

Спекл-фотометрия или как увидеть невидимое

Сутурин Даниил

Май 2023

Аннотация

В данной работе исследуется явление дифракции когерентного излучения - лазерного излучения - на случайно-неоднородных объектах. Рассматриваются спекл-картины в отраженных от неоднородной поверхности и в проходящих через рассеиватель лучах. Определяются размеры неровностей ресеивателя. И визуализируются изменения поверхности рассеивателя путем сравнения спекл-картин до и после внесения изменений.

Введение

Спеклы - явление интерференции когерентного излучения при отражении от шероховатой поверхности. Отраженные лучи имеют случайное распределение амплитуд и сдвига фаз. Интерференционная картина носит также случайный характер, имея вид зернистого пятна (Рис. 1). Зерна - результат интерференции случайных волн, пришедших в фазе. Статистический анализ случайной картины позволяет получать информацию о статистических свойствах рассеивателя и излучения. Также можно фиксировать изменение рассеивающей поверхности по изменению спекл-картины, так как для каждого рассеивателя своя структура спекл-картины, которая чрезвычайно чувствительна к любым изменениям системы, в чем мы в данной работе и убедимся.

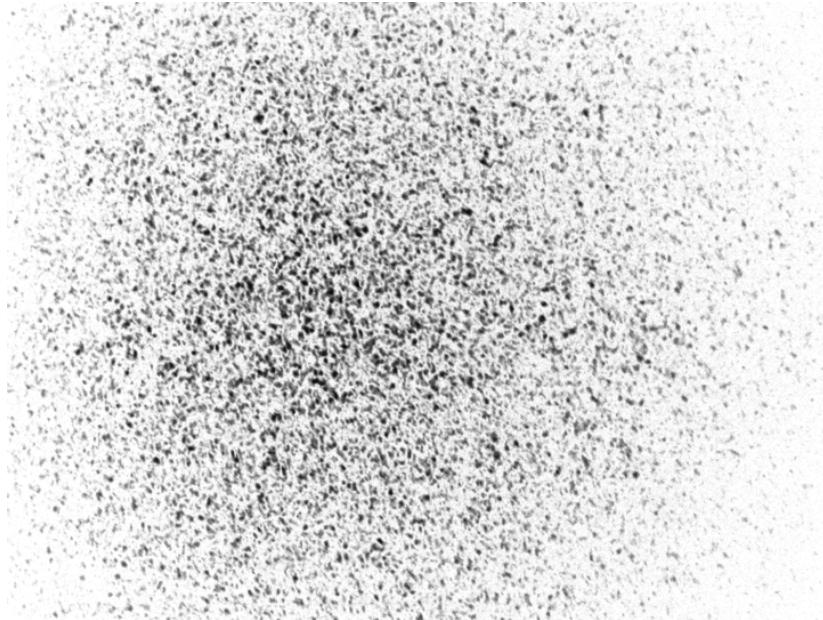


Рис. 1: Общий вид спекл-картины

Теоретические сведения

Функция корреляции

Рассмотрим основные выводы из теории формирования спектральной картины при рассеянии на матовой пластинке. Поверхность пластиинки обработана не идеально (Рис. 2) - имеются впадины и выпуклости относительно некоторого реперного уровня (Рис. 3)

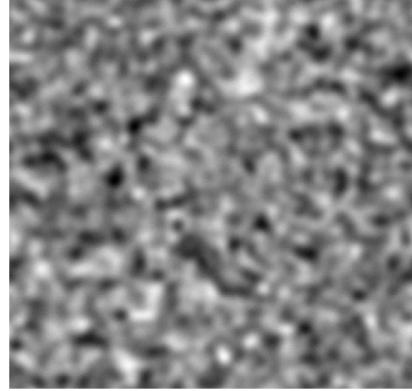


Рис. 2: Поверхность матовой пластиинки. Светлые и темные области - выпуклости и впадины соответственно

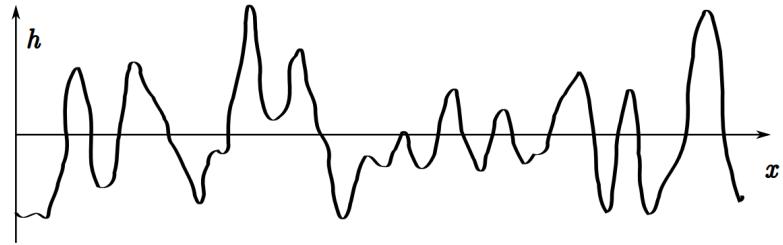


Рис. 3: Профиль поверхности рассеивателя

Для описания неровностей поверхности рассеивателя можем ввести функцию неровности $h(x,y)$. Это случайная величина - далее СВ - от двух координат, которая характеризует величину смещения точки поверхности от реперного уровня.

