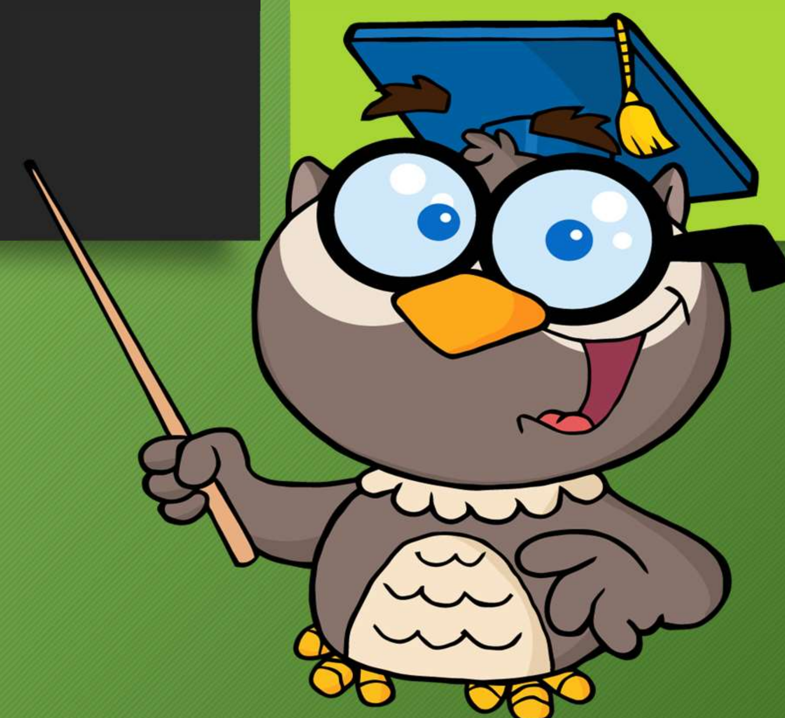
SISTEM INFORMASI

FAKULTAS ILMU KOMPUTER UNIVERSITAS PAMULANG

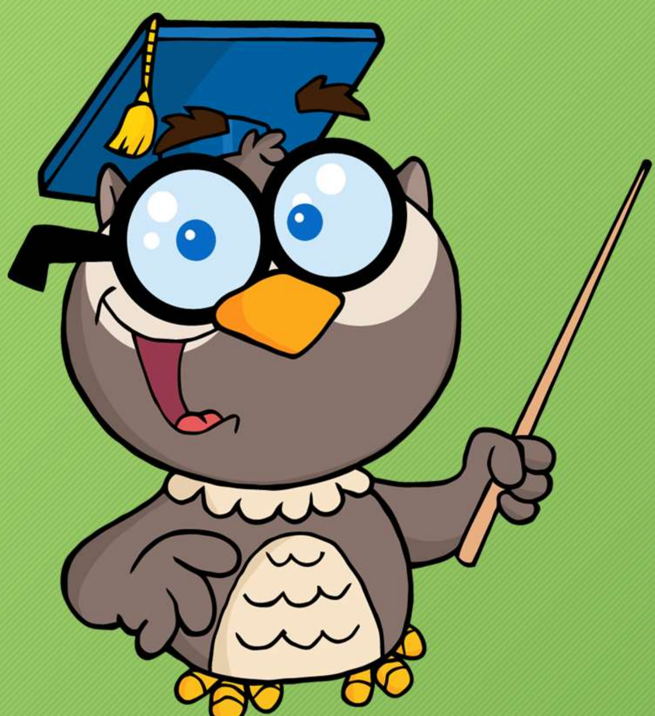
LOGIKA MATEMATIKA



PERNYATAAN BERKUANTOR

PENGERTIAN KUANTOR

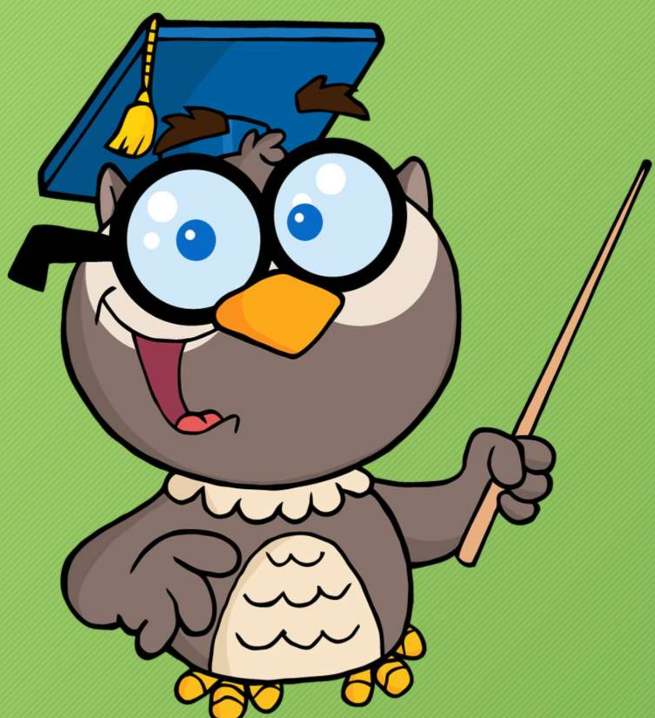
SI



Suatu kuantor ialah suatu ucapan yang jika dibubuhkan pada suatu kalimat terbuka akan dapat mengubah kalimat terbuka tersebut menjadi sebuah kalimat tertutup atau pernyataan.

PENGERTIAN KUANTOR

SI

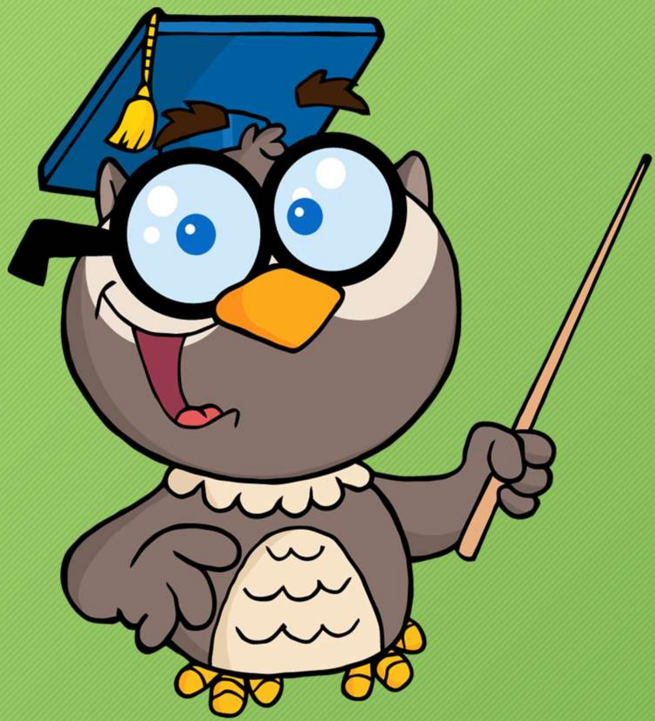


Pada dasarnya kuantor itu ada dua macam yaitu :

