9月29日课后作业

1 第一题

解：

(1) 由题意得：

$$p(u_0v_0) = p(u_0)p(v_0|u_o) = p$$
$$p(u_0v_1) = p(u_0)p(v_1|u_o) = 0$$
$$p(u_1v_0) = p(u_1)p(v_0|u_1) = (1-p)q$$
$$p(u_1v_1) = p(u_1)p(v_1|u_1) = (1-p)(1-q)$$

$$\therefore \overline{D} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(u_i, v_j)d(u_i, v_j)$$
$$= (1-p)q$$

(2) 为了使$R(D)$最大，则$R(D) = R(D_{min})$

其中，$D_{min} = \sum_{i=1}^{2} p(u_i) \min_j d(u_i, v_j) = 0$

对应的实验信道为:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因此，若使$R(D)$最大，则需$q = 0$，此时最大值为

$$R_{max}(D) = H(X) = H(P) = -plogp - (1-p)log(1-p)$$

(3) 由$R(D) = \min I(X;Y)$可知，其最小值为0

若使$R(D)$最小，只需要$D \geq D_{max}$。

由(1)得：

$$p(v_0) = p + (1-p)q$$
$$p(v_1) = (1-p)(1-q)$$

$$D_{max} = \min_{p(v_j)} \sum_{i=1}^{2} p(u_i)d(u_i, v_j)$$
$$= \min_{p(v_j)}\{p*0 + (1-p)*1; p*1 + (1-p)*0\}$$
$$= \min_{p(v_j)}\{1-p; p\}$$
$$= p$$

对应的信宿概率分布选取应为$p(v_0) = 0, p(v_1) = 1$

因此$q = ?$

2 第二题

解：

$$D_{min} = \sum_{i=1}^{2} p(x_i) \min_j d(x_i, y_j) = 0$$

对应的实验信道为：

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3 第三题

解:

(1) $D_{min}=\sum_{i=1}^{2}p(x_i)\min_j d(x_i,y_j)=0$

对应的实验信道为:

$$P=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}$$

(2) 由(1)得:

$$P_D=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}$$

$$R(D_{min})=H(X)=-0.4*log0.4-0.6*log0.6=0.97(bits/symbol)$$

(3)

$$\begin{aligned}D_{max}&=\min_{p(y_j)}\sum_{i=1}^{2}p(x_i)d(x_i,y_j)\\&=\min_{p(y_j)}\{0.4*0+0.6*1;0.4*1+0.6*0;0.4*0.5+0.6*0.5\}\\&=\min_{p(y_j)}\{0.6;0.4;0.5\}\\&=0.4\end{aligned}$$

此时对应的$p(y_j)$有

$p(y_0)=0\quad p(y_1)=1\quad p(y_2)=0$