280	20.09960640	20.28622400	16.53802720	15.17015840	10.87768800	-2.58195520	-5.47305440	-7.53563200	-7.68609120
1.09697280	4.36837280	9.58145280	14.71187360	18.06872640	19.18632480	18.78012480	16.87445760	13.66957440	0.42492800	-2.84067520	-5.58769120	-5.27427520
0.79907040	3.28143360	7.47121920	11.97698880	15.43308480	17.38148480	18.00195840	17.51367360	15.75039840	3.32783360	0.23060480	-2.92611040	-0.88097440
0.51643200	2.28512960	5.27115840	8.97861600	12.39013440	14.88449760	16.49468160	17.15520480	16.77118800	5.52336320	3.19921280	0.17408960	6.19786720
0.22667040	1.13151360	3.07890720	5.01812160	9.14874560	12.13041600	14.51552640	16.11288000	16.82335840	6.66931520	5.46502080	3.17394800	16.39971600

Figura 5.19: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

1.581613200	-5.100916800	-3.16513600	-1.840364000	-1.180254000	-2.58400600	-3.360243200	-4.88915200	-5.840548000	-16.314372000	-16.722721600	-16.918654000	-16.940000000
-6.248320000	-4.263971200	0.84272320	2.668384000	4.118435200	1.53306560	-0.378816000	-2.78768320	-4.714432000	-15.651188000	-16.450092800	-16.826681600	-16.87173440
-6.101094000	-3.626512000	1.82861120	5.635913600	7.920696000	5.15915840	-2.598435200	-0.67877440	-3.395276800	-14.889219200	-16.859817600	-16.658172800	-16.754948000
-6.171942400	-3.754931200	1.73861120	6.348425600	9.638152000	7.92251200	-5.412176800	1.74737600	-1.935888000	-13.746051200	-15.370803200	-16.294784000	-16.473087200
-6.363184000	-4.44915200	8.13151360	4.423091200	8.946974000	5.39091840	7.706131200	4.24631200	8.98712800	-11.593925200	-14.168142400	-15.572336000	-15.84661760
-6.618457600	-5.333882400	-2.89677120	1.922643200	6.275872000	8.49023840	8.980476800	7.13256320	3.839852800	-9.341358400	-12.216560000	-14.289689600	-14.37979520
-6.802835200	-6.408948800	-4.13209600	-1.212424000	2.615067200	5.97619520	6.336499200	6.68414240	6.806380240	-6.201761600	-9.492353600	-12.208193600	-11.64234560
-6.896320000	-6.22385200	-5.45503200	-3.684976000	-0.872044000	2.43188720	5.871073200	8.2337920	8.42362400	-5.272525600	-6.208481600	-9.393133600	-6.80519720
-6.936454400	-6.778988800	-6.26156800	-5.273382400	-3.549097600	-0.93842240	2.381252800	5.77659200	8.044217600	-1.612016000	-3.380873600	-6.300460800	0.63614880
-6.997904000	-6.923966800	-6.70711840	-6.212176000	-5.237296000	-3.57473440	-0.973878400	2.35394200	5.753912000	-1.965896000	-1.622129600	-3.313476800	11.39356000
-6.998092800	-6.982828800	-6.91276480	-6.699515200	-6.200718400	-5.24156800	-3.157345600	-0.97811840	2.358289600	-4.247774800	-1.967913600	-1.622064000	25.13974720
7.4000000	-6.908095200	-6.802128000	-6.91276480	-6.699515200	-6.200718400	-5.24156800	-3.157345600	4.978315400	-1.640710400	-4.247774800	-1.967913600	48.37683200
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000

Figura 5.20: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 2 carros da filial 1 para a filial 2

1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000
0.61310400	2.22102600	4.26113600	5.71459200	5.63261600	4.41897600	3.81924800	1.71206400	0.65937600	-9.67609600	-9.86118400	-9.94216000	-9.93208000
1.14734400	4.13584800	8.30414400	10.97460000	10.91011200	8.63186400	5.93433600	3.39808800	1.34404800	-9.35144800	-9.71939200	-9.85283200	-9.90828000
1.52563600	5.63708800	11.36346240	15.28944960	15.51312960	12.56048640	8.81417280	5.18591040	2.19868800	-8.94380800	-9.54335200	-9.80574880	-9.83106400
1.68209280	6.35768640	13.85194880	18.06883840	18.98688000	16.04473440	11.75117760	7.29870240	3.47208000	-8.26944160	-9.22944640	-9.67830240	-9.70782880
1.64342400	6.32889600	13.28487360	19.01788800	20.91456480	18.75121920	14.66177760	9.86589120	5.39481120	-7.07366080	-8.59192480	-9.37208320	-9.45416320
1.53250560	5.91805440	12.59540800	18.48479840	21.19516640	20.22541920	17.09314400	12.65217120	7.94704960	-5.16903520	-7.40136640	-8.73550080	-8.89872640
1.34628400	5.23565440	11.31400800	16.93553280	20.09960640	20.28622400	16.53802720	15.17015840	10.87768800	-2.58195520	-5.47305440	-7.53563200	-7.68609120
1.09697280	4.36837280	9.58145280	14.71187360	18.06872640	19.18632480	18.78012480	16.87445760	13.66957440	0.42492800	-2.84067520	-5.58769120	-5.27427520
0.79907040	3.28143360	7.47121920	11.97698880	15.43308480	17.38148480	18.00195840	17.51367360	15.75039840	3.32783360	0.23060480	-2.92611040	-0.88097440
0.51643200	2.28512960	5.27115840	8.97861600	12.39013440	14.88449760	16.49468160	17.15520480	16.77118800	5.52336320	3.19921280	0.17408960	6.19786720

Figura 5.21: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

-13.248320000	-11.263971200	-6.95727680	-4.339616000	-2.889564000	-5.46693440	-7.378816000	-9.78768320	-11.714443200	-22.651188000	-23.450092800	-23.826681600	-23.87173440
-13.101804000	-10.526512000	-5.17128800	-1.364086400	0.329969600	-1.94064160	-4.401054800	-7.61877440	-10.395276800	-21.892119200	-23.859817600	-23.858172800	-23.74948800
-13.17382400	-10.74511200	-5.26138880	-0.65174400	2.638152000	8.92211200	-1.287674000	-5.25262400	-8.593808000	-20.746051200	-22.170803200	-23.294784000	-23.47872800
-13.381304000	-11.454015200	-6.86848640	-2.176988800	1.949678400	2.19951040	0.706131200	-2.47546880	-6.892288000	-18.939235200	-21.160742400	-22.573353600	-22.80461760
-13.618457600	-12.333624000	-9.09677120	-5.077356800	-0.724923840	1.49923840	1.980476800	0.13265320	-3.060147200	-16.341324800	-19.216560000	-21.289689600	-21.37979520
-13.802835200	-12.808948800	-11.13209600	-8.21224000	-0.364932000	-0.62308480	1.60414240	-0.132097200	-18.201761600	-16.40223600	-18.268133600	-18.64234560	-18.67832000
-13.896320000	-13.522035200	-12.45562880	-10.684976000	-7.879440000	-4.50817280	-1.128924800	1.12337920	1.423062400	-10.273257600	-13.284201600	-16.530153600	-11.88619720
-13.956454400	-13.778988800	-13.26156800	-12.273382400	-10.549097600	-7.95842240	-4.618707200	-1.22340800	1.044217600	-8.612016000	-10.308873600	-13.300464000	-6.36385920
-13.967904000	-13.923966800	-13.70711840	-13.212176000	-10.57473440	-7.973878400	-4.64065760	-1.240888000	-8.963896000	-8.622129600	-10.313476800	-13.393560000	4.39350400
-13.998092800	-13.982828800	-13.91276480	-13.699515200	-10.200718400	-7.978118400	-4.640710400	-1.247774800	-8.967913600	-8.622064000	-10.313974720	-13.397472000	39.37683200
-14.0000000	-13.998099200	-13.982828800	-13.91276480	-13.699515200	-10.200718400	-7.978118400	-4.640710400	-8.967913600	-8.622064000	-10.313974720	-13.397472000	39.37683200
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000

Figura 5.22: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 3 carros da filial 1 para a filial 2

100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8	0E-8
0.61310400	2.22185600	4.36113600	5.71452000	5.63361600	4.41997600	3.01524800	1.71206400	0.65937600	-9.67695800	-9.86118400	-9.94216800	-9.95200000	-9.95200000
1.14712400	4.19254000	9.30414400	18.97460800	18.91811200	8.63186400	5.92432600	3.20800800	1.34404800	-9.35144000	-9.73922000	-9.85212000	-9.90020000	-9.90020000
1.52536800	5.65708800	11.36346240	15.28944600	15.51312960	12.50848640	8.81417280	5.18591040	2.19868800	-9.94380800	-9.54335200	-9.80574800	-9.83166400	-9.83166400
3.68289200	6.35766040	13.85194880	18.86883040	18.98688000	16.04734400	11.75117760	7.29870240	3.47208000	-8.76944160	-9.22844640	-9.67830240	-9.70782880	-9.70782880
1.04324000	6.32089600	13.84077600	19.81768800	20.91458400	18.75121520	14.66177600	9.86889120	5.38681120	-7.07464800	-8.50192400	-9.17288320	-9.45416820	-9.45416820
1.53295600	5.91805440	12.10548800	19.48479040	21.18616640	20.22541020	17.00341440	12.62217120	7.84784960	-5.16083320	-7.48136640	-8.73650000	-9.09172640	-9.09172640
1.34620400	5.25854400	11.31480000	16.93532000	20.89968640	20.29622400	18.53887270	15.17015040	10.87768800	-2.58195520	-5.47385440	-7.53563200	-7.69609120	-7.69609120
1.09697280	4.36837280	9.58145280	14.71107360	18.06872640	19.18632480	18.78012480	16.87445760	13.66957440	0.42492880	-2.84067520	-5.58769120	-5.27427520	-5.27427520
0.79907040	3.28143360	7.47121920	11.97688800	15.43308480	17.38148480	18.40193640	17.51307360	15.73039840	3.32783360	6.23064480	-2.82611840	-6.08097440	-6.08097440

