МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни «Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-112 Тиський Святослав

Викладач:

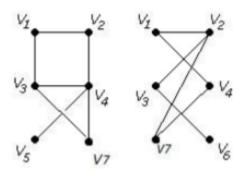
Мельникова Н.І.

Варіант №8

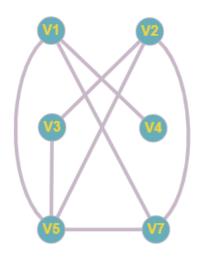
Розрахунково-графічна робота.

Завдання № 1: Виконати наступні операції над графами:

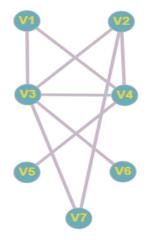
- 1) знайти доповнення до першого графу
- 2) об'єднання графів
- 3) кільцеву сумму G1 та G2 (G1+G2)
- 4) розмножити вершину у другому графі
- 5) виділити підграф А що скадається з 3-х вершин в G1
- 6) добуток графів.



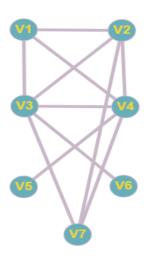
Розв'язок завдання №1.1:



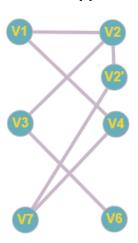
Розв'язок завдання №1.3:



Розв'язок завдання №1.2:

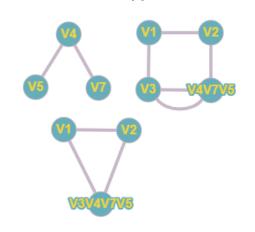


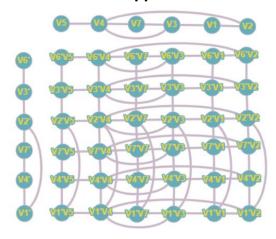
Розв'язок завдання №1.4:



Розв'язок завдання №1.5:

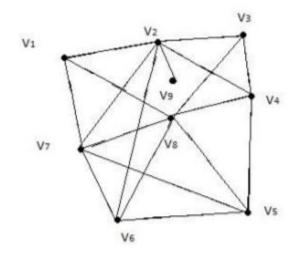
Розв'язок задання №1.6:





Завдання №2:

Скласти таблицю суміжності для орграфа.



Розв'язок завдання №2:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
V2	1	0	1	1	0	1	1	0	1
V3	0	1	0	1	0	0	0	1	0
V4	0	1	1	0	1	0	0	1	0
V5	0	0	0	1	0	1	1	1	0
V6	0	1	0	0	1	0	1	1	0
V7	1	1	0	0	1	1	0	1	0
V8	1	0	1	1	1	1	1	0	0
V9	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Завдання №3:

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Розв'язок завдання №3

Діаметр = 3

Завдання №4:

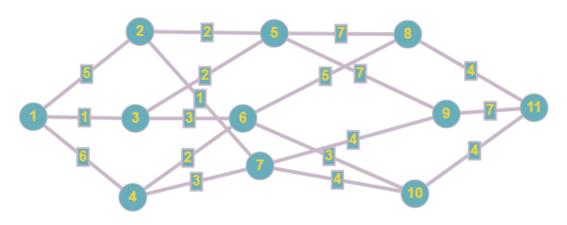
Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вшир **Розв'язок завдання №4:**

