7. $f''(x_0)$ 存在且不为0　不妨 $f''(x_0)<0$

则 $\exists\delta$, $x\in(x_0-\delta, x_0)$ $f''(x)>0$　$x\in(x_0, x_0+\delta)$ $f''(x)<0$

故 x_0 是 $f(x)$ 的拐点

8. (1) $y'=6x^2-6x-36$

$y''=12x-6$　$x=\frac{1}{2}$ 拐点

$(\frac{1}{2},+\infty)$ 下凸　$(-\infty,\frac{1}{2})$ 上凸

(2) $y'=1-\frac{1}{x^2}$　$y''=2\frac{1}{x^3}$

$x=0$. 不可导点

$x<0$ 时 $y''<0$　$x>0$ $y''>0$

故 $x<0$ 上凸　$x>0$ 下凸

(3) $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$　$y''=\frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}}$

不可导点0.　$x>0$. $y''>0$. 下凸

$x<0$　$y''<0$ 上凸

(4) $y'=(x^2+2x+1)e^x$

$y''=(x^2+4x+3)e^x$

$=(x+1)(x+3)e^x$

$(-\infty,-3)$ 下凸　$(-3,-1)$ 上凸

$(-1,+\infty)$ 上凸

(5) $y'=4x^3$　$y''=12x^2$　$y''\geq 0$ 恒成立

下凸.

(6) $y'=1+\cos x$

$y''=-\sin x$

$((2k-1)\pi, 2k\pi)$ 下凸

$(2k\pi,(2k+1)\pi)$ 上凸

9. $y'=3ax^2+2bx$

$y''=6ax+2b$

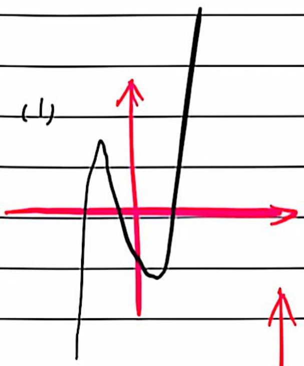
$\begin{cases}6a+2b=0\\ a+9b=3\end{cases}$

$52b=18$

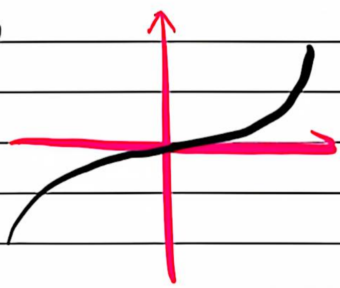
$b=\frac{9}{26}$

$a=\frac{-3}{26}$

10. (1)

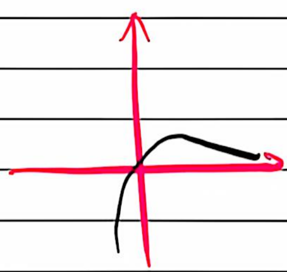


(2)



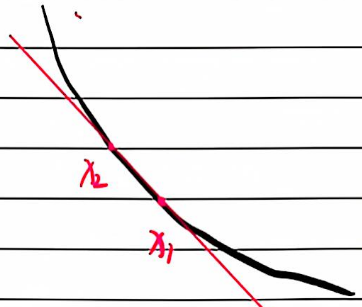
(3)

(4)



说明：曲率下学期再学，故 11—13 题暂不做.

14. $f'(x)\uparrow$ 若 $f(x)$ 不是常数



情况一 $f'(x)\le 0$ 恒成立

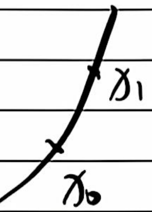
$f(x_2)\ne f(x_1)$

∀取 $x_2<x_1$ $\forall x\in(-\infty,x_2)$

有 $\frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}<\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$，$y=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}(x-x_1)+f(x_1)$

即 $f(x)>y(x)$ 恒成立.

而当 $x\to-\infty$ 时 $y\to+\infty$. 故与有上界矛盾.



情况二 $\exists x_0$，$f'(x_0)>0$

∀取 $x_1>x_0$ 且 $f(x_1)\ne f(x_0)$，∀取 $x\in(x_1,+\infty)$.

则 $\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_0-x_1}\le\frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}$ $g(x)=\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}(x-x_0)+f(x_0)$

即 $f(x)\ge g(x)$ 恒成立.

又 $x\to+\infty$ 时 $g(x)\to+\infty$ 故亦矛盾.

综上，$f(x)$ 只能是常数，且常数满足凸函数条件.