文章编号：1673－193X(2006)－06－0024－03

用MATLAB实现蒙特卡罗法评定大型复杂系统平均寿命

孙尚新[1]，高精先[2]，张　林[2]

（1.中国地质大学工程学院，武汉　430074）
（2.山东省青岛即墨市通济街道办事处安监办，青岛　266200）

摘　要：随着现代工程系统的大型化与复杂化趋势，大型复杂系统可靠性评定是亟待解决的问题。工程中常用的可靠性指标有可靠度和平均寿命，平均寿命指标直观、物理概念清晰，使用更加方便。针对有限样本条件下，大型复杂系统平均寿命评定的蒙特卡罗法，提出利用MATLAB进行抽样模拟，大大提高了计算效率，对工程中大型复杂系统平均寿命评定具有重要应用价值。

关键词：MATLAB；蒙特卡罗法；平均寿命
中图分类号：X36　　**文献标识码**：A

The MTTF's evaluation of large-scale complex system with MATLAB and monte carlo

SUN Shang-xin[1], GAO Jing-xian[2], ZHANG Lin[2]

(1. China University of Geosciences, Engineering College, Wuhan 430074, China)
(2. Tongji Subdistrict, Qingdao 266200, China)

Abstract: With modern engineering system getting larger and more complex, the reliability evaluation for the system is an urgent task to deal with in engineering field. The common reliability targets are reliability probability and MTTF (Mean Time To Failures). MTTF features directly and distinctly, so it is more convenient. According to Monte Carlo sampling simulation method of MTTF, MATLAB is to be used in sampling simulation, which greatly increases the computing efficiency. It is very important for engineering applications.

Key words: MATLAB; monte carlo simulation; MTTF

基于可靠性框图建模、最小路集计算的Monte Carlo方法，可以较好的解决常用分布单元（指数分布、对数分布、对数正态分布、威布尔分布等）构成的大型复杂系统平均寿命评定问题[1]，此外，还可以给出平均寿命的分布特点，极大的方便了工程应用。运用MATLAB实现Monte Carlo方法，可以在一定程度上减小直接抽样时的困难，便于更好的解决问题，对于研究常用分布单元构成的大型复杂系统平均寿命，具有重要的工程应用价值。

1　蒙特卡罗法简介

蒙特卡罗法，是一种以概率统计理论为基础的数值模拟技术，通过对每一随机变量进行抽样，将其代入数据模型中，确定函数值，独立模拟试验N次，得到函数的一组抽样数据，由此便可以确定函数的概率分布特征、函数的分布曲线等，因其较适合通过计算机编程来实现而日益受到人们的重视[2]。MATLAB是一种功能极其强大的科学和工程计算数学软件系统。它汇集了大量数学、统计、科学和工程所需的函数，除了具有类似于其他计算机编程语言的编程特性外，对计算数学领域的特定数学问题，MATLAB都给出了该问题的各种高效算法。此外MATLAB还提供一个阵容强大、范围广泛的基本运算体系，例如常用的矩阵代数运算、数组运算等，使用户可以以多种形式快速地操作数据集。与Basic、Fortran、C等编程语言相比，MATLAB具有编程简单直观、用户界面友善、开放性强等特点，大大提高了编程效率。

收稿日期：2006－09－10
作者简介：孙尚新（1983－　），女，硕士研究生。

2 利用 Monte - Carlo 求解一般系统给定置信度的平均寿命下限

本文仅以指数分布单元为例，介绍 Monte - Carlo 法计算平均寿命的过程。指数型分布单元的概率密度函数为：

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t \geqslant 0,\ \lambda > 0) \tag{1}$$

2.1 指数分布单元(或底事件)寿命抽样方法

根据贝叶斯定理，λ 的后验分布密度为：

$$f(\lambda \mid z,\tau) = \Gamma(\lambda \mid z_0 + z, \tau_0 + \tau) \tag{2}$$

式中，参数 Z 和 τ 为单元失效数和总试验时间，参数 Z_0 和 τ_0 为验前信息，$\Gamma(\cdot)$ 是参数为 $Z_0 + Z$ 和 $\tau_0 + \tau$ 的伽马分布函数。

所以，故障率 λ 的抽样公式为：

$$\int_0^{\lambda_{Bi}} \Gamma(\lambda \mid z_0 + z, \tau_0 + \tau)\,\mathrm{d}\lambda = r_i \tag{3}$$