1. Kuantor universal (*universal quantifier)*
2. Kuantor eksistensial (*existensial quantifier)*

KUANTOR UNIVERSAL

SI

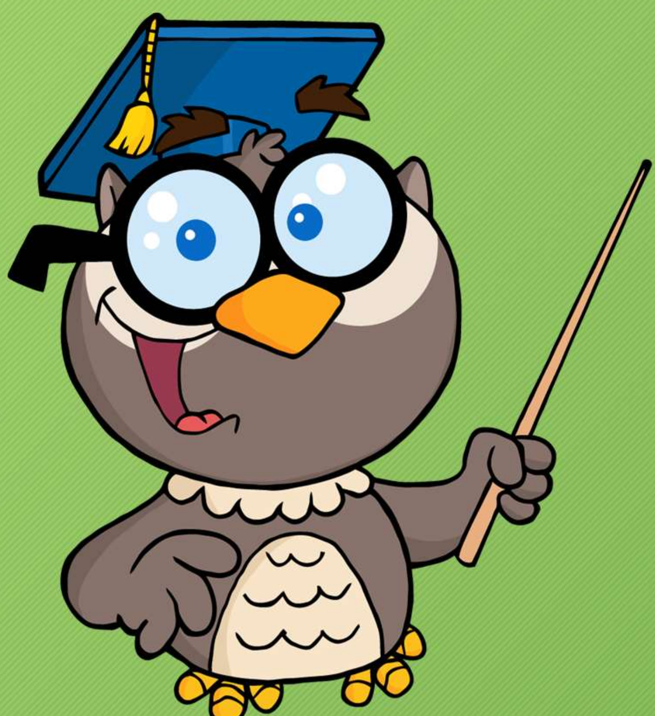


Kuantor universal yang disebut pula kuantor umum dilambangkan dengan “∀” yang dibacanya : “semua, untuk setiap atau untuk tiap-tiap“.

KUANTOR UNIVERSAL

SI

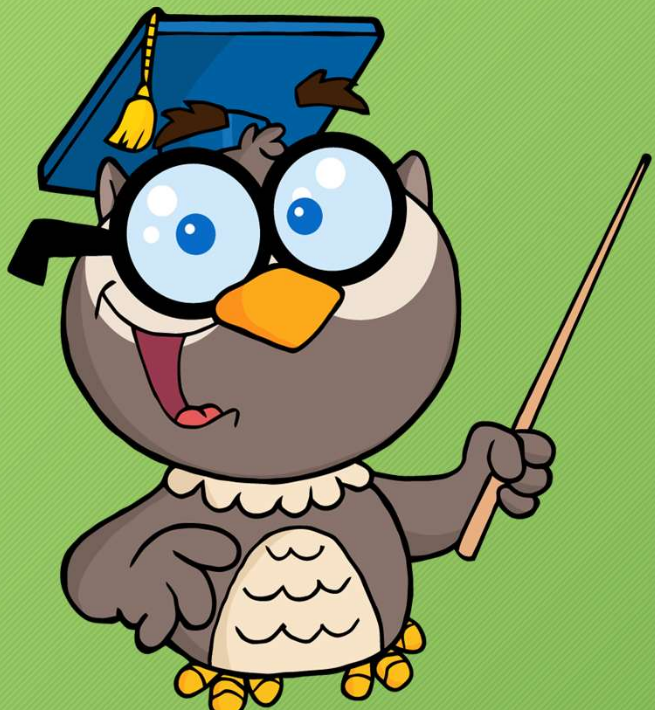
Berikut ini beberapa contoh pernyataan yang menggunakan kuantor universal :



- *Semua* kucing mengeong.
- *Tiap-tiap* manusia yang dilahirkan memilikim seorang ibu.
- *Setiap* benda langit berbentuk bola.
- *Setiap* bilangan asli lebih besar daripada nol.

PENGERTIAN KUANTOR

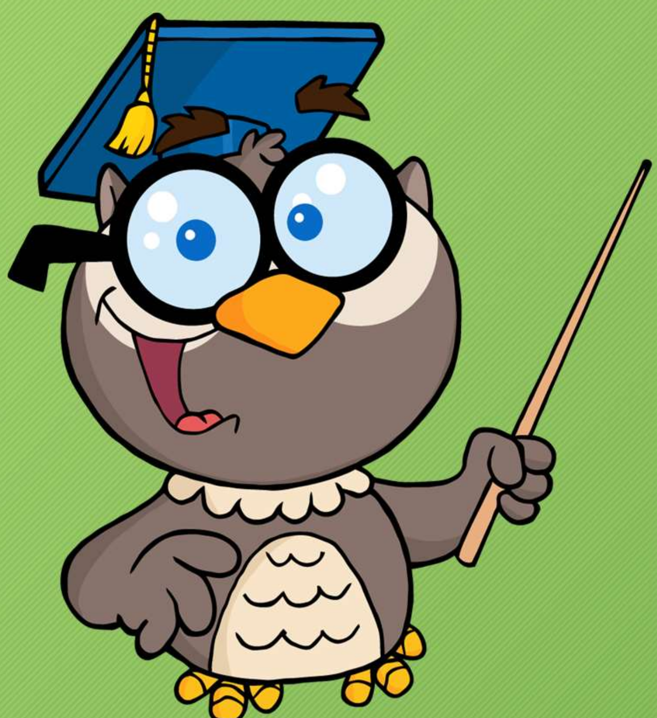
SI



Dalam aljabar, pernyataan kuantor universal ini dapat digunakan untuk mengubah kalimat terbuka menjadi kalimat tertutup (pernyataan).

KUANTOR UNIVERSAL

SI



Misalkan p(x) adalah sebuah kalimat terbuka, maka untuk menyatakan himpunan penyelesaian dari p(x) pada himpunan semesta S dapat ditulis sebagai berikut:

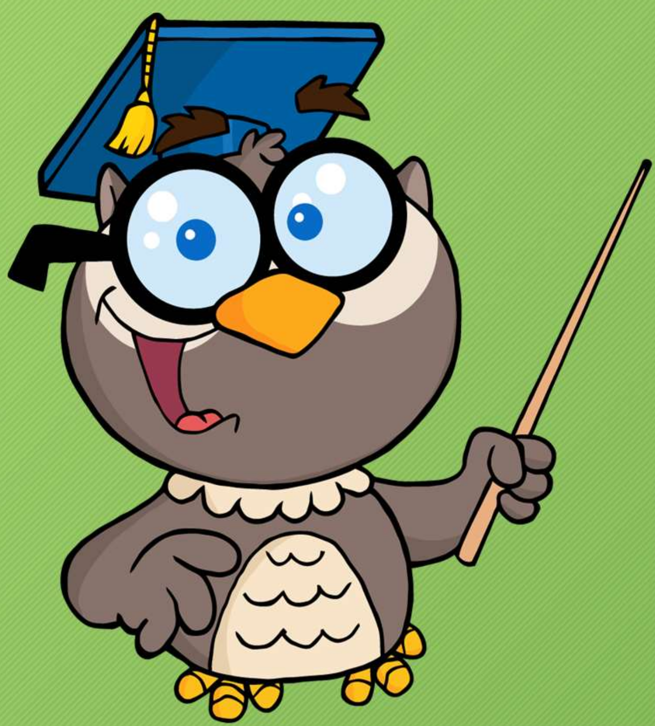
$\forall x$, p(x) dibaca "semua x bersifat p(x)".

$\forall x \in S$, p(x) dibaca "semua x anggota S bersifat p(x)".

Nilai kebenaran dari pernyataan berkuantor $\forall x$, p(x) bergantung pada himpunan semesta yang ditinjau dan kalimat terbuka p(x).