Введем функцию корреляции $\psi_h(\vec{\rho})$ для $h(x,y) = h(\vec{r})$:

$$\psi_h(\vec{\rho}) = \langle h(\vec{r}) \cdot h(\vec{r} + \vec{\rho}) \rangle - \langle h(\vec{r}) \rangle^2 \quad (1)$$

В качестве приближения для корреляционной функции $\psi_h(\vec{\rho})$ выберем нормальное распределение:

$$\psi_h(\rho) = \sigma_h^2 e^{-\frac{\rho^2}{\rho_h^2}} \quad (2)$$

где ρ_h - характерное расстояние уменьшения $\psi_h(\rho)$ в e раз.

При прохождении волны через пластиинку волны набирает разность фаз ϕ :

$$\phi = knh - kh = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)h \quad (3)$$

Видим, что ϕ - новая СВ, являющаяся функцией h . Тогда корреляционная функция $\psi_\phi(\vec{\rho})$ имеет вид:

$$\psi_\phi(\vec{\rho}) = \langle \phi(\vec{r}) \cdot \phi(\vec{r} + \vec{\rho}) \rangle = \sigma_\phi^2 e^{-\frac{\rho^2}{\rho_h^2}}$$

При небольших смещениях ρ :

$$\psi_\phi(\rho) \approx \sigma_\phi^2 \left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_h}\right)^2\right), \quad \sigma_\phi^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(n-1)^2 \sigma_h^2 \quad (4)$$

После прохождения пластиинки волна имеет амплитуду: $E(\vec{r}) = E_0 e^{i\phi(\vec{r})}$. Расчитаем корреляционную функцию фазового множителя для комплексной амплитуды:

$$\psi_\phi(\vec{\rho}) = \langle e^{i[\phi(\vec{r}+\vec{\rho})-\phi(\vec{r})]} \rangle = e^{-\frac{\rho^2}{\rho_\phi^2}} \quad (5)$$

Так как ϕ и h зависимые СВ, то $\psi_\phi(\vec{\rho})$ имеет тоже гауссово распределение.

Для оценки радиуса корреляции ρ_ϕ разложи в ряд по степеням ρ выражение для функции корреляции фазового множителя для комплексной амплитуды (5), получим с учетом (4):

$$1 - \sigma_\phi^2 \frac{\rho^2}{\rho_h^2} = 1 - \frac{\rho^2}{\rho_h^2} \quad (6)$$

Тогда выражение для ρ_ϕ имеет вид:

$$\rho_\phi = \frac{\rho_h}{\sigma_\phi} = \frac{\rho_h \lambda}{2\pi(n-1)\sigma_h} \quad (7)$$

Введя параметр шероховатости поверхности ζ :

$$\zeta = \frac{\sigma_h}{\rho_h} \quad (8)$$

мы получим выражения для радиуса корреляции фазового множителя в виде:

$$\rho_\phi = \frac{\lambda}{2\pi(n-1)\zeta}$$

Распределение интенсивности света в пучке лазерного излучения описывается гауссовой кривой:

$$I_L(\vec{r}) = I_0 e^{-\frac{r^2}{\rho_L^2}} \quad (9)$$

По мере следования лазерного пучка происходит его расширение, линза может изменить размер пучка, но не меняет гауссову форму.

Рассмотрим ход луча от матовой пластиинки до экрана или матрицы фотокамеры, фиксирующей спекл-картину (Рис. 4) Формирование спекл-картины происходит в дальней зоне, тогда

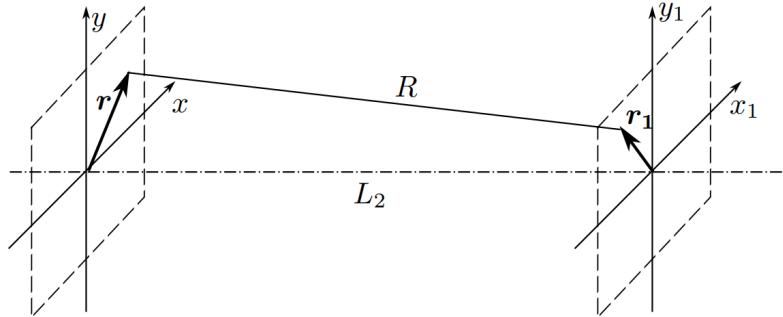


Рис. 4: Ход луча, рассеянного на пластиинке, до экрана

воспользовавшись приближением вида:

$$R = L_2 + \frac{r^2 + r_1^2}{2L_2} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_1}{L_2}$$

Интеграл Френеля в дальней зоне имеет вид:

$$E(\vec{r}_1) \propto e^{i\frac{\pi r_1^2}{\lambda L_2}} \iint_S E(x, y) e^{i\phi(\vec{r})} e^{i\frac{\pi r^2}{2\lambda L_2}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda L_2}(\vec{r} \cdot \vec{r}_1)} dx dy$$

Нас интересует корреляционная функция $\psi_E(\vec{\rho}) = \langle E(\vec{r}_1)E^*(\vec{r}_1') \rangle$

$$\psi_E(\vec{\rho}) \propto \iint_{-\infty}^{\infty} E(\vec{r})E(\vec{r}') \langle e^{i[\phi(\vec{r})-\phi(\vec{r}')]}\rangle e^{i\frac{\pi}{\lambda L_2}(r^2-r'^2)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda L_2}[\vec{r}\cdot\vec{r}_1-\vec{r}'\cdot\vec{r}_1']} d\vec{r} d\vec{r}',$$

