Universidade do Minho

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

Trabalho Pratico - Grupo 35

84656 - Hugo Cunha

86268 - Maria Pires

84167 - Susana Marques

16 de outubro de 2019

Conteúdo

1 | Questão 1

1.1 Modelo de programação linear

Neste trabalho pretende-se determinar o circuito, ou conjunto de circuitos, em que todos os arcos de um grafo são percorridos, pelo menos uma vez, minimizando a distância total percorrida.

Para resolver este problema recorremos ao grafo conexo e direccionado G = (V,A), onde A corresponde ao conjunto de arcos e cij é o peso associado à distancia entre os vértices i e j,$\forall(i,j) \in A$.

A distancia assume-se sempre positiva.

Para calcular o caminho mais curto partindo do vértice inicial definido no enunciado, ter-se-a que encontrar a árvore de caminhos mais curtos no Grafo G associando a cada vértice o seu peso e um fator multiplicativo correspondente ao número de vezes que foi percorrido.

O número usado para determinação do sentido das ruas foi 86268.

A = 8 B=6 C=2 D=6 E=8

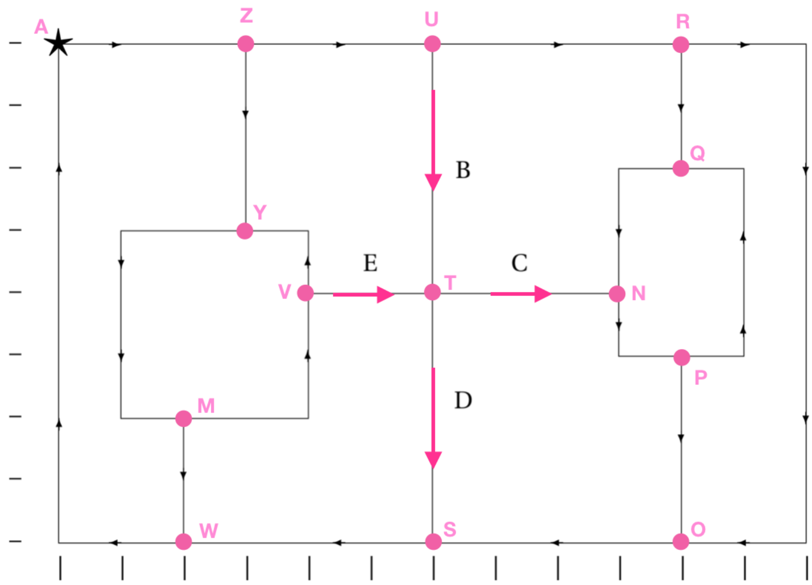


Figura 1.1: Sentido das ruas

1.1.1 Parâmetros

Cij - comprimento do arco

1.1.2 Variáveis de Decisão:

Xij - a quantidade de vezes que se percorre o arco i j onde o i corresponde ao vértice de entrada e j ao de saída.

1.1.3 Função Objetivo:

minz = 3*xAZ + 3*xZY + 6*xYM + 2*xMW + 4*xMV + 2* xVY + 4*xUT + 2*xVT + 4* xTS + 4* xUR + 2*xRQ + 3*xQN + 3*xTN + 2*xNP + 5*xPQ + 3*xPO +4*xOS + 4*xSW + 10* xWA + 3* xZU +12* xRO

1.1.4 Restrições:

xAZ = xWA;
xZY = xAZ - xZU;
xZU = xAZ - xZY;
xYM = xZY + xVY;
xMW = xYM - xMV;
xMV = xYM - xMW;
xVY = xMV - xVT;
xUT = xZU - xUR;
xVT = xMV - xVY;
xTS = xVT + xUT - xTN;
xUR = xZU - xUT;
xRQ = xUR - xRO;
xQN = xRQ + xPQ;
xTN = xVT + xUT - xTS;
xNP = xTN + xQN;
xPQ = xNP - xPO;
xPO = xNP - xPQ;
xOS = xRO + xPO;
xSW = xOS + xTS;
xWA = xSW + xMW;
xZU = xAZ - xZY;

xZU>=1;
xUR>=1;
xUT>=1;
xAZ>=1;
xZY>=1;
xYM>=1;
xMW>=1;

xMV>=1;
xVY>=1;
xVT>=1;
xTS>=1;
xRQ>=1;
xQN>=1;
xTN>=1;
xNP>=1;
xPQ>=1;
xPO>=1;
xOS>=1;
xSW>=1;
xWA>=1;
xRO>=1;

As **variáveis de decisão** foram escolhidas tendo em conta o percurso do veículo, este percorre um conjunto de ruas com distancias distintas, que correspondem aos arcos do grafo usado.