KUANTOR UNIVERSAL

SI



Contoh:

- Apabila $p(x)$: $x + 4 > 3$ dengan himpunan semesta Z (himpunan bilangan asli), maka pernyataan: $\forall x \in Z; x + 4 > 3$ adalah suatu pernyataan yang bernilai benar, karena HP = $\{1, 2, 3, 4, \ldots\} = Z$
- Apabila $q(x)$: $x + 1 > 8$ dengan himpunan semesta Z (himpunan bilangan asli), maka pernyataan: $\forall x \in Z; x + 1 > 8$ adalah suatu pernyataan yang bernilai salah, karena untuk $x = 1$, $1 + 1 < 8$. HP = $\{8, 9, 10, \ldots\} \neq Z$

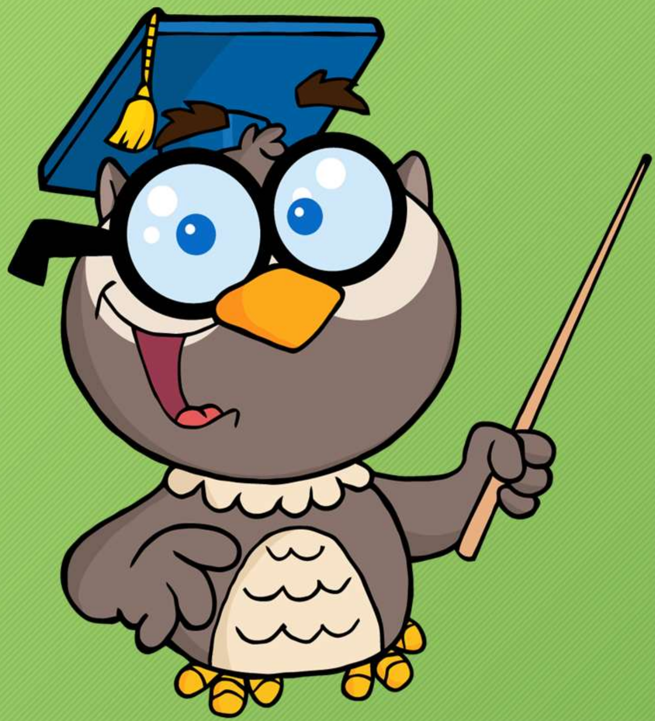
Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa:

Apabila $\{x \mid x \in Z, p(x)\} = Z$ maka $\forall x \in Z$, $p(x)$ adalah benar.

Apabila $\{x \mid x \in Z, p(x)\} \neq Z$ maka $\forall x \in Z$, $p(x)$ adalah salah.

KUANTOR EKSISTENSIAL

SI



Eksistensial merupakan kata sifat dari eksis, yaitu keberadaan.

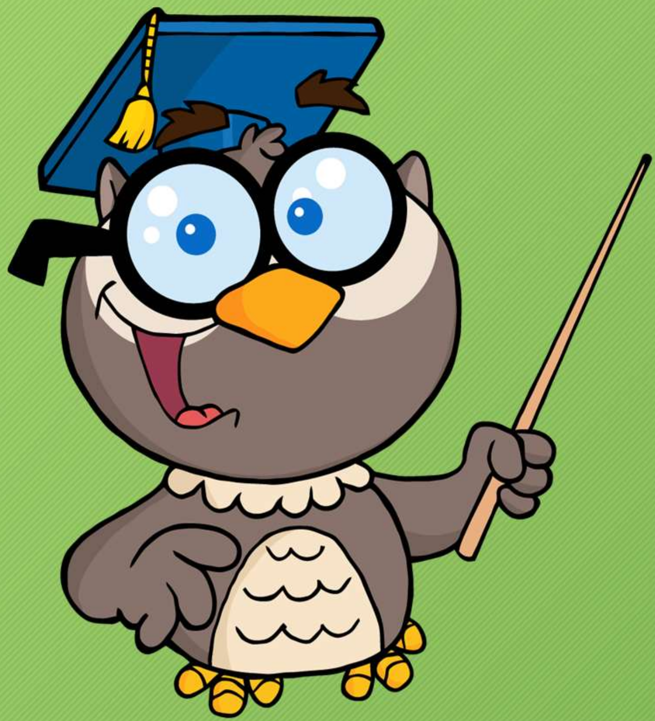
Kuantor eksistensial artinya pengukur jumlah yang menunjukkan keberadaan.

Dalam matematika “ada” artinya tidak kosong atau setidaknya satu.

Contoh kuantor eksistensial adalaha *ada*, *beberapa*, *terdapat*, atau *sekurang-kurangnya satu*.

KUANTOR EKSISTENSIAL

SI

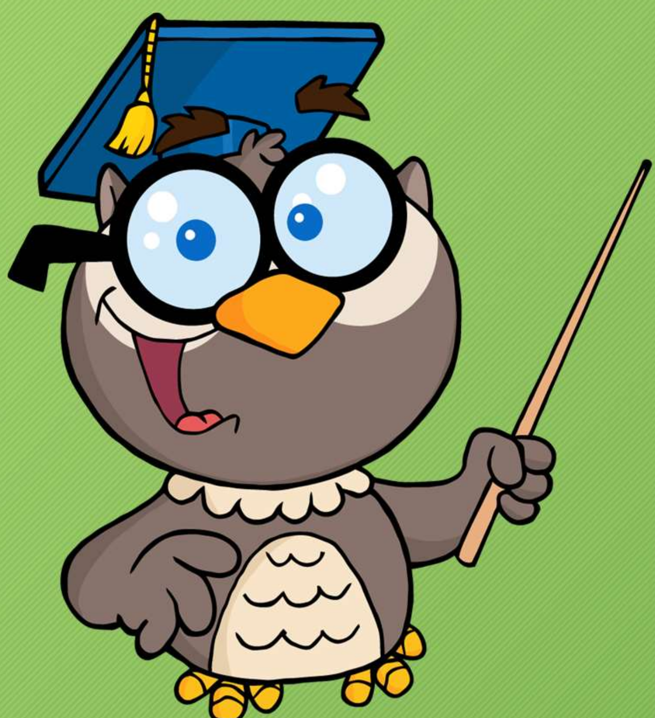


Berikut beberapa contoh pernyataan menggunakan kuantor eksistensial :

- *Ada* rumah yang tak memiliki jendela.
- *Ada* bilangan cacah yang kurang dari satu.
- *Beberapa* presiden adalah wanita.
- *Terdapat* bilangan asli x yang jika dikalikan 5 hasilnya 6,24.

KUANTOR EKSISTENSIAL

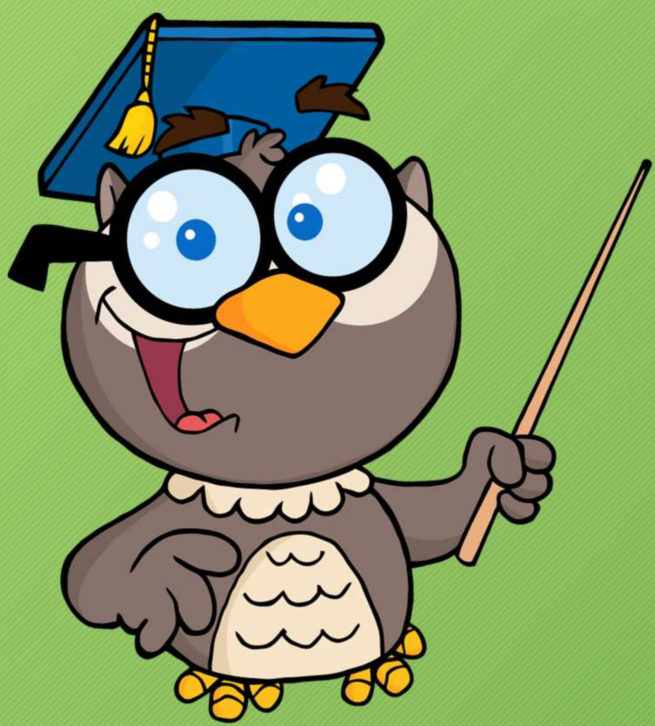
SI



Misalkan p(x) adalah suatu kalimat terbuka yang didefinisikan pada himpunan semesta S, maka pernyataan: "ada x di dalam S sedemikian sehingga p(x) benar" disebut pernyataan eksistensial (khusus) dan kata ada dalam pernyataan di atas disebut kuantor eksistensial.

