ZJNU 2020-02-06 题解

A - Circuit Math

后缀表达式，用栈模拟即可

B - Diagonal Cut

题意是在n*m格的巧克力从左上角到右下角切一刀，有多少格巧克力被分成了面积相等的两半

显然当直线恰好穿过一块巧克力重心时，这块巧克力就被分成面积相等的两半了，因此要找到这条直线有多少个穿过了正方形巧克力的重心

因为可以把巧克力分成$gcd(a,b)$个周期，对于每个周期内的答案，找规律可得当$\frac{a}{gcd(a,b)}$和$\frac{b}{gcd(a,b)}$都是奇数时才会经过一块巧克力的重心，也就是答案为$gcd(a,b)$，否则答案为0

C - Gerrymandering

模拟题

D - Missing Numbers

签到题

G - Research Productivity Index

贪心+概率dp

贪心的部分就是先把AC概率最高的优先发表

dp部分就是，$dp[i][j]$表示发了i篇文章，有j篇文章被AC的概率

转移就是

$$dp[i][j] = \begin{cases} dp[i-1][j]*(1-p_i) & j=0, \\ dp[i-1][j-1]*p_i + dp[i-1][j]*(1-p_i) & 0<j\le i. \end{cases}$$

之后就是枚举总共交了i篇，求出对应的期望，然后取最大值就行了

时间复杂度$O(n^2)$

H - Running Routes

题意是有一个正n边形的操场，顶点之间可能有跑道，问最多能选出几条不相交的跑道

$dp[i][j]$表示只考虑编号从i到j的点最多能连的边数,$vis[i][j]$表示i和j之间是否有边

转移方程为

$$dp[i][j] = max_{i\le k\le j}\{vis[i][k] + dp[i+1][k-1] + dp[k+1][j]\}$$

转移的时候需要保证后面两个dp已经计算过了，建议用记忆化

时间复杂度$O(n^3)$

I - Slow Leak

题意是有一个n个点m条边的无向图，有k个点是维修站，每次修好车只能走不超过t的距离，求从1到n的最短路

先用floyd求出任意两个点的距离，然后在维修站之间建边，当且仅当两个维修站之间的距离小于等于t才有这条边，边权就是这两个维修站之间的距离，然后再跑一遍floyd就可以了

时间复杂度$O(n^3)$

J - Stop Counting!

题意是有n个数，可以去掉中间一段连续的数，使得剩下的数平均值最大

二分答案，设答案为x，假设去掉了$[l,r]$之间的数，则 $\frac{sum[n]-(sum[r]-sum[l-1])}{n-(r-l+1)} \geq x$

化简一下:

$$(sum[l-1]-(l-1)x)-(sum[r]-rx) \geq xn - sum[n]$$

其中$l-1 <= r$,因此可以枚举$l-1$的值，那么最优情况一定是后面那个括号里取得最小值得情况，只要存在一个l和r满足这个不等式，就表示这个x是正确的,二分150次就能出答案

最后要注意一下特殊的情况，比如全部删掉，头部或尾部被删掉之类的

时间复杂度$O(150n)$

K - Summer Trip

题意是有一个字符串，求有多少个子串满足：首字母和尾字母是在这个子串里只出现过1次，其他位置无限制

比如对于abbccaba这个串，以第一个'a'为首字母的串有几个呢?

首先可以确定的是，这些子串的末尾的位置不会大于等于第二个'a'的位置，因为一旦子串包括了第二个'a'，那么首字母就会出现两次以上，就不满足条件了

另外,如果以'b'作为结尾，也只能选择第一个'b'，原因同上

因此如果要计算有多少个子串从位置i开始，设r为第i个字母下一次出现的位置，那么只要数$(i+1,r-1)$之间有多少个不同的字母就可以了

可以通过预处理来O(26)得到起点为i的答案，再枚举i计数就可以

时间复杂度$O(26n)$

L - Traveling Merchant

需要注意的一点是每次询问的旅程买和卖都最多只能进行一次。

一个星期有七天，向左向右两种情况，一共14种情况，每种情况单独考虑，题目的要求可以转化为求区间内$a_i - a_j (s \leq j < i \leq t)$的最大值。求这个最大值用下分治或者线段树都可以，维护区间的最值,和这个差值的最大值，然后就能进行左右区间的合并。

M - Zipline

题目意思应该是有一条缆绳挂在两条杆子之间，要使得任何时刻缆绳上的物品到地面的距离大于等于r，绳子最短和最长可以是多少

最短长度就是两个杆子头部的距离，最长长度就是绳子与高度为r的直线有交点时的最短距离，类似饮马问题

总之答案就是

$$\sqrt{(g-h)^2+w^2}\text{和}\sqrt{(g+h-2r)^2+w^2}$$