

Лабораторная работа 3.1.3
ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Аксенова Светлана

3 ноября 2020 г.

Цель работы: исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

1 Теоретические сведения.

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \mathbf{m} тонкого витка площадью S с током I равен (в системе СИ)

$$\mathbf{m} = IS \quad (1)$$

где $\mathbf{S} = S\mathbf{n}$ - вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему, \mathbf{n} - единичный вектор нормали к площадке. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называется *элементарным* или *точечным*.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле:

$$\mathbf{B}_{dip} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right) \quad (2)$$

(здесь $\mu_0/4\pi = 10^{-7}$ Гн/м).

Во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{B} на точечный магнитный диполь \mathbf{m} действует механический момент сил.

$$\mathcal{M} = [\mathbf{m} \times \mathbf{B}] \quad (3)$$

При этом потенциальная энергия, которой обладает диполь с постоянным \mathbf{m} , равна

$$W = -(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \quad (4)$$

Когда диполь ориентирован вдоль внешнего поля ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{B}$), он находится в состоянии *равновесия* ($\mathcal{M} = 0$). При этом *устойчивым* будет только состояние, в котором диполь сонаправлен с полем, поскольку его потенциальная энергия достигает *минимума*. При противоположной ориентации энергия будет иметь максимум и состояние равновесия будет неустойчивым.

В *неоднородном* внешнем поле выражение для энергии постоянного диполя (4) сохраняется. При этом кроме момента сил на диполь действует ещё и сила

$$\mathbf{F} = -\nabla W = (\mathbf{m} \cdot \nabla)\mathbf{B} \quad (5)$$

Таким образом, из (3)-(5) следует, что *свободный* магнитный диполь в неоднородном магнитном поле ориентируется вдоль силовых линий магнитного поля и

втягивается в область более сильного поля, поскольку это ведёт к уменьшению энергии диполя.

Выражение (2) и (5) позволяют рассчитать силу взаимодействия магнитов с моментами \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 в рамках модели точечных диполей. В частном случае, когда моменты двух небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой $\mathbf{m}_{1,2} \parallel \mathbf{r}$, где r - радиус-вектор между ними, магниты взаимодействуют с силой (ед. СГС)

$$F_{1,2} = \mathbf{m}_1 \frac{\partial B}{\partial r} = -\frac{6\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2}{r^4} \quad (6)$$

Здесь магниты притягиваются, если их магнитные моменты сонаправлены, и отталкиваются, если направлены противоположно.

Экспериментальная установка. В работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для проведения эксперимента важно, что а) вещество, из которого изготовлены магниты, является *магнитожёстким* материалом; б) шарики намагничены однородно.

«Магнитожёсткость» материала означает, что магнитные моменты шаров в процессе работы не изменяются под действием внешних магнитных полей, т.е. шар ведёт себя как постоянный диполь. В том числе, магнитные моменты не изменяются при контакте магнитов друг с другом.

Магнитное поле однородного намагниченного шара радиусом R может быть вычислено точно. На расстоянии $r \geq R$ от центра шара оно совпадает с полем *точечного* магнитного диполя (2), расположенного в центре, магнитный момент \mathbf{m} которого совпадает с полным моментом шара. Внутри шара магнитное поле однородно: с помощью формулы (2) и условия непрерывности нормальной компоненты индукции на поверхности шара нетрудно получить, что при $r < R$

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi R^3} \quad (7)$$

(в ед. СГС $\mathbf{B}_0 = 2\mathbf{m}/R^3$)

В качестве ещё одной характеристики материала магнита используют остаточную *намагниченность* \mathbf{M} . По определению, намагниченность равна *объёмной плотности магнитного момента*, поэтому для однородного намагниченного шара

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}V, \quad (8)$$

где V - объём магнита. Величину $\mathbf{B}_r = \mu_0 \mathbf{M}$ называют *остаточной индукцией* материала (в ед. СГС $\mathbf{B}_r = 4\pi \mathbf{M}$).