KUANTOR EKSISTENSIAL

SI

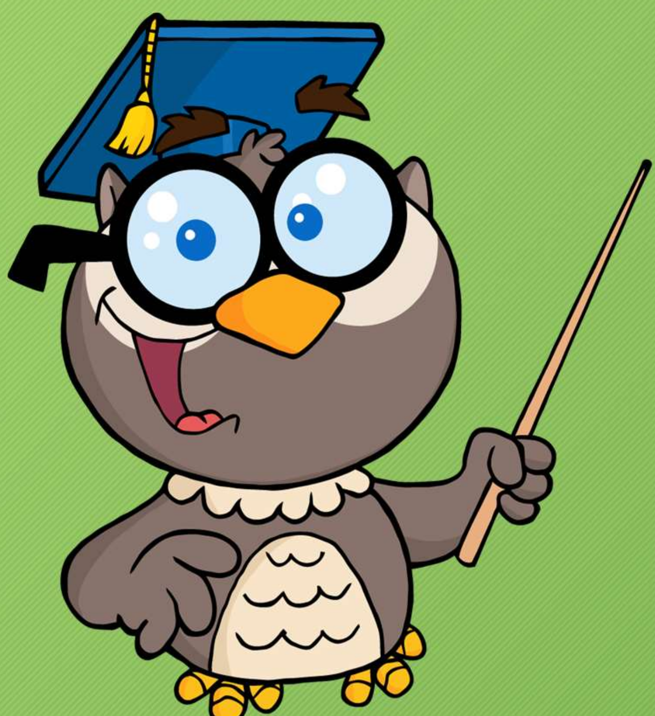


Kata-kata yang sering muncul / dipakai dalam pernyataan eksistensial adalah *ada*, *beberapa*, dan *paling sedikit satu*.

Simbol matematatis untuk ketiga kata tersebut sama yaitu "∃".

KUANTOR EKSISTENSIAL

SI

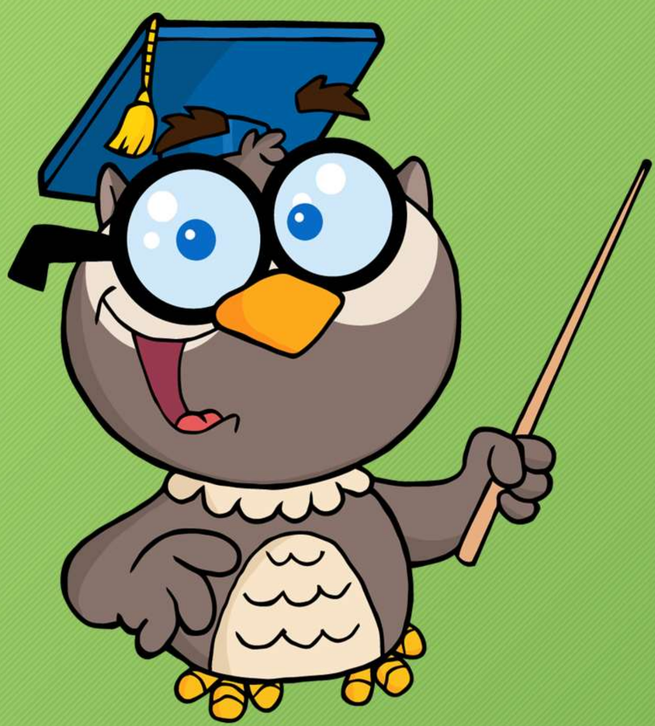


$\exists x \in Z$, p(x) dibaca "ada nilai x anggota Z sedemikian sehingga p(x) menjadi pernyataan benar" atau secara singkat dapat dikatakan "terdapat x yang bersifat p(x)".

Bentuk $\exists x \in Z$, p(x) dapat pula ditulis sebagai $\exists x$, p(x) bergantung pada himpunan semesta yang ditinjau dan kalimat terbuka p(x).

KUANTOR EKSISTENSIAL

SI



Contoh:

- Apabila $\exists n \in Z$, $n + 4 < 7$, dengan Z = himpunan bilangan asli adalah pernyataan benar, karena: $\{n \mid n + 4 < 7\} = \{1, 2\}$
- Apabila $\exists n \in Z$, $n + 6 < 4$, dengan Z = himpunan bilangan asli adalah pernyataan salah, karena: $\{n \mid n + 6 < 4\} = \{ 1,2 \}$

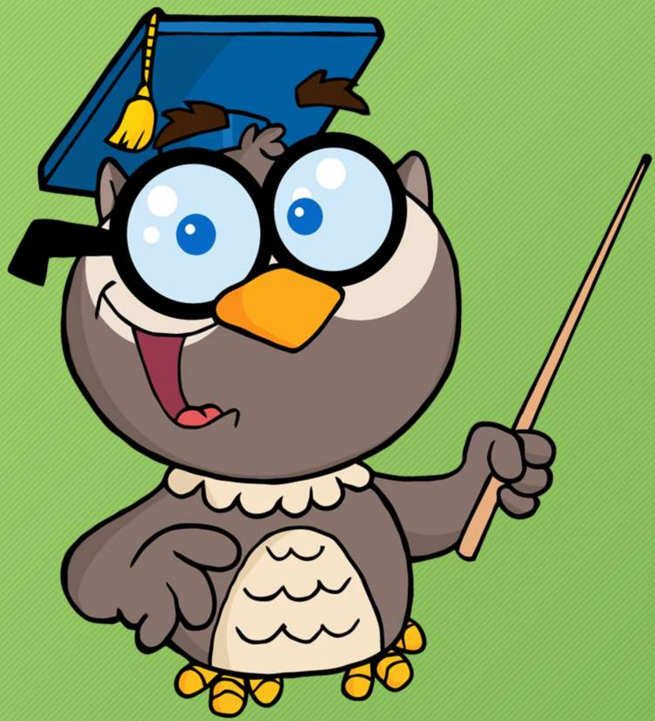
Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa:

Apabila $\{x \mid p(x)\} \neq \{\ \}$ maka $\exists x$, $p(x)$ adalah benar.

