

Лабораторная работа 3.2.2
РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ В
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Аксенова Светлана

3 ноября 2020 г.

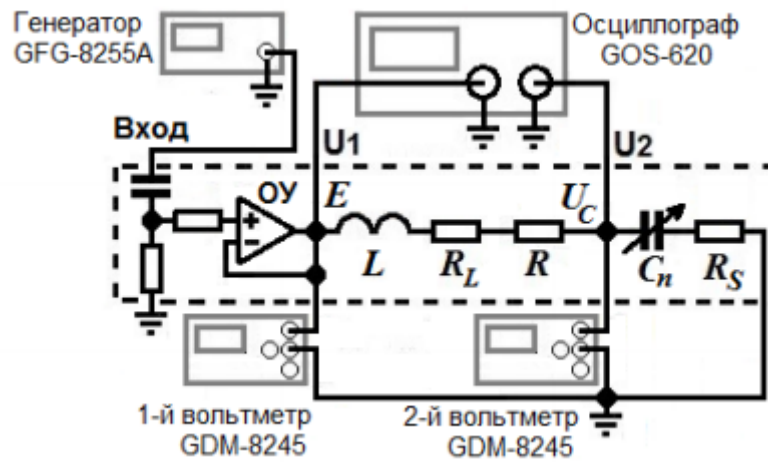


Рисунок 1 – Схема экспериментального стенда

Цель работы: исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, включающее получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, а также определение основных параметров контура.

В работе используются: генератор сигналов, источник напряжения, нагруженный на последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухлучевой осциллограф, цифровые вольтметры.

1 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки для изучения резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре представлена на [рис. 1](#). Синусоидальный сигнал от генератора поступает через согласующую RC-цепочку на вход источника напряжения, собранного на операционном усилителе ОУ. Питание операционного усилителя осуществляется встроенным блоком-выпрямителем от сети переменного тока 220 В (цепь питания на схеме не показана). Источник напряжения, обладающий нулевым внутренним сопротивлением, фактически обеспечивает с высокой точностью постоянство амплитуды сигнала $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \phi_0)$ на меняющейся по величине нагрузке – последовательном колебательном контуре. Источник напряжения с согласующей цепочкой, колебательный контур и блок питания заключены в отдельный корпус с названием «Резонанс напряжений», отмеченный на рисунке штриховой линией.

На корпусе имеются коаксиальные разъёмы «Вход», « U_1 », « U_2 », а также переключатель магазина ёмкостей. Величины ёмкостей указаны в [табл. 1](#). Напряжение \mathcal{E} на контуре через разъём « U_1 » попадает на канал 1 осциллографа и на вход 1-го цифрового вольтметра. Напряжение на конденсаторе U_c подаётся через разъём « U_2 » одновременно на канал 2 осциллографа и на вход 2-го цифрового вольтметра.

n	1	2	3	4	5	6	7
C_n нФ	25,0	33,2	47,5	57,2	67,4	82,1	99,6

Таблица 1 – Соответствие ёмкости C и номера на переключателе магазина ёмкостей

2 Реальные элементы цепи

Колебательный контур нашей установки собран из стандартных элементов, используемых в современных радиоэлектронных цепях. Известно, что происходят необратимые потери энергии в реальных конденсаторах (утечки и диэлектрические потери), в катушках индуктивности (вихревые токи, потери на перемагничивание в сердечнике), на проводниках (омические потери). Рост потерь приводит к увеличению действительных частей комплексных сопротивлений элементов контура, и, значит, к изменению его резонансных свойств, к уменьшению добротности.

Потери в элементах контура зависят как от частоты, так и от амплитуды тока (напряжения), температуры и ряда других факторов. От перечисленных факторов в общем случае зависят основные параметры контура: индуктивность L , ёмкость C и суммарное активное сопротивление R_Σ .

В нашем контуре катушка индуктивности L на ферритовом каркасе обладает малым сопротивлением по постоянному току и высокой собственной резонансной частотой $\nu_{L0} \geq 1,3$ МГц. Каждая катушка, помимо индуктивности L , характеризуется также собственной (межвитковой) ёмкостью C_L и активным сопротивлением потерь R_L , распределёнными по её длине. Вследствие влияния ёмкости C_L при измерении на частоте ν определяется эффективное значение индуктивности $L_{ef} = L / (1 - \nu^2 / \nu_0^2)$, которое может заметно отличаться от истинной величины L . В рабочем диапазоне частот нашего контура выполняется неравенство $\nu \ll \nu_0$, поэтому индуктивность в эквивалентной схеме контура на [рис. 1](#) индуктивность представлена своим истинным значением L и активным сопротивлением R_L .

Полипропиленовые конденсаторы, входящие в комплект магазина ёмкостей, в рабочем диапазоне частот имеют пренебрежимо малые собственные индуктивности (менее мГн на 1 см общей длины обкладок и выводов) и относительно малые активные потери. Для оценки возможного вклада активных потерь в конденсаторах в общий импеданс контура воспользуемся представлением конденсатора с ёмкостью последовательной эквивалентной схемой, показанной на [рис. 2а](#). R_s – это эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС), обусловленное электрическим сопротивлением материала обкладок и выводов конденсатора и контактов между ними, а также потерями в диэлектрике. Из эквивалентной схемы и векторной диаграммы ([рис. 2б](#)) видно, что активные потери в конденсаторе, пропорциональные косинусу угла сдвига фаз между током и напряжением на ёмкости, убывают с ростом ϕ и, соответственно, с уменьшением угла $\delta = \pi/2 - \phi$. Потери в конденсаторе характеризуют величиной $\tan \delta$.

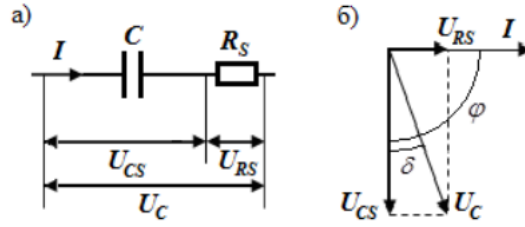


Рисунок 2 – Последовательная эквивалентная схема конденсатора с потерями

Выражение для ЭПС на циклической частоте $\omega = 2\pi\nu$

$$R_S = \frac{U_{RS}}{I} = \frac{U_{RS}}{\omega C U_{CS}} = \frac{\tan \delta}{\omega C} \quad (1)$$

Конденсаторы магазина ёмкостей в интересующем нас диапазоне частот имеют $\tan \delta < 10^{-3}$, что является низким показателем для конденсаторов с твёрдым диэлектриком.

3 Свойства колебательного контура

Для упрощения процедур получения и обработки резонансных кривых в колебательный контур добавлен постоянный резистор R , снижающей его добротность. Суммарное активное сопротивление контура

$$R_\Sigma = R + R_L + R_S \quad (2)$$

Тем не менее, добротность контура остаётся достаточно высокой, поэтому можно пользоваться формулой (3)

$$Q = \frac{\rho}{R_{sum}} = \frac{\omega_0 L}{R_{sum}} = \frac{1}{\omega_0 C R_{sum}} \gg 1 \quad (3)$$

Для импедансов ёмкости Z_C , индуктивности Z_L и последовательного контура $Z = Z_L + R + Z_C$ с учётом (1), (2) получаем

$$Z_C = R_S - \frac{i}{\omega C}, \quad Z_L = R_L + i\omega L, \quad Z = R_\Sigma + i(\omega L - \frac{1}{\omega C}). \quad (4)$$

Комплексные амплитуды тока в контуре $I = E/Z$ и напряжений на сопротивлении $U_R = RI$, ёмкости $U_C = Z_C I$ и индуктивности $U_L = Z_L I$ при нулевой начальной фазе ϕ_0 напряжения на контуре $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{i\phi_0}$ удобно записать в виде

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R_\Sigma} \frac{1}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}, \quad (5)$$

$$U_C = -iQ\mathcal{E}_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1 + i \tan \delta}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}, \quad (6)$$

$$U_L = Q\mathcal{E}_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1 - iR_L/\rho}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}. \quad (7)$$

Указанными потерями, представленными мнимыми добавками в числителях формул, при условии $Q \gg 1$ и $\tan \delta < 10^{-3}$ можно пренебречь.

Наибольший практический интерес представляет случай, когда отклонение $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ частоты внешней ЭДС от собственной частоты контура ω_0 удовлетворяют

$$|\Delta\omega| \ll \omega_0 \quad (8)$$

При этом в первом порядке малости по относительной расстройке частоты $\Delta\omega/\omega_0$

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}, \quad (9)$$

что позволяет упростить выражения (5)-(7)

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R_\Sigma} \frac{\cos(\omega t - \psi_I)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}}, \quad \psi_I = \arctan(\tau\Delta\omega) \quad (10)$$

$$U_C = -iQ\mathcal{E}_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\cos(\omega t - \psi_C)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}}, \quad \psi_C = \psi_I + \frac{\pi}{2} - \delta \quad (11)$$

$$U_L = Q\mathcal{E}_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\cos(\omega t - \psi_L)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}}, \quad \psi_L = \psi_I - \frac{\pi}{2} + R_L/\rho \quad (12)$$

Здесь τ - время затухания. При резонансе, когда для высокочастотного контура можно положить $\omega = \omega_0$, выражения принимают вид

$$I(\omega_0) = \frac{\mathcal{E}_0}{R_\Sigma}, \quad \psi_I(\omega_0) = 0, \quad (13)$$

$$U_C(\omega_0) = Q\mathcal{E}_0, \quad \psi_C(\omega_0) = \frac{\pi}{2} - \delta, \quad (14)$$

$$U_L(\omega_0) = Q\mathcal{E}_0, \quad \psi_L = -\frac{\pi}{2} + \frac{R_L}{\rho} \quad (15)$$

Следовательно, амплитуда тока достигает максимального значения.

В нашем эксперименте резонансные явления в последовательном колебательном контуре исследуются по напряжению на контуре \mathcal{E} и напряжению на ёмкости U_C , а также по фазовым сдвигам между ними.

4 Выполнение исследования и обработка результатов

Для контуров с семью различными ёмкостями были измерены резонансные частоты и напряжения. Приближение к резонансу наблюдалось по фигуре Лиссажу на экране осциллографа в режиме X-Y. При этом фигура Лиссажу представляла собой эллипс, оси которого на резонансной частоте направлены вдоль осей X, Y. Все результаты проведённых измерений представлены в [таблице 2](#). Таким образом, индуктивность равна

$$L = 948,4 \pm 1,9 \text{ мкГн.}$$

$C_n,$ нФ	$\nu_{0n},$ кГц	$U_C,$ В	$E,$ В	$L,$ мкГн	Q	$\rho,$ Ом	$R_\Sigma,$ Ом	$R_{S_{max}},$ Ом	$R_L,$ Ом	$I,$ мА
25	32,5	3,86	0,2	959,25	19,3	195,88	10,15	0,20	6,50	19,71
33,2	28,5	5,07	0,2	939,32	25,35	168,20	6,64	0,17	3,02	30,14
47,5	24,0	4,35	0,2	925,81	21,75	139,61	6,42	0,14	2,83	31,16
57,2	21,5	5,70	0,2	958,00	28,50	129,42	4,54	0,13	0,96	44,04
67,4	19,8	5,22	0,2	958,63	26,10	119,26	4,57	0,12	1,00	43,77
82,1	18,0	4,86	0,2	925,25	24,30	107,70	4,43	0,11	0,87	45,13
99,6	16,4	4,19	0,2	945,57	20,95	97,44	4,65	0,10	1,10	43,00

Таблица 2 – Результаты измерений

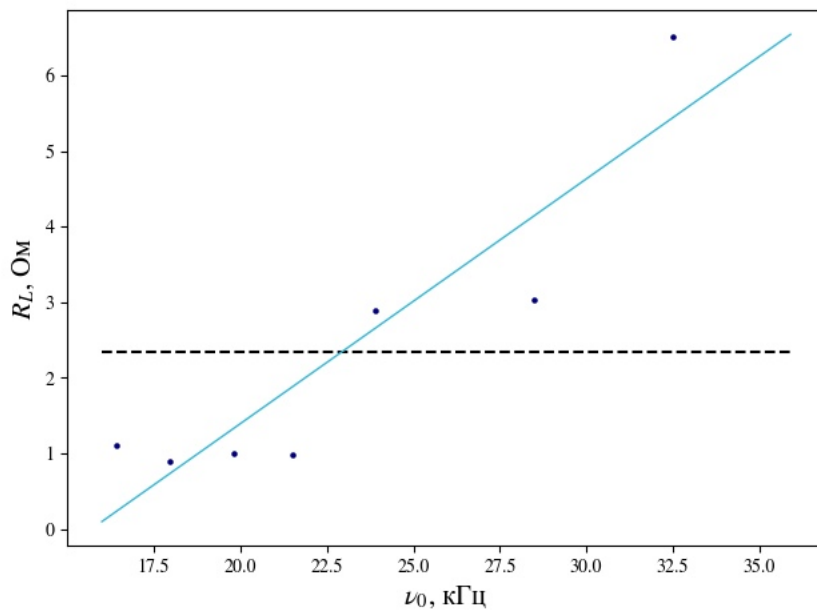


Рисунок 3 – Зависимость $R_L(\nu)$

Сопротивление индуктивности

$$R_L = 2,35 \pm 0,12 \text{ Ом.}$$

По данным таблицы был построен график зависимости $R_L(\nu)$ (рисунок 3, нанесена прямая $\langle R_L \rangle = 2,35 \text{ Ом}$).

4.1 Амплитудно-частотная характеристика

Для контуров с двумя различными ёмкостями были сняты АЧХ для значений $U_c(f) \geq 0,6U_c(\nu_{0n})$. График представлен на рисунке 4 в координатах (U_c, ν) и на рисунке 5 в координатах $(U_c/U_c(\omega_0), \nu)$. Из рис.4 по формуле (16) посчитаем добротность по ширине резонансных кривых на уровне 0,707.

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \quad (16)$$

$$Q_{C_2} = 24,8 \pm 3,1, \quad Q_{C_4} = 28,7 \pm 4,8$$

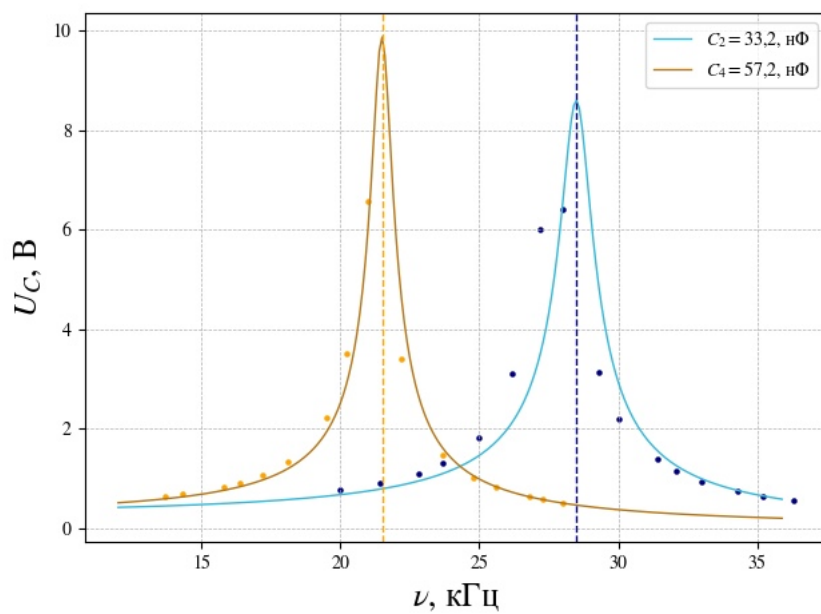


Рисунок 4 – АЧХ для двух колебательных контуров

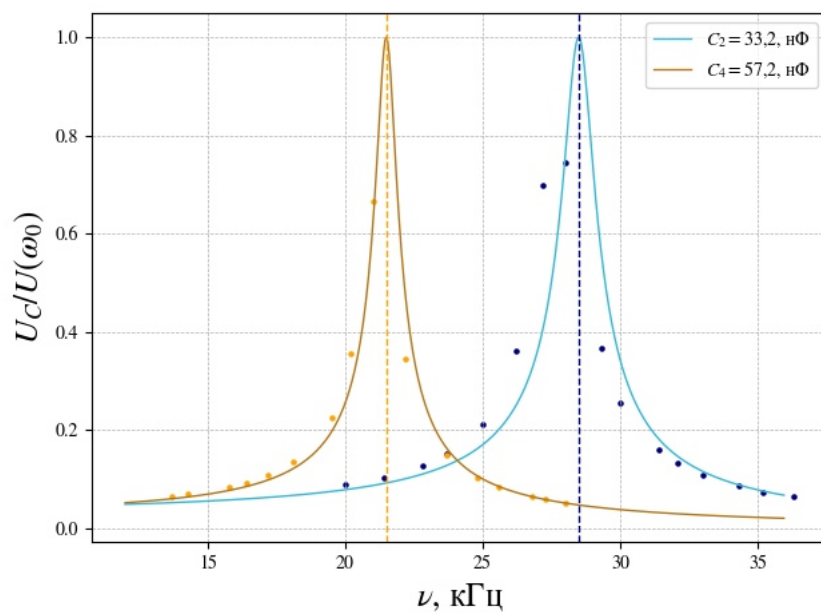


Рисунок 5 – АЧХ для двух колебательных контуров

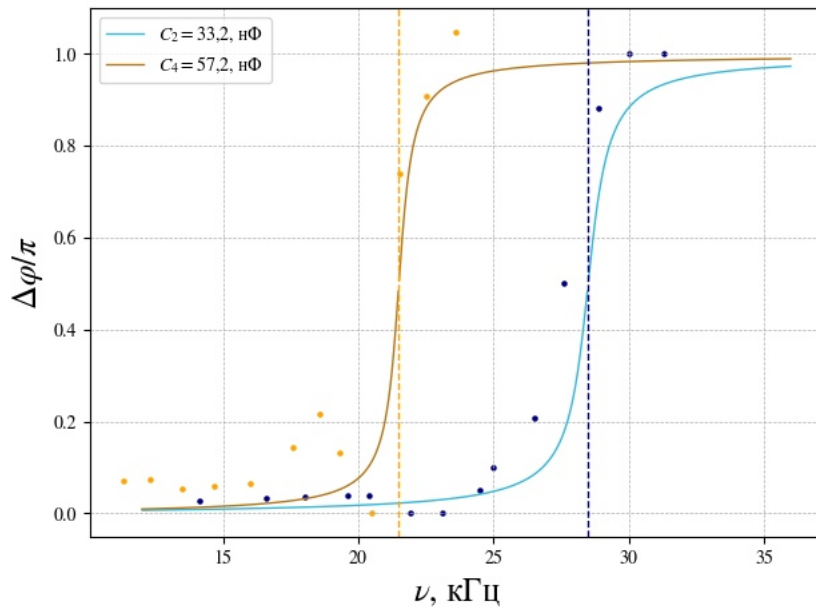


Рисунок 6 – ФЧХ для двух колебательных контуров

Значения добротности полученные в [таблице 2](#), незначительно отличается от рассчитанных.

4.2 Фазово-частотная характеристика

При тех же значениях ёмкостей была измерена ФЧХ контуров, график представлен на [рисунке 6](#). На [рисунке 6](#) нет отрицательных значений по оси ординат и не определено значение при $x = 0$, следовательно, нельзя посчитать добротность вторым способом.

5 Вывод

В результате был исследован резонанс напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью. Были получены АЧХ и ФЧХ для двух контуров с двумя разными значениями ёмкости и определены основные параметры контура.

6 Список литературы

1. Методическое пособие по выполнению работы
2. Лабораторный практикум по общей физике: Учебное пособие в трех томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. 2-е изд., перераб и дополн. / Никулин М.Г., Попов П.В, Нозик А.А. и др.; Под ред. А.В. Максимычева, М.Г. Никулина. – М.: МФТИ, 2019. – 370 с.

7 Приложение

Ссылка на данные и их обработку