式中：r_i ——(0,1)区间随机数；

λ_{Bi} ——故障率的抽样值。

对于给定故障率的抽样值 λ_{Bi}，寿命的抽样公式为：

$$t_j = -\frac{1}{\lambda_{Bi}} \ln r_i \tag{4}$$

式中：r_j ——(0,1)区间随机数；

指数分布单元(或底事件)寿命的抽样过程分为两步：(1)先对故障率 λ_{Bi} 抽样；(2) 给定故障率 λ_{Bi} 条件下，对寿命反复抽样，得到1个平均寿命抽样值。

2.2 基于最小路集的平均寿命评定

设网络系统或故障树系统，具有 m 个最小路集，第 i 个最小路集为 $s_i(i = 1,2,\cdots,m)$，每个最小路集由单元(或底事件) 正常事件 x_q 构成，第 i 个最小路集 s_i 表示为：

$$s_i = \prod_{x_q \in s_i} x_q \tag{5}$$

系统正常事件 s 表示为：

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_m = \sum_{i=1}^{m} s \tag{6}$$

即 s 表示为每个单元(或底事件) 正常事件 x_q 的积之和。

设系统中单元(或底事件) 有 n 个，任意第 k 次蒙特卡罗寿命抽样仿真，得到 n 个单元(或底事件) 的一组寿命抽样值为：

$$(t_{1k}, t_{2k}, \cdots, t_{nk}) \tag{7}$$

系统的1个最小路集代表系统的1个正常工作状态，第 k 次寿命抽样，s_i 最小路集正常工作时间(寿命)为：

$$T_{ik} = \min_{x_j \in s_i}(t_{jk}) \tag{8}$$

式中，下标"j" 表示单元(或底事件) 的序号，下标"k" 表示第 k 次寿命抽样。

由于只要系统存在1个最小路集，系统就能正常工作，因此，第 k 次寿命抽样，系统的寿命为

$$T_k = \max_{1 \leqslant i \leqslant m}(T_{ik}) \tag{9}$$

设寿命抽样仿真次数为 $N_2(1 \leqslant k \leqslant N_2)$，则得到系统平均寿命的1个抽样值为：

$$MTTF = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} T_k \tag{10}$$

2.3 具体仿真流程

仿真过程，如图1所示。

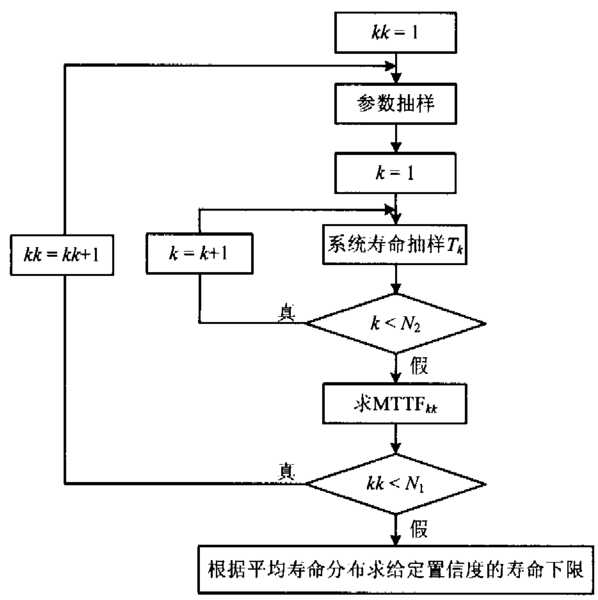

图1 平均寿命仿真

3 算例及 MATLAB 编程实现

发射场供配电系统按照国家标准，建议采用双电源、双回路的互为备份的供电方式，以提高供配电系统可靠性，例如采用如图2所示典型结构。系统正常工作是指"H 和 Q 同时有输出"事件。 其中单

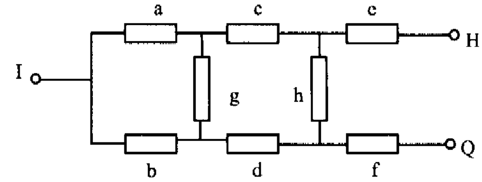

图2 供配电系统可靠性框图

元全部为指数型,a、b、c、d、e、f、g、h 单元可靠性试验数据分别为(1,150)、(1,160)、(1,170)、(1,180)、(1,185)、(1,190)、(2,250)、(2,260)。若任务时间为 $t_0=10h$,取置信度 $\gamma=0.9$,采用基于最小路基的蒙特卡罗仿真方法求供配电系统:H 和 Q 同时有输出时的系统平均寿命下限。