Вершина	Nº	Черга
V1	1	{V1}
V2	2	{V1,V2}
V7	3	{V1,V2,V7}
V8	4	{V1,V2,V7,V8}
-	-	{V2,V7,V8}
V3	5	{V2,V7,V8,V3}
V4	6	{V2,V7,V8,V3,V4}
V6	7	{V2,V7,V8,V3,V4,V6}
V9	8	{V2,V7,V8,V3,V4,V6,V9}
-	-	{V7,V8,V3,V4,V6,V9}
V5	9	{V7,V8,V3,V4,V6,V9,V5}
-	-	{V8,V3,V4,V6,V9,V5}
-	-	{V3,V4,V6,V9,V5}
-	-	{V4,V6,V9,V5}
-	-	{V6,V9,V5}
-	-	{V9,V5}
-	-	{V5}
tinclude viestne	-	Ø

```
int main()
{
      int Start, N,k=1;
      int** Graf;
      queue <int> qq;
      cin >> N >> Start;
      Graf = new int* [N];
      int* Check = new int[4*N];//масив з елементами для перевірки(4N бо тут багато зайвих
елементів)
      qq.push(Start-1);//наш стек починається із заданої вершини
      Check[0] = Start-1;
            for (int i = 0; i < N; i++) {
                  Graf[i] = new int[N];
            }
            for (int i = 0; i < N; i++) {</pre>
                  for (int j = 0; j < N; j++) {
                         cin >> Graf[i][j];
                  }
            }
            for (int i = 0; i < N; i++) {</pre>
                  for (int j = 0; j < N; j++) {
                         if (Graf[qq.front()][j]) {
                               if (check(Check, j, 4 * N)) {
                                     qq.push(j);//якщо вершину ще не проходили додаємо
її в чергу
                               }
                               Check[k] = j;
                               k++;
                         }
                  cout << ++qq.front()<<" ";</pre>
                  qq.pop();//після того як закінчились суміжні вершини видаляєм перший
елемент черги
      return 0;
}
                                  10000110
                                  01101101
                                  10100010
                                  11010010
                                  00101110
                                  10010110
                                  10011010
                                  01111100
                                  100000000
                                  27834695
```

Завдання №5:

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

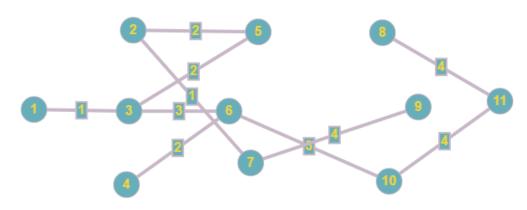


Розв'язок завдання №5:

Краскал:

V:{1,3,2,7,5,4,6,10,9,8,11}.

 $E:\{(1,3),(2,7),(2,5),(3,5),(4,6),(3,6),(6,10),(7,9),(8,11),(10,11)\}.$



```
#include <iostream>
```

using namespace std;

```
int main()
       int rebro[18][4] = {
              \{1,2,5,0\},//1ver 2ver masa
              {1,3,1,0},
              {1,4,6,0},
              {2,5,2,0},
              {2,7,1,0},
              {3,5,2,0},
              {3,6,3,0},
              {4,6,2,0},
              {4,7,3,0},
              {5,8,7,0},
              {5,9,7,0},
              \{6,8,5,0\},
              {6,10,3,0},
              {7,9,4,0},
              {7,10,4,0},
              {8,11,4,0},
```

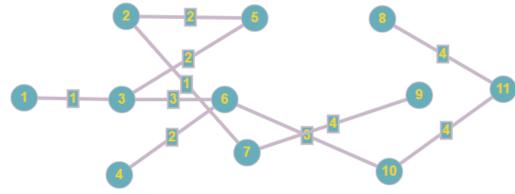
```
{9,11,7,0},
              {10,11,4,0}
       int top[11][2] = {
              \{1,0\},\{2,0\},\{3,0\},\{4,0\},\{5,0\},\{6,0\},\{7,0\},\{8,0\},\{9,0\},\{10,0\},\{11,0\}
       for (int i = 0; i < 18; i++) {
              for (int k = 0; k < 17-i; k++) {
                     if (rebro[k][2] > rebro[k + 1][2]) {
                             for (int j = 0, a=0; j < 4; j++) {
                                    a = rebro[k + 1][j];
                                    rebro[k + 1][j] = rebro[k][j];
                                    rebro[k][j] = a;
                             }
                     }
              }
       int count = 1;
       for (int i = 0; i < 18; i++) {
              if (top[rebro[i][0] - 1][1] != top[rebro[i][1] - 1][1]) {
                     rebro[i][3] = 1;
                     if (top[rebro[i][0] - 1][1] == 0 && top[rebro[i][1] - 1][1]!=0) {
                             top[rebro[i][0] - 1][1] = top[rebro[i][1] - 1][1];
                     if (top[rebro[i][0] - 1][1] != 0 && top[rebro[i][1] - 1][1] == 0) {
                             top[rebro[i][1] - 1][1] = top[rebro[i][0] - 1][1];
                     if (top[rebro[i][0] - 1][1] != 0 && top[rebro[i][1] - 1][1] != 0) {
                             for (int j = 0; j < 11; j++) {
                                    if (top[j][1] == top[rebro[i][1] - 1][1]) {
                                           top[j][1] = top[rebro[i][0] - 1][1];
                                    }
                             }
                     }
              if (top[rebro[i][0] - 1][1] == 0 && top[rebro[i][1] - 1][1] == 0) {
                     rebro[i][3] = 1;
                     top[rebro[i][0] - 1][1] = count;
top[rebro[i][1] - 1][1] = count;
                     count++;
              }
       for (int i = 0; i < 18; i++) {
              if (rebro[i][3] == 1) {
                     cout << rebro[i][0] << " " << rebro[i][1] << " " <<
rebro[i][2]<<endl;
              }
       return 0;
}
                                  3
                                      1
                                  7
                                      1
                             2
                                 5
                                      2
                             3
                                  5
                                      2
                              4
                                  6
                                      2
                             3
                                 6
                                      3
                             4
                                  7
                                      3
                                 10
                                      3
                                 9
                                     4
                                  11
                                       4
```