Figura 5.23: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 1 (a filial que transfere o carro)

-20.10184400	-17.62632000	-12.17138880	-8.36480640	-6.87183040	-6.84084160	-11.40156400	-14.67877440	-17.39527680	-20.80917600	-20.83961760	-20.65172800	-20.75494000	-20.75494000
-20.17194240	-17.75493120	-12.26138880	-7.65157440	-4.36180800	-6.67678800	-8.58782400	-12.25262400	-15.59388800	-27.74605120	-29.37808320	-28.29478400	-28.47387200	-28.47387200
-20.28310400	-18.14501520	-13.86848640	-9.17698880	-5.45832600	-4.88048960	-6.21388800	-9.47546880	-13.09238800	-25.93923520	-28.16074240	-29.57335360	-29.88461760	-29.88461760
-20.41845160	-19.33362400	-16.49077120	-12.87356800	-7.72892800	-5.50876160	-5.81523200	-6.86713600	-10.90417200	-23.34132400	-26.21656000	-29.20889600	-28.37979520	-28.37979520
-20.58283520	-20.80894880	-18.13296600	-15.21422080	-11.38493280	-8.62388480	-5.56350800	-5.39557600	-7.19369760	-20.20176160	-23.49235360	-25.28619360	-25.64234560	-25.64234560
-20.89630000	-20.52203520	-19.45562880	-17.68497600	-14.87294400	-11.56817280	-8.12892400	-5.87662800	-5.57693760	-17.27325760	-20.28428160	-23.53015360	-20.88617920	-20.88617920
-20.95044400	-20.77898880	-20.26156800	-19.27138240	-17.54095760	-14.45842240	-11.61870720	-8.22548800	-5.95578240	-15.61201600	-17.38887360	-20.30046400	-18.36359520	-18.36359520
-20.97970400	-20.23296000	-20.78711540	-20.21217600	-20.23725600	-17.27472400	-14.97378400	-11.64067360	-5.24688800	-15.86586400	-15.52122640	-17.31247600	-2.68444000	-2.68444000
-20.99809200	-20.86282080	-20.91276480	-20.69951520	-20.28671840	-19.24156800	-17.57734560	-14.97831840	-11.64971840	-18.24774800	-15.67613600	-15.62266400	-11.13974720	-11.13974720
-21.00000000	-20.99809200	-20.88282080	-20.91276480	-20.69951520	-20.28671840	-19.24156800	-17.57734560	-14.97831840	-18.24774800	-15.67613600	-15.62266400	-26.57688320	-26.57688320
100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000

Figura 5.24: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2 correspondente à filial 2 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 1 carro da filial 2 para a filial 1

1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	0E-9	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000	-10.00000000
0.41234800	1.40988320	3.42456400	5.15953520	5.03174560	4.41259840	3.49725680	2.14954800	1.15445920	-9.12272160	-9.91854400	-9.91854400	-9.94000000	-9.94000000
0.75160800	2.73602800	7.84272320	9.66834800	11.11843520	8.53903600	6.62918400	4.21231680	2.28556800	-8.65110800	-9.45089280	-9.82668160	-9.87173440	-9.87173440
0.89896560	3.37348800	8.82861120	12.63591360	14.92896360	12.15915840	9.59843520	6.32122560	3.60472320	-7.88219200	-9.85017600	-9.65817200	-9.75494080	-9.75494080
0.82085760	3.24506800	8.73061120	13.34842560	16.63019200	14.82321520	12.41217680	8.74737680	5.40591080	-6.74685120	-8.37088320	-9.29478400	-9.47387200	-9.47387200
0.61629600	2.54504000	7.11151360	11.82491760	15.54067400	16.10511840	14.70813280	11.57453120	7.90771200	-6.59325200	-7.16812400	-8.57335360	-8.86461760	-8.86461760
0.38154240	1.66613760	4.98322880	8.82643200	13.27507200	15.49528040	15.88047680	14.13256320	10.39855180	-2.34135040	-5.21656000	-7.28989600	-7.37979520	-7.37979520
0.19716480	0.919851200	2.86790400	5.78577600	9.61586720	12.97619520	15.33649920	15.68414240	13.08638240	0.79823480	-2.49235360	-5.28619360	-6.64234560	-6.64234560
0.03660800	0.47796480	1.50437120	3.01502400	6.22785600	9.43818720	12.81072520	15.12317920	15.42062400	0.73570400	-2.53015360	0.11320000	0.11320000	0.11320000
0.04354560	0.22101120	0.73843200	1.72651760	3.45890240	6.04157760	9.38152080	12.77659200	15.04217600	5.97894800	3.69112640	0.69953600	7.63614800	7.63614800
0.01209600	0.07608120	0.29288160	0.78782400	1.76278400	3.42526560	6.02612160	9.35394240	12.75391280	5.83418400	5.37787400	3.86523200	10.39536000	10.39536000
0.00198000	0.01717200	0.08723520	0.30048480	0.79328160	1.75843200	3.42265440	6.02168160	9.35829600	2.75227520	5.83240640	5.17715680	32.15974720	32.15974720

Figura 5.25: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

-6.38696600	-4.77994400	-2.63084800	-1.28240000	-1.36630400	-2.58182400	-3.98075200	-5.20733600	-6.34082400	-16.87699600	-16.86118400	-16.94216800	-16.95200000	-16.95200000
-5.85265600	-2.80415200	1.38414400	3.97400800	3.91811200	1.31186400	-1.86566400	-3.60131200	-5.65952800	-16.35144000	-16.71939200	-16.88283200	-16.98028000	-16.98028000
-5.47436320	-1.34291200	4.36346240	8.28944960	8.51312960	5.56848640	1.81417280	-1.81489600	-4.80131200	-15.94380800	-16.54335200	-16.80574800	-16.83166400	-16.83166400
-5.31798720	-0.64231360	6.85194880	11.86883840	11.98688000	9.84473440	4.72117760	0.28070240	-3.52792800	-15.26944160	-16.22944640	-16.67830240	-16.70782880	-16.70782880
-5.36657280	-0.69118400	6.28467560	12.81738080	13.91456400	11.73121920	1.60377760	2.86809120	-1.60138880	-14.87356400	-15.89102400	-16.37288320	-16.45416820	-16.45416820
-5.46749440	-1.08193560	5.59548000	11.48479040	14.19616640	13.22541920	10.89341440	5.65217120	0.84784960	-12.16983520	-14.48136640	-15.73650000	-15.89972640	-15.89972640
-5.65371520	-1.74434560	4.31480000	9.93553280	13.89968040	13.29622400	11.53887270	8.17018040	3.87768800	-9.58195520	-12.47385440	-14.53563200	-14.69609120	-14.69609120
-5.98302720	-2.03967200	2.58145000	7.71107360	11.86172640	12.18632480	11.70824080	8.94407160	6.66957440	-6.57587200	-9.58065200	-12.50709120	-12.27427520	-12.27427520
-5.28992560	-3.11855640	6.47121920	4.97688880	8.43804640	10.38148480	11.80158940	10.51307360	8.79839840	-3.67216640	-6.76939520	-9.92611840	-7.98897440	-7.98897440
-6.48356800	-4.79487040	1.72884160	1.97861600	5.39813440	7.88449760	9.49468160	10.15520400	9.77118800	-1.47636800	-3.80878720	-6.25918040	-8.08232000	-8.08232000
-6.77323680	-5.86846400	-3.92961280	-1.88187840	2.14074560	5.19441600	7.51552640	9.11208000	9.82153840	-0.13064880	-1.53417920	-3.82606920	9.39971680	9.39971680
-6.94818240	-6.82096000	-5.87165720	-3.78388320	-1.04842240	2.87766080	5.84330400	7.02511440	9.83549600	-0.20157200	-0.34067720	-1.64005440	22.63761600	22.63761600
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000

Figura 5.26: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 2 carros da filial 2 para a filial 1

1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
0E-9	0E-9	0E-8	0E-9	0E-9	0E-8	0E-9	0E-8	0E-9	0E-8	0E-9	-10.0000000000	-10.0000000000	-10.0000000000
0.418348800	1.499883200	3.834864000	5.159635200	5.891745600	4.41590400	3.439756800	2.14984000	1.158459200	-9.314372800	-9.732721600	-9.918654400	-9.918654400	-9.918654400
0.751688000	2.736828800	7.84272320	9.668384000	11.118435200	8.533865600	6.629184000	4.21231680	2.855568000	-4.651188800	-9.458092800	-9.626516800	-9.877134400	-9.877134400
0.898095600	3.373488000	8.82861120	12.635913600	14.928966400	12.535158400	9.598453200	6.32122560	3.684723200	-7.889212000	-9.858917600	-9.638172800	-9.754048000	-9.754048000
0.828957600	3.245688000	8.73861120	13.348425600	16.638192000	14.92319200	12.412176000	8.74737600	5.486912000	-6.746651200	-8.378883200	-9.294784000	-9.473872000	-9.473872000
0.618968000	2.545888000	7.13151360	11.82891200	15.949678400	16.19551840	14.786131200	11.32453120	7.987712800	-4.939235200	-7.188742400	-8.573336000	-8.884617600	-8.884617600
0.381542400	1.666137600	4.80322880	8.92243200	13.727897200	13.40923840	15.888476800	14.13263200	18.939852800	-2.341358400	-5.215568000	-7.289636800	-7.379795200	-7.379795200
0.197164800	0.919851200	2.867984000	5.785776800	9.619672000	12.97619520	15.336499200	15.68414240	13.886382400	0.798238400	-2.492353600	-5.286133600	-4.642345600	-4.642345600
0.183688000	0.477964800	1.54437120	3.315824000	6.127856000	9.43182720	12.877875200	15.12337920	15.423862400	3.726742400	0.715798400	-2.538153600	0.113828800	0.113828800
0.843545600	0.221811200	0.738432000	1.728617600	3.458982400	6.84157760	9.381292800	12.77659200	15.846217600	5.387884800	3.691125400	0.699536800	7.636148800	7.636148800
0.812996800	0.876883200	0.720385168	0.767824000	1.762784000	3.42326560	6.826121600	9.35394240	12.733812800	5.434184800	5.377878400	3.686523200	18.393568000	18.393568000