As **restrições** garantem que todas as ruas são percorridas pelo camião pelo menos uma vez, de modo a recolher todos os sacos existentes, conforme o sentido da rua.

A **função objectivo** permite relacionar a distancia, em centímetros, que correspondem proporcionalmente a um comprimento inteiro, como indicado no enunciado, das ruas com o número de vezes que são percorridas (variável de decisão) de modo a minimizar a distância percorrida.

2 | Ficheiro de input

Source | Matrix | Options | Result

```
/* Objective function */
min: 3*xAZ + 3*xZY + 6*xYM + 2*xMW + 4*xMV + 2* xVY + 4*xUT + 2*xVT + 4* xTS + 4* xUR + 2*xRQ + 3*xQN + 3*xTN +
2*xNP + 5*xPQ + 3*xPO +4*xOS + 4*xSW + 10* xWA + 3* xZU +12* xRO;

```

Figura 2.1

```
/* Variable bouns */
xAZ = xWA;
xZY = xAZ - xZU;
xZU = xAZ - xZY;
xYM = xZY + xVY;
xMW = xYM - xMV;
xMV = xYM - xMW;
xVY = xMV - xVT;
xUT = xZU - xUR;
xVT = xMV - xVY;
xTS = xVT + xUT - xTN;
xUR = xZU - xUT;
xRQ = xUR - xRO;
xQN = xRQ + xPQ;
xTN = xVT + xUT - xTS;
xNP = xTN + xQN;
xPQ = xNP - xPO;
xPO = xNP - xPQ;
xOS = xRO + xPO;
xSW = xOS + xTS;
xWA = xSW + xMW;
xZU = xAZ - xZY;

```

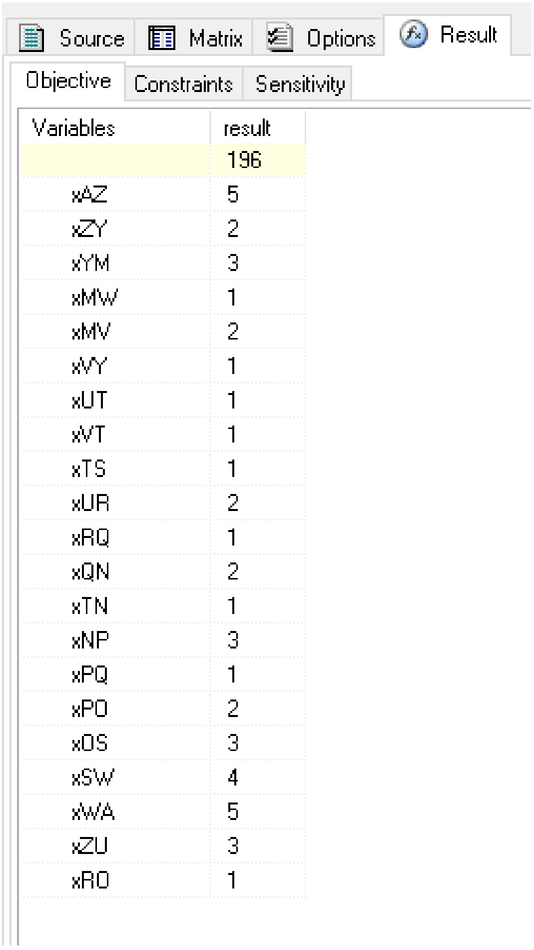
```

xZU>=1;
xUR>=1;
xUT>=1;
xAZ>=1;
xZY>=1;
xYM>=1;
xMW>=1;
xMV>=1;
xVY>=1;
xVT>=1;
xTS>=1;
xRQ>=1;
xQN>=1;
xTN>=1;
xNP>=1;
xPQ>=1;
xPO>=1;
xOS>=1;
xSW>=1;
xWA>=1;
xRO>=1;

```

Figura 2.2

3 Ficheiro de output



Variables	result
	196
xAZ	5
xZY	2
xYM	3
xMW	1
xMV	2
xVY	1
xUT	1
xVT	1
xTS	1
xUR	2
xRQ	1
xQN	2
xTN	1
xNP	3
xPQ	1
xPO	2
xOS	3
xSW	4
xWA	5
xZU	3
xRO	1

Figura 3.1

4 | Solução Ótima

O custo de percorrer todas as ruas segundo o caminho ótimo é 196 centímetros, que correspondem proporcionalmente a um comprimento inteiro, como indicado no enunciado.