11

Прима:

V:{1,3,5,2,7,6,4,10,9,11,8}.

 $E:\{(1,3),(3,5),(5,2),(2,7),(3,6),(6,4),(6,10),(7,9),(10,11),(11,8)\}.$



```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
       int v, count = 0, min = 0, k,t;
       bool check = false;
       cin >> v;
       int* tops = new int[v];
       int** matrix = new int* [v];
       for (int i = 0; i < v; i++) {
              matrix[i] = new int[v];
       }
       int** rebra = new int* [v - 1];
       for (int i = 0; i < v - 1; i++) {
              rebra[i] = new int[2];
       }
       for (int i = 0; i < v; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < v; j++) {
                     cin >> matrix[i][j];
              }
       }
       tops[count] = 1;
       count++;
       for (int i = 0; count < v; i++) {</pre>
              for (int j = 0; j < count; j++) {</pre>
                     for (int a = 0; a < v; a++) {
                            for (int m = 0; m < count; m++) {</pre>
                                    if (tops[m] == a + 1) {
                                           check = true;
                                    }
                            }
                            if (check) { check = false; continue; }
                            if (min == 0 && matrix[tops[j] - 1][a] > 0) {
                                   min = matrix[tops[j] - 1][a];
```

```
k = rebra[count - 1][0] = tops[j]; t = rebra[count - 1][1]
= a + 1;
                            continue;
                      }
                      if (matrix[tops[j] - 1][a] > 0 && matrix[tops[j] - 1][a] < min) {</pre>
                            min = matrix[tops[j] - 1][a];
                            k = rebra[count - 1][0] = tops[j]; t = rebra[count - 1][1]
= a + 1;
                      }
                 }
           }
           matrix[k - 1][t - 1] = 0; matrix[t - 1][k - 1] = 0;
           tops[count] = t;
           count++;
           min = 0;
     }
     for (int j = 0; j < v - 1; j++) {
     cout << rebra[j][0] <<" "<< rebra[j][1] <<endl;</pre>
     return 0;
}
                       11
                        5160000000
                        0002010000
                      10002300000
                        0000230000
                        2200007700
                       00320005030
                        1030000440
                        0007500004
                       00007040007
                        0000340004
                        0000004740
                      1 3
                      3 5
                      5 2
                      2 7
                      3 6
                      6 4
                       6 10
                       7 9
                       10 11
                       11 8
```

Завдання №6:

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	8	7	3	5	4	6	2	3
2	7	8	6	1	5	1	1	2
3	3	6	8	5	1	7	5	5
4	5	1	5	∞	3	3	2	3
5	4	5	1	3	8	2	2	3
6	6	1	7	3	2	8	5	7
7	2	1	5	2	2	5	8	5
8	3	2	5	3	3	7	5	8

Для вершини 1:

	2	3	4	5	6	17	8
2	8	6	1	5	1	1	2
3	6	8	5	1	7	5	5
4	1	5	∞	3	3	2	3
5	5	1	3	∞	2	2	3
6	1	7	3	2	∞	5	7
17	1	5	2	2	5	∞	5
8	2	5	3	3	7	5	∞

	172	3	4	5	6	8
172	∞	6	1	5	1	2
3	6	∞	5	1	7	5
4	1	5	∞	3	3	3
5	5	1	3	∞	2	3
6	1	7	3	2	∞	7
8	2	5	3	3	7	∞