где $\vec{r}_1' = \vec{\rho} + \vec{r}_1$, а $\vec{r}' = \vec{\rho} + \vec{r}$

С учетом (5), (9) и пренебрегая квадратичным фазовым множителем при L_2 , мы получаем оценку для модулю функции корреляции поля:

$$|\psi_E(\vec{\rho})| \propto \left| \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{r^2}{\rho_L^2}} e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')^2}{\rho_\phi^2}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda L_2}[\vec{r}\cdot\vec{r}_1-\vec{r}'\cdot\vec{r}_1']} d\vec{r} d\vec{r}' \right| \quad (10)$$

Так как формирование спекл-картины происходит в дальней зоне, то выполняются условия дифракции Фраунгофера. Спекл-картина устойчива, при удалении экрана расстояния между спектлами и сами спектлы увеличиваются, однако новых не появляется.

Индикатриса рассеяния

Интенсивность спекл-картины на экране убывает радиально - в центре картины спектлов больше и они ярче. Индикатриса - зависимость относительной интенсивности спектлов от углового смещения от центра картины.

Радиусом индикарисы ρ_i назовем линейный размер смещения от центра картины, где интенсивность уменьшится в e раз (Рис. 5)

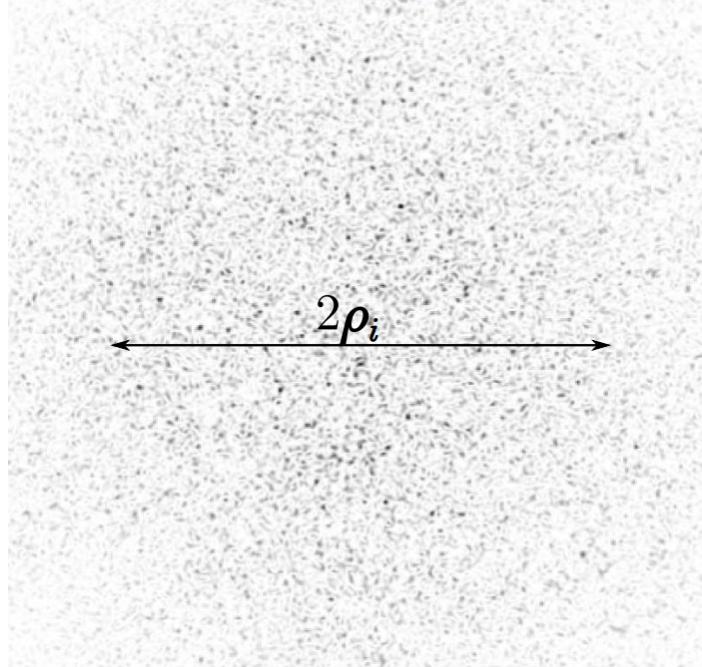


Рис. 5: Общий вид спекл-картины с радиусом индикатрисы

Оценим ρ_i . Угловое расхождение пучка лазерного излучения после прохождения матовой пластиинки: $\theta_\phi \approx \frac{\lambda}{\rho_\phi}$, тогда положив в выражении (10) $\vec{r}_1 = \vec{r}_1'$, мы получим:

$$\rho_i = \frac{\lambda}{\pi\rho_\phi} L_2 \quad (11)$$

Из выражения (7) получим:

$$\zeta = \frac{\rho_i}{2L_2(n-1)} \quad (12)$$

То есть по измерению радиуса индикатрисы и геометрических размеров установки, мы можем оценить характерную шероховатость поверхности рассеивателя.

Функция корреляции интенсивности спекл-картины

Характер распределения интенсивности излучения в пределах одного спекла тоже носит экспоненциальный характер - интенсивность спадает от центра к периферии крупного спекла (Рис. 6)

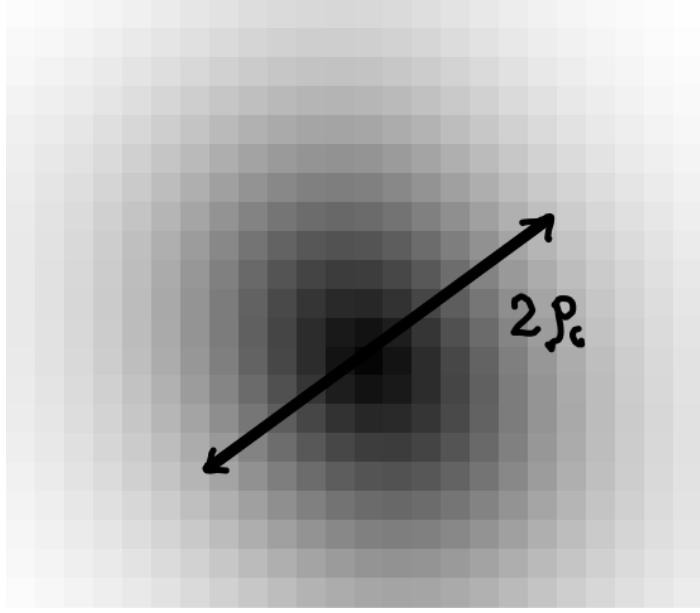


Рис. 6: Крупномасштабное изображение спекла

Функция корреляции интенсивности в пределах одного спекла описывается гауссовой кривой:

$$\psi_I(\rho) \approx e^{-\frac{\rho^2}{\rho_c^2}}, \quad (13)$$

где ρ_c - средний размер спекла.

