Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Дугаева Светлана Анатольевна

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Изучить модель гармонический колебаний, построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для нескольких случаев.

Задание

Вариант 29

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 5.1x = 0$ 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + 0.9x' + 2x = 0$ 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + 0.9x' + 1.9x = 3.3\cos(5t)$ На интервале $t = (0; 38)$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.9, y_0 = -1.9$

Выполнение лабораторной работы

Решение задачи:

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$x'' + 2jx' + w_0^2 x = 0$ (1)

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), j – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w_0 – собственная частота колебаний, t – время. Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка, и оно является примером линейной динамической системы.

1. При отсутствии потерь в системе ($j = 0$) вместо уравнения (1) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени: $x'' + {w_0}^2 x = 0$. В моем варианте, уравнение выглядит следующим образом: $x'' + 5.1x = 0$, где ${w_0}^2 = 5.1$.

Решение уравнения колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы (рис. @fig:001):

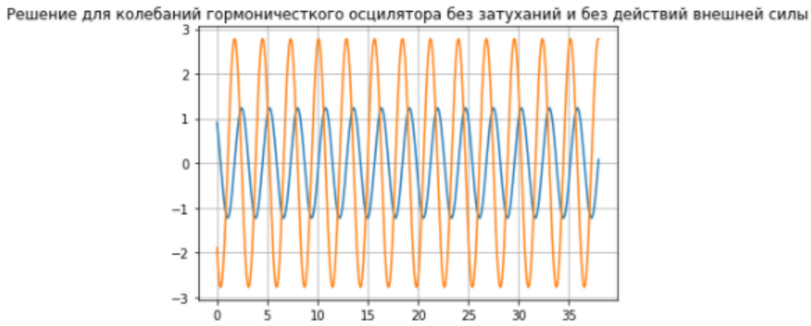

Рис. 0.1: Решение1

Фазовый портрет (рис. @fig:002):

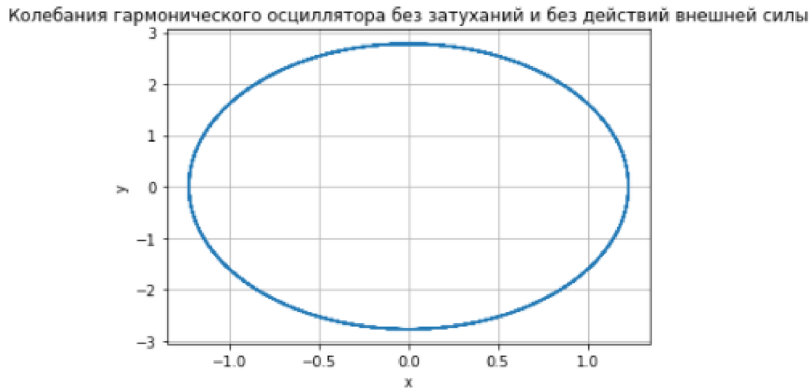

Рис. 0.2: Фазовый портрет1

2. Во втором случае учитываются потери в системе, поэтому j = 0.9, в таком случае уравнение (1) принимает вид: $x'' + 0.9x' + 2x = 0$, где $w_0^2 = 2$.

Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы (рис. @fig:003):

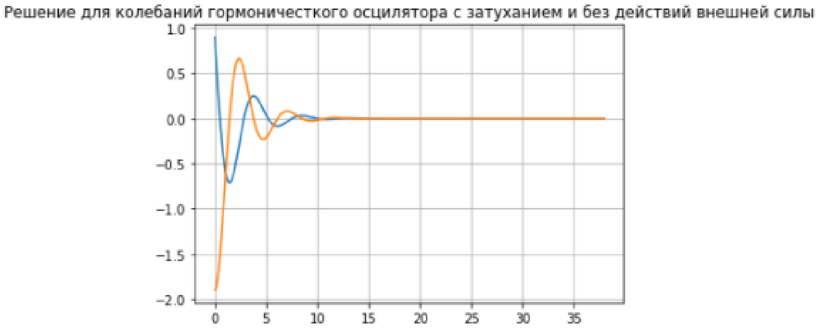

Рис. 0.3: Решение2

Фазовый портрет (рис. @fig:004):

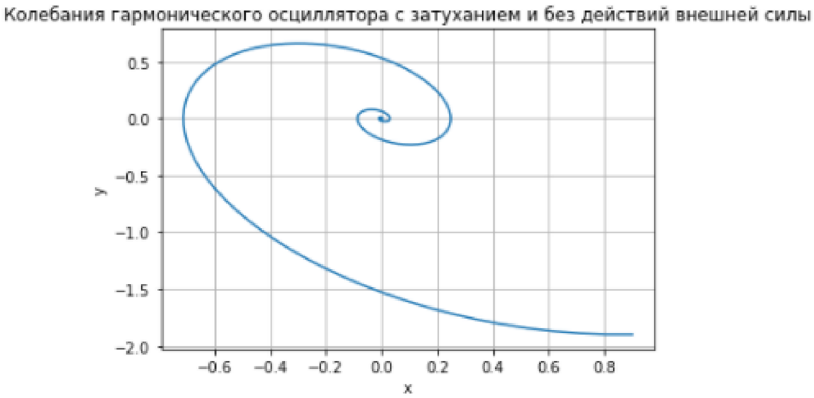

Рис. 0.4: Фазовый портрет2

3. Поскольку в третьем случае учитываются действия внешних сил, находящихся вне системы, то уравнение (1) приравнивается к функции $f(t) = 3.3cos(5t)$. Получим: $x'' + 0.9x' + 1.9x = 3.3\cos(5t)$, где $j = 0.9$, $w_0^2 = 1.9$.

Решение уравнения колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы (рис. @fig:005):

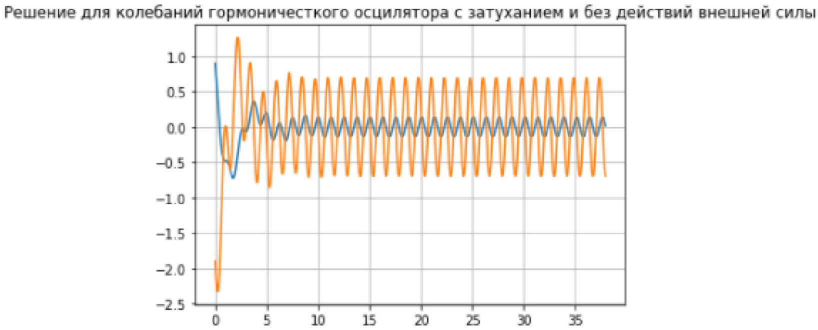

Рис. 0.5: Решение3

Фазовый портрет (рис. @fig:006):

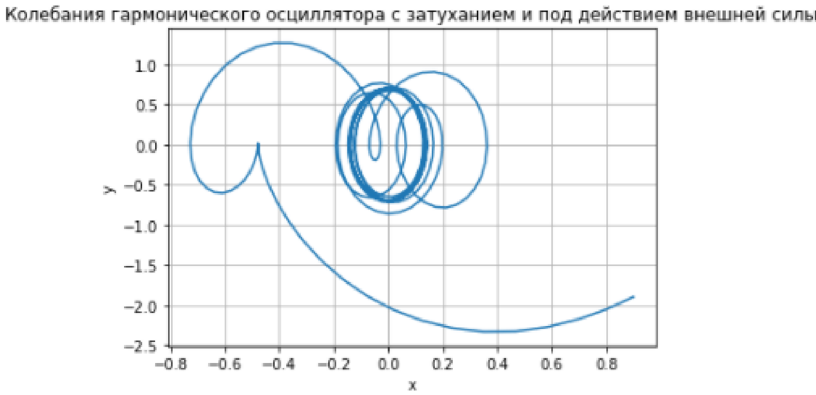

Рис. 0.6: Фазовый портрет3

Построение модели гармонических колебаний

Код в jupyter notebook для первого случая (рис. @fig:007)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as pltl
from math import sin, cos
from scipy.integrate import odeint
```

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
w=np.sqrt(5.1)
g=0

def f(t):
    f = sin(0.00*t)
    return f

def dx(x,t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = -w*w*x[0] - g*x[1] - f(t)
    return [dx1, dx2]
```

```
t0 = 0
t = np.arange(t0, 38, 0.05)
x0 = [0.9,-1.9]
```

```
x = odeint(dx,x0,t)
y=[[elem[0] for elem in x],[elem[1] for elem in x]]
```

```
pltl.grid()
pltl.title('Решение для колебаний гормоническтого осцилятора без затуханий и без действий внешней силы')
pltl.plot(t, x)
```

Рис. 0.7: код1

Код в jupyter notebook для второго случая (рис. @fig:008)

```
w=np.sqrt(2)
g=0.9

def f(t):
    f = sin(0.00*t)
    return f

def dx(x,t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = -w*w*x[0] - g*x[1] - f(t)
    return [dx1, dx2]
```

```
x = odeint(dx,x0,t)
y=[[elem[0] for elem in x],[elem[1] for elem in x]]
```

```
pltl.grid()
pltl.title('Решение для колебаний гормоническтого осцилятора с затуханием и без действий внешней силы')
pltl.plot(t, x)
```

Рис. 0.8: код2

Код в jupyter notebook для третьего случая (рис. @fig:009)

```
w=np.sqrt(1.9)
g=0.9

def f(t):
    f = 3.3*cos(5*t)
    return f

def dx(x,t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = -w*w*x[0] - g*x[1] - f(t)
    return [dx1, dx2]
```

```
x = odeint(dx,x0,t)
y=[[elem[0] for elem in x],[elem[1] for elem in x]]
```

```
pltl.grid()
pltl.title('Решение для колебаний гормоническткого осцилятора с затуханием и без действий внешней силы')
pltl.plot(t, x)
```

Рис. 0.9: код3

Выводы

В ходе лабораторной работы мы построили решения уравнений, а также фазовые портреты для трех возможных моделей гармонического осциллятора.