Apabila $\{x \mid p(x)\} = \{\ \}$ maka $\exists x$, $p(x)$ adalah salah.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

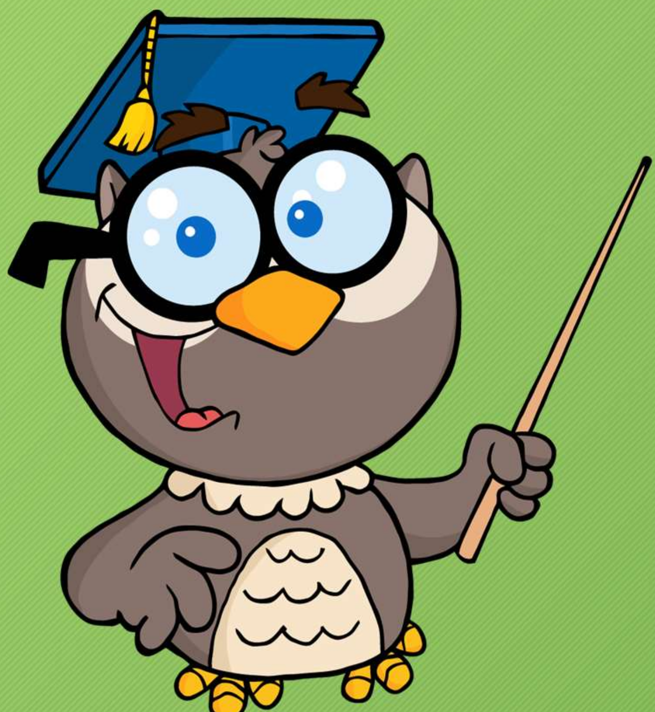
SI



Pernyataan berkuantor universal bernilai benar jika pernyataan tersebut benar untuk semua semesta yang dibicarakan dan bernilai salah apabila terdapat sekurang-kurangnya satu anggota semesta yang menyebabkan pernyataan salah.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

SI

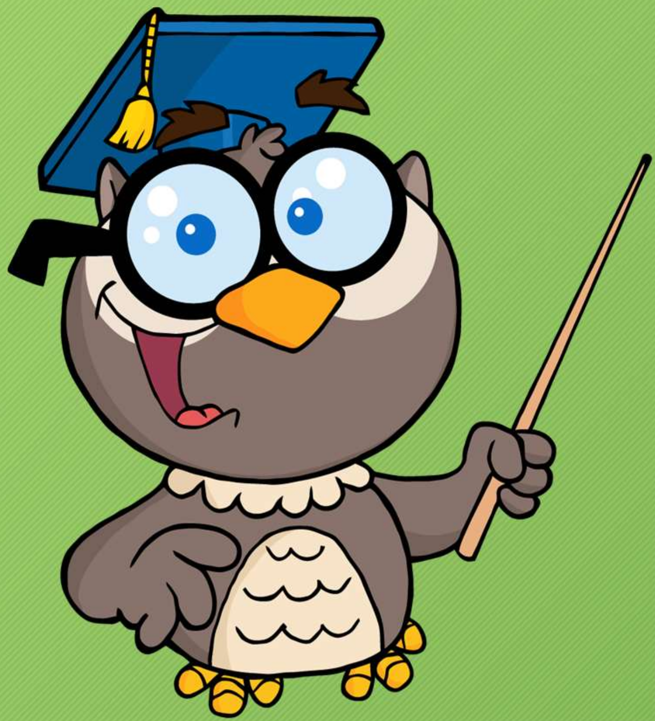


Pernyataan berkuantor universal " setiap bilanga asli lebih besar daripada nol" bernilai benar, karena pernyataan tersebut bernilai benar untuk setiap anggota bilangan asli.

Dalam hal ini bilangan asli merupakan himpunan semesta pembicaraan.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

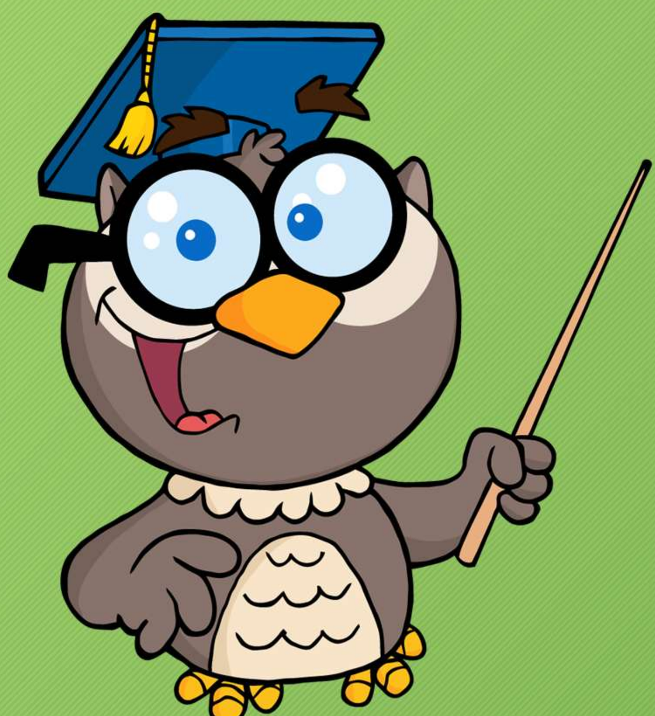
SI



Sementara ini pernyataan “setiap benda langit berbentuk bola” pernyataan salah, karena walaupun kebanyakan benda langit bulat ada pula benda langit yang tidak bulat, misalnya asteroid.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

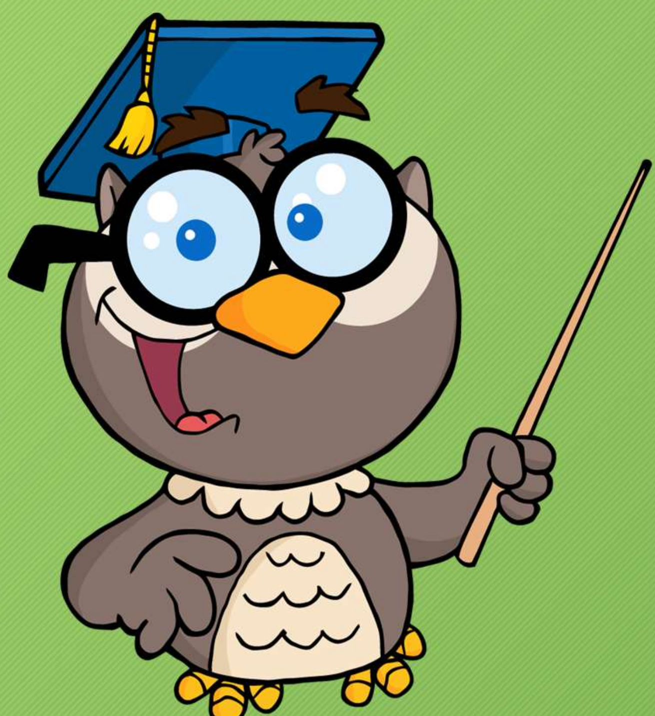
SI



Pernyataan berkuantor eksistensial bernilai benar jika sekurang-kurangnya satu anggota semesta menyebabkan pernyataan bernilai benar, dan bernilai salah jika tak ada satu pun dari anggota semesta menyebabkan pernyataan menjadi benar.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

