Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України „Київський Політехнічний Інститут ім. Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра технічної кібернетики

Лабораторна робота №3
з курсу «СТУ 1»

Перевірив:
Паюн В.А.

Виконав
студент групи ІК-72
Владимиров В. Р.

Київ – 2020

Система автоматичного регулювання підсилення

Автомати́чне регулюва́ння підси́лення (АРП, англ. automatic gain control, AGC) — система, яка автоматично змінює підсилення приймача електричних коливань при зміні напруги сигналу на його вході. У радіоприймачах АРП іноді називають автоматичним регулюванням гучності (АРГ), а в приймачах дротового зв'язку — автоматичним регулюванням рівня. У радіолокаційних та інших імпульсних приймачах застосовують АРП, які враховують особливості роботи в імпульсному режимі.

У більшості випадків напруга сигналів, що надходять на вхід приймача, значно змінюється через розходження потужностей передавачів і відстаней їх від місця прийому, завмирань сигналів при розповсюдженні, різкої зміни відстаней і умов прийому між передавачем і приймачем, встановленими на рухомих об'єктах (літаках, автомобілях і т.д.), та інших причин. Ці зміни призводять до неприпустимих коливань або спотворень сигналів в приймачі. Дія АРП направлена на значне зменшення змін напруги вихідних сигналів приймача в порівнянні з вхідними