Согласно (10) при $\vec{\rho} = \vec{r} - \vec{r}'$, $\vec{r}' = 0$ получим, что:

$$\psi_I(\rho) = |\psi_E(\rho)|^2 = e^{-\frac{2\pi^2\rho_L^2}{\lambda^2 L_2^2} \rho^2}$$

Тогда радиус корреляции спекл-картины равен:

$$\rho_c = \frac{\lambda L_2}{\sqrt{2}\pi\rho_L} \quad (14)$$

Функция распределения интенсивности спекл-картины

Так как значение напряженности поля в конкретной точке экрана есть суперпозиция многих волн, идущих от неровностей матовой пластинки, то принимая напряженность в качестве СВ, мы согласно центральной предельной теореме получим нормальное распределение поля на экране. Тогда вероятность того, что на данную точку экрана попадет волна с амплитудой от $|E|$ до $|E| + d|E|$ равна:

$$W(|E|)d|E| \approx |E|e^{-\frac{|E|^2}{I_0}} d|E|$$

Функция распределения вероятности для спекл-картины:

$$dP(I) = W(I)dI = \frac{1}{I_0} e^{-\frac{I}{I_0}} dI, \quad (15)$$

где I_0 - среднее значение интенсивности по всей спекл-картине.

Экспериментальная установка

В данной работе было проведено две серии измерений. Первая серия измерения заключалась в изучении спекл-картины в проходящем свете и оценке размеров неровностей рассеивателя и размеров лазерного пучка, принципиальная схема представлена на рисунке 7

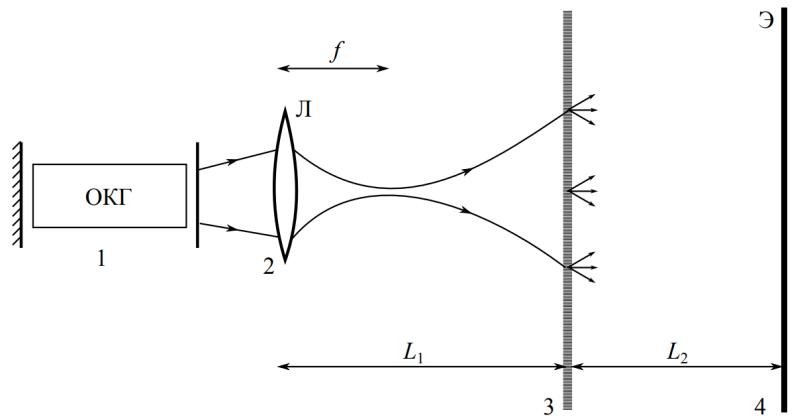


Рис. 7: Принципиальная схема экспериментальной установки: 1 - лазер, 2 - линза, 3 - рассеиватель, 4 - фотокамера

Во второй серии измерений исследовалась спекл-картина в отраженных лучах от разных поверхностей: бумага, стена, покрытая известью и стекло. Получались изображения спекл-картины до и после внесения изменений в поверхность рассеивателя. Далее с помощью простешего алгоритма фотографии обрабатывались, делались контрастнее и инвертировались для визуализации внесенного изменения. Экспериментальная установка представлена на рисунке 8

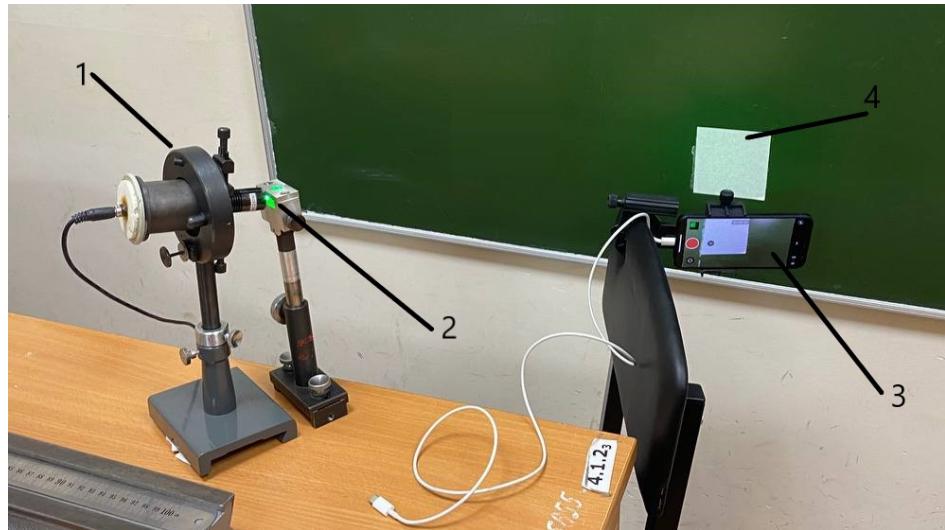


Рис. 8: Принципиальная схема экспериментальной установки: 1 - лазер, 2 - рассеиватель, 3 - фотокамера, 4 - образец, на поверхность которого вносится изменение