Figura 5.27: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

-12.85265600	-9.88415200	-5.69585600	-3.82548800	-3.88888880	-5.36813600	-8.96566400	-10.68191200	-12.65952800	-21.35144800	-23.71939200	-23.88283200	-23.98028800	-23.98028800
-12.47436320	-8.34291200	-2.63653760	1.28944960	1.51312960	-1.43951360	-5.18582720	-8.81489960	-11.88131200	-22.94388800	-23.54355200	-23.88574880	-23.83106400	-23.83106400
-12.31790720	-7.64231360	-8.9485120	4.86883840	4.86888880	2.84473440	-2.24882240	-6.78125760	-18.57928800	-22.26941600	-23.22944640	-23.67836240	-23.76782880	-23.76782880
-12.35657600	-7.67911840	-8.71212640	5.81788800	6.31456400	4.79123200	0.66177760	-1.34188800	-8.48818880	-21.87366400	-22.59192400	-23.37286320	-23.45416320	-23.45416320
-12.46749440	-8.88193600	-1.48451200	4.48478040	7.19616640	6.22541920	3.89341440	-1.34782880	-6.85215840	-19.16983520	-21.48136640	-22.73658880	-22.89872640	-22.89872640
-12.65371520	-8.74434560	-2.68592800	2.93553280	6.89989640	6.29622400	4.53887720	1.17815840	-3.12231200	-16.58195520	-19.47385440	-21.53653280	-21.69689120	-21.69689120
-12.98302720	-8.32657280	-4.81584720	0.71197360	4.86872640	5.18823400	4.78812400	2.87457560	-8.33842560	-13.57887200	-18.88867320	-19.58769120	-19.21427520	-19.21427520
-12.28892960	-19.71856640	-6.12878880	-2.82811120	1.43880480	3.38148480	4.98195840	3.51367360	1.75838840	-18.67216640	-13.78939520	-16.92611840	-14.88974400	-14.88974400
-13.48356800	-11.79487840	-8.72884160	-5.82138400	-1.68986560	0.88497600	2.49468160	3.15520480	2.77118880	-8.47663680	-18.88878720	-13.82591840	-7.88293280	-7.88293280
-13.71733960	-12.88884640	-18.92901280	-8.88187840	-4.85225440	-1.88584800	0.51525640	2.11288800	2.82355840	-7.33864800	-8.53417920	-18.82685920	2.39571680	2.39571680
-13.84818240	-13.63299680	-2.67166720	-18.74363120	-8.84422400	-4.92233120	-8.96896800	0.42671440	2.82584960	-7.38818720	-7.34486720	-5.54805440	15.61716960	15.61716960
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000

Figura 5.28: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

Decisão: Transferir 3 carros da filial 2 para a filial 1

1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
0E-9	0E-9	0E-8	0E-9	0E-9	0E-8	0E-9	0E-8	0E-9	-10.0000000000	-10.0000000000	-10.0000000000	-10.0000000000	-10.0000000000
0.418348800	1.499883200	3.834864000	5.159635200	5.891745600	4.41590400	3.439756800	2.14984000	1.158459200	-9.314372800	-9.732721600	-9.918654400	-9.918654400	-9.918654400
0.751688000	2.736828800	7.84272320	9.668384000	11.118435200	8.533865600	6.629184000	4.21231680	2.855568000	-4.651188800	-9.458092800	-9.626516800	-9.877134400	-9.877134400
0.898095600	3.373488000	8.82861120	12.635913600	14.928966400	12.535158400	9.598453200	6.32122560	3.684723200	-7.889212000	-9.858917600	-9.638172800	-9.754048000	-9.754048000
0.828957600	3.245688000	8.73861120	13.348425600	16.638192000	14.92319200	12.412176000	8.74737600	5.486912000	-6.746651200	-8.378883200	-9.294784000	-9.473872000	-9.473872000
0.618968000	2.545888000	7.13151360	11.82891200	15.949678400	16.19551840	14.786131200	11.32453120	7.987712800	-4.939235200	-7.188742400	-8.573336000	-8.884617600	-8.884617600
0.381542400	1.666137600	4.80322880	8.92243200	13.727897200	13.40923840	15.888476800	14.13263200	18.939852800	-2.341358400	-5.215568000	-7.289636800	-7.379795200	-7.379795200
0.197164800	0.919851200	2.867984000	5.785776800	9.619672000	12.97619520	15.336499200	15.68414240	13.886382400	0.798238400	-2.492353600	-5.286133600	-4.642345600	-4.642345600
0.183688000	0.477964800	1.54437120	3.315824000	6.127856000	9.43182720	12.877875200	15.12337920	15.423862400	3.726742400	0.715798400	-2.538153600	0.113828800	0.113828800
0.843545600	0.221811200	0.738432000	1.728617600	3.458982400	6.84157760	9.381292800	12.77659200	15.846217600	5.387884800	3.691125400	0.699536800	7.636148800	7.636148800

Figura 5.29: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 2 (a filial que transfere o carro)

-19.47436320	-15.34291200	-9.63653760	-5.71855840	-5.48687840	-8.49551360	-12.18582720	-15.81489960	-18.88131200	-29.94388800	-30.54335200	-30.88574880	-30.83106400	-30.83106400
-19.31790720	-14.64231360	-7.84851200	-5.83336960	-2.81131200	-4.95555680	-9.24882240	-13.78129760	-17.52792800	-29.28841600	-30.22944640	-30.67836240	-30.76782880	-30.76782880
-19.35657600	-14.67911840	-7.71512640	-1.98211280	-6.86543320	-2.24878880	-6.13822240	-11.13418880	-15.66518880	-28.87366400	-29.59192480	-30.37286320	-30.45416320	-30.45416320
-19.46749440	-15.88193600	-8.48451200	-2.51520960	0.91661480	-8.77458880	-3.98658560	-8.34782880	-13.85215840	-26.16983520	-28.48136640	-29.73658880	-29.89872640	-29.89872640
-19.65371520	-15.74434560	-9.68592800	-4.86467200	-8.98933600	-7.78377680	-2.46197280	-5.82964960	-10.12231200	-23.58195520	-26.47385440	-28.53653280	-28.69689120	-28.69689120
-19.98302720	-16.43987200	-11.41854720	-4.38892640	-2.93172640	-1.83891520	-2.19891920	-4.12954240	-7.33842560	-28.57887200	-23.68867320	-26.58769120	-26.21427520	-26.21427520
-20.28892960	-17.71856640	-13.52878880	-9.82811120	-5.56951520	-2.69881680	-2.98881680	-3.48632640	-5.24868160	-17.67216640	-28.78939520	-23.92611840	-21.88974400	-21.88974400
-20.48356800	-18.79487840	-15.72884160	-12.82138400	-6.68986560	-6.11558240	-4.58531840	-3.84479520	-4.22881920	-15.47663680	-17.88878720	-20.82591840	-14.88293280	-14.88293280
-20.71733280	-19.88884640	-17.92901280	-18.88187840	-11.85292480	-8.88584800	-6.88413680	-4.88712800	-4.17844160	-14.33868480	-15.53417920	-17.82685920	-4.88828320	-4.88828320
-20.84818240	-20.63299680	-19.67166720	-17.74363120	-15.84842240	-11.92233120	-8.96896800	-6.57582560	-4.96515840	-14.28818720	-14.34486720	-11.54885440	8.61716960	8.61716960
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000

Figura 5.30: Matriz R (contribuições) 13x13 correspondente à transferência de 3 carro da filial 2 para a filial 1 correspondente à filial 1 (a filial que recebe o carro)

Todas as matrizes 169x169 P e R que foram calculadas a partir das matrizes 13x13 encontram-se anexadas em ficheiros .csv com o respetivo nome:

P1: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da não transferência de carros

P2: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2

P3: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2

P4: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2

P5: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1

P6: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1

P7: Matriz 169x169 das probabilidades da decisão da transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1

C1: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da não transferência de carros

C2: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 1 carro da filial 1 para a filial 2

C3: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 2 carros da filial 1 para a filial 2

C4: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 3 carros da filial 1 para a filial 2

C5: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 1 carro da filial 2 para a filial 1

C6: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 2 carros da filial 2 para a filial 1

C7: Matriz 169x169 das contribuições da decisão da transferência de 3 carros da filial 2 para a filial 1

Para aceder a estes ficheiros no excel, deve-se clicar em Ficheiro->Importar no excel:



Figura 5.31: Aceder a ficheiros .csv

De seguida escolher "Delimitado":

Assistente de Importações de Texto - Passo 1 de 3

O Assistente de Textos determinou que os dados são Delimitado.

Se estiver correto, selecione "Seguinte" ou selecione o Tipo de Dados que melhor descreve os seus dados.

☒ Delimitado - Os caracteres como vírgulas ou tabulações separam cada campo.
☐ Largura fixa - Os campos estão alinhados em colunas com espaços entre eles.