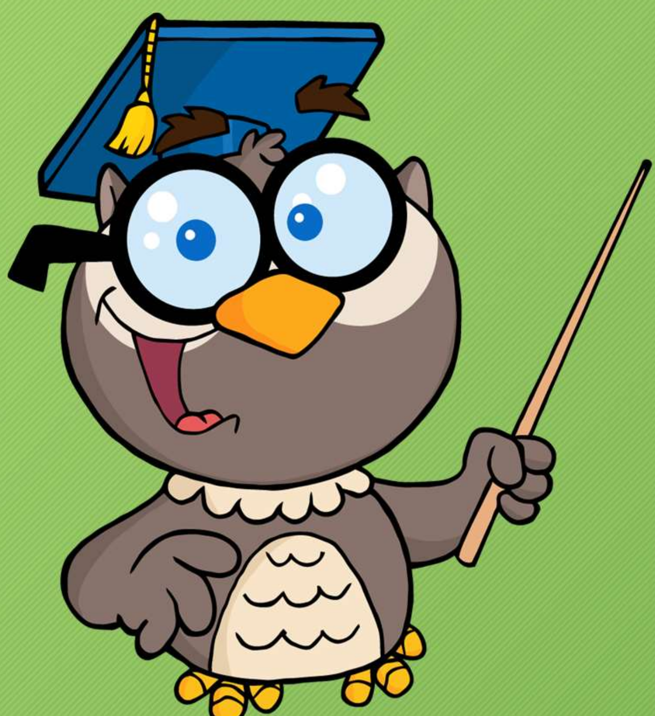
SI



Pernyataan " *Beberapa* presiden pada tahun 2003 adalah wanita" bernilai benar karena dari seluruh anggota himpunan presiden pada tahun 2003 memang ada presiden wanita, Presiden Megawati misalnya.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

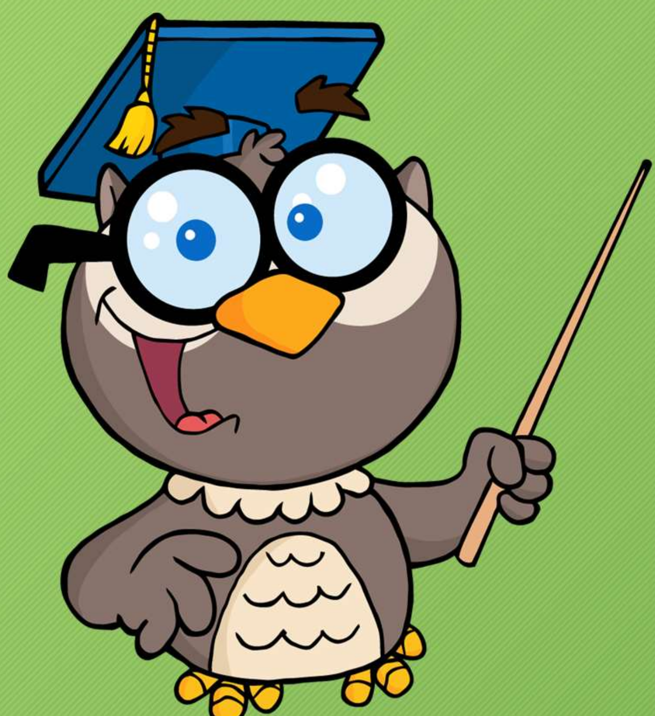
SI



Pernyataan " *Terdapat* bilangan asli *a* yang jika dikalikan dengan 5 hasilnya 6,24" bernilai salah, karena dari seluruh anggota himpunan bilangan asli, tak ada satupun *a* yang memenuhi $a \times 5 = 6{,}24$.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

SI



Kita ingat bahwa kalimat terbuka didefinisikan pada suatu himpunan semesta, tapi bukan merupakan pernyataan.

Kalimat terbuka menjadi pernyataan jika variabelnya diganti oleh suatu anggota dari semesta.

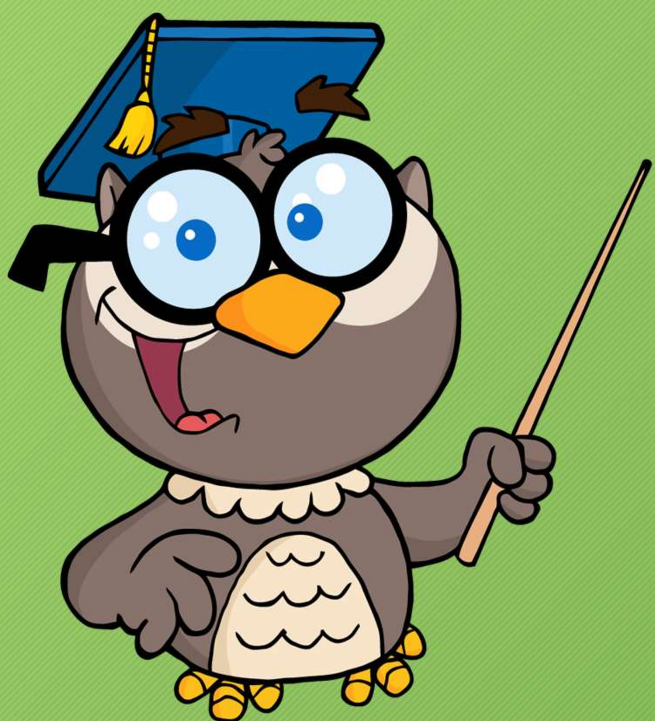
Misalkan $p(x): x + 3 > 2, x \in A$. $p(x)$ merupakan kalimat terbuka yang didefinisikan pada himpunan bilangan asli.

Jika kita ganti x dengan bilangan 2 maka $p(2)$ merupakan pernyataan.

Cara untuk menjadikan suatu kalimat terbuka $p(x)$ menjadi pernyataan adalah dengan menambahkan kuantor pada kalimat terbuka itu.

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

SI



Berikut beberapa symbol untuk kuantor:

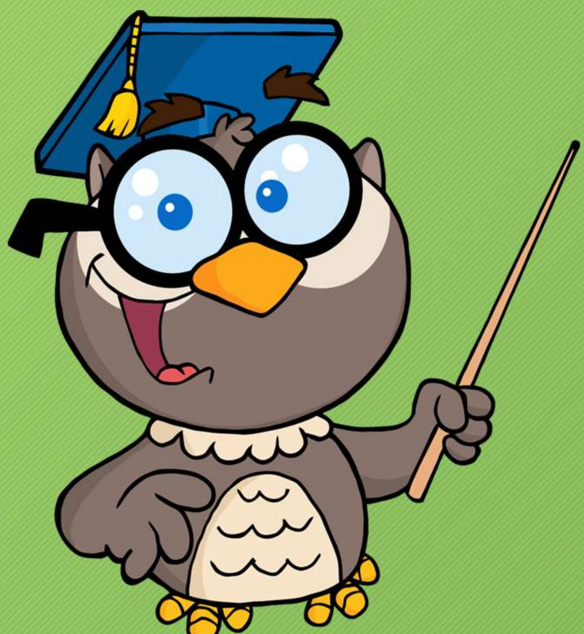
- **∀ = Untuk setiap**
- **∃ = Terdapat**
- **∋ = Sehingga**

Kalimat “$\forall x \in \boldsymbol{R}, x > 0$“ dibaca “untuk setiap x elemen bilangan real, $x > 0$”

Kalimat “ $\exists x \in \boldsymbol{R} \ni x > 2$ “ dibaca “terdapat $x \in \boldsymbol{R}$ sehingga $x > 2$”