Результаты измерений и обработки данных

Первая серия измерений

Приведем результаты измерений в таблице 1 при фиксированном расстоянии от камеры до матовой пластинки $L_2 = 20\text{ mm}$ и двух значениях расстояния от линзы до матового стекла. Видим,

L_1, mm	L_2, mm	Радиус индикаторы, мм	Шероховатость	Размер неоднородности, μm	Размер пикселя фотокамеры, μm
20	20	2.3	0.1	1.2	4.7
30	20	2.4	0.1	1.2	4.7

Таблица 1: Радиус индикаторы и параметры рессеивателя

что характерный размер неровностей порядка микрометра, то есть спектр-картина черезвычайно чувствительна к любым даже самым маленьким неровностям рассеивателя. Данное обстоятельство, находит применение для бесконтактной оценки качества образца на конвейерных линиях. С очередного образца снимается спектр-картина и программно сравнивается с заранее полученным шаблоном хорошего образца. В случае сильного несоответствия образец отбраковывается.

Приведем зависимость интенсивности спектр-картины в области центра и соответствующую кривую нормального распределения, полученную по усреднению по интенсивности (Рис. 9) По

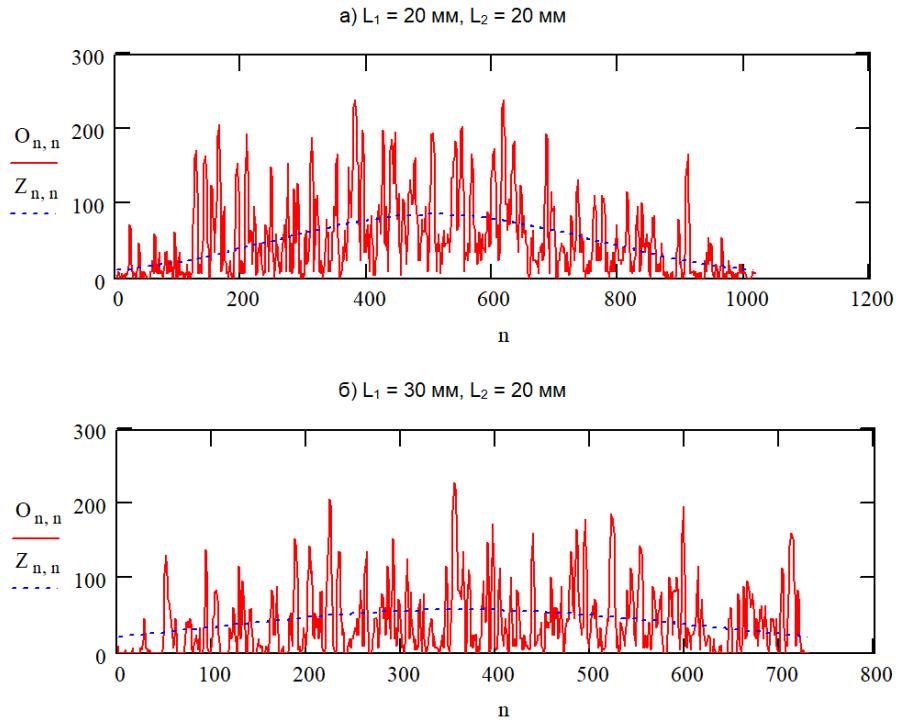


Рис. 9: Распределение интенсивности по пикселям в центральной области спектр-картины

горизонтальной оси откладывается номер пикселя, принимающий то или иное значение интенсивности, по вертикальной оси - безразмерное значение интенсивности пикселя, измеряемое от 0 до 255.

Приведем результат измерений радиуса корреляции - размера отдельного спектра - при разных конфигурациях оптической системы (Табл. 2)

L_1, mm	20	20	20	20	30	30	30	30
L_2, mm	20	40	60	80	20	40	60	80
Радиус корреляции, μm	19±2	33±2	47±2	61±2	14±2	28±2	38±2	38±2

Таблица 2: Радиус корреляции

Видим, что с ростом расстояния от рассеивателя до фотокамеры, размер спеклов увеличивается.

