



ALJABAR LINIER

Tujuan :

**Mhs mengetahui dan memahami Aljabar
Linier**

EKO SUHARYANTO – 081310792300

**SISTEM INFORMASI
FAKULTAS TEKNIK – UNIVERSITAS PAMULANG**



PENGERTIAN ALJABAR LINIER

Pernahkah kalian mendengar kata aljabar?

Apa itu aljabar?



PENGERTIAN ALJABAR LINIER

Aljabar (*Algebra*) merupakan salah satu cabang dalam ilmu matematika yang sangat luas cakupannya, sedangkan aljabar itu sendiri diartikan sebagai cabang ilmu dalam matematika yang mempelajari simbol matematika dan aturan aturan yang digunakan untuk memanipulasi simbol tersebut.



PENGERTIAN ALJABAR LINIER

- Aljabar berarti menjumlah, mengurangi, mengkali, dan membagi.
- Sedangkan linier berarti persamaan yang memiliki variabel berpangkat paling tinggi adalah 1
- Maka dengan demikian, kita dapat mengartikan bahwa aljabar linier adalah suatu fungsi dengan variabel bebasnya paling tinggi orde 1

PENGERTIAN ALJABAR LINIER

- Aljabar linear pada dasarnya adalah bidang studi matematika yang mempelajari sistem persamaan linear dan solusinya, vektor serta transformasi linear. Matriks dan operasinya juga merupakan hal yang berkaitan erat dengan bidang aljabar linear.





MATRIKS

- Macam-macam Matriks
 - Operasi Matriks





MATRIKS



- Adalah larik berdimensi dua (karena mempunyai baris dan kolom)
- Susunan elemen-elemen yg disusun menurut baris & kolom serta merupakan satu kesatuan.

Baris=m



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & a_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & . & . & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Kolom=n



$$A_{m \times n} = (a_{ij})$$





MACAM-MACAM MATRIKS

- Matriks Nol

- Adalah matriks dengan semua elemennya bernilai nol.
- $O=(0)$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & & & 0 \end{bmatrix}$$

- Matriks Bujur Sangkar

- Adalah suatu matriks dimana cacah baris dan cacah kolomnya sama
- $A = (a_{ij})$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$
 $j = 1, 2, 3, \dots, n$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$





MACAM-MACAM MATRIKS

- Matriks Persegi Panjang

- Adalah matriks dengan cacah baris dan cacah kolom tidak sama.
- $A = (a_{ij})$ dengan $i = 1, 2, \dots, n$
 $j = 1, 2, \dots, m$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- Matriks Diagonal

- Adalah matriks bujur sangkar dengan elemen-elemen pada diagonal utama bernilai real dan elemen-elemen lainnya bernilai nol
- $A = (a_{ij})$ dengan $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$
 $a_{ij} = \text{real}$ untuk $i = j$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$





MACAM-MACAM MATRIKS

- Matriks Satuan (identitas)

- Adalah matriks bujursangkar dengan elemen-elemen pada diagonal utama bernilai 1 dan elemen lainnya bernilai nol
- $A = (a_{ij})$ dengan $a_{ij} = 1$ untuk $i = j$
 $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matriks Segitiga Atas

- Adalah matriks bujur sangkar dengan elemen-elemen dibawah diagonal utama nol dan elemen-elemen lainnya bernilai real
- $A = (a_{ij})$, dengan $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$
 $a_{ij} = \alpha$ untuk $i \leq j$, $\alpha \in \text{Real}$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 10 & -2 & 5 \\ 0 & 8 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$






MACAM-MACAM MATRIKS

- **Matriks Transpose**

- Adalah matriks dimana susunan elemen-elemen berkebalikan antara posisi baris dan kolom

- $A=(a_{ij}); A^T=(a_{ji})$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 6 \\ 3 & 10 & 8 \end{bmatrix}$$



$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 10 \\ 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

- **Matriks Simetris**

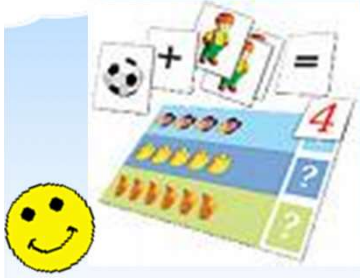
- Adalah matriks dimana susunan elemen-elemen antara matrik dengan transpose nya sama

- $A=A^T$; maka A adalah matriks simetris

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$


$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$





OPERASI ALJABAR ATAS MATRIKS

- Operasi Perkalian Skalar
- Operasi Penjumlahan
- Operasi Pengurangan
- Operasi Perkalian





PERKALIAN DENGAN SKALAR



$$K = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

k A

$$2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$





PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS



Penjumlahan dan Pengurangan matriks

Operasi penjumlahan dan pengurangan dapat dilakukan pada dua buah matriks yang memiliki ukuran yang sama.

Aturan penjumlahan atau pengurangan

Dengan menjumlahkan atau mengurangi elemen – elemen yang bersesuaian pada kedua matriks





PENJUMLAHAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$A + B$



$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 4 = 6$$

$$4 + 3 = 7$$

$$6 + 8 = 14$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$$





PENJUMLAHAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$A + B$



$$3 + 7 = 10$$

$$2 + 5 = 7$$

$$1 - 3 = -2$$

$$5 - 2 = 3$$

$$4 + 1 = 5$$

$$6 + 0 = 6$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & -2 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$





PENGURANGAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$1 - 2 = -1$$

$$2 - 4 = -2$$

$$4 - 3 = 1$$

$$6 - 8 = -2$$

A - B



$$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$





PENGURANGAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A - B



$$3 - 7 = -4$$

$$2 - 5 = -3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$5 + 2 = 7$$

$$4 - 1 = 3$$

$$6 - 0 = 6$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 & -4 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$





PERKALIAN MATRIKS



Perkalian matriks dengan matriks

Operasi perkalian matriks dapat dilakukan pada dua buah matriks (A dan B), jika jumlah kolom matriks A = jumlah baris matriks B.





PERKALIAN MATRIKS



Aturan perkalian

Misalkan A_{mn} dan B_{nk} maka $A_{mn}B_{nk} = C_{mk}$ dimana elemen – elemen dari C (c_{ij}) merupakan penjumlahan dari perkalian elemen – elemen A baris i dengan elemen – elemen B kolom j .





PERKALIAN MATRIKS



$$\begin{matrix} A & \times & B & = & C \\ m \times n & & n \times k & & m \times k \end{matrix}$$

- $A=(ij)$ dengan $i=1,2,3,\dots,m$ dan $j=1,2,3,\dots,n$
- $B=(jk)$ dengan $j=1,2,3,\dots,n$ dan $k=1,2,3,\dots,p$

Maka :

$$A \times B = (ij) \times (jk) = (ik)$$





PERKALIAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 1 + 2 \times 4 = 9$$

$$0 \times 1 + 4 \times 4 = 16$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix}$$





PERKALIAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 1 + 2 \times 4 = 9$$

$$1 \times -4 + 2 \times 2 = 0$$

$$0 \times 1 + 4 \times 4 = 16$$

$$0 \times -4 + 4 \times 2 = 8$$

$$A \times B =$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 16 & 8 \end{bmatrix}$$





PERKALIAN MATRIKS



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 1 + 2 \times 4 + 3 \times 0 = 9$$

$$1 \times -4 + 2 \times 2 + 3 \times 1 = 3$$

$$1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$$

$$0 \times 1 + 4 \times 4 + 5 \times 0 = 16$$

$$0 \times -4 + 4 \times 2 + 5 \times 1 = 13$$

$$0 \times 0 + 4 \times 1 + 5 \times 2 = 14$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 16 & 13 & 14 \end{bmatrix}$$





Rangkuman

- Dua buah matriks dapat di jumlahkan atau dikurangkan jika matriks tersebut mempunyai ukuran sama.
- Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B, jika jumlah kolom matriks A = dengan jumlah baris matriks B
- Jumlah matriks berlaku hukum komutatif
- Perkalian dua buah matriks belum tentu hukum komutatif berlaku.





Soal-soal

1. Jika diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -8 & 3 \\ -7 & 0 & 10 \\ 5 & 9 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ -2 & 1 & 7 \\ 6 & 8 & -3 \end{bmatrix}$$

Hitunglah:

a. $3A + 2B$ e. $A + B^T$

b. $3B - 2A$ f. $B - A^T$

c. AB

d. BA .





TERIMA KASIH