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

SI



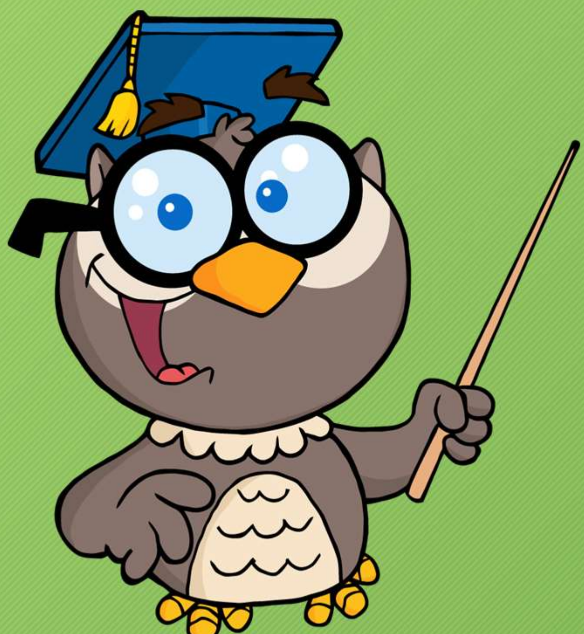
Contoh:

Tentukan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan berkuantor di bawah ini :

- p_1: Semua ikan berkembang biak dengan bertelur.
- p_2: Ada binatang yang memiliki alat kelamin ganda.
- p_3: $\forall x \in \boldsymbol{R}, |x| > 0.$
- p_4: $\exists x \in \boldsymbol{Z} \ni x + 5 < 5.$

NILAI KEBENARAN PERNYATAAN BERKUANTOR

SI

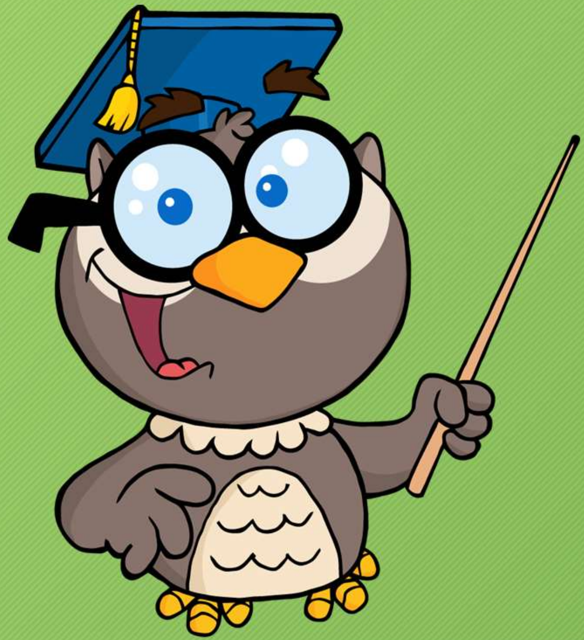


Jawab:

- $(p_1) = \mathrm{S}$, karena ada jenis ikan hiu yang berkembang biak dengan beranak.
- $(p_2) = \mathrm{B}$, contohnya cacing.
- $(p_3) = \mathrm{S}$, ada $x \in \boldsymbol{R}$ yang tak memenuhi, yaitu $x = 0$.
- $(p_4) = \mathrm{S}$, karena tak ada bilangan asli yang memenuhi $x + 5 < 5$.

TUGAS / LATIHAN

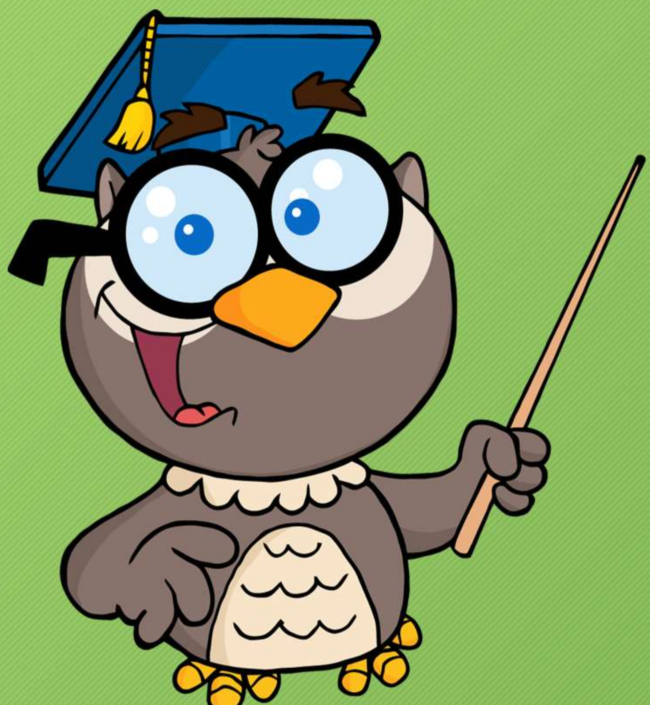
SI



1. Manakah pernyataan-pernyataan dibawah ini yang merupakan pernyataan berkuantor? Jika berkuantor sebutkan jenisnya!
   - Soeharto pernah menjadi Presiden Republik Indonesia.
   - Raul Gonzales adalah pemain Real Madrid.
   - Semua orang asing berkulit putih.
   - Setiap orang yang bekerja mendapatkan gaji.
   - Beberapa murid membolos pelajaran matematika.
   - Tidak ada orang yang tidak pernah berbuat salah.
   - Sate kambing lebih mahal daripada sate ayam.

TUGAS / LATIHAN

SI

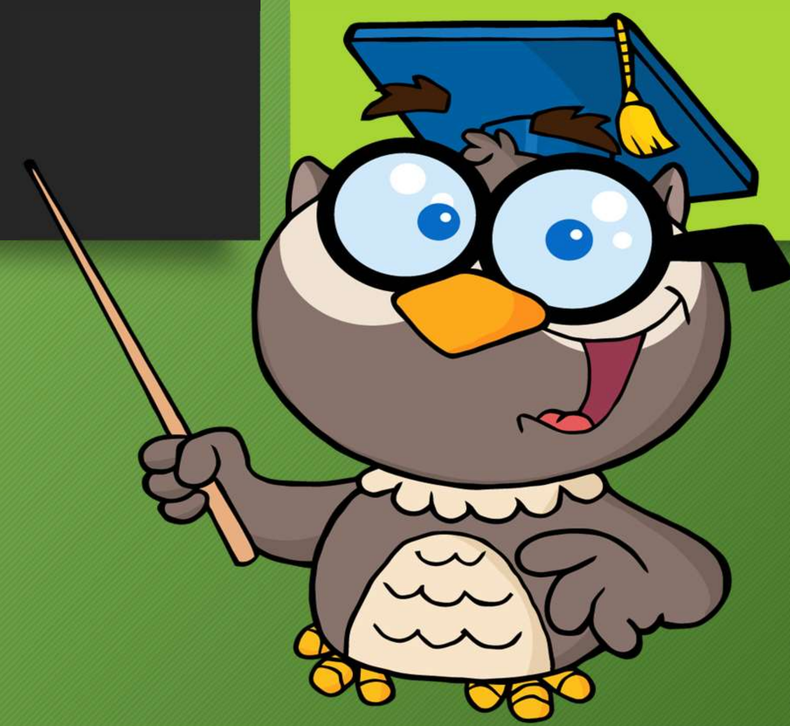


2. Tentukan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan berikut.
   - $\forall x \in \boldsymbol{R} \ni \boldsymbol{x^2} \geq \boldsymbol{x}$
   - $\exists y \in \boldsymbol{Z} \ni 3y = 4$
   - Misalkan A={1,2,3,4,5}, $\exists x \in \boldsymbol{A} \ni \boldsymbol{3x^2 - 4x - 5 = 0.}$
   - Setiap berbuat kesalahan maka akan merasakan akibatnya.
   - Ada Presiden Republik Indonesia yang tidak memiliki wakil presiden.