	3	1724	5	6	8
3	8	5	1	7	5
1724	5	∞	3	3	3
5	1	3	8	2	3
6	7	3	2	8	7
8	5	3	3	7	8

	3	17245	6	8
3	8	1	7	5
17245	1	8	2	3
6	7	2	∞	7
8	5	3	7	∞

	172453	6	8
172453	∞	7	5
6	7	8	7
8	5	7	8

	6	1724538
6	∞	7
1724538	7	∞

```
#include<iostream>
#include<vector>
using namespace std;
int counter = 0, Inf = 9999;

bool check(vector<int> q, int Node);
int F_Min(vector<int>* q, int** arr, int n, int i);
```

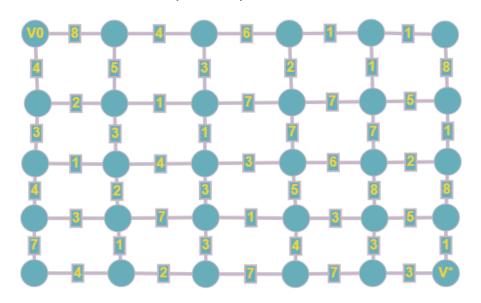
```
void Find(vector<int>* q, int** arr, int n, int pos, vector<int>* qq);
int main()
{
       int n;
       cin >> n;
       int** arr = new int* [n];
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              arr[i] = new int[n];
       for (int i = 0; i < n; i++) {
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     cin >> arr[i][j];
       }
       vector<int> q;
       vector<int> qq;
       cout << endl;</pre>
       for (int i = 0; i < n; i++) {
              q.clear();
              q.push_back(i);
              Find(&q, arr, n, i, &qq);
       for (int i = 1; i <= qq.size(); i++) {</pre>
              if (i != 0 && i % (n + 2) == 0)
                     cout << " {" << qq[i - 1] << "}" << endl;</pre>
              else
                     cout << qq[i - 1] + 1 << " ";
       return 0;
}
bool check(vector<int> q, int Node) {
       for (auto i = q.begin(); i != q.end(); i++)
              if (*i == Node)return false;
       return true;
}
int F_Min(vector<int>* q, int** arr, int n, int i) {
       int min = 999;
       for (int j = 0; j < n; j++) {
              if (arr[i][j] < min && arr[i][j] != 0 && check((*q), j))min = arr[i][j];</pre>
       return min;
}
void Find(vector<int>* q, int** arr, int n, int pos, vector<int>* qq) {
       int min;
       for (int i = pos, k = 0; k < 1; i++, k++) {
              min = F_Min(q, arr, n, i);
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     if (arr[i][j] == min && check((*q), j)) {
                            (*q).push_back(j);
                            Find(q, arr, n, j, qq);
                     }
              if (q->size() == n) {
                     (*q).push_back((*q)[0]);
                     counter = 0;
```

```
for (int 1 = 1; 1 <= n; 1++) {
                                   counter += arr[(*q)[1 - 1]][(*q)[1]];
                            }
                            if (Inf == counter) {
                                   for (int b = 0; b <= n; b++) {
                                          (*qq).push_back((*q)[b]);
                                   (*qq).push_back(counter);
                            }
                            else if (Inf > counter) {
                                   (*qq).clear();
                                   for (int b = 0; b <= n; b++) {</pre>
                                          (*qq).push_back((*q)[b]);
                                   (*qq).push_back(counter);
                                   Inf = counter;
                            }
                     q->pop_back();
              }
      q->pop_back();
}
```

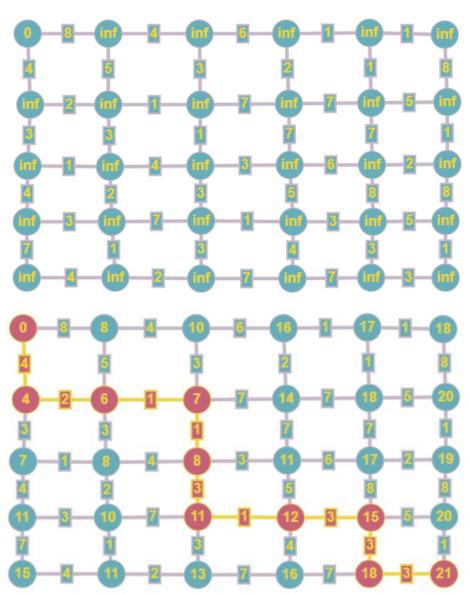
```
07354623
 0615112
36051755
5 1 5 0 3 3 2 3
4 5 1 3 0 2 2 3
61732057
2 1 5 2 2 5 0 5
3 2 5 3 3 7 5 0
265317482
                {16}
274813562
                {16}
3 5 6 2 7 4 8 1 3
                {16}
6 2 7 4 8 1 3 5 6
                {16}
7 2 6 5 3 1 8 4 7
                {16}
8 2 6 5 3 1 7 4 8
                {16}
```

Завдання №7:

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і V * .



