Potencjał grawitacyjny

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 4\pi G \rho(x)$$

$$u(0) = -5$$

$$u(3) = -4$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x \in [0, 1] \\ 10^{11} & \text{dla} \quad x \in (1, 2] \\ 0 & \text{dla} \quad x \in (2, 3] \end{cases}$$

1. Wyprowadzenie sformułowania wariacyjnego

$$u''(x) = 4\pi G \rho(x)$$

$$\int_0^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} v(x)\, dx = 4\pi G \rho(x)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} v \Big|_0^3 - \int_0^3 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x}\, dx = \int_0^3 4\pi G \rho v\, dx$$

Przyjmujemy, że

$$v(0) = v(3) = 0$$

więc:

$$\underbrace{-\int_0^3 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x}\, dx}_{B(u,v)} = \underbrace{\int_0^3 4\pi G \rho v\, dx}_{L(v)}$$

Aby przyjęty warunek był zgodny:

$$u = u^* - 5e_0 - 4e_n$$

$$B(u^*, v) = L(v) + 5B(e_0, v) + 4B(e_n, v)$$