Лабораторная работа №1

Задача о погоне

Дугаева Светлана Анатольевна, НФИбд-01-18

Содержание

Цель работы 5

Задание 6

Выполнение лабораторной работы 7
Постановка задачи 7
Построение траектории движения и точки пересечения 10

Выводы 12

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Научиться решать задачу о погоне, строить графики траектории движения, выводить уравнение, описывающее движение.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,5км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

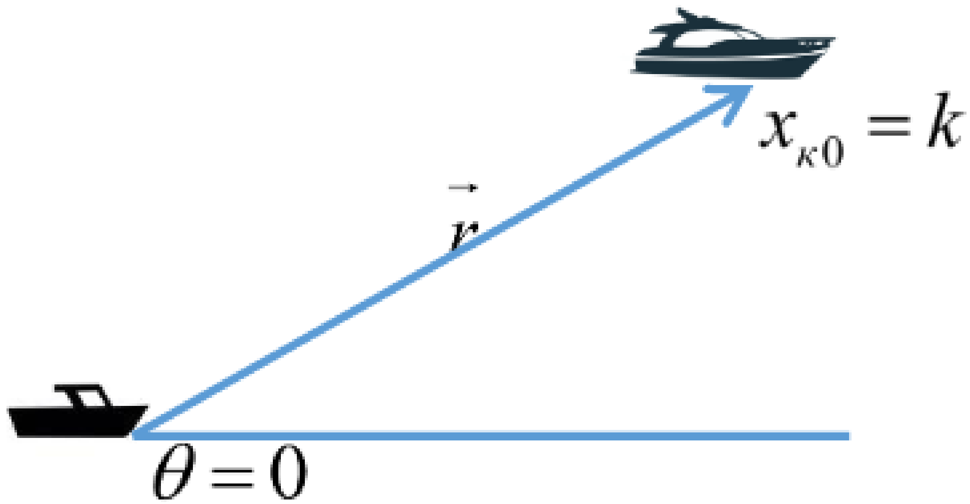
1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения: $t_0 = 0, x_{\ddot{e}0} = 0$. Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки: $x_{\hat{e}0} = 0$

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{\ddot{e}0}(0 = x_{\ddot{e}0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1)



{рис. 1}

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время

были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние X (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4.6v$ (во втором случае $k + x/4.6v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.2v} \text{ â ïåðâîì ñëó÷àå}$$

или

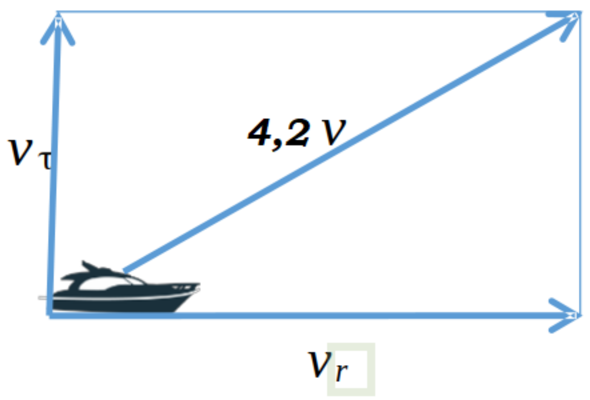
$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4.2v} \text{ âî âòîðîì.}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{5.2}$ и $x_2 = \frac{k}{3.2}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_τ — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ на радиус r, $v_\tau = r\frac{\partial\theta}{\partial t}$

Из рисунка (рис. 2) видно: $v_\tau = \sqrt{17,64v^2 - v^2} = \sqrt{16,64}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r\frac{\partial\theta}{\partial t} = \sqrt{16,64}v$



{рис. 2}

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r\frac{\partial\theta}{\partial t} = \sqrt{16,64}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial\theta} = \frac{r}{\sqrt{16,64}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Построение траектории движения и точки пересечения

На скриншотах приведен код на Python 3 (рис. 3, 4)

В [6]:
```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as pltl
```

В [7]:
```
s=11.8
v=4.2
```

В [47]:
```
fi=math.pi/3
r0=s/(v+1)
```

В [48]:
```
def dr(r, tetha):
    dr=r/math.sqrt(v*v-1)
    return dr
```

В [49]:
```
tetha0=0
tetha=np.arange(tetha0,2*math.pi,0.01)
r=odeint(dr,r0,tetha)
```

В [50]:
```
def lod(t):
    x=math.tan(fi+math.pi)*t
    return x
```

В [51]:
```
def kat(t1):
    x=math.tan(tetha0)*t1
    return x
```

В [52]:
```
t=np.arange(0,10,1)
t1=np.arange(r0,s,0.01)
```

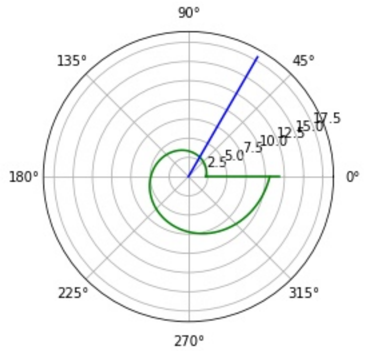
В [53]:
```
def pol(x,y):
    ropol=np.sqrt(x**2+y**2)
    fipol=np.arctan2(y,x)
    return ropol, fipol
```

В [54]:
```
r1, tetha1=pol(t,lod(t))
r2, tetha2=pol(t1,kat(t1))
pltl.polar(tetha,r,'g')
pltl.polar(tetha2,r2,'g')
pltl.polar(tetha1,r1,'b')
```

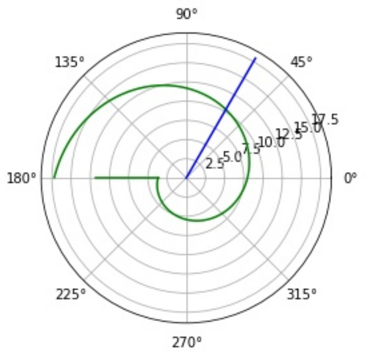
{рис. 3}

```
В [57]: r0=s/(v-1)
        tetha0=-math.pi
        tetha=np.arange(tetha0,-tetha0,0.01)
        r=odeint(dr,r0,tetha)

В [58]: t=np.arange(0,10,1)
        t1=np.arange(-s,-r0,0.01)

В [59]: r1, tetha1=pol(t,lod(t))
        r2, tetha2=pol(t1,kat(t1))
        pltl.polar(tetha,r,'g')
        pltl.polar(tetha2,r2,'g')
        pltl.polar(tetha1,r1,'b')
```
{рис. 4}

Результат для обоих случаев: (рис. 5, 6)



{рис. 5}



{рис. 6}

Выводы

- Записала уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени)
- Построила траекторию движения катера и лодки для двух случаев
- Нашла точку пересечения траектории катера и лодки
- Научилась решать задачу о погоне, строить графики