SISTEM INFORMASI

FAKULTAS ILMU KOMPUTER UNIVERSITAS PAMULANG

LOGIKA MATEMATIKA



INGKARAN KUANTOR

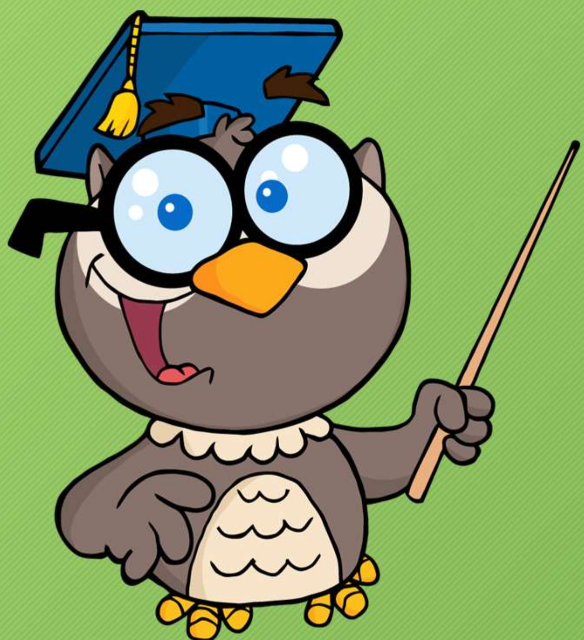
INGKARAN KUANTOR

SI

Ingkaran Kuantor Universal.

Perhatikan dua pernyataan yang mengandung kuantor universal berikut.

- p : semua kucing berwarna putih.
- q : $\forall x \in \boldsymbol{R} \ni 2x \geq 2$.



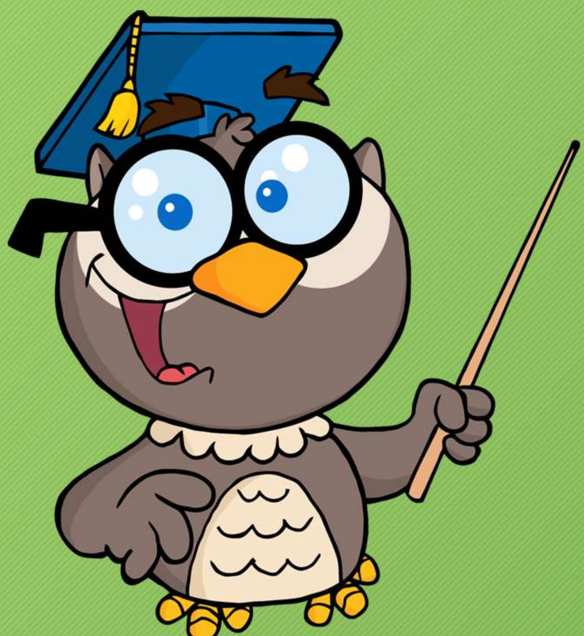
Negasi dari p adalah $(\sim p)$:

"tidak benar bahwa semua kucing berwarna putih" atau boleh juga dikatakan: "ada kucing yang tidak berwarna putih".

- Negasi dari q adalah $(\sim q)$:
- $\sim(\forall x \in \boldsymbol{R} \ni 2x \geq 2)$ atau $\exists x \in \boldsymbol{R} \ni 2x < 2$.

INGKARAN KUANTOR

SI



Secara umum ingkaran kuantor universal adalah sebagai berikut:

- ingkaran dari (semua) (p) adalah (terdapat)(p),
- ingkaran dari (untuk setiap x)(p(x)) adalah $(\exists x) \ni (\sim p(x))$.

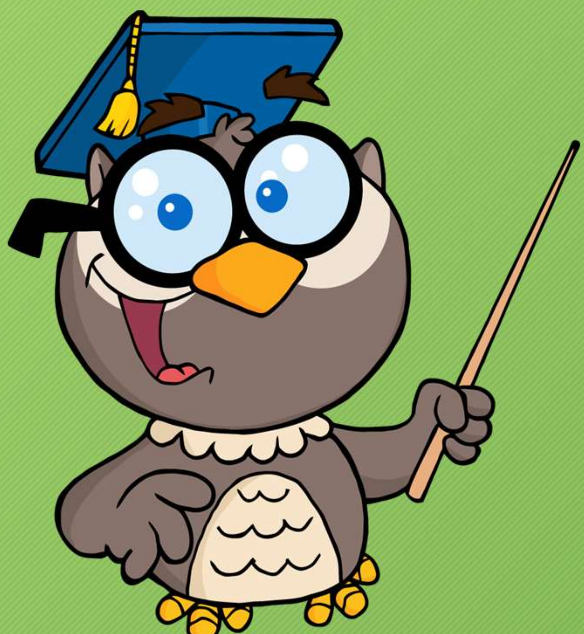
$$\sim(\forall x(p(x)) \equiv (\exists x) \ni (\sim p(x))$$

INGKARAN KUANTOR

SI

Ingkaran Kuantor Eksistensial

Perhatikan dua pernyataan yang mengandung kuantor eksistensial berikut.



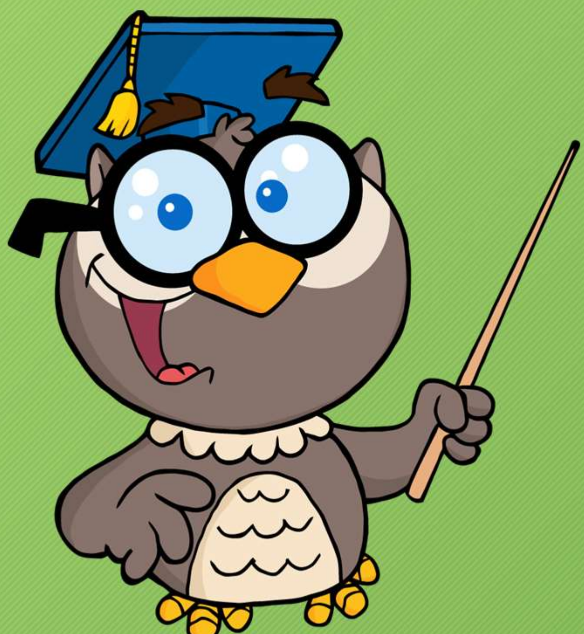
- Ada pria yang menyukai sepak bola.
- $\exists y \in \boldsymbol{Z} \ni 2y = 1$

Negasi dari pernyataan pertama (a) adalah “Tidak ada pria yang menyukai sepak bola”, atau “Semua pria tidak menyukai sepak bola”.

Negasi dari pernyataan kedua (b) adalah “Tidak benar bahwa $\exists y \in \boldsymbol{Z} \ni 2y = 1$”, atau dengan kalimat lain “$\forall y \in \boldsymbol{Z}, 2y \neq 1$.

INGKARAN KUANTOR

SI



Secara umum ingkaran kuantor eksistensial adalah sebagai berikut:

- Ingkaran dari (ada atau terdapat) (p) adalah (semua) (~p),
- Ingkaran dari $(\exists x) \ni p(x))$ adalah $(\forall x)(\sim p(x))$

$$\boxed{\sim(\exists x) \ni p(x)) \equiv (\forall x)(\sim p(x))}$$

SISTEM INFORMASI

FAKULTAS ILMU KOMPUTER UNIVERSITAS PAMULANG

TERIMA KASIH

SI