Согласно выражению (14):

$$\rho_c = \frac{\lambda L_2}{\sqrt{2\pi}\rho_L}$$

график зависимости $\rho_c(L_2)$ должен иметь линейный вид. Построим соответствующие зависимости (Рис. 10) для двух значений L_1 и по угловому коэффициенту наклона определим характерный радиус лазерного пучка (Табл. 3)

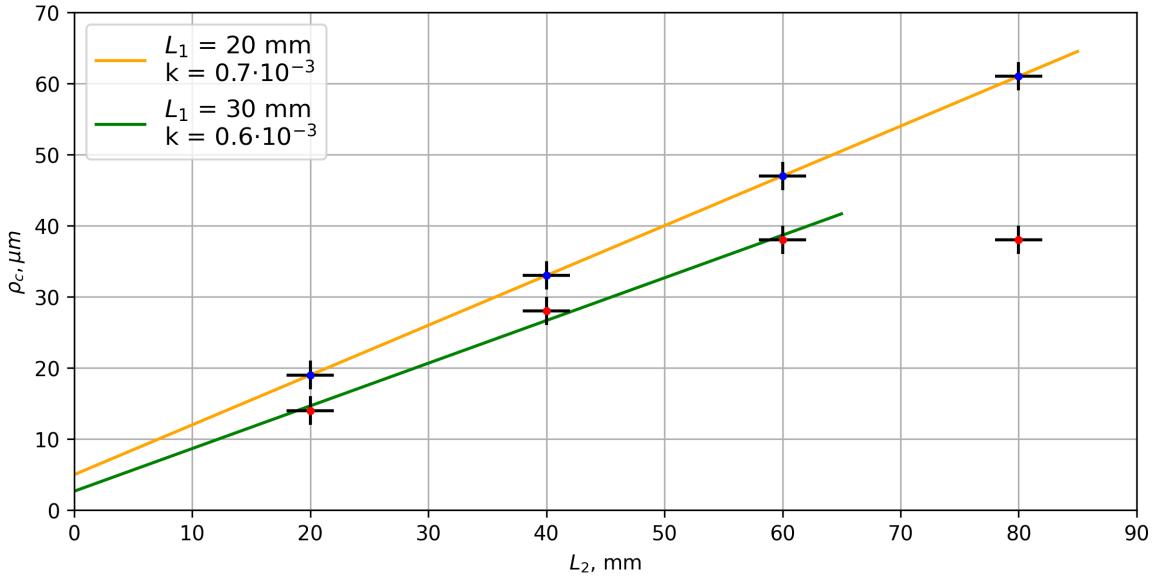


Рис. 10: Зависимость радиуса корреляции ρ_c от расстояния L_2 между пластинкой и фотокамерой

$L_1 = 20 \text{ mm}$	$L_1 = 30 \text{ mm}$
$\rho_L = (200 \pm 1) \mu\text{m}$	$\rho_L = (230 \pm 1) \mu\text{m}$

Таблица 3: Радиус лазерного пучка

В данной серии измерений лазер был красного цвета с длиной волны $\lambda = 630 \text{ nm}$

Вторая серия измерений

Теперь, когда мы понимаем, что спектр картина чувствительна к изменениям поверхности рассеивателя размером порядка $\sigma_h \sim 1\mu m$, мы можем фиксировать изменения поверхности, невидимые невооруженным глазом. "Разрешающая" способность спектр-картины высока, возможность визуализировать изменение теперь зависит от разрешающей способности фотоприемника.

Посмотрим на регистрацию изменения поверхности рассеивателя для разных образцов.

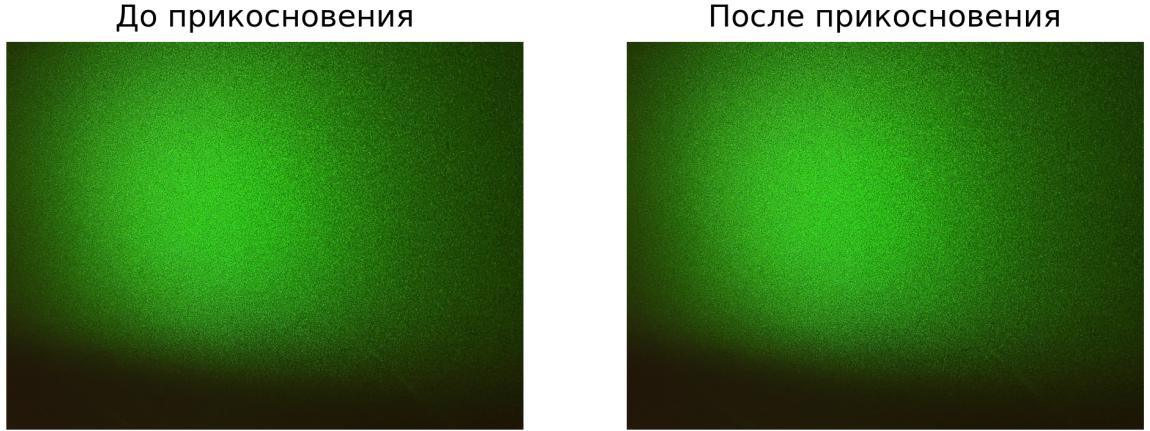


Рис. 11: Фотография поверхности стены. До и после прикосновения

Никаких видимых изменений нет, ни в лучах лазера, ни в рассеянном свете. Однако изменения были внесены - прикосновение пальцем к стене. Посмотрим на результат вычитания изображений попиксельно на рисунке 12