Из (2) нетрудно видеть, что индукция \mathbf{B}_p на *полюсах* однородно намагниченного шара направлена по нормали к поверхности и совпадает поэтому с индукцией внутри шара $\mathbf{B}_p = \mathbf{B}_0$. Как следует из (7), величина B_p связана с остаточной индукцией B_r соотношением

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3}B_r \quad (9)$$

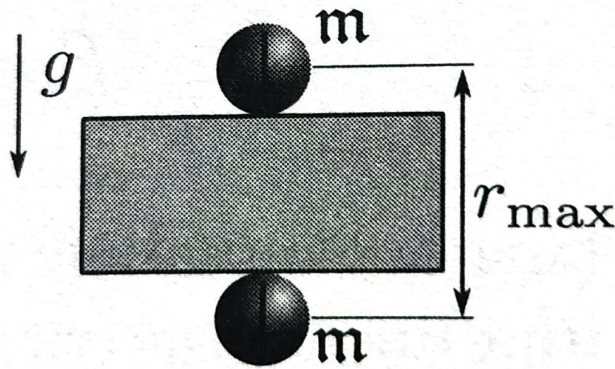


Рисунок 1 – Измерение магнитных моментов шаров

2 Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков

2.1 Метод А

Велечину магнитного момента \mathbf{m} двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести (Рисунок 1). При максимальном расстоянии сила тяжести mg равна силе их магнитного притяжения. Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально, из (6) имеем

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (10)$$

По величине \mathbf{m} с помощью (2) можно рассчитать величину индукции \mathbf{B} вблизи любой точки на поверхности шара радиуса R . Максимальная величина индукции наблюдается на полюсах (см. (9)).

Величина	Значение	σ
B_p	114 мТл	1 мТл
\bar{d}	0,534 см	0,001 см
\bar{m}	0,673 г	0,001 г
r_{max}	2,091 см	0,001 см

Таблица 1 – Измеренные параметры

По формуле (10) был рассчитан магнитный момент \mathbf{m}

$$\mathbf{m} = 45,8 \pm 0,4 \text{ эрг/Гс.}$$

Рассчитана намагниченность M

$$M = 568,04 \pm 8,35 \text{ эрг/(Гс} \cdot \text{см}^3)$$

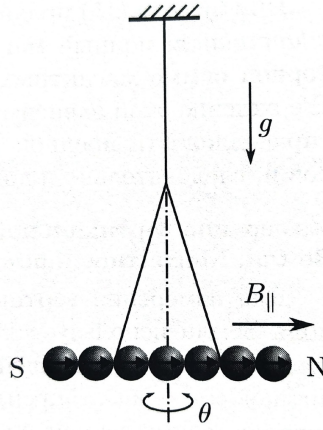


Рисунок 2 – Крутильный маятник во внешнем магнитном поле

и остаточную индукцию магнитного поля B_r

$$B_r = 7,138 \pm 0,017 \text{ Тл},$$

табличное значение $B_r = 1,22 \text{ Тл}$, расхождение - 41,5 %.

Была почитана по формуле (9) индукция B_p у полюсов шарика

$$B_p = 0,476 \pm 0,012 \text{ Тл}.$$

Оно выше, чем измеренная, в 3 раза.

3 Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Магнитное поле Земли в работе измеряется по периоду крутильных колебаний «магнитной стрелки» вокруг вертикальной оси. Она образована сцепленными друг с другом n намагниченными шариками. С помощью Λ -образного подвеса стрелка подвешена в горизонтальном положении (Рисунок 2).

Магнитные моменты всех шариков направлены в одну сторону вдоль оси «стрелки». Под действием механического момента сил (3), действующего на стрелку со стороны поля Земли, стрелка стремится повернуться по горизонтальной составляющей магнитного поля Земли $\mathbf{B}_{||}$ в направлении Юг-Север.

