735-738

正常使用极限状态度分析的蒙特卡罗法

申 东 成

TL311.2

TL311.2

（深圳市松岗建筑设计室，深圳518105）

提要：本文用蒙特卡罗法对现行混凝土结构规范中裂缝宽度的可靠度进行校准，文中避开了复杂的数学推导，得出了相对精确解。

关键词：蒙特卡罗法，可靠度，正常使用极限状态，裂缝宽度。 混凝土

一、问 题 的 提 出

近年来轻质高强材料使用的越来越多，使结构阻尼变小，柔性较大，易产生较大的振动或变形。设计经验表明，正常使用极限状态，在某些情况下往往对截面的选择和材料的用量起控制作用，因此，正常使用极限状态的研究显得越来越来越重要。

在可靠性分析中，目前采用较多的是一次二阶矩法（FOSM），它能在已知各变量的均值和方差的情况下求出可靠度指标 β，这在极限状态方程是线性的，且各随机变量都服从正态分布时，能得到可靠度指标 β 的精确解，否则要对极限状态方程进行线性变换，并对非正态变量进行当量正态变换，这在极限状态方程形式比较简单；各变量的离散性较小时得到的结果也比较接近实际；但正常使用极限状态的极限状态方程（如裂缝宽度计算公式）形式非常复杂，变量的离散性也较大，如进行上述变换，根据误差传递公式需进行复杂的数学推导，而且得出的结果误差也很大。蒙特卡罗法对各随机变量进行随机抽样，只是多次重复计算，不需过多的数学推导，只要抽样次数足够多，就能得到相对精确解，这在电子计算机高度发展的今天已变得非常现实。

二、正常使用极限状态可靠度的近似概率分析

在进行正常使用极限状态可靠度分析中，一般采用与承载力极限状态方程相似的简化方程。

$$R-S=0 \qquad (1)$$

式中 R 为广义抗力，S 为广义荷载效应，S 为随机变量，由于分析方法的不同，R 可作为随机变量，也可作为普通变量。对正常使用极限状态的可靠度分析，目前有三种模式：第一种模式假定 R 为常量，即为规范规定之限值，S 为随机变量；第二种模式假定 R、S 均为随机变量；第三种模式是把达到某种极限状态作为一个模糊事件，采用模糊数学的方法进行可靠度分析。后两种模式在理论上是严密的，也比较接近实际，但把 R 作为随机变量进行大量的统计分析，并对结构的耐久性有更进一步的认识，目前采用的 R 的分布类型和分布参数大都是假定的，带有很大的主观性；作为应用模糊数学处理的关键问题之一，隶属函数的选择也是主观选定的，缺乏统计资料，因此，用后两种方法分析还需大量的统计分析，逐步建立更为严密、合理的正常使用极限状态可靠度分析方法。

本文采用第一种模式，以裂缝宽度为例，对广义抗力 R 暂取常值，即按常量来考虑，对现行规范而言，从相对意义上初步了解现行规范失效概率的大致水平，以供其它分析时参考。

三、正常使用极限状态可靠度分析的蒙特卡罗法

文献〔1〕中关于钢筋混凝土受弯构件的最大裂缝宽度公式可以写成下面的形式：

$$W_{max}=\tau_s\tau_l\alpha_c\psi\sigma_{ss}/E_s(2.7C+0.1d/\rho_{te})\nu \qquad (2)$$

式中 τ_l 为考虑长期荷载作用的裂缝宽度的扩大系数，由于缺少试验资料，τ_l 取1.5，α_c 为反映裂缝间砼伸长对裂缝宽度的影响系数，$\alpha_c=0.85$，τ_s 为短期裂缝宽度增大系数，实际上是裂缝宽度不均匀系数，是具有一定保证率的最大裂缝宽度与平均裂缝宽度之比值，根据试验结果，一般认为裂缝宽度与平均裂缝宽度之比值 τ_s 为随机变量，服从对数正态分布〔2〕。为简化起见，可认为 $\tau_s\sim N(1, 0.16)$，其余符号的意义详见文献〔1〕。因此，对短期和长期荷载作用下的裂缝宽度的计算公式可按下面的式子计算。

$$W_{max}=K_RK_\rho\tau_s\alpha_c\psi\sigma_{ss}/E_s(2.7c+0.1d/\rho_{te})\nu \qquad (3)$$

$$W_{max}=K_RK_\rho\tau_s\alpha_c\psi\sigma_{sl}/E_s(2.7c+0.1d/\rho_{te})\nu\times1.5 \qquad (4)$$

式中 K_R 为反映真实构件抗力与试验室试件抗力之间不定性的系数，K_ρ 为计算模式的不定性系数。σ_{sl} 为长期荷载作用下钢筋应力，此时活载按准永久值考虑。