Iniciar importação na linha: Origem do ficheiro:

Pré-visualização dos dados selecionados:

Pré-visualização do ficheiro /Users/susanamarques/Desktop/src/P1.csv.

1	0.0003052800000000	0.0010939200000000	0.0027984000000000	0.0037651200000000	0.0042993600000000	0.0032224000000000	0.002510080000
2	0.0002956331520000	0.0010689897600000	0.0027445384320000	0.0037345716480000	0.0042824780160000	0.0032564319360000	0.00253258931
3	0.0002655936000000	0.0009817499520000	0.0025518965760000	0.0035855848320000	0.0041993604480000	0.0033455228160000	0.00263671353
4	0.0002117422080000	0.0008125943040000	0.0021639772800000	0.0032224135680000	0.0039561336960000	0.0034523809920000	0.00285145766
5	0.0001462901760000	0.0005896584960000	0.0016293811200000	0.0026272295040000	0.0034784213760000	0.0034400544640000	0.00311103724
6	0.0000871879680000	0.0003715257600000	0.0010764579840000	0.0019054763520000	0.0027798084480000	0.0031708416000000	0.00323661587
7	0.0000449372160000	0.0002032757760000	0.0006224252160000	0.0012187591680000	0.0019841164800000	0.0026212799360000	0.00306598809

Figura 5.32: Aceder a ficheiros .csv

E finalmente assinalar "Vírgula" como delimitador:

Assistente de Importações de Texto - Passo 2 de 3

Este ecrã permite-lhe definir os delimitadores que os seus dados contêm.

Delimitadores

☒ Tabulação
☐ Ponto e vírgula
☒ Vírgula
☐ Espaço
☐ Outro:

☐ Considerar delimitadores consecutivos como um só
 Qualificador de texto:

Pré-visualização dos dados selecionados:

0.0003052800000000	0.0010939200000000	0.0027984000000000	0.0037651200000000	0.0042993600000000	0.0032224000000000	0.002510080000
0.0002956331520000	0.0010689897600000	0.0027445384320000	0.0037345716480000	0.0042824780160000	0.0032564319360000	0.0025325893120
0.0002655936000000	0.0009817499520000	0.0025518965760000	0.0035855848320000	0.0041993604480000	0.0033455228160000	0.0026367135360
0.0002117422080000	0.0008125943040000	0.0021639772800000	0.0032224135680000	0.0039561336960000	0.0034523809920000	0.0028514576640
0.0001462901760000	0.0005896584960000	0.0016293811200000	0.0026272295040000	0.0034784213760000	0.0034400544640000	0.0031110372480
0.0000871879680000	0.0003715257600000	0.0010764579840000	0.0019054763520000	0.0027798084480000	0.0031708416000000	0.0032366158720
0.0000449372160000	0.0002032757760000	0.0006224252160000	0.0012187591680000	0.0019841164800000	0.0026212799360000	0.0030659880960

Figura 5.33: Aceder a ficheiros .csv

5.3 Anexo A3

```
1      public class Main {
2
3
4      public static void main(String[] args) {
5
6          Probability p = new Probability();
7
8          //NAO TRANSFERIR
9          //matrizes nao transferir 13*13 :
10
11         BigDecimal[][] matrix1 = p.matriz_naotransfere_filial1();
12         BigDecimal[][] matrix2 = p.matriz_naotransfere_filial2();
13         //p.print2D(matrix1);
14         //p.print2D(matrix2);
15
16         //169
17         //P1 ->169
18
19         BigDecimal[][][][] P1 = p.calculaProduto(matrix1, matrix2);
20
21
22         //TRANFERE 1 CARRO DA FILIAL 1 PARA 2
23         //matrizes de transferir 1 carro da filial 1 para 2 13*13
24
25         BigDecimal[][] matrix1carro_f1 = p.matriz_transfere1_from_filial(
26             matrix1);
27         BigDecimal[][] matrix1carro_f2 = p.matriz_recebe1_to_filial(
28             matrix2);
29
30         //P2 ->169
31         BigDecimal[][][][] P2 = p.calculaProduto1(matrix1carro_f1,
32             matrix1carro_f2);
33
34         //TRANFERE 2 CARROS DA FILIAL 1 PARA 2
35         //matrizes de transferir 2 carros da filial 1 para 2 13*13
36
37         BigDecimal[][] matrix2carro_f1 = p.matriz_transfere2_from_filial(
38             matrix1);
39         BigDecimal[][] matrix2carro_f2 = p.matriz_recebe2_to_filial(
40             matrix2);
41
42         //P3 ->169
43         BigDecimal[][][][] P3 = p.calculaProduto2(matrix2carro_f1,
44             matrix2carro_f2);
45
46         //TRANFERE 3 CARROS DA FILIAL 1 PARA 2
47         //matrizes de transferir 3 carros da filial 1 para 2 13*13
48
49         BigDecimal[][] matrix3carro_f1 = p.matriz_transfere3_from_filial(
50             matrix1);
51         BigDecimal[][] matrix3carro_f2 = p.matriz_recebe3_to_filial(
52             matrix2);
53
54         //P4 ->169
55         BigDecimal[][][][] P4 = p.calculaProduto3(matrix3carro_f1,
```

```

matrix3carro_f2);
52
53
54 //outras 3 decisoes: filiais ao contr rios
55
56 //TRANFERE 1 CARRO DA FILIAL 2 PARA 1
57 //matrizes de transferir 1 carro da filial 2 para 1 13*13
58
59 BigDecimal[][] matrix1carro_f22 = p.matriz_transfere1_from_filial
(matrix2);
60 BigDecimal[][] matrix1carro_f11 = p.matriz_recebe1_to_filial(
matrix1);
61
62
63 //P5 ->169
64
65 BigDecimal[][][] P5 = p.calculaProduto1(matrix1carro_f22 ,
matrix1carro_f11);
66
67
68 //TRANFERE 2 CARROS DA FILIAL 2 PARA 1
69 //matrizes de transferir 2 carros da filial 1 para 2 13*13
70
71 BigDecimal[][] matrix2carro_f22 = p.matriz_transfere2_from_filial
(matrix2);
72 BigDecimal[][] matrix2carro_f11 = p.matriz_recebe2_to_filial(
matrix1);
73
74 //P6 ->169
75
76 BigDecimal[][][] P6 = p.calculaProduto2(matrix2carro_f22 ,
matrix2carro_f11);
77
78
79 //TRANFERE 3 CARROS DA FILIAL 2 PARA 1
80 //matrizes de transferir 3 carros da filial 1 para 2 13*13
81
82 BigDecimal[][] matrix3carro_f22 = p.matriz_transfere3_from_filial
(matrix2);
83 BigDecimal[][] matrix3carro_f11 = p.matriz_recebe3_to_filial(
matrix1);
84
85 //P7 ->169
86
87 BigDecimal[][][] P7 = p.calculaProduto3(matrix3carro_f22 ,
matrix3carro_f11);
88
89
90 //CUSTOS
91
92
93 //NAO TRANSFERIR
94 //matrizes nao transferir de custos 13*13 :
95
96 BigDecimal[][] matrix11 = p.matriz_naotransfere_filial1_custos();
97 BigDecimal[][] matrix22 = p.matriz_naotransfere_filial2_custos();
98
99
100
101 //C1 ->169
102
103 BigDecimal[][][] C1 = p.calculaProduto(matrix11 , matrix22);

```

```

104
105
106 //TRANFERE 1 CARRO DA FILIAL 1 PARA 2
107 //matrizes de transferir 1 carro da filial 1 para 2 13*13
108
109 BigDecimal[][] matrix1carro_f11_custo = p.
    matriz_transfere1_from_filial_custos(matrix11);
110 BigDecimal[][] matrix1carro_f22_custo = p.
    matriz_recebe1_to_filial_custos(matrix22);
111
112
113 //C2 ->169
114
115 BigDecimal[][][] C2 = p.calculaProduto1a(matrix1carro_f11_custo
    , matrix1carro_f22_custo);
116
117
118 //TRANFERE 2 CARROS DA FILIAL 1 PARA 2
119 //matrizes de transferir 2 carros da filial 1 para 2 13*13
120
121 BigDecimal[][] matrix2carro_f11_custo = p.
    matriz_transfere2_from_filial_custos(matrix11);
122 BigDecimal[][] matrix2carro_f22_custo = p.
    matriz_recebe2_to_filial_custos(matrix22);
123
124 //C3 ->169
125
126 BigDecimal[][][] C3 = p.calculaProduto2a(matrix2carro_f11_custo
    , matrix2carro_f22_custo);
127
128
129 //TRANFERE 3 CARROS DA FILIAL 1 PARA 2
130 //matrizes de transferir 3 carros da filial 1 para 2 13*13
131
132 BigDecimal[][] matrix3carro_f11_custo = p.
    matriz_transfere3_from_filial_custos(matrix11);
133 BigDecimal[][] matrix3carro_f22_custo = p.
    matriz_recebe3_to_filial_custos(matrix22);
134
135 //C4 ->169
136
137 BigDecimal[][][] C4 = p.calculaProduto3a(matrix3carro_f11_custo
    , matrix3carro_f22_custo);
138
139 //outras 3 decisoes: filiais ao contr rios
140
141 //TRANFERE 1 CARRO DA FILIAL 2 PARA 1
142 //matrizes de transferir 1 carro da filial 2 para 1 13*13
143
144 BigDecimal[][] matrix1carro_f222 = p.
    matriz_transfere1_from_filial_custos(matrix22);
145 BigDecimal[][] matrix1carro_f111 = p.
    matriz_recebe1_to_filial_custos(matrix11);
146
147 //C5 ->169
148
149
150 BigDecimal[][][] C5 = p.calculaProduto1a(matrix1carro_f222 ,
    matrix1carro_f111);
151
152
153 //TRANFERE 2 CARROS DA FILIAL 2 PARA 1

```

```

154 //matrizes de transferir 2 carros da filial 1 para 2 13*13
155
156 BigDecimal[][] matrix2carro_f222 = p.
    matriz_transfere2_from_filial_custos(matrix22);
157 BigDecimal[][] matrix2carro_f111 = p.
    matriz_recebe2_to_filial_custos(matrix11);
158
159 //C6 -->169
160
161 BigDecimal[][][] C6 = p.calculaProduto2a(matrix2carro_f222,
    matrix2carro_f111);
162
163
164 //TRANFERE 3 CARROS DA FILIAL 2 PARA 1
165 //matrizes de transferir 3 carros da filial 1 para 2 13*13
166
167 BigDecimal[][] matrix3carro_f222 = p.
    matriz_transfere3_from_filial_custos(matrix22);
168 BigDecimal[][] matrix3carro_f111 = p.
    matriz_recebe3_to_filial_custos(matrix11);
169
170 //C7 -->169
171
172 BigDecimal[][][] C7 = p.calculaProduto3a(matrix3carro_f222,
    matrix3carro_f111);
173
174 //QN=PN . RN
175
176 //todas as matrizes BigDecimal[] s o calculadas pela transposta,
177 // ou seja F[N] a transposta de Fn, QN a transposta de Qn
    ...
178
179
180 BigDecimal[] Q1 = p.calculaQn(P1, C1);
181 BigDecimal[] Q2 = p.calculaQn(P2, C2);
182 BigDecimal[] Q3 = p.calculaQn(P3, C3);
183 BigDecimal[] Q4 = p.calculaQn(P4, C4);
184 BigDecimal[] Q5 = p.calculaQn(P5, C5);
185 BigDecimal[] Q6 = p.calculaQn(P6, C6);
186 BigDecimal[] Q7 = p.calculaQn(P7, C7);
187
188
189 BigDecimal[][] F = new BigDecimal[169][1];
190 BigDecimal[][] D = new BigDecimal[169][1];
191
192
193 F[0] = p.calculaF0();
194
195 //Algoritmo de iteracao do valor
196
197 for (int N = 1; N > 0; N++) {
198
199
200     BigDecimal[] P1_FN = p.calculaPn_Fn(P1, F[N - 1]);
201     BigDecimal[] P2_FN = p.calculaPn_Fn(P2, F[N - 1]);
202     BigDecimal[] P3_FN = p.calculaPn_Fn(P3, F[N - 1]);
203     BigDecimal[] P4_FN = p.calculaPn_Fn(P4, F[N - 1]);
204     BigDecimal[] P5_FN = p.calculaPn_Fn(P5, F[N - 1]);
205     BigDecimal[] P6_FN = p.calculaPn_Fn(P6, F[N - 1]);
206     BigDecimal[] P7_FN = p.calculaPn_Fn(P7, F[N - 1]);
207
208     BigDecimal[] Q1_P1_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q1, P1_FN);

```

```

209 BigDecimal[] Q2_P2_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q2, P2_FN);
210 BigDecimal[] Q3_P3_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q3, P3_FN);
211 BigDecimal[] Q4_P4_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q4, P4_FN);
212 BigDecimal[] Q5_P5_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q5, P5_FN);
213 BigDecimal[] Q6_P6_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q6, P6_FN);
214 BigDecimal[] Q7_P7_FN = p.calculaQn_Pn_Fn(Q7, P7_FN);
215
216
217 F[N] = p.calculaFn(Q1_P1_FN, Q2_P2_FN, Q3_P3_FN, Q4_P4_FN,
Q5_P5_FN, Q6_P6_FN, Q7_P7_FN);
218
219 D[N] = p.calculaDn(F[N], F[N - 1]);
220
221
222 //min- calculo do minimo do vetor D[N];
223 BigDecimal min = BigDecimal.valueOf(10000000);
224 for (int i=0; i<169; i++){
225     if (D[N][i].compareTo(min)<=0) min=D[N][i];
226 }
227
228 //max
229 BigDecimal max = BigDecimal.valueOf(0);
230 for (int i=0; i<169; i++){
231     if (D[N][i].compareTo(max)>=0) max=D[N][i];
232 }
233
234 BigDecimal media = min.add(max).divide(BigDecimal.valueOf(2)
,12,RoundingMode.CEILING);
235
236 //stop algoritmo de itera o
237 if (max.subtract(min).divide(media,12, RoundingMode.CEILING).
compareTo(BigDecimal.valueOf(0.01))<=0) {
238     System.out.println("Minimo: "+min+" Mximo: "+max);
239     System.out.println("N mero de itera es: "+N); int k=0;
240     int j=0;
241     for (int i=0; i<169; i++){
242         if (F[N][i]==Q1_P1_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"N o transferir");
243         if (F[N][i]==Q2_P2_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 1 autom vel da filial 1 para 2");
244         if (F[N][i]==Q3_P3_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 2 autom vel da filial 1 para 2");
245         if (F[N][i]==Q4_P4_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 3 autom vel da filial 1 para 2");
246         if (F[N][i]==Q5_P5_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 1 autom vel da filial 2 para 1");
247         if (F[N][i]==Q6_P6_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 2 autom vel da filial 2 para 1");
248         if (F[N][i]==Q7_P7_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+",
"+j+")"+" : "+"Transferir 3 autom vel da filial 2 para 1");
249         j++; if (j==13) {k++; j=0;}
250     }
251     break;
252 }
253 }
254
255 }
256
257 }
258
259 }

```

Listing 5.1: Main

```

1  public class Probability {
2
3
4      public BigDecimal prob1(int X, int Y) {
5
6          BigDecimal[] A = new BigDecimal[13];
7          BigDecimal[] E = new BigDecimal[13];
8          A[0] = BigDecimal.valueOf(0.0360);
9          E[0] = BigDecimal.valueOf(0.0212);
10         A[1] = BigDecimal.valueOf(0.0620);
11         E[1] = BigDecimal.valueOf(0.0768);
12         A[2] = BigDecimal.valueOf(0.1024);
13         E[2] = BigDecimal.valueOf(0.1508);
14         A[3] = BigDecimal.valueOf(0.1384);
15         E[3] = BigDecimal.valueOf(0.1976);
16         A[4] = BigDecimal.valueOf(0.1444);
17         E[4] = BigDecimal.valueOf(0.1948);
18         A[5] = BigDecimal.valueOf(0.1152);
19         E[5] = BigDecimal.valueOf(0.1528);
20         A[6] = BigDecimal.valueOf(0.0992);
21         E[6] = BigDecimal.valueOf(0.1044);
22         A[7] = BigDecimal.valueOf(0.0868);
23         E[7] = BigDecimal.valueOf(0.0592);
24         A[8] = BigDecimal.valueOf(0.0760);
25         E[8] = BigDecimal.valueOf(0.0228);
26         A[9] = BigDecimal.valueOf(0.0584);
27         E[9] = BigDecimal.valueOf(0.0112);
28         A[10] = BigDecimal.valueOf(0.0488);
29         E[10] = BigDecimal.valueOf(0.0048);
30         A[11] = BigDecimal.valueOf(0.0256);
31         E[11] = BigDecimal.valueOf(0.0020);
32         A[12] = BigDecimal.valueOf(0.0068);
33         E[12] = BigDecimal.valueOf(0.0016);
34
35         BigDecimal res = BigDecimal.valueOf(0.0);
36
37         //Casos clientes satisfeitos e insatisfeitos
38         int s = X;
39         while (s <= 12 && Y != 12) {
40             res = res.add(A[s].multiply(E[Y]));
41             s++;
42         }
43
44         int sd = X;
45         int sf = Y;
46         while ((sd > 0) && (sf > 0)) {
47             res = res.add(E[sf - 1].multiply(A[sd - 1]));
48             sd--;
49             sf--;
50         }
51
52         //caso particular probabilidade P(X12)
53         if (Y == 12 && X > 1) {
54             int ss = X;
55             int g = 0;
56             int sss = X;
57             int f = sss;
58             while (ss > 1) {

```



```

60         sss = f;
61         int w = Y - 1;
62         while (sss > 1) {
63             res = res.add(A[g].multiply(E[w]));
64             sss--;
65             w--;
66         }
67         f--;
68         ss--;
69         g++;
70     }
71 }
72 //caso particular probabilidade P(X12)
73 int p = 0;
74 while (Y == 12 && p <= 12) {
75     res = res.add(A[p].multiply(E[Y]));
76     p++;
77 }
78
79
80     return res;
81 }
82
83
84 public BigDecimal prob2(int X, int Y) {
85
86     BigDecimal[] A = new BigDecimal[13];
87     BigDecimal[] E = new BigDecimal[13];
88     A[0] = BigDecimal.valueOf(0.0316);
89     E[0] = BigDecimal.valueOf(0.0144);
90     A[1] = BigDecimal.valueOf(0.0984);
91     E[1] = BigDecimal.valueOf(0.0516);
92     A[2] = BigDecimal.valueOf(0.1764);
93     E[2] = BigDecimal.valueOf(0.1320);
94     A[3] = BigDecimal.valueOf(0.2144);
95     E[3] = BigDecimal.valueOf(0.1776);
96     A[4] = BigDecimal.valueOf(0.1936);
97     E[4] = BigDecimal.valueOf(0.2028);
98     A[5] = BigDecimal.valueOf(0.1384);
99     E[5] = BigDecimal.valueOf(0.1520);
100    A[6] = BigDecimal.valueOf(0.0820);
101    E[6] = BigDecimal.valueOf(0.1184);
102    A[7] = BigDecimal.valueOf(0.0352);
103    E[7] = BigDecimal.valueOf(0.0740);
104    A[8] = BigDecimal.valueOf(0.0188);
105    E[8] = BigDecimal.valueOf(0.0396);
106    A[9] = BigDecimal.valueOf(0.0084);
107    E[9] = BigDecimal.valueOf(0.0236);
108    A[10] = BigDecimal.valueOf(0.0024);
109    E[10] = BigDecimal.valueOf(0.0092);
110    A[11] = BigDecimal.valueOf(0.0004);
111    E[11] = BigDecimal.valueOf(0.0028);
112    A[12] = BigDecimal.valueOf(0.0000);
113    E[12] = BigDecimal.valueOf(0.0020);
114
115    BigDecimal res = BigDecimal.valueOf(0.0);
116
117    //Casos clientes satisfeitos e insatisfeitos
118    int s = X;
119    while (s <= 12 && Y != 12) {
120        res = res.add(A[s].multiply(E[Y]));
121        s++;

