## 0.1. Trigésima clase

Tenemos el doblete de campo escalar;

$$\vec{\Phi} = \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix} \tag{0.1.1}$$

En donde, $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathbb{C}$, tal que;

$$\vec{\Phi}(x) \to \vec{\Phi}(x)' = U(x)\Phi(x), \quad U(x) \in SU(2) \text{ Fundamental} \tag{0.1.2}$$

Se define la derivada covairante como;

$$D_\mu \vec{\Phi} = \partial_\mu \vec{\Phi} + g_{YM} A_\mu^A T_A \vec{\Phi} \tag{0.1.3}$$

En donde las matrices $T_A = \frac{\sigma_A}{2}$ Si:

$$A_\mu A'_\mu = U A_\mu U^{-1} + \frac{i}{g_{YM}} \partial_\mu U U^{-1} \tag{0.1.4}$$

Entonces;

$$D_\mu \vec{\Phi} \to \left( D_\mu \vec{\Phi} \right)' = U \left( D_\mu \vec{\Phi} \right) \tag{0.1.5}$$

Ahora para;

$$(D_\mu \Phi)^+ = \partial_\mu \Phi^+ - i g_{YM} \Phi^+ A_\mu A_\mu^A T_A$$
$$(D_\mu \Phi)^+ \to (D_\mu \Phi)^{+\,\prime} = (D_\mu \Phi) U^{-1}$$

Luego, el Lagrangeano;

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L} &= (D_\mu \Phi)^+ (D^\mu \Phi) \\
&= \left(\partial_\mu \Phi^+ - i g_{YM} A_\mu\right) (\partial^\mu \Phi + i g_{YM} A^\mu \Phi) \\
&= \partial_\mu \Phi^+ \partial^\mu \Phi + i g_{YM} \left[\partial_\mu \Phi^+ A^\mu \Phi - \Phi^+ A_\mu \partial^\mu \Phi\right] + g_{YM}^2 \Phi^+ A_\mu A^\mu \Phi
\end{aligned}$$

El primer término del Lagrangeano es del tipo, $\partial_\mu \varphi_1^* \partial^\mu \varphi_1 + \partial_\mu \varphi_2^* \partial^\mu \varphi_2$. Luego, el segundo término es algo más complicado.

### 0.1.1. Field strengh no-abeliano:

Hacemos la cuenta del conmutador de las derivadas covariantes sobre un $\Phi$;

$$\begin{aligned}
[D_\mu, D_\nu] \Phi &= D_\mu (D_\nu \Phi) - D_\nu (D_\mu \Phi) \\
&= \partial_\mu (D_\nu \Phi) + i g_{YM} A_\mu D_\nu \Phi - (\nu \leftrightarrow \mu) \\
&= \partial_\mu (\partial_\nu \Phi + i g_{YM} A_\nu \Phi) + i g_{YM} A_\mu (\partial_\nu \Phi + i g_{YM} A_\nu \Phi) - (\nu \leftrightarrow \mu) \\
&= \partial_\mu \partial_\nu \Phi + i g_{YM} \partial_\mu A_\nu \Phi + i g_{YM} A_\nu \partial_\mu \Phi + i g_{YM} A_\mu \partial_\nu \Phi - g_{YM}^2 A_\mu A_\nu \Phi \\
&- \partial_\nu \partial_\mu \Phi - i g_{YM} \partial_\nu A_\mu \Phi - i g_{YM} A_\mu \partial_\nu \Phi - i g_{YM} A_\nu \partial_\mu \Phi + g_{YM}^2 A_\nu A_\mu \Phi
\end{aligned}$$

Con lo cual , después de cancelar los términos;

$$[D_\mu, D_\nu] \Phi = i g_{YM} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g_{YM} (A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu)) \Phi$$

El tensor de Field strengh está dado por;

$$\mathbb{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbb{A}_\nu - \partial_\nu \mathbb{A}_\mu + i g_{YM} [A_\mu, A_\nu] \tag{0.1.6}$$