При отклонении стрелки на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильного колебания такого маятника определяется возвращающим моментом сил

$$\mathcal{M} = -\mathbf{m}_n B_{||} \sin \theta \quad (11)$$

и моментом инерции J_n «стрелки» относительно оси вращения. При малых амплитудах ($\sin \theta \approx \theta$) уравнение колебаний стрелки имеет вид

$$J_n \ddot{\theta} + \mathbf{m}_n B_{||} \theta = 0. \quad (12)$$

Отсюда находим период малых колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_n}{\mathbf{m}_n B_{\parallel}}}, \quad (13)$$

где $\mathbf{m}_n = n\mathbf{m}$ - полный магнитный момент магнитной «стрелки», составленный из n шариков. Момент инерции J_n стрелки из n шариков примерно равен

$$J_n \approx \frac{1}{12} m_n l_n^2 = \frac{1}{3} n^3 m R^2. \quad (14)$$

Отсюда находим, что период колебаний маятника пропорционален числу шаров n , составляющих «стрелку»:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{3\mathbf{m} B_{\parallel}}} n. \quad (15)$$

Прежде чем снимать зависимость $T(n)$, необходимо оценить влияние упругости (модуля кручения) нити на период колебаний, возбудив крутильные колебания стрелки, свёрнутой в кольцо (магнитный момент такого кольцеобразного маятника равен нулю). Для этого сравним периоды колебаний «магнитной стрелки» в горизонтальном положении

$$T_1 = 3.020 \pm 0.001 \text{ с}$$

и «стрелки», свёрнутой в кольцо

$$T_2 = 5.531 \pm 0.001 \text{ с.}$$

T_2 больше T_1 , значит влиянием силы упругости можно в данном случае пренебречь.

Для расчёта B_{\parallel} была снята зависимость периода крутильных колебаний от числа шариков. Перед каждым новым опытом была проведена юстировка системы. Графический вид зависимости представлен на [Рисунке 3](#). По методу наименьших квадратов был посчитан коэффициент наклона прямой. Из формулы (15) была посчитана горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли B_{\parallel}

$$B_{\parallel} = 0,200 \pm 0.012 \text{ Гс.}$$

4 Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Магнитное наклонение.

Для измерения вертикальной B_{\perp} составляющей вектора индукции поля Земли используется та же установка, что и для измерения горизонтальной с тем лишь отличием, что подвешенная магнитная «стрелка» закрепляется на нити в