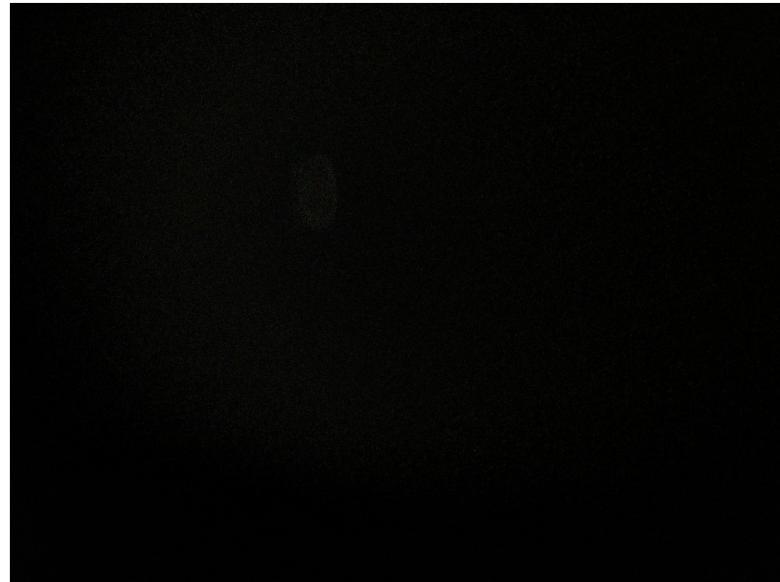


Рис. 12: Результат вычитания изображений

Картинка довольно тусклая. Инвертируем ее и сделаем как можно контрастнее (Рис. 13)

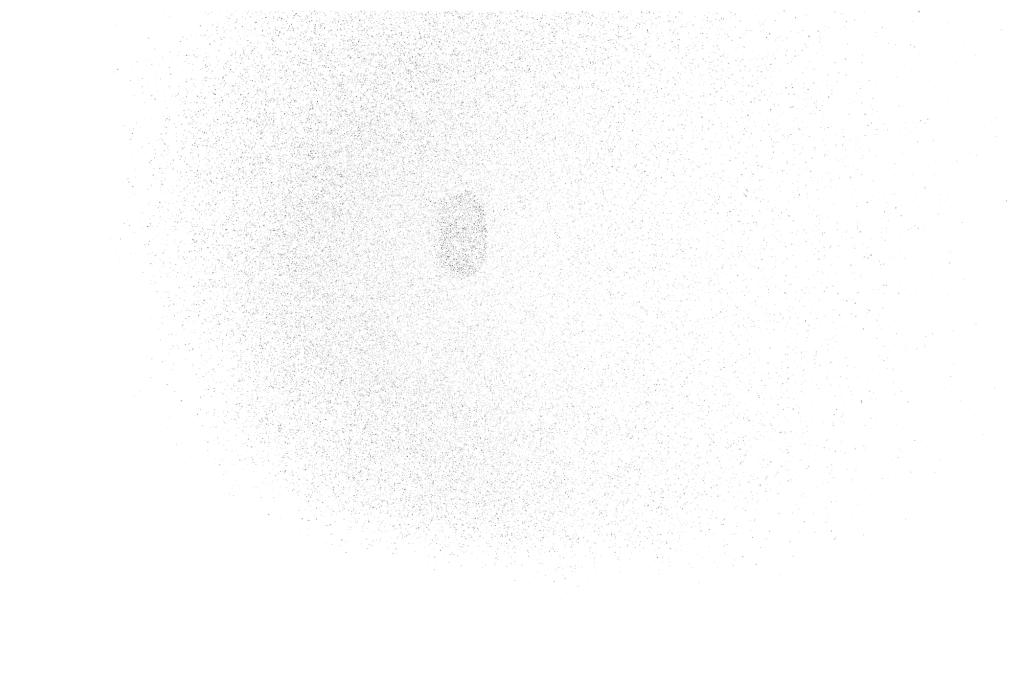


Рис. 13: Результат обработки (стена)

Приведем еще некоторые результаты регистрации изменения поверхности рассеивателя:

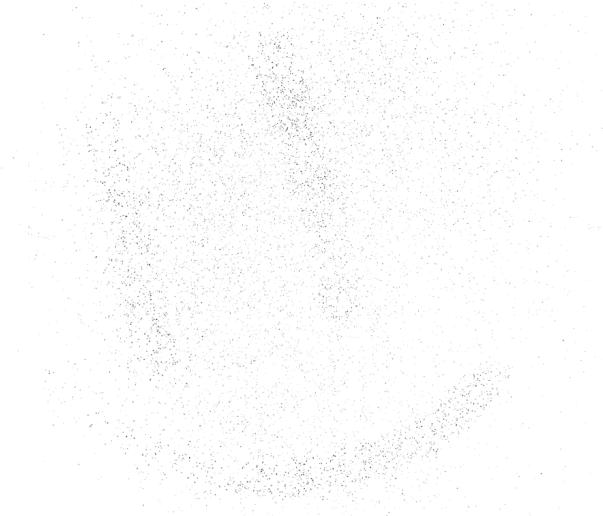
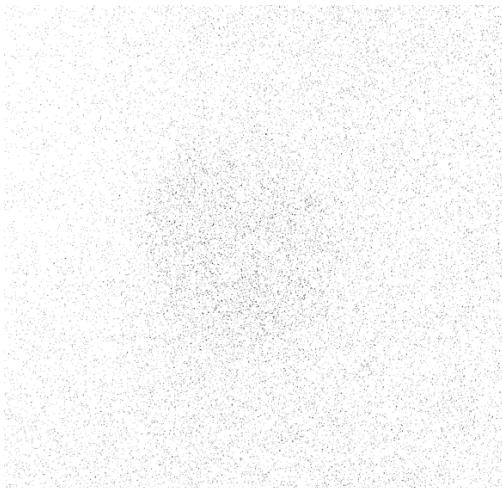


Рис. 14: Результат обработки (стена)



Отпечаток пальца



Надпись

Рис. 15: Результаты обработки (бумага)



Рис. 16: Результат обработки (бумага)



Рис. 17: Листочек, проходивший испытания, не имеет видимых невооруженным глазом изменений, говорящих о том, как именно изменялась поверхность

Также были проведены попытки отобразить изменения поверхности стекла, однако контрастность изображения даже после обработки слишком низкая и тяжело рассмотреть изменения поверхности, если не прикладывать достаточные усилия, чтобы, например, оставить отпечаток пальца (Рис. 17) В нижней части у основания еле различимо потемнее, соответствующее прикосновению.

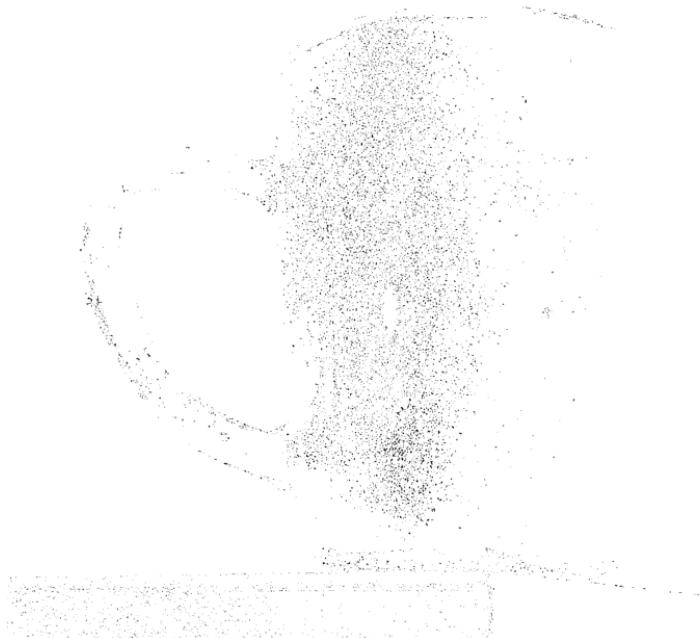


Рис. 18: Поверхность стеклянной кружки

Обсуждение результатов

В данной работе изучили принцип формирования спекл-картины в проходящих и отраженных лучах от поверхности рассеивателя. Оценили из статистических характеристик спекл-картины и геометрических размеров установки характеристики поверхности рассеивателя и лазерного пучка, так оценили размер неровности поверхности матового стекла σ_h и радиус лазерного пучка ρ_L :

$$\sigma_h \sim 1\mu m \quad \zeta \sim 0.1$$

$$\rho_L \sim 200\mu m$$

Спекл-картина чернозычайно чувствительна к малейшим изменениям поверхности рассеивателя, что подтверждается нашими оценками для σ_h

С помощью анализа спекл-картин до и после внесения изменений на поверхности различных образцы, мы смогли визуализировать внесенное изменение на поверхность. Высокая "разрешающая" способность и чувствительность спеклов предъявляют жесткие требования для относительного положения лазера, образца и камеры. Малейшие сдвиги камеры приводили к исчезновению полезной информации с изображения. Большое количество попыток предшествовало получению изображений, приведенных в данной работе.

В дальнейшем планируется создать демонстрационный стенд, включающий держатели для лазера, камеры и образца, который бы позволил студентам визуализировать изменения поверхности рассеивателя и не только.

Ссылки

А. В. Максимычев, Д. А. Александров, Н. С. Берюлёв и др. Лабораторный практикум по общей физике: учеб. пособие. В трёх томах. Т. 2. Оптика/ Под редакцией А. В. Максимычева. - М.:МФТИ, 2014. - 446 с.



Ссылка на GitHub с сопутствующими материалами