Розв'язок завдання №7:

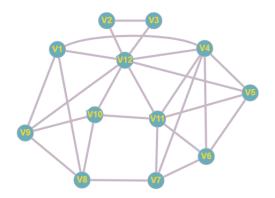


```
#include <iostream>
#define inf 9999
using namespace std;
int min_top(int** arr, int v) {
       int m = 0;
       for (int i = 0; i < v; i++) {
              if (arr[i][1]) {
                     m = i; break;
              }
       }
       for (int i = 1; i < \vee; i++) {
              if (arr[m][0] >= arr[i][0] && arr[i][1] == 1) {
       }
       return m;
}
int main()
{
       setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
       int a, b, c;
       int v = 0;
       cout << "Кількість вершин графа : ";
       cin >> v;
       int** graph = new int* [v];
       for (int j = 0; j < v; j++) {
              graph[j] = new int[v];
       }
       cout << "Введіть матрицю суміжності: "<<endl;
       for (int a = 0; a < v; a++) {</pre>
              for (int j = 0; j < v; j++) {
                     cin>>graph[a][j];
       }
       int p;
       int** tops = new int* [v];
       for (int j = 0; j < v; j++) {
              tops[j] = new int[2];
       int* tops_path = new int[v];
       cout << "Вихідна вершина: ";
       cin >> p;
       for (int i = 0; i < v; i++) {
              if (i == p - 1) {
                     tops[i][0] = 0;
                     tops[i][1] = 1;
              }
              else {
                     tops[i][0] = inf;
                     tops[i][1] = 1;
              }
       tops_path[p - 1] = 0;
       int m;
       for (int i = 0; i < v; i++) {</pre>
              m = min_top(tops, v);
              for (int j = 0; j < v; j++) {
```

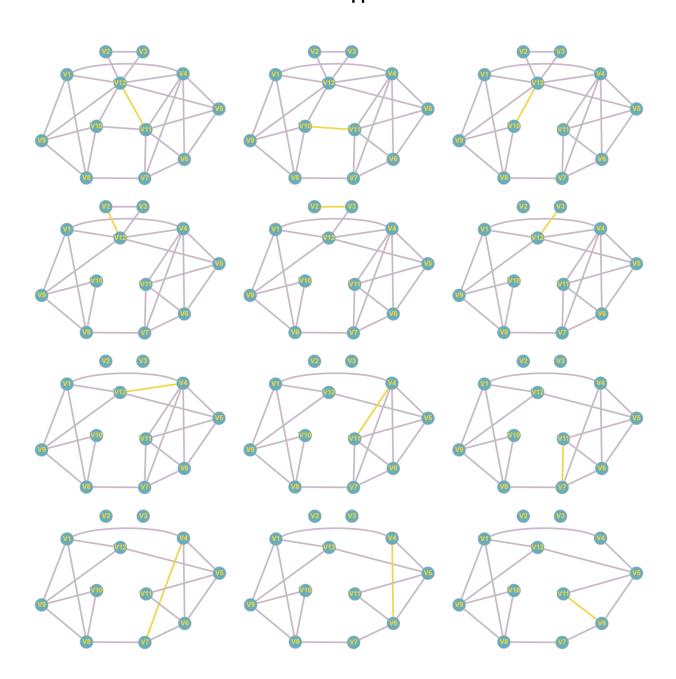
```
if (graph[m][j]) {
           if (tops[j][0] > tops[m][0] + (graph[m][j])) {
              tops[j][0] = tops[m][0] + (graph[m][j]);
              tops_path[j] = m;
           }
       }
   tops[m][1] = 0;
}
///шлях
cout << "Введіть потрібну вершину: ";
int k; cin >> k;
cout << "Мінімальний шлях: ";
cout << tops[k - 1][0];</pre>
cout << endl << k << " <-- ";
k--;
for (int a = 0; tops_path[k] != p - 1; a++) {
   cout << tops_path[k] + 1 << " <-- ";</pre>
   k = tops_path[k];
cout << p << endl;</pre>
return 0;
                     }
  Кількість вершин графа : 30
  Введіть матрицю суміжності:
  0800004000000000000000000000000000
  40600003000000000000000000000000
   06010000200000000000000000
   001010000100000000000000000000000
   000100000800000000000000000000
   0000002000030
                   00000000000000
    00002010000300000000000000
   03000010700001000000000000000000
   0020007070000700000000000000000
   00010007050000700000000000
   000080000500000010000000000000
   0000030000104000020000000000
     0 0 0
        0001000040
                    300003000000
   000000070000306000050000000
   0000000007000060200008000000
   00000000001000020000008000000
   700
   000000000000000500001030000400
                   008000030
    000
        000000000
                              5000
   00000000000000000000000050000001
   000000000000000000700000040000
   0000000000000000000003000020
   0000000000000000000000400007070
   00000000000000000000000030000703
   Вихідна вершина: 1
  Введіть потрібну вершину: 30
  Мінімальний шлях: 21
  30 <-- 29 <-- 23 <-- 22 <-- 21 <-- 15 <-- 9 <-- 8 <-- 7 <-- 1
```