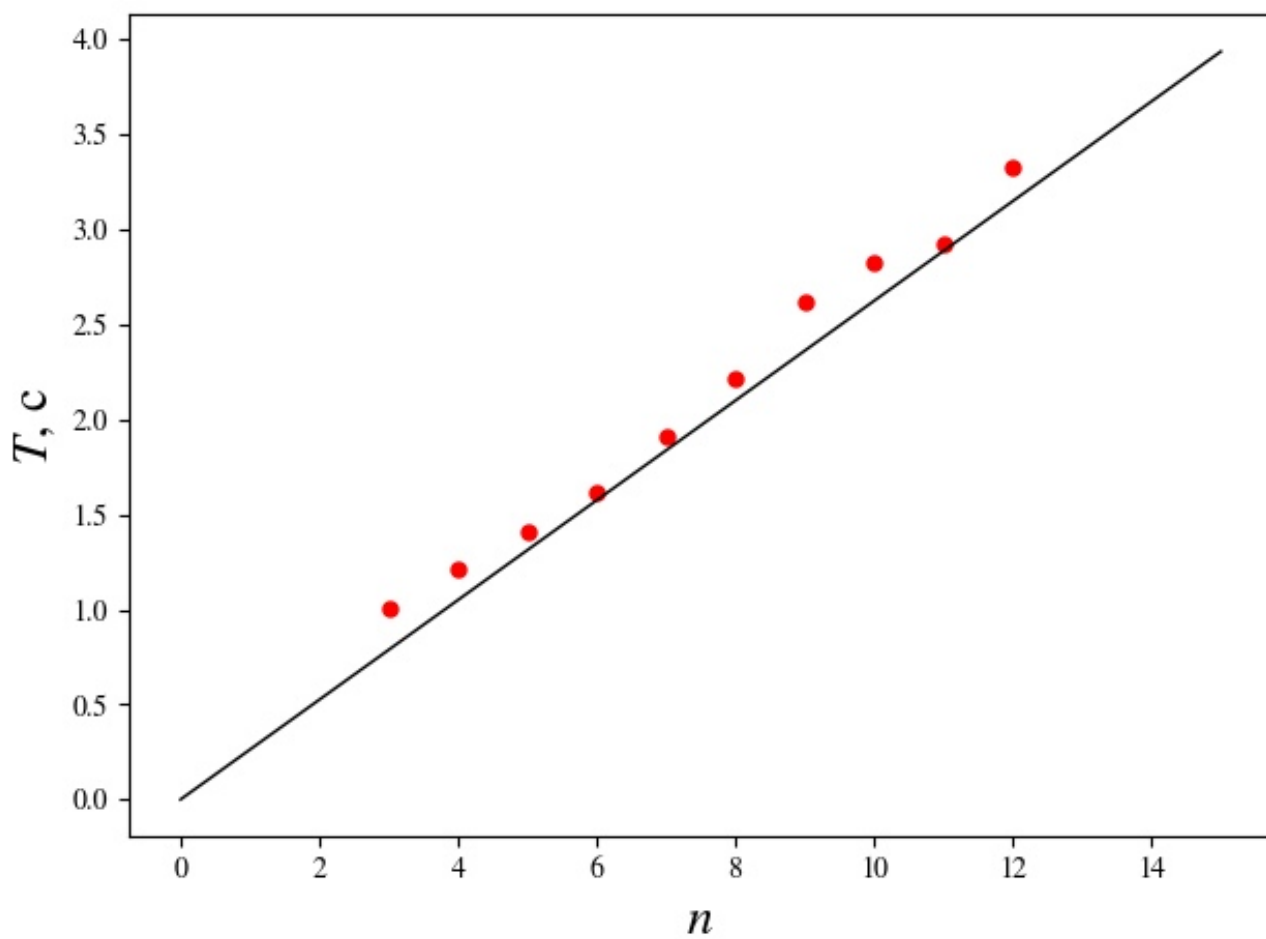


Рисунок 3 – График зависимости периода крутильных колебаний от числа шаров

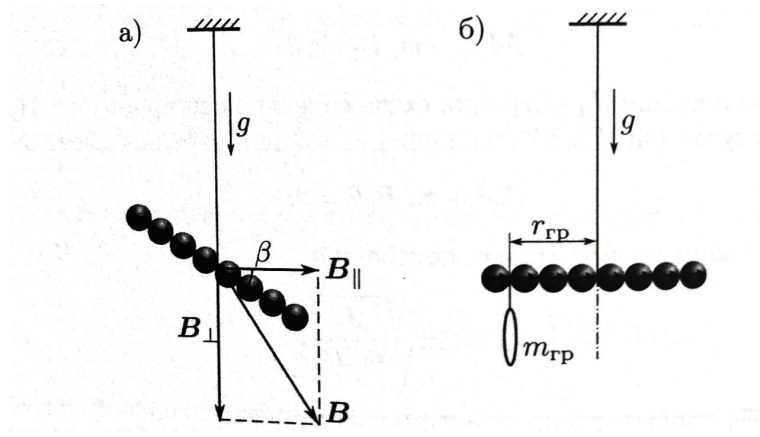


Рисунок 4 – Измерение вертикального составляющего поля и магнитного наклонения

одной точке (Рисунок 4 (а)). Это связано с тем, что вектор \mathbf{B} индукции магнитного поля Земли не горизонтален, а образует с горизонтом некоторый угол β , зависящий от географической широты ϕ места, где проводится опыт. Величина угла β называется *магнитным наклонением*.

Измерить магнитное наклонение непосредственно по положению подвешенной «стрелки» затруднительно из-за механического момента нити в точке подвеса, неизбежно возникающем при наклоне «стрелки». Избавиться от этого можно, если выровнять её горизонтально с помощью небольшого дополнительного грузика (Рисунок 4 (б)). В этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на «стрелку» со стороны вертикальной составляющей магнитного поля Земли. Если масса уравнивающего груза равна m_l , плечо силы тяжести r_l , а полный магнитный момент стрелки $\mathbf{m}_n = n\mathbf{m}$, то в равновесии

$$\mathcal{M}_n = m_l g r_l = n m B_{\perp}. \quad (16)$$

Видно, что момент \mathcal{M}_n силы тяжести уравнивающего груза пропорциональна числу n шариков, образующих магнитную «стрелку»: $\mathcal{M}_n \propto n$.