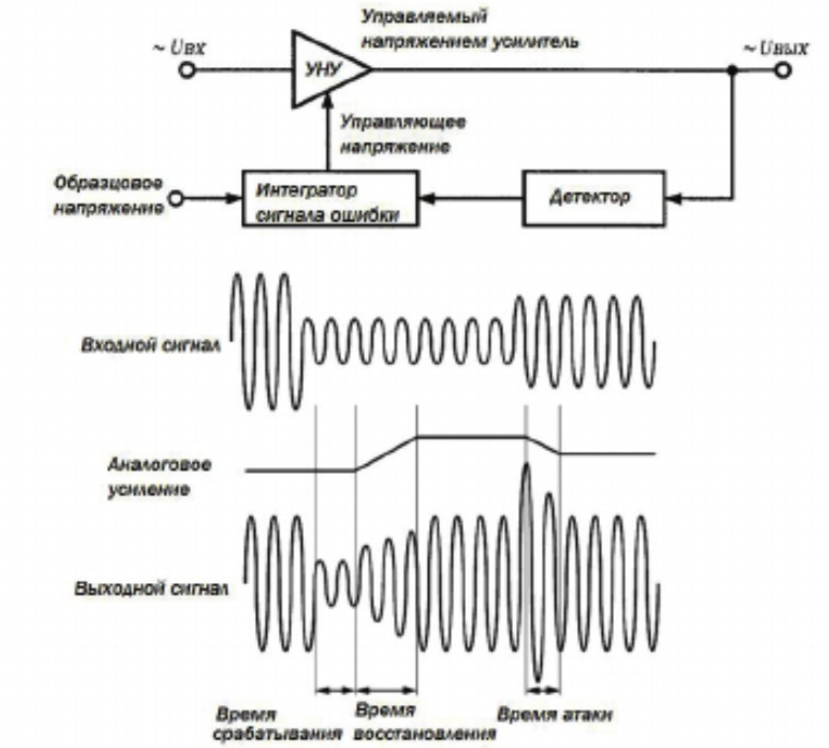

Рис. 1. Структурная схема и принцип работы АРУ

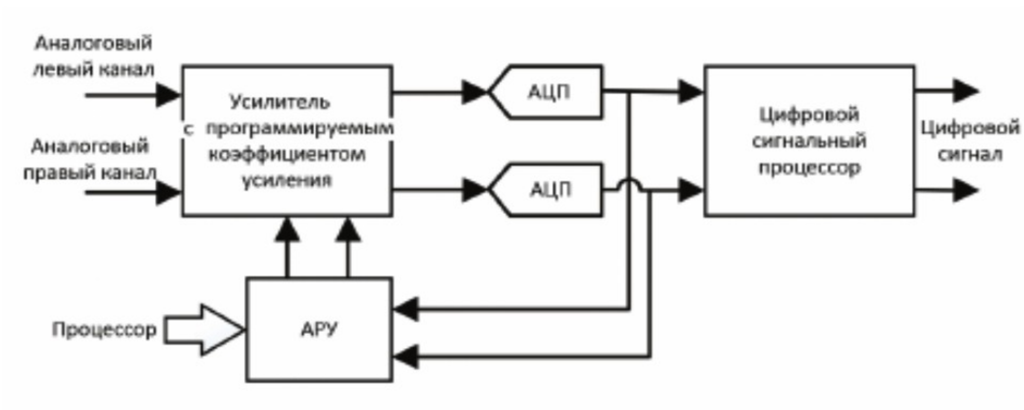

Рис. 2. Структурная схема аналогово-цифрового способа АРУ

Адаптивні фільтри

Адаптивні пристрою обробки даних відрізняються наявністю певної зв'язку параметрів передавальної функції з параметрами вхідних, вихідних, очікуваних, передбачуваних та інших додаткових сигналів або з параметрами їхніх статистичних співвідношень, що дозволяє настроюватися на оптимальну обробку сигналів. В найпростішому випадку, адаптивний пристрій містить програмований фільтр обробки даних і блок (алгоритм) адаптації, який на підставі певної програми аналізу вхідних, вихідних та інших додаткових даних виробляє сигнал управління параметрами програмованого фільтра. Імпульсна характеристика адаптивних систем також може мати як скінчений, так і нескінченний характер. При побудові алгоритмів адаптації широко застосовують різні евристичні підходи.

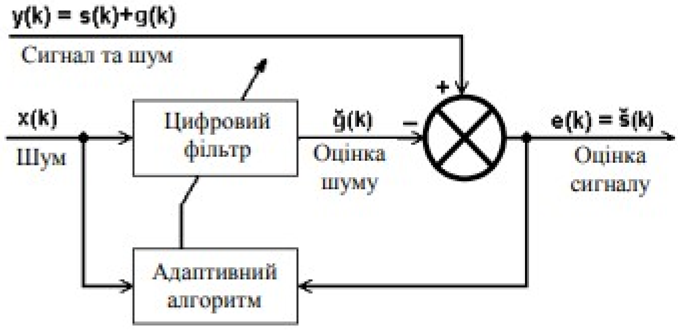

Рис. 4 Адаптивний фільтр

Як правило, адаптивні пристрої виконуються вузькоспеціалізованого функціонального призначення під певні типи сигналів. Внутрішня структура адаптивних систем і алгоритм адаптації практично повністю регламентуються функціональним призначенням і певним мінімальним об'ємом вихідної апріорної інформації про характер вхідних даних та їх статистичних та інформаційних параметрах. Це породжує різноманіття підходів при розробці систем, істотно утруднює їх класифікацію і розробку загальних теоретичних положень. Але можна відзначити, що найбільше застосування при розробці систем для адаптивної обробки сигналів знаходять два підходи: на основі схеми найменших квадратів (РНК) і рекурсивної схеми найменших квадратів (РСНК). При використанні схеми найменших квадратів визначення (кажуть також "оцінка") параметрів фільтра здійснюється на основі деякої тестової вибірки даних, і далі фільтр більше не змінює свої параметри. Серед адаптивних фільтрів із нерекурсивною схемою найменших квадратів найбільше застосування знайшли фільтри Вінера.

Фільтр Вінера

Оптимальні фільтри Вінера є основою для побудови адаптивних фільтрів. Фільтри Вінера є оптимальними в сенсі мінімізації середнього квадрату помилки (MSE - Mean Square Error) передачі корисного сигналу. Фільтр Вінера дає змогу виконати оптимальну фільтрацію адитивної суміші сигналу і шуму з урахуванням їх статистичних властивостей: автокореляційної функції сигналу і взаємної кореляційної функції сигналу і шуму. Структурну схему завдання синтезу оптимального фільтра наведено на рис. 5.

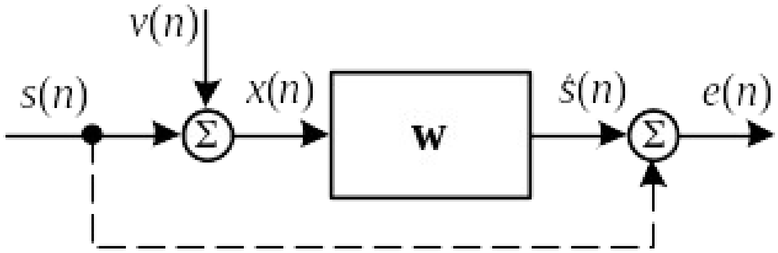

Рисунок 5. Завдання синтезу оптимального фільтра Вінера

Ідея оптимальної фільтрації полягає у відновленні з мінімальною помилкою корисного сигналу *s*(*n*) з його адитивної суміші з шумом x(n) = s(n) + v(n) де *s*(*n*) і v(n) – незалежні стаціонарні ергодичні випадкові процеси.

Завдання синтезу оптимального фільтра Вінера в часовій області формулюють так: синтезувати імпульсну характеристику фільтра, якій обчислює таку оцінку вхідного сигналу, що середній