Apresentam-se de seguida, dividido em 5 percursos para facilitar a visualização, o percurso total ótimo. Estas podem ser percorridas por qualquer ordem.

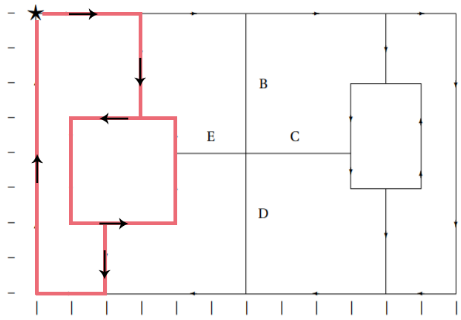


Figura 4.1

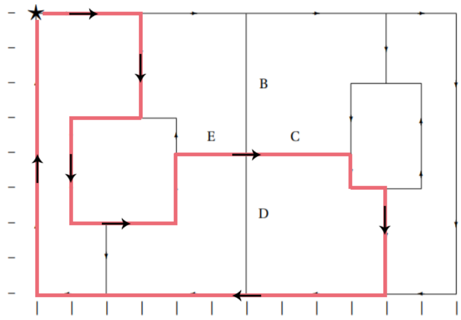


Figura 4.2

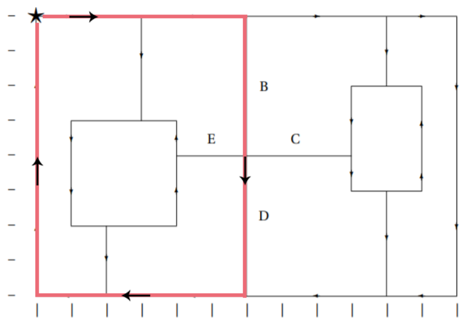


Figura 4.3

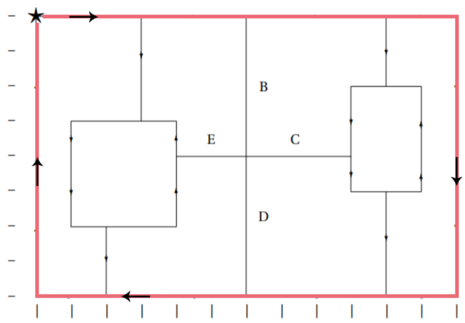


Figura 4.4

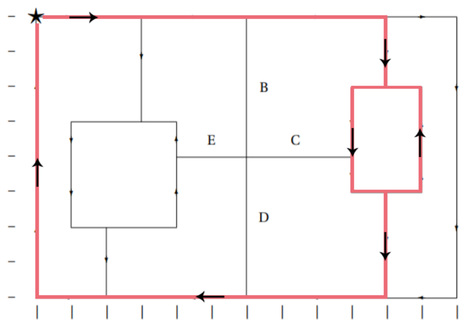


Figura 4.5

5 | Validação do modelo

Para validarmos o modelo tivemos em atenção dois pontos: o grau de entrada em cada vértice ser igual ao grau de saída, respeitando todas as restrições, o que implica passar pelo menos uma vez em cada arco e obter o custo mínimo em função do peso e a substituição dos valores das variáveis de decisão pelo valor que toma na solução ótima do lp_solve.

Depois desta substituição a função objetivo fica:

minz = 3*5 + 3*2 + 6*3 + 2*1 + 4*2 + 2* 1 + 4*1 + 2*1 + 4* 1 + 4* 2 + 2*1 + 3*2 + 3*1 + 2*3 + 5*1 + 3*2 +4*3 + 4*4 + 10* x5 + 3* 3 +12* 1

minz = 196, o que confirma o resultado obtido com o lp_solve.

Assim concluímos que com este modelo é possível apresentar uma solução ótima para um problema de recolha de lixo por um veículo onde as ruas têm todas um único sentido desde que o grafo usado para representar o problema seja um grafo fortemente ligado, ou seja se existir um caminho de qualquer vértice para qualquer outro vértice do grafo.