Снимем зависимость \mathcal{M}_n от числа шариков n . По массе уравнивающего груза был посчитан момент сил, действующих на «стрелку» со стороны вертикальной составляющей магнитного поля Земли и построен график зависимости $\mathcal{M}(n)$ (Рисунок 5). Когда шариков было 12 и 10, стрелка была наклонена справа, на 8 шариках она отклонилась в другую сторону. Скорее всего, это связано с тем, что шарики были разного размера, а значит и разной массы. На графике две точки (помечены синим) не учитывались при подсчёте коэффициента наклона, по которому потом по формуле (16) была подсчитана вертикальная составляющая магнитного поля Земли:

$$B_{\perp} = 2,20 \pm 0,22 \text{ Гс}$$

Также было посчитано магнитное наклонение β

$$\tan \beta = 10.99 \pm 1,29,$$

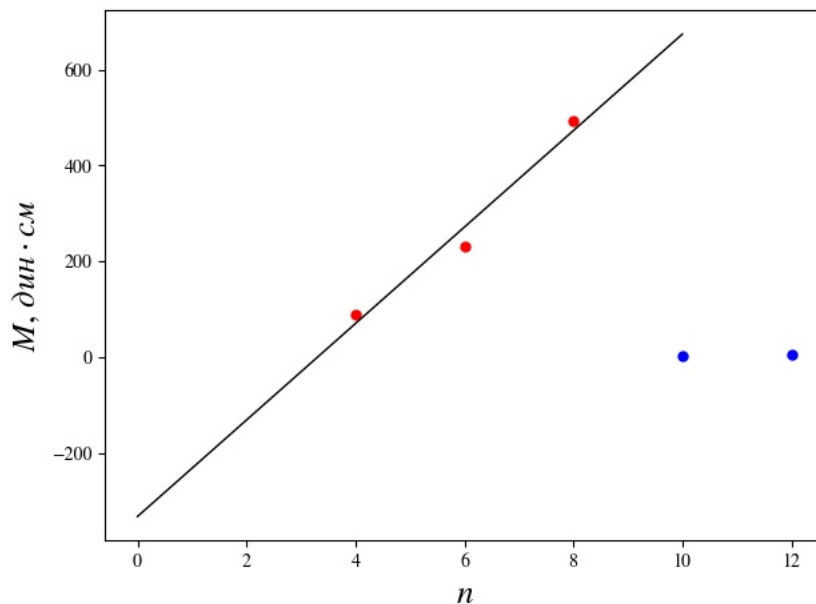


Рисунок 5 – Зависимость механического момента сил от числа шариков

что соответствует $94,21^\circ$, и полная индукция магнитного поля Земли на широте Долгопрудного

$$B = 2,21 \pm 0,13 \text{ Гс.}$$

В Московской области по данным **источника** $B = 0,5 \text{ Гс}$, что в 4 раз меньше рассчитанного.

5 Обсуждение результатов

Все расхождения с табличными и напрямую измеренными данными можно объяснить тем, что использовались заметно разного размера и, соответственно, массы шарики. Также рядом с установкой лежали дополнительные источники магнитного поля (например, мобильный телефон).

6 Вывод

С помощью постоянных неодимовых магнитов были измерены горизонтальная и вертикальная составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение, а также измерены некоторые свойства собственно самих магнитов.

7 Список литературы

1. Лабораторный практикум по общей физике: Учебное пособие в трех томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. 2-е изд., перераб и дополн. / Никулин М.Г., Попов П.В, Нозик А.А. и др.; Под ред. А.В. Максимычева, М.Г. Никулина. — М.: МФТИ, 2019. — 370 с