```

```

122     }
123
124     int sd = X;
125     int sf = Y;
126     while ((sd > 0) && (sf > 0)) {
127         res = res.add(E[sf - 1].multiply(A[sd - 1]));
128         sd--;
129         sf--;
130     }
131
132
133     //caso particular probabilidade P(X12)
134     if (Y == 12 && X > 1) {
135         int ss = X;
136         int g = 0;
137         int sss = X;
138         int f = sss;
139         while (ss > 1) {
140             sss = f;
141             int w = Y - 1;
142             while (sss > 1) {
143                 res = res.add(A[g].multiply(E[w]));
144                 sss--;
145                 w--;
146             }
147             f--;
148             ss--;
149             g++;
150         }
151     }
152     //caso particular probabilidade P(X12)
153     int p = 0;
154     while (Y == 12 && p <= 12) {
155         res = res.add(A[p].multiply(E[Y]));
156         p++;
157     }
158
159
160     return res;
161
162 }
163
164 //decisoos
165
166 //matriz 13x13 de probabilidades de n o transfer ncia de
carros-filial1
167 public BigDecimal[][] matriz_naotransfere_filial1() {
168     int rowLen = 13, colLen = 13;
169     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
170     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
171         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
172             matrix[i][j] = prob1(i, j);
173         }
174     }
175
176     return matrix;
177 }
178
179
180 //matriz 13x13 de probabilidades de n o transfer ncia de
carros-filial1
181 public BigDecimal[][] matriz_naotransfere_filial2() {

```

```

182         int rowLen = 13, colLen = 13;
183         BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
184         for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
185             for (int j = 0; j < colLen; j++) {
186                 matrix[i][j] = prob2(i, j);
187             }
188         }
189     }
190
191     return matrix;
192 }
193
194
195 public BigDecimal[][][] calculaProduto(BigDecimal[][] a,
196 BigDecimal[][] b) {
197
198     BigDecimal[][][] result = new BigDecimal[13][13][13];
199
200     int i = 0;
201     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
202         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
203             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
204             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
205                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
206                     result[h][n][k][l] = (a[h][k]).multiply(b[n]
207 ] [l]);
208
209                     s = s.add(result[h][n][k][l]);
210                 }
211             }
212             i++;
213         }
214     }
215     return result;
216 }
217
218 //transforme duas matrizes 13x13 numa matriz 169x169 de
219 //probabilidades numa transferencia de 1 carro
220 //da filial 1 para a filial 2
221
222 // diferente da calculaProduto uma vez que temos que lidar
223 // com os casos da linha 0 na matriz da filial 1
224 // -100000 e a linha 12 da matriz da filial 2 -100000
225 public BigDecimal[][][] calculaProduto1(BigDecimal[][] a,
226 BigDecimal[][] b) {
227
228     BigDecimal[][][] result = new BigDecimal[13][13][13];
229
230     int i = 0;
231     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
232         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
233             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
234             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
235                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
236                     if ((h == 0 && n == 12))
237                         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).
238 multiply(b[n][l])).negate();
239                     else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
240 multiply(b[n][l]);
241
242                     s = s.add(result[h][n][k][l]);
243                 }
244             }
245         }
246     }

```

```

237     }
238
239     }
240 }
241 }
242 return result;
243 }
244
245 //transforme duas matrizes 13x13 numa matriz 169x169 de
246 contribui oes numa transferencia de 1 carro
247 //da filial 1 para a filial 2
248
249 // diferente da calculaProduto uma vez que temos que lidar
250 com os casos da linha 0 na matriz da filial 1
251 // 100000 e a linha 12 da matriz da filial 2 100000
252
253 public BigDecimal[][][][] calculaProduto1a(BigDecimal[][] a,
254 BigDecimal[][] b) {
255
256     BigDecimal[][][][] result = new BigDecimal[13][13][13][13];
257
258     int i = 0;
259     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
260         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
261             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
262             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
263                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
264                     if (h == 0 || n == 12)
265                         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).
266 multiply(b[n][l])).abs();
267                     else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
268 multiply(b[n][l]);
269                     s = s.add(result[h][n][k][l]);
270                 }
271             }
272         }
273     }
274
275     return result;
276 }
277
278 //calcula probabilidades da transferencia de 2 carros
279
280 public BigDecimal[][][][] calculaProduto2(BigDecimal[][] a,
281 BigDecimal[][] b) {
282
283     BigDecimal[][][][] result = new BigDecimal[13][13][13][13];
284
285     int i = 0;
286     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
287         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
288             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
289             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
290                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
291                     if ((h == 0 && n == 12) || (h == 0 && n ==
292 11)
293 || (h == 1 && n == 12) || (h == 1
294 && n == 11))
295                         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).

```

```

291 multiply(b[n][l])).negate();
292         else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
293 multiply(b[n][l]);
294         s = s.add(result[h][n][k][l]);
295     }
296 }
297 i++;
298 }
299 }
300 return result;
301 }
302
303 //calcula contribui oes da transferencia de 2 carros
304
305 public BigDecimal[][][][] calculaProduto2a(BigDecimal[][] a,
306 BigDecimal[][] b) {
307     BigDecimal[][][][] result = new BigDecimal[13][13][13][13];
308
309     int i = 0;
310     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
311         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
312             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
313             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
314                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
315                     if (h == 0 || n == 12 || h == 1 || n == 11)
316                         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).
317 multiply(b[n][l])).abs();
318                     else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
319 multiply(b[n][l]);
320                     s = s.add(result[h][n][k][l]);
321                 }
322             }
323         }
324     }
325
326     return result;
327 }
328
329 //calcula probabilidades da transferencia de 3 carros
330
331 public BigDecimal[][][][] calculaProduto3(BigDecimal[][] a,
332 BigDecimal[][] b) {
333     BigDecimal[][][][] result = new BigDecimal[13][13][13][13];
334
335     int i = 0;
336     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
337         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
338             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
339             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
340                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
341                     if ((h == 0 && n == 12) || (h == 0 && n ==
342 11) || (h == 0 && n == 10) || (h == 1 && n == 12) || (h == 1
343 && n == 11) || (h == 1 && n == 10) || (h == 2 && n == 12) || (h == 2
&& n == 11) || (h == 2 && n == 10))

```

```

344         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).
multiply(b[n][l])).negate();
345     else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
multiply(b[n][l]);
346     s = s.add(result[h][n][k][l]);
347
348     }
349
350     }
351 }
352 }
353
354     return result;
355 }
356
357 //calcula contribui oes da transferencia de 3 carros
358
359 public BigDecimal[][][] calculaProduto3a(BigDecimal[][] a,
BigDecimal[][] b) {
360
361     BigDecimal[][][] result = new BigDecimal[13][13][13];
362
363     int i = 0;
364     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
365         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
366             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
367             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
368                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
369                     if (h == 0 || n == 12 || h == 1 || n == 11
|| h == 2 || n == 10)
370
371                         result[h][n][k][l] = ((a[h][k]).
multiply(b[n][l])).abs();
372                     else result[h][n][k][l] = (a[h][k]).
multiply(b[n][l]);
373                     s = s.add(result[h][n][k][l]);
374                 }
375             }
376         }
377     }
378
379     return result;
380 }
381
382
383 //transferir 1 carro da filial 1 para 2
384
385
386 public BigDecimal[][] matriz_transfere1_from_filial(BigDecimal
[][] a) {
387     int rowLen = 13, colLen = 13;
388     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
389     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
390         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
391             if (i == 0) {
392                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
393             }
394             //shift
395             else matrix[i][j] = a[i - 1][j];
396         }
397     }
398 }

```

```

399     }
400
401     return matrix;
402 }
403
404 public BigDecimal[][] matriz_recebe1_to_filial(BigDecimal[][] a
405 ) {
406     int rowLen = 13, colLen = 13;
407     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
408     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
409         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
410             if (i == 12) {
411                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
412             }
413             //shift
414             else matrix[i][j] = a[i + 1][j];
415         }
416     }
417
418     return matrix;
419 }
420
421 //transferir 2 carros da filial 1 para 2
422
423 public BigDecimal[][] matriz_transfere2_from_filial(BigDecimal
424 [][] a) {
425     int rowLen = 13, colLen = 13;
426     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
427     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
428         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
429             if (i == 0) {
430                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
431             } else if (i == 1) {
432                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
433             }
434             //shift
435             else matrix[i][j] = a[i - 1][j];
436         }
437     }
438
439     return matrix;
440 }
441
442 public BigDecimal[][] matriz_recebe2_to_filial(BigDecimal[][] a
443 ) {
444     int rowLen = 13, colLen = 13;
445     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
446     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
447         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
448             if (i == 12) {
449                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
450             } else if (i == 11) {
451                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
452             }
453             //shift
454             else matrix[i][j] = a[i + 2][j];
455         }
456     }
457
458     return matrix;

```

```

458     }
459
460     //transferir 3 carros da filial 1 para 2
461
462     public BigDecimal[][] matriz_transfere3_from_filial(BigDecimal
463     [][] a) {
464         int rowLen = 13, colLen = 13;
465         BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
466         for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
467             for (int j = 0; j < colLen; j++) {
468                 if (i == 0 || i == 1 || i == 2) {
469                     matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
470                 }
471                 //shift
472                 else matrix[i][j] = a[i - 3][j];
473             }
474         }
475
476         return matrix;
477     }
478
479     public BigDecimal[][] matriz_recebe3_to_filial(BigDecimal[][] a
480     ) {
481         int rowLen = 13, colLen = 13;
482         BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
483         for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
484             for (int j = 0; j < colLen; j++) {
485                 if (i == 12 || i == 11 || i == 10) {
486                     matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(-1000000);
487                 }
488                 //shift
489                 else matrix[i][j] = a[i + 3][j];
490             }
491         }
492
493         return matrix;
494     }
495
496     //CUSTOS
497
498     public BigDecimal custo1(int X, int Y) {
499
500         BigDecimal[] A = new BigDecimal[13];
501         BigDecimal[] E = new BigDecimal[13];
502         A[0] = BigDecimal.valueOf(0.0360);
503         E[0] = BigDecimal.valueOf(0.0212);
504         A[1] = BigDecimal.valueOf(0.0620);
505         E[1] = BigDecimal.valueOf(0.0768);
506         A[2] = BigDecimal.valueOf(0.1024);
507         E[2] = BigDecimal.valueOf(0.1508);
508         A[3] = BigDecimal.valueOf(0.1384);
509         E[3] = BigDecimal.valueOf(0.1976);
510         A[4] = BigDecimal.valueOf(0.1444);
511         E[4] = BigDecimal.valueOf(0.1948);
512         A[5] = BigDecimal.valueOf(0.1152);
513         E[5] = BigDecimal.valueOf(0.1528);
514         A[6] = BigDecimal.valueOf(0.0992);
515         E[6] = BigDecimal.valueOf(0.1044);
516         A[7] = BigDecimal.valueOf(0.0868);

```



```

518     E[7] = BigDecimal.valueOf(0.0592);
519     A[8] = BigDecimal.valueOf(0.0760);
520     E[8] = BigDecimal.valueOf(0.0228);
521     A[9] = BigDecimal.valueOf(0.0584);
522     E[9] = BigDecimal.valueOf(0.0112);
523     A[10] = BigDecimal.valueOf(0.0488);
524     E[10] = BigDecimal.valueOf(0.0048);
525     A[11] = BigDecimal.valueOf(0.0256);
526     E[11] = BigDecimal.valueOf(0.0020);
527     A[12] = BigDecimal.valueOf(0.0068);
528     E[12] = BigDecimal.valueOf(0.0016);
529
530     BigDecimal res = BigDecimal.valueOf(0.0);
531
532     //Casos clientes satisfeitos e insatisfeitos
533     int s = X;
534     int ff = X;
535     if (Y > 8) res = res.add(BigDecimal.valueOf(-10));
536     while (s <= 12 && Y != 12) {
537         res = res.add(A[s].multiply(E[Y]).multiply(BigDecimal.
valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(ff)));
538         s++;
539     }
540
541     int sd = X;
542     int sf = Y;
543     while ((sd > 0) && (sf > 0)) {
544         res = res.add(E[sf - 1].multiply(A[sd - 1]).multiply(
BigDecimal.valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf((sd - 1))))
;
545
546         sd--;
547         sf--;
548     }
549
550
551     //caso particular probabilidade P(X12)
552     if (Y == 12 && X > 1) {
553         int ss = X;
554         int g = 0;
555         int sss = X;
556         int f = sss;
557         while (ss > 1) {
558             sss = f;
559             int w = Y - 1;
560             while (sss > 1) {
561                 res = res.add(A[g].multiply(E[w]).multiply(
BigDecimal.valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(g)));
562                 sss--;
563                 w--;
564             }
565             f--;
566             ss--;
567             g++;
568         }
569     }
570     //caso particular probabilidade P(X12)
571     int p = 0;
572     while (Y == 12 && p <= 12) {
573         res = res.add(A[p].multiply(E[Y]).multiply(BigDecimal.
valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(X)));
574         p++;

```

```

575     }
576
577
578     return res;
579
580 }
581
582
583 public BigDecimal custo2(int X, int Y) {
584
585     BigDecimal[] A = new BigDecimal[13];
586     BigDecimal[] E = new BigDecimal[13];
587     A[0] = BigDecimal.valueOf(0.0316);
588     E[0] = BigDecimal.valueOf(0.0144);
589     A[1] = BigDecimal.valueOf(0.0984);
590     E[1] = BigDecimal.valueOf(0.0516);
591     A[2] = BigDecimal.valueOf(0.1764);
592     E[2] = BigDecimal.valueOf(0.1320);
593     A[3] = BigDecimal.valueOf(0.2144);
594     E[3] = BigDecimal.valueOf(0.1776);
595     A[4] = BigDecimal.valueOf(0.1936);
596     E[4] = BigDecimal.valueOf(0.2028);
597     A[5] = BigDecimal.valueOf(0.1384);
598     E[5] = BigDecimal.valueOf(0.1520);
599     A[6] = BigDecimal.valueOf(0.0820);
600     E[6] = BigDecimal.valueOf(0.1184);
601     A[7] = BigDecimal.valueOf(0.0352);
602     E[7] = BigDecimal.valueOf(0.0740);
603     A[8] = BigDecimal.valueOf(0.0188);
604     E[8] = BigDecimal.valueOf(0.0396);
605     A[9] = BigDecimal.valueOf(0.0084);
606     E[9] = BigDecimal.valueOf(0.0236);
607     A[10] = BigDecimal.valueOf(0.0024);
608     E[10] = BigDecimal.valueOf(0.0092);
609     A[11] = BigDecimal.valueOf(0.0004);
610     E[11] = BigDecimal.valueOf(0.0028);
611     A[12] = BigDecimal.valueOf(0.0000);
612     E[12] = BigDecimal.valueOf(0.0020);
613
614     BigDecimal res = BigDecimal.valueOf(0.0);
615
616     //Casos clientes satisfeitos e insatisfeitos
617     int s = X;
618     int ff = X;
619     if (Y > 8) res = res.add(BigDecimal.valueOf(-10));
620     while (s <= 12 && Y != 12) {
621         res = res.add(A[s].multiply(E[Y]).multiply(BigDecimal.
valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(ff)));
622         s++;
623     }
624
625
626     int sd = X;
627     int sf = Y;
628     while ((sd > 0) && (sf > 0)) {
629         res = res.add(E[sf - 1].multiply(A[sd - 1]).multiply(
BigDecimal.valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf((sd - 1))))
;
630         sd--;
631         sf--;
632     }
633

```

```

634
635 //caso particular probabilidade P(X12)
636 if (Y == 12 && X > 1) {
637     int ss = X;
638     int g = 0;
639     int sss = X;
640     int f = sss;
641     while (ss > 1) {
642         sss = f;
643         int w = Y - 1;
644         while (sss > 1) {
645             res = res.add(A[g].multiply(E[w]).multiply(
BigDecimal.valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(g)));
646             sss--;
647             w--;
648         }
649         f--;
650         ss--;
651         g++;
652     }
653 }
654 //caso particular probabilidade P(X12)
655 int p = 0;
656 while (Y == 12 && p <= 12) {
657     res = res.add(A[p].multiply(E[Y]).multiply(BigDecimal.
valueOf(30)).multiply(BigDecimal.valueOf(X)));
658     p++;
659 }
660
661
662 return res;
663
664 }
665
666 public BigDecimal[][] matriz_naotransfere_filial1_custos() {
667     int rowLen = 13, colLen = 13;
668     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
669     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
670         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
671             matrix[i][j] = custo1(i, j);
672         }
673     }
674 }
675
676 return matrix;
677 }
678
679 public BigDecimal[][] matriz_naotransfere_filial2_custos() {
680     int rowLen = 13, colLen = 13;
681     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
682     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
683         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
684             matrix[i][j] = custo2(i, j);
685         }
686     }
687 }
688 return matrix;
689 }
690
691
692 //transferir 1 carro da filial 1 para 2
693

```

```

694 public BigDecimal[][] matriz_transfere1_from_filial_custos(
        BigDecimal[][] a) {
695     int rowLen = 13, colLen = 13;
696     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
697     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
698         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
699             if (i == 0) {
700                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(1000000);
701             }
702             //shift
703             else matrix[i][j] = (a[i - 1][j]);
704         }
705     }
706     return matrix;
707 }
708
709 public BigDecimal[][] matriz_recebe1_to_filial_custos(
        BigDecimal[][] a) {
710     int rowLen = 13, colLen = 13;
711     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
712     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
713         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
714             if (i == 12) {
715                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(1000000);
716             }
717             //shift
718             else matrix[i][j] = a[i + 1][j].add(BigDecimal.
719                 valueOf(-7));
720         }
721     }
722     return matrix;
723 }
724
725 //transferir 2 carros da filial 1 para 2
726
727 public BigDecimal[][] matriz_transfere2_from_filial_custos(
        BigDecimal[][] a) {
728     int rowLen = 13, colLen = 13;
729     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
730     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
731         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
732             if (i == 0 || i == 1) {
733                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(1000000);
734             }
735             //shift
736             else matrix[i][j] = a[i - 2][j];
737         }
738     }
739     return matrix;
740 }
741
742 public BigDecimal[][] matriz_recebe2_to_filial_custos(
        BigDecimal[][] a) {
743     int rowLen = 13, colLen = 13;
744     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
745     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
746         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
747             if (i == 12) {
748                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(1000000);
749             }
750             //shift
751             else matrix[i][j] = a[i + 2][j].add(BigDecimal.
752                 valueOf(-7));
753         }
754     }
755     return matrix;
756 }

```

```

751         for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
752             for (int j = 0; j < colLen; j++) {
753                 if (i == 12 || i == 11) {
754                     matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(1000000);
755                 }
756                 //shift
757                 else matrix[i][j] = a[i + 2][j].add(BigDecimal.
valueOf(-14));
758             }
759         }
760     }
761
762     return matrix;
763 }
764
765 //transferir 3 carros da filial 1 para 2
766
767 public BigDecimal[][] matriz_transfere3_from_filial_custos(
BigDecimal[][] a) {
768     int rowLen = 13, colLen = 13;
769     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
770     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
771         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
772             if (i == 0 || i == 1 || i == 2) {
773                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(100000);
774             }
775             //shift
776             else matrix[i][j] = a[i - 3][j];
777         }
778     }
779
780     return matrix;
781 }
782
783 public BigDecimal[][] matriz_recebe3_to_filial_custos(
BigDecimal[][] a) {
784     int rowLen = 13, colLen = 13;
785     BigDecimal[][] matrix = new BigDecimal[rowLen][colLen];
786     for (int i = 0; i < rowLen; i++) {
787         for (int j = 0; j < colLen; j++) {
788             if (i == 12 || i == 11 || i == 10) {
789                 matrix[i][j] = BigDecimal.valueOf(100000);
790             }
791             //shift
792             else matrix[i][j] = a[i + 3][j].add(BigDecimal.
valueOf(-21));
793         }
794     }
795
796     return matrix;
797 }
798
799 }
800
801 public BigDecimal[] calculaQn(BigDecimal[][][][] a, BigDecimal
[][][] b) {
802     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
803
804     int i = 0;
805     for (int h = 0; h < a.length; h++) {

```

```

808         for (int n = 0; n < b.length; n++) {
809             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
810             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
811                 for (int l = 0; l < b.length; l++) {
812                     s = s.add(a[h][n][k][l].multiply(b[h][n][k
]][l]));
813
814                 }
815             }
816             result[i++] = s;
817         }
818     }
819     return result;
820 }
821
822
823
824 public BigDecimal[] calculaF0() {
825
826     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
827
828     for (int i = 0; i < 169; i++) {
829         result[i] = BigDecimal.valueOf(0);
830     }
831     return result;
832 }
833
834
835 public BigDecimal[] calculaPn_Fn(BigDecimal[][][] a,
BigDecimal[] b) {
836
837     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
838
839     int i = 0;
840     int j = 0;
841     for (int h = 0; h < a.length; h++) {
842         for (int n = 0; n < a.length; n++) {
843             BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0.0);
844             j = 0;
845             for (int k = 0; k < a.length; k++) {
846                 for (int l = 0; l < a.length; l++) {
847                     s = s.add(a[h][n][k][l].multiply(b[j++]));
848                 }
849             }
850             result[i++] = s;
851         }
852     }
853     return result;
854 }
855
856
857 public BigDecimal[] calculaQn_Pn_Fn(BigDecimal[] a, BigDecimal
[] b) {
858
859     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
860
861     for (int i = 0; i < 169; i++) {
862         result[i] = a[i].add(b[i]);
863     }
864     return result;
865 }
866

```

```

867 public BigDecimal[] calculaFn(BigDecimal[] a, BigDecimal[] b,
868   BigDecimal[] c, BigDecimal[] d, BigDecimal[] e, BigDecimal[] f,
869   BigDecimal[] g) {
870
871     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
872
873     for (int i = 0; i < 169; i++) {
874       BigDecimal s = BigDecimal.valueOf(0);
875       if (s.compareTo(a[i]) < 0) s = a[i];
876       if (s.compareTo(b[i]) < 0) s = b[i];
877       if (s.compareTo(c[i]) < 0) s = c[i];
878       if (s.compareTo(d[i]) < 0) s = d[i];
879       if (s.compareTo(e[i]) < 0) s = e[i];
880       if (s.compareTo(f[i]) < 0) s = f[i];
881       if (s.compareTo(g[i]) < 0) s = g[i];
882
883       result[i] = s;
884     }
885     return result;
886 }
887
888 public BigDecimal[] calculaDn(BigDecimal[] a, BigDecimal[] b) {
889
890     BigDecimal[] result = new BigDecimal[169];
891
892     for (int i = 0; i < 169; i++) {
893       result[i] = a[i].subtract(b[i]);
894     }
895     return result;
896 }
897 }

```

Listing 5.2: Classe Probability onde estão todas as funções chamadas na Main

5.4 Anexo A4

```
//para o algoritmo de iteração
if(max.subtract(min).divide(media, scale: 12, RoundingMode.CEILING).compareTo(BigDecimal.valueOf(0.01))<=0) {
    System.out.println("Mínimo: "+min+" Máximo: "+max);
    System.out.println("Número de interações: "+N); int k=0; int j=0;
    for(int i=0; i<169; i++){
        if(F[N][i]==01_P1_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Não transferir");
        if(F[N][i]==02_P2_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2");
        if(F[N][i]==03_P3_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2");
        if(F[N][i]==04_P4_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2");
        if(F[N][i]==05_P5_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 1 automóvel da filial 2 para 1");
        if(F[N][i]==06_P6_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 2 automóvel da filial 2 para 1");
        if(F[N][i]==07_P7_FN[i]) System.out.println("Estado: (" +k+", "+j+")" : "+Transferir 3 automóvel da filial 2 para 1");
        j++; if(j==13) {k++; j=0;}
    }

    break;
}
}
```

Figura 5.34: Input que irá gerar os seguintes resultados:

55

Número de interações: 12

Figura 5.35: Número de interações

Mínimo: 279.59941716478535406242671254660156709460356491106

Figura 5.36: Mínimo

Máximo: 281.4915949570837732652851097548829432216

Figura 5.37: Máximo


```
Estado: (0,0) : Não transferir
Estado: (0,1) : Não transferir
Estado: (0,2) : Não transferir
Estado: (0,3) : Não transferir
Estado: (0,4) : Não transferir
Estado: (0,5) : Não transferir
Estado: (0,6) : Não transferir
Estado: (0,7) : Não transferir
Estado: (0,8) : Não transferir
Estado: (0,9) : Não transferir
Estado: (0,10) : Não transferir
Estado: (0,11) : Não transferir
Estado: (0,12) : Não transferir
Estado: (1,0) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,1) : Não transferir
Estado: (1,2) : Não transferir
Estado: (1,3) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,4) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,5) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,6) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,7) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,8) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,9) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,10) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (1,11) : Não transferir
Estado: (1,12) : Não transferir
Estado: (2,0) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,1) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,2) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,3) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,4) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,5) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
```

Figura 5.38: Política ótima de transferência diária entre as filiais

```

Estado: (2,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,7) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,8) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,9) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,10) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (2,12) : Não transferir
Estado: (3,0) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,1) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,2) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,3) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,4) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,5) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,6) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (3,12) : Não transferir
Estado: (4,0) : Não transferir
Estado: (4,1) : Não transferir
Estado: (4,2) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,3) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,4) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,5) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,6) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (4,12) : Não transferir
Estado: (5,0) : Não transferir
Estado: (5,1) : Não transferir
Estado: (5,2) : Não transferir

```

Figura 5.39: Política óptima de transferência diária entre as filiais

```
Estado: (5,3) : Não transferir
Estado: (5,4) : Não transferir
Estado: (5,5) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,6) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (5,12) : Não transferir
Estado: (6,0) : Não transferir
Estado: (6,1) : Não transferir
Estado: (6,2) : Não transferir
Estado: (6,3) : Não transferir
Estado: (6,4) : Não transferir
Estado: (6,5) : Não transferir
Estado: (6,6) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (6,12) : Não transferir
Estado: (7,0) : Não transferir
Estado: (7,1) : Não transferir
Estado: (7,2) : Não transferir
Estado: (7,3) : Não transferir
Estado: (7,4) : Não transferir
Estado: (7,5) : Não transferir
Estado: (7,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (7,12) : Não transferir
```

Figura 5.40: Política óptima de transferência diária entre as filiais

```

Estado: (7,12) : Não transferir
Estado: (8,0) : Não transferir
Estado: (8,1) : Não transferir
Estado: (8,2) : Não transferir
Estado: (8,3) : Não transferir
Estado: (8,4) : Não transferir
Estado: (8,5) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,7) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (8,12) : Não transferir
Estado: (9,0) : Não transferir
Estado: (9,1) : Não transferir
Estado: (9,2) : Não transferir
Estado: (9,3) : Não transferir
Estado: (9,4) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,5) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,7) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (9,12) : Não transferir
Estado: (10,0) : Não transferir
Estado: (10,1) : Não transferir
Estado: (10,2) : Não transferir
Estado: (10,3) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,4) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,5) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,7) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2

```

Figura 5.41: Política óptima de transferência diária entre as filiais

```
Estado: (10,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (10,12) : Não transferir
Estado: (11,0) : Não transferir
Estado: (11,1) : Não transferir
Estado: (11,2) : Não transferir
Estado: (11,3) : Não transferir
Estado: (11,4) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,5) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,6) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,11) : Transferir 1 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (11,12) : Não transferir
Estado: (12,0) : Não transferir
Estado: (12,1) : Não transferir
Estado: (12,2) : Não transferir
Estado: (12,3) : Não transferir
Estado: (12,4) : Não transferir
Estado: (12,5) : Não transferir
Estado: (12,6) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (12,7) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (12,8) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (12,9) : Transferir 3 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (12,10) : Transferir 2 automóvel da filial 1 para 2
Estado: (12,11) : Não transferir
Estado: (12,12) : Não transferir
```

Figura 5.42: Política óptima de transferência diária entre as filiais