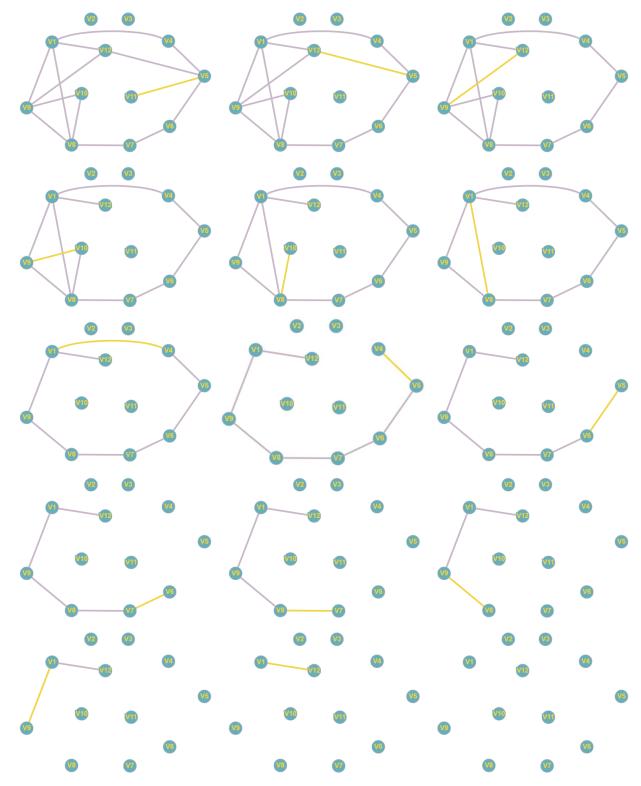
Завдання №8:

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.



Розв'язок завдання №8.а:

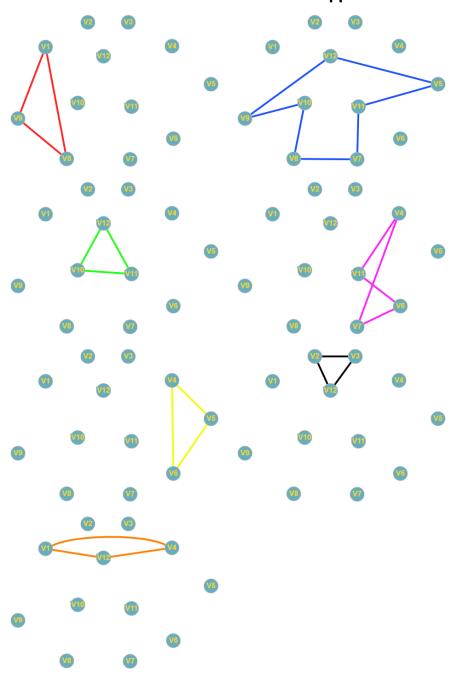




V12-V11-V10-V12-V2-V3-V12-V4-V11-V7-V4-V6-V11-V5-V12-V9-V10-V8-V1-V4-V5-V6-V7-V8-V9-V1-V12.

```
(*G)[v][i] = (*G)[i][v] = 0;
                Search(i, G, N);
          }
     cout << v + 1 << " => ";
int main()
{
     int N = 0;
     cin >> N;
     vector < vector<int> > G(N, vector<int>(N));
     for (int i = 0; i < N; ++i) {
          for (int j = 0; j < N; ++j) {
                cin >> G[i][j];
          }
     int count, p, q, sum;
     count = 1;
     for (p = 0; p < N; p++){
          sum = 0;
          for (q = 0; q < N; q++){
                sum += G[p][q];
          if (sum % 2) count = 0;
     cout << endl;</pre>
     if (count)
          Search(0, &G, N);
     else
          cout << "vsio fignia davai po novoi\n";</pre>
     cout << endl;</pre>
     return 0;
12
000100011001
0010000000001
0100000000001
100011100011
000101000011
000110100010
000101010010
100000101100
100000010101
000000011011
000111100101
1111100011110
1 => 9 => 10 => 12 => 11 => 10 => 8 => 9 => 12 => 3 => 2 => 12 => 5 =>
11 => 7 => 8 => 1 => 12 => 4 => 11 => 6 => 7 => 4 => 6 => 5 => 4 => 1
```

Розв'язок завдання №8.б



Червоний V1=>V8=>V9=>V1

Синій V9=>V12=>V5=>V11=>V7=>V8=>V10=>V9

Зелений V12=>V11=>V10=>V12

Рожевий V11=>V4=>V7=>V6=>V11

Жовтий V4=>V5=>V6=>V4

Чорний V2=>V3=>V12=>V2

Оранжевий V1=>V12=>V4=>V1

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
vector<int> Vcon;
int Inf = 999;
bool check(vector<int> V, int pork) {
```

```
for (auto i = V.begin(); i != V.end(); i++) {
              if (*i == pork)return false;
       return true;
void Find(vector<int>* V, int** arr, int n, int pos, int start_pork) {
       for (int i = pos, k = 0; k < 1; i++, k++) {
              for (int j = 0; j < n; j++)
                     if (arr[i][j] == 1 && check((*V), j)) {
                            if (j == start_pork && (*V).size() > 2) {
                                   if (Inf > V->size()) {
                                           Vcon.clear();
                                           Vcon.push_back(start_pork + 1);
                                           for (auto it = (*V).begin(); it != (*V).end();
                                                  Vcon.push_back(*it + 1);
                                           Vcon.push_back(start_pork + 1);
                                           Inf = V->size();
                                           break;
                                    }
                            }
                            else {
                                    (*V).push_back(j);
                                    Find(V, arr, n, j, start_pork);
                            }
                     }
       if (V->size() != 0)
              V->pop_back();
int main() {
       int n;
       cout << "Enter number of porks: ";</pre>
       cin >> n;
       int** arr = new int* [n];
       for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
              arr[i] = new int[n];
       for (int i = 0; i < n; i++) {
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     cin >> arr[i][j];
       }
       vector<int> V;
       vector<int> WAS;
       cout << endl;</pre>
       int count, p, q, sum;
       count = 1;
       for (p = 0; p < n; p++)
              sum = 0;
              for (q = 0; q < n; q++)
                     sum += arr[p][q];
              if (sum % 2) count = 0;
       }
       cout << endl;</pre>
       if (count) {
              for (int j = 0; j < n; j++) {
                     Inf = 999;
                     Find(&V, arr, n, j, j);
                     for (int i = 1; i <= Vcon.size(); i++) {</pre>
                            cout << Vcon[i - 1] << " ";</pre>
                     }
                     cout << endl;</pre>
                     Vcon.clear();
              }
```

```
else
        cout << "tikai z sela\n";</pre>
    cout << endl;</pre>
    return 0;
Enter number of porks: 12
000100011001
0100000000001
100011100011
000110100010
000101010010
100000010101
000000011011
000111100101
1111100011110
1 4 5 12 1
4 1 8 7 4
5 4 1 12 5
6 4 5 11 6
7 4 1 8 7
8 1 4 7 8
9 1 4 12 9
10 8 1 9 10
11 4 1 12 11
12 1 4 5 12
```

Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

8.
$$(y \cdot x \cdot \overline{y}) \lor x \lor (y \cdot \overline{x \cdot \overline{x}})$$

 $(yx\overline{y}) \cup x \cup (y\overline{x}\overline{x}) = x0 \cup x \cup (y\overline{0}) = x \cup y1 = x \cup y$