蒙特卡罗法的基本原理是对给定的截面材料，根据 $W_{max}=[W]$（$[W]$ 为规范之允许值）反算出作用在截面上的弯矩M，根据特定的荷载比值 $\rho=G_k/L_k$ 算出作用在构件上的荷载标准值 G_k，L_k，根据荷载的统计参数可求出作用在截面上的荷载的均值和方差，随机抽取恒载g，活载l值，使其作用于截面上，对截面的各参也随机抽取其值，利用（3）、（4）计算裂缝宽度，并和[W]比较，如大于[W]，则记为一次失效，记录失效总次数，失效总次数与抽样总次数之比值即为失效概率 P_f。

对于正常使用极限状态，可靠度指标 β 要求较低，一般认为 $\beta=1\sim2$，相应失效概率为 $P_f=15.8\sim2.27\%$，各随机变量的分布类型对 β 值的影响较小，这里认为各参数均服从正态分布。

几何参数的统计参数根据文献（3）有：$K_b=1.0$，$V_b=0.11$，$K_h=1.02$，$V_h=0.03$，$K_c=0.9$，$V_c=0.3$，$K_{ho}=1.0$，$V_{ho}=0.04$，材料特性的统计参数由文献（4）有：$K_{ES}=1.0$，$V_{ES}=0.06$，$K_{AS}=1.1$，$V_{AS}=0.09$，$K_d=1.0$，$V_d=0.04$，$K_{ft}=1.23$，$V_{ft}=0.19$，荷载的统计参数由文献（5），$K_g=1.06$，$V_g=0.07$，活载考虑办公和住宅两种情况，住宅 $K_l=0.86$，$V_l=0.23$，办公，$K_l=0.7$，$V_l=0.79$。

先利用递推公式产生（0～1）均匀分布的伪随机数，经过参数检验，均匀性检验和独立性检验合格后才予使用，然后根据下式产生标准正态分布随机数。

$$r_1=\sqrt{-2\ln s_1}\cos(2\pi s_2) \qquad (5)$$

$$r_2=\sqrt{-2\ln s_1}\sin(2\pi s_2) \qquad (6)$$

s_1、s_2 为（0～1）均匀分布随机数，r_1、r_2 为标准正态分布随机数。

一般认为，模拟次数N只要符合条件，$N/P_f>100$ 即可，本人做了2000，5000，10000，20000，50000五种模拟，因篇幅有限，这里仅列出5000、50000次恒十住宅的结果，恒载十办公的结果与此类似，只是 P_f 稍低。

短期 P_f（%）　N＝5000

μ(%) / ρ	1.0	1.5	2.0	2.5
0.1	10.02	10.3	9.88	9.44
0.25	9.14	9.54	9.14	8.54
0.5	8.08	8.44	8.38	7.92
1.0	7.00	7.56	7.44	7.14
2.0	5.92	6.40	6.46	6.26

长期 P_f（%）　N＝5000

μ(%) / ρ	1.0	1.5	2.0	2.5
0.1	28.6	29.66	29.12	28.14
0.25	22.36	23.70	23.94	23.18
0.5	14.66	16.80	17.24	17.08
1.0	6.30	8.40	9.18	9.62
2.0	1.60	2.96	3.58	4.08

短期 P_f (%) N = 50000

μ(%) / ρ	1.0	1.5	2.0	2.5
0.1	9.53	9.88	9.64	9.07
0.25	8.48	9.00	8.84	8.29
0.5	7.46	8.01	[illegible]	7.45
1.0	6.39	6.95	6.93	6.56
2.0	5.59	6.16	6.17	5.82

长期 P_f (%) N = [illegible]

μ(%) / ρ	1.0	1.5	[illegible]	2.5
0.1	28.72	29.65	28.47	[illegible]
0.25	21.71	23.30	23.33	22.47
0.5	13.81	15.86	16.45	16.17
1.0	5.79	7.92	8.84	9.16
2.0	1.54	2.83	3.46	3.78

四、结　　论

通过上面的分析，可得出如下结论：

1、对正常使用极限状态，模拟次数 N = 5000～10000次结果就已收敛。

2、P_f随 ρ 值增加而降低。

3、短期荷载下 P_f基本能满足 $\beta = 1 \sim 2$ 的要求，长期荷载下在 ρ 值较小时达不到要求。

4、正常使用极限状态的 P_f与 ρ 关系很大，β 不同时 β 不在同一水平上，在以后修定正常使用极限状态方程时应考虑这一因素。

参　考　文　献

〔1〕、砼结构设计规范 GBJ 10～89，北京、中国建筑工业出版社，1989。

〔2〕、黄兴棣：工程结构可靠性设计，北京、人民交通出版社，1989。

〔3〕、钢筋砼结构构件可靠度的研究课题组，钢筋砼构件几何尺寸的调查和统计分析，建筑结构学报．1985：2～9。

〔4〕、唐铁羽、李树瑶：对钢筋砼构件抗裂及限裂的可靠性分析，武汉建材学院学报，1985（2）：217～26。

〔5〕、建筑结构统一标准 GBJ 68～84（试行）．北京．中国建筑工业出版社，1984。