(1)求解最小路集

H 和 Q 同时有输出时,系统的最小路集有 7 个,如下所示:

S_1 = bdhef; S_2 = acehf; S_3 = acebdf; S_4 = bgcedf; S_5 = acegdf; S_6 = agdhef; S_7 = bgcehf

(2)随机数的产生

将 MATLAB 用于蒙特卡罗法的一个显著优点是它拥有功能强大的随机数发生器指令。随机变量抽样常用的抽样方法有直接抽样方法、变换抽样方法、舍选抽样方法、值序抽样方法、近似抽样方法、随机向量抽样方法六种[2]。通过这样的方法可以产生具有常见分布的随机数,例如均匀分布、正态分布、二项分布、β 分布等。而最简单的方法就是利用 MATLAB 软件带有的随机数产生函数,可以直接调用这样的函数产生所需要的随机数。

(3)编程思路

定义函数 y = meanage(z,T)计算单元的平均寿命抽样值,在给定故障率条件下,对寿命反复抽样 1 万次,就可得到单元的一个平均寿命抽样值。如在 MATLAB 命令窗口中输入:k = meanage(1,160),得到所 b 单元的一个平均寿命抽样值:717.7858 h,用时仅 0.007546 秒。然后定义函数 agesi 和 agesii 计算每个最小路集的寿命,及函数 meanagesys 计算系统的平均寿命。利用 MATLAB 强大的数组运算功能,可大大缩短程序运行周期,提高编程效率。

(4)计算结果

H 和 Q 同时有输出时,给定置信度的系统平均寿命下限,蒙特卡罗的仿真评定值为 $\theta_{L,B}$ = 403.7955(h)。把所得到的 1000 次平均寿命抽样值,经过标准化处理后,与服从标准正态分布的随机数分布图比较(见图 3),二者拟合效果较好,从而得出

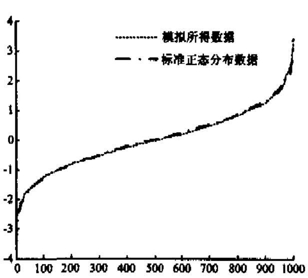

图 3 分布对比图

结论:系统平均寿命近似服从正态分布。

系统平均寿命的概率密度曲线如图 4 所示。

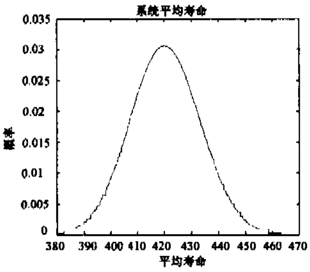

图 4 系统平均寿命密度曲线

5 总结

(1)蒙特卡罗法系统平均寿命评定关键是确定每个单元(或底事件)寿命与系统寿命之间的函数关系,该函数关系,通过最小路集(或最小割集)建立。

(2)在用蒙特卡罗法计算大型复杂系统平均寿命时,分布参数抽样次数 N1 和寿命抽样次数 N2 的选择是一个重要的问题,以给定置信度的寿命下限收敛为准。通常认为 N1 和 N2 应该足够大,因为这样才可以生成一条更光滑的概率分布曲线图,同时也会大大增加计算量。但随着各种改进方法和高性能的计算机的出现,这些问题将得到较好的解决。

(3)计算出平均寿命,我们还可以利用公式 $\lambda=\frac{1}{\theta}$;$R=\exp(-\lambda t)$ 方便的计算出系统的故障率和可靠度,便于进一步研究系统的多种可靠性指标,对大型复杂系统安全管理具有一定的参考价值。

(4)MATLAB 的强大功能为寿命评定提供了便利,研究人员可迅速编出科学高效的计算程序,大大提高了工作效率。在西方,MATLAB 的应用已遍及现代科学界和工程界,相比之下,我国工程领域人员对其了解和应用就少很多,MATLAB 的强大功能等待我们去发掘。

参考文献

[1] 金 星,洪延姬.系统可靠性评定方法[M].北京:国防工业出版社,2005.

[2] 肖 刚,李天柁.系统可靠性分析中的蒙特卡罗方法[M].北京:科学出版社,2003.

[3] 陈桂明,戚红雨,潘 伟.MATLAB 数理统计(6.x)[M].北京:科学出版社,2002.

[4] 薛定宇.科学运算语言 MATLAB 5.3——程序设计与应用.北京:清华大学出版社,2000.

[5] 冯晓波,杨 桦.用 MATLAB 实现蒙特卡罗法计算结构可靠度[J].中国农村水利水电,2002(8):50~51