

PERTEMUAN 1

VEKTOR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan materi pada pertemuan ini mahasiswa mampu memahami pengertian vektor, komponen vektor dan operasi di dalamnya.

B. Uraian Materi

1. Definisi Vektor

Sebuah vektor dapat dinyatakan dalam bentuk matriks yaitu matriks baris maupun matriks kolom dari suatu komponen vektor. Dimana matriks baris merupakan matriks yang hanya terdiri atas satu baris saja dan matriks kolom merupakan matriks yang hanya terdiri atas satu kolom. Apabila sebuah vektor dapat dinyatakan dalam sebuah bentuk matriks baris maka komponen – komponen vektor tersebut dapat dinyatakan dalam komponen-komponen matriks yaitu elemen atau nilai matriks dalam satu baris. Sedangkan jika sebuah vektor dinyatakan dalam sebuah bentuk matriks kolom maka komponen vektor tersebut dapat dinyatakan dalam komponen matriks yaitu elemen atau nilai matriks dalam satu kolom.

Misalnya:

$\vec{A} = a_{xi} + a_{yj} + a_{zk}$ artinya apabila vektor A tersebut dinyatakan dalam sebuah matriks baris, maka ditulis $A = [ax \ ay \ az]$ dan apabila dinyatakan dalam matriks kolom, maka dapat ditulis $A = \begin{bmatrix} ax \\ ay \\ az \end{bmatrix}$.

Besaran dari suatu vektor adalah

$$|A| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Vektor satuan adalah:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|A|} = \frac{a_{xi} + a_{yj} + a_{zk}}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

Contoh:

- a. Diketahui vektor $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ dan vektor $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ maka tentukanlah panjang vektor A yang disimbolkan dengan $|\vec{A}|$, panjang vektor B yang disimbolkan dengan $|\vec{B}|$ dan $|\vec{A} + \vec{B}|$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 |\vec{A}| &= \sqrt{ax^2 + ay^2} \\
 &= \sqrt{3^2 + (-4)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 16} \\
 &= \sqrt{25} \\
 &= 5 \text{ satuan panjang}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\vec{B}| &= \sqrt{bx^2 + by^2} \\
 &= \sqrt{4^2 + (5)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 25} \\
 &= \sqrt{41} \text{ satuan panjang}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\vec{A} + \vec{B}| &= \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 3 + 4 \\ -4 + 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned}
 |\vec{A} + \vec{B}| &= \sqrt{7^2 + 1^2} \\
 &= \sqrt{49 + 1} \\
 &= \sqrt{50} \text{ satuan panjang}
 \end{aligned}$$

- b. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}$ maka tentukan vektor satuan \hat{a}

Jawab:

$$\begin{aligned}
 |\vec{a}| &= \sqrt{2^2 + (-6)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 36} \\
 &= \sqrt{40} \text{ satuan panjang}
 \end{aligned}$$

$$\text{Maka } \hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}}{\sqrt{40}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{40}} \\ \frac{-6}{\sqrt{40}} \end{bmatrix}$$

2. Komponen Vektor

Di dalam komponen sebuah vektor ada istilah yang disebut dengan ruang vektor. Misalkan apabila kita memiliki himpunan V memiliki operasi $+$, \times maka disebut ruang vektor yang ditulis $(V, +, \times)$. maka ruang vektor terdiri dari himpunan, yang dimana didalamnya memiliki operasi biner tambah dan operasi kali skalar. Biner merupakan mengaitkan unsur di V ke V

Misal:

Operasi tambah ada himpunan bilangan bulat misalkan Z di cross dengan Z atau artinya memiliki dua bilangan himpunan bilangan bulat yaitu Z dan dikaitkan lagi dengan Z ($Z + Z \Rightarrow Z$)

Ada 10 aksioma ruang vektor adalah sebagai berikut:

- a. Jika u dan v adalah objek – objek pada v maka $u + v$ berada pada v .
- b. $u + v = v + u$
- c. $u + (v + w) = (u + v) + w$
- d. memiliki suatu objek 0 di v yang disebut sebagai vektor nol .sehingga $0+u = u+0=u$
- e. untuk setiap u di v memiliki suatu objek $-u$ di v maka disebut negatif u sehingga $u + (-u) = (-u) + u = 0$
- f. apabila k merupakan sembarang skalar dan u merupakan sembarang objek di v maka k dan u terdapat di v
- g. $k(u+v) = ku + kv$
- h. $(k + l)u = ku + lu$
- i. $K(lu) = (kl) u$
- j. $lu = u$

Contoh:

- 1) Diketahui himpunan bulat Z dengan operasi tambah dan kali ($Z, +, \times$). apakah himpunan berikut merupakan ruang vektor?

Jawab:

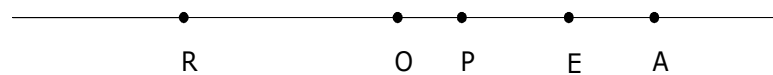
- a) Pertama cek terlebih dahulu apakah himpunan tersebut tertutup terhadap penjumlahan.

Misal: $a, b \in Z$ (a dan b merupakan elemen dari Z) maka $a + b$ juga harus merupakan elemen Z . artinya apabila kita menjumlahkan nilai a dan b sama sama bilangan bulat maka akan menghasilkan bilangan bulat. $2 + 2 = 4$, $4 + 4 = 8$. Maka dalam hal ini dapat dikatakan tertutup terhadap penjumlahan.

- b) Lalu cek apakah tertutup terhadap perkalian skalar. Misal $a \in Z$ dan $\alpha \in R$. sehingga apabila disimpulkan $\alpha a \in R$ tapi $\alpha a \notin Z$. artinya apabila kita mengambil a di himpunan Z tersebut dan mengalikan dengan bilangan skalar α maka belum tentu αa tetap di Z dimana $\alpha \in R - Z$. Sehingga Z bukan merupakan ruang vektor.

Susunan ruang pada vektor yaitu:

a. Ruang dimensi satu (R^1)

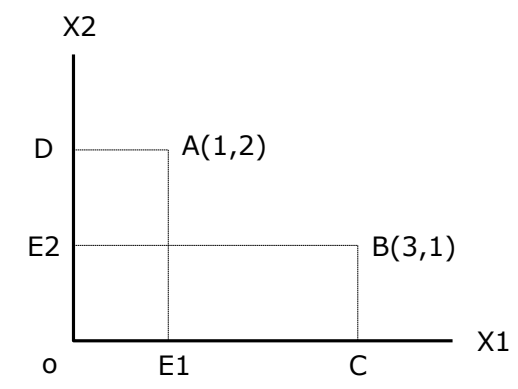


Gambar 1.1

Titik O dinyatakan mewakili suatu bilangan nol dimana titik E mewakili bilangan yang bernilai 1. Yang ditulis dengan $O(0)$, $E(1)$, $P(\frac{2}{5})$ artinya P mewakili bilangan $\frac{2}{5}$ dan kita harus letakkan titik P sehingga nilai $OP = \frac{2}{5}$ satuan ke arah E (arah positif).

b. Ruang dimensi dua (R^2)

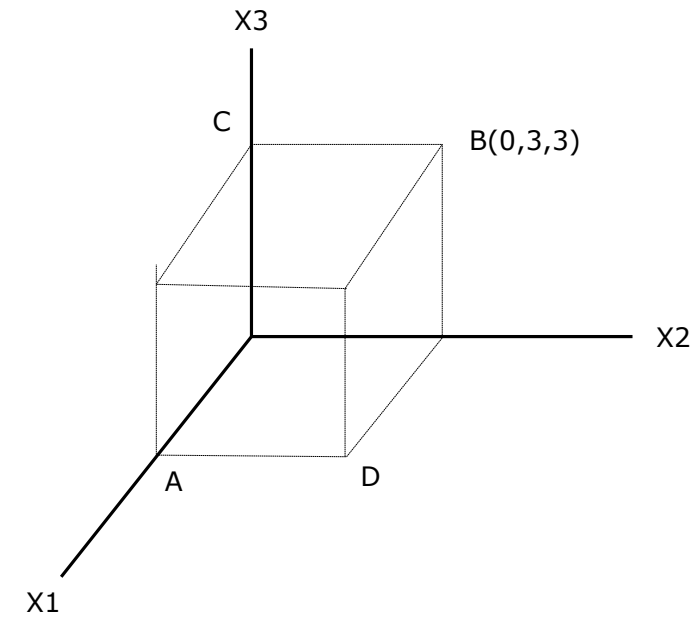
Setiap pasangan pada suatu bilangan riil (koordinat titik) dapat diwakili oleh sebuah titik pada suatu bidang rata, yang dapat membentuk suatu susunan koordinat di dalam ruang dimensi dua yang ditulis sebagai ditulis R^2 .



Gambar 1.2

Ruang Dimensi Dua

c. Ruang dimensi tiga (R^3)



Gambar 1.3

Gambar Ruang Dimensi Tiga

d. Ruang dimensi n (R^n)

Secara umum untuk dimensi R^n dimana n merupakan suatu bilangan bulat positif, dimana suatu titik di dalam R^n dapat dinyatakan sebagai n -tupel pada bilangan riil. Misalnya titik $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Contoh:

- 1) Diketahui 3 buah matriks yaitu $U = [2 \ 4 \ -1]^T$, $V = [-2 \ 4 \ 4]^T$ dan $W = [1 \ 1 \ 3]^T$ membangun R^3

Jawab:

Misalkan $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ merupakan vektor di R^3 dimana bentuk kombinasi linier adalah

$$x = k_1u + k_2v + k_3w$$

$$[x_1 \ x_2 \ x_3]^T = k_1 [2 \ 4 \ -1]^T + k_2 [-2 \ 4 \ 4]^T + k_3 [1 \ 1 \ 3]^T$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = k_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} + k_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$2K_1 - 4K_2 + K_3 = X_1$$

$$4K_1 + 4K_2 + K_3 = X_2$$

$-K_1 + 4K_2 + 3K_3 = X_3$ lalu ubah kedalam bentuk matriks dan cari determinannya. Sehingga:

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det} &= (2 \times 4 \times 3) + (-4 \times 1 \times -1) + (1 \times 4 \times 4) - (-1 \times 4 \times 1) - (4 \times 1 \times 2) - (3 \\ &\quad \times 4 \times -4) \\ &= 24 + 4 + 16 + 4 - 8 + 48 \\ &= 88 \end{aligned}$$

Karena hasil determinan adalah 88 atau tidak sama dengan 0, maka U, V, W dapat membangun R^3

3. Operasi Vektor

Pada setiap vektor misalkan $a = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$, $b = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$, $c = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_n] \in R^n$, dan m, k adalah bilangan skalar – skalar, maka berlaku aturan sebagai berikut:

- a. $a + b = b + a$
- b. $(a + b) + c = a + (b + c)$
- c. $k(a + b) = ka + kb$
- d. $a + 0 = a$
- e. $a + (-a) = 0$
- f. $(k + m)a = ka + ma$
- g. $(km)a = k(ma) = m(ka)$

Operasi pada vektor yaitu sebagai berikut:

Penjumlahan

Diketahui dua buah vektor yaitu $\vec{a} = \begin{bmatrix} Xa \\ Ya \\ Za \end{bmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{bmatrix} Xb \\ Yb \\ Zb \end{bmatrix}$ maka $\vec{a} + \vec{b}$ dapat

ditulis $\begin{bmatrix} Xa + Xb \\ Ya + Yb \\ Za + Zb \end{bmatrix}$

Contoh:

1) Diketahui vektor posisi di titik $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\vec{c} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$,

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{f} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{g} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Maka tentukan:

a) $\vec{a} + \vec{b}$

b) $\vec{b} + \vec{e}$

c) $\vec{c} + \vec{d}$

d) $\vec{f} + \vec{g}$

e) $\vec{a} + \vec{e}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{a} + \vec{b} &= \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4 + 7 \\ 2 + 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{b} + \vec{e} &= \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 7 + 9 \\ 5 + (-4) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 16 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \vec{c} + \vec{d} &= \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4 + 1 \\ 3 + (-3) \\ 1 + 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \vec{f} + \vec{g} &= \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 + (-1) \\ -1 + (-4) \\ 3 + 7 \\ 8 + 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 10 \\ 14 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \vec{a} + \vec{e} &= \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -4 + 9 \\ 2 + (-4) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2) Diketahui titik A (9, 3), B (4, 7), C (-3, 3), D = (-6, -2). Tentukanlah $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} &= \vec{B} - \vec{A} \\
 &= \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 4 - 9 \\ 7 - 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix} \\
 \overrightarrow{CD} &= \vec{D} - \vec{C} \\
 &= \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -6 - (-3) \\ -2 - 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -6 + 3 \\ -2 - 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -5 + (-3) \\ 4 + (-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Pengurangan

Jika diketahui dua buah sembarang vektor yaitu \vec{a} dan vektor \vec{b} maka pengurangan \vec{a} dan \vec{b} dapat dituliskan sebagai berikut:

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ sehingga secara analitis kita punya:

$$\begin{aligned}
 \vec{a} - \vec{b} &= \vec{a} + (-\vec{b}) \\
 &= \vec{a} + (-1) \vec{b} \\
 &= (a_1, a_2) + (-b_1, -b_2) \\
 &= (a_1 - b_1, a_2 - b_2)
 \end{aligned}$$

Contoh:

1) Diketahui dua buah vektor $\vec{A} = -2i + 3j - k$

$$\text{vektor } \vec{B} = -i - 4j + 2k$$

maka hitunglah berapa nilai $\vec{A} - \vec{B}$!

Jawab:

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} -2i \\ 3j \\ -k \end{bmatrix} \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} -i \\ -4j \\ 2k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } \vec{A} - \vec{B} &= \begin{bmatrix} -2i \\ 3j \\ -k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -i \\ -4j \\ 2k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2i - (-i) \\ 3j - (-4j) \\ -k - 2k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -i \\ 7j \\ -3k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2) Diketahui vector $\vec{A} = i - 5j - k$

$$\vec{B} = 2i - 4j - 3k$$

hitunglah berapa besar nilai $2\vec{A} - \vec{B}$!

Jawab:

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} i \\ -5j \\ -k \end{bmatrix} \text{ dan } \vec{B} = \begin{bmatrix} 2i \\ -4j \\ -3k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } 2\vec{A} - \vec{B} &= 2 \begin{bmatrix} i \\ -5j \\ -k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2i \\ -4j \\ -3k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2i \\ -10j \\ -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2i \\ -4j \\ -3k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2i - 2i \\ -10j - (-4j) \\ -2k - (-3k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -6j \\ k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3) Diketahui vector $\vec{A} = 3i - 4j - 2k$

$$\vec{B} = 7i - j + k$$

$$\vec{C} = -2i - 3j - 4k$$

maka hitunglah berapa besar:

a) $\vec{A} - \vec{C}$

b) $2\vec{C} - 2\vec{A}$

c) $2(\vec{A} - \vec{B})$

d) $-2\vec{A} - (\vec{A} + \vec{B})$

e) $2\vec{B} - 2\vec{A}$

f) $\frac{1}{2}(\vec{B} - \vec{C})$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{A} - \vec{C} &= \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2i \\ -3j \\ -4k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3i - (-2i) \\ -4j - (-3j) \\ -2k - (-4k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5i \\ -j \\ 2k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\vec{C} - 2\vec{A} &= 2 \begin{bmatrix} -2i \\ -3j \\ -4k \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4i \\ -6j \\ -8k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6i \\ -8j \\ -4k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4i - 6i \\ -6j - (-8j) \\ -8k - (-4k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -10i \\ 2j \\ -4k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2(\vec{A} - \vec{B}) &= 2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 7i \\ -j \\ k \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} 3i - 7i \\ -4j - (-j) \\ -2k - k \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} -4i \\ -3j \\ -3k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } -2\vec{A} - (\vec{A} + \vec{B}) &= -2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7i \\ -j \\ k \end{bmatrix} \\
 &= -2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3i + 7i \\ -4j + (-j) \\ -2k + k \end{bmatrix} \\
 &= -2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10i \\ -5j \\ -k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -6i \\ 8j \\ 4k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10i \\ -5j \\ -k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -16i \\ 13j \\ 5k \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } 2\vec{B} - 2\vec{A} &= 2 \begin{bmatrix} 7i \\ -j \\ k \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3i \\ -4j \\ -2k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2 \times 7i \\ 2 \times -j \\ 2 \times k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \times 3i \\ 2 \times -4j \\ 2 \times -2k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 14i \\ -2j \\ 2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6i \\ -8j \\ -4k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 14i - 6i \\ -2j - (-8j) \\ 2k - (-4k) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 8i \\ 6j \\ 6k \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } \frac{1}{2}(\vec{B} - \vec{C}) &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7i \\ -j \\ k \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2i \\ -3j \\ -4k \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7i - (-2i) \\ -j - (-3j) \\ k - (-4k) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 9i \\ 2j \\ 5k \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 9/2i \\ j \\ 5/2k \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Perkalian

1) Perkalian Titik/Skalar

Perkalian titik/skalar adalah mengalikan setiap nilai pada variable dengan variable yang sejenis.

Contoh:

Diketahui vektor $A = 3i - 4j + k$ dan vektor $B = -2i - j + 6k$. maka $A \cdot B$ adalah ...

$$A \cdot B = (3i - 4j + k) \cdot (-2i - j + 6k)$$

$$A \cdot B = (3i \cdot -2i) + (-4j \cdot -j) + (k \cdot 6k)$$

$$A \cdot B = -6 + 4 + 6k$$

2) Perkalian silang/Vektor

Apabila vektor $A = (v_1, v_2, v_3)$ dan vektor $B = (w_1, w_2, w_3)$ merupakan sebuah vektor – vektor pada vektor Ruang-3, maka hasil perkalian silang (cross product) antara $a \times b$ adalah vektor yang dapat didefinisikan menjadi

$$A \times B = (A_2B_3 - A_3B_2, A_3B_1 - A_1B_3, A_1B_2 - A_2B_1)$$

atau dalam notasi determinan dapat ditulis sebagai berikut;

$$a \times b = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$$

Contoh:

Carilah $u \times v$ dimana $u = (1, 2, -2)$ dan $v = (3, 0, 1)$

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, - \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka:

$$u \times v = ((2 \times 1) - (-2 \times 0), (-2 \times 3) - (1 \times 1), (1 \times 0) - (2 \times 3))$$

$$u \times v = ((2 - 0), (-6 - 1), (0 - 6))$$

$$u \times v = (2, -7, -6)$$

C. Soal Latihan/Tugas

1. Berapakah nilai dari $\frac{1}{2} a + b$ dari dua buah vektor $a = 8i + 6j - k$ dan vektor $b = 3i - 9j + 2k$
2. Berapakah nilai $a - b + c$ dari ketiga vektor $a = 2i - 3j - k$, vektor $b = -4i - j + 3k$ dan vektor $c = -i + 2j + 4k$
3. Diketahui vektor $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$, vektor $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ dan vektor $c = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ maka berapakah hitunglah hasil vektor $a + b - 2c$
4. Diketahui 4 buah vektor adalah sebagai berikut. Vektor $A = \begin{bmatrix} 12 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ vektor $B = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ vektor $C = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix}$ dan vektor $D = \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ berapakah hasil $5BC + 2AD - 3BD$?
5. Berapakah nilai $A \cdot B$ dari vektor $A = 3i + 2j + 4k$, vektor $B = 2i - 4j + 5k$

D. Daftar Pustaka

- Anton, Howard. (2010). *Elementary Linear Algebra: Applications Version (10th ed)*. John Wiley & Sons. Inc, New Your, NY.
- Atmadja, J., Bandung, I. T., & Bandung, J. G. (2016). Penerapan Aljabar Lanjar pada Grafis Komputer, 1–9.
- Kusumawati, Ririen (2006). *Diktat Aljabar Liniear dan Matriks*. Malang: Jurusan Teknik Informatika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
- Lay, David C. (2000). *Linear Algebra and Its Aplication (2nd ed)*. Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass.