Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Дугаева Светлана Анатольевна

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Исследовать простейшую модель эпидемии в изолированной системе.

Задание

Вариант 29

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=11 600) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=260, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=48. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0) Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если I(0)<=I*
2) если I(0)>I*

Выполнение лабораторной работы

Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I* ,тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону (рис. 0.1):

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

Рис. 0.1: скорость изменения числа S(t)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е. (рис. 0.2):

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Рис. 0.2: скорость изменения числа I(t)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни) (рис. 0.3):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Рис. 0.3: скорость изменения числа I(t)

Постоянные пропорциональности alpha, beta - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени t = 0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: 1) если I(0)<=I *2) если I(0)>I*

Решение задачи:

Начальные условия в данной задаче:

N = 11600 – все проживающие на острове; I(0) = 260 – число заболевших людей; R(0) = 48 – число здоровых людей с иммунитетом к болезни; S(0) = N – I(0) – R(0) – число восприимчивых к болезни людей, но пока здоровых.

Зададим зачения alpha и beta:

alpha=0.04, beta=0.07

Для анализа картины протекания эпидемии рассмотрим два случая:

1. если I(0)<=I*

Построение графика изменения числа особей в каждой из групп для первого случая (рис. 0.4):

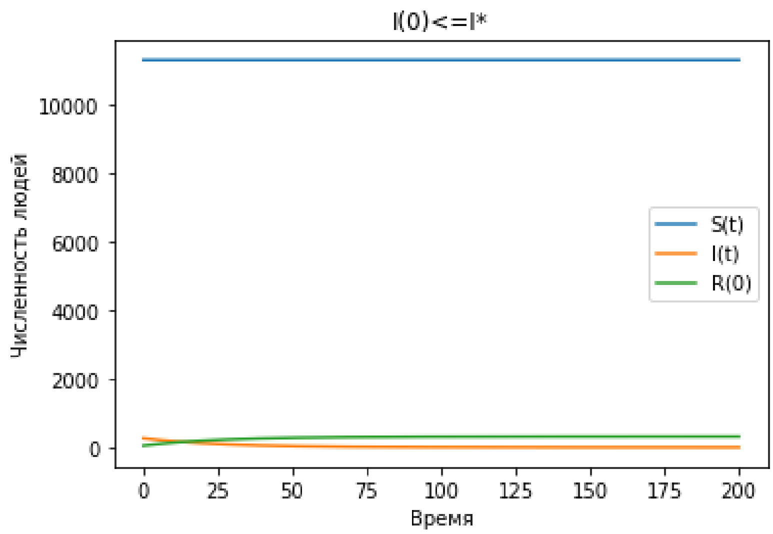

Рис. 0.4: График для I(0)<=I*

2. если I(0)>I*

Построение графика изменения числа особей в каждой из групп для второго случая (рис. 0.5):

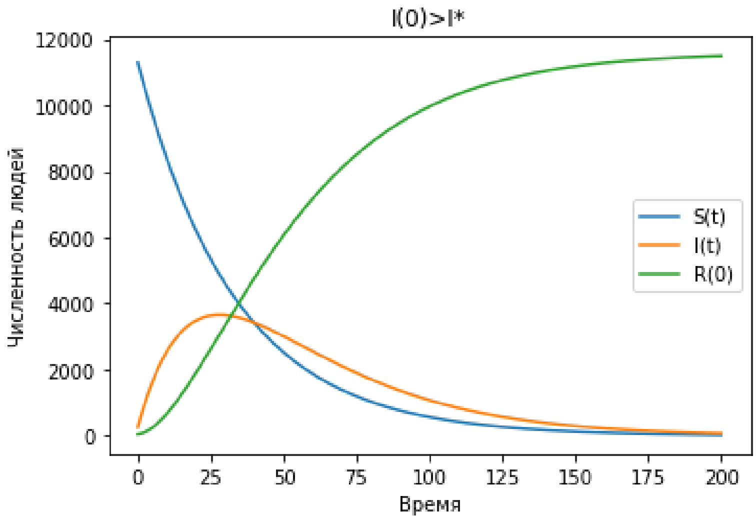

Рис. 0.5: График для I(0)>I*

Построение модели задачи об эпидемии

Код в jupyter notebook (рис. 0.6)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
```

```
N = 11600
t0 = 0
tmax = 200
I0 = 260 #число распостранителей болезни
R0 = 48 #числю людей с имунитетом
S0 = N - R0 - I0 #восприичивы к болезни, но здоровы

alpha = 0.03 #коэф заболеваемости
beta = 0.04 # коэф выздоровления

x0 = np.array([S0, I0, R0])
t = np.arange(t0, tmax, 0.01)

def dx_less(x,t):
    dx1 = 0.0
    dx2 = -beta*x[1]
    dx3 = beta*x[1]
    return [dx1, dx2, dx3]

def dx_greater(x,t):
    dx1 = -alpha*x[0]
    dx2 = alpha*x[0] - beta*x[1]
    dx3 = beta*x[1]
    return [dx1, dx2, dx3]

y_less = odeint(dx_less, x0, t)
y_greater = odeint(dx_greater, x0, t)
```

```
plt.plot(t, y_less[:, 0])
plt.plot(t, y_less[:, 1])
plt.plot(t, y_less[:, 2])
plt.legend(["S(t)", "I(t)", "R(0)"])
```

Рис. 0.6: код

Выводы

В ходе лабораторной работы мы изучили распространение эпидемии в изолированной среде. А также построили график изменения числа особей в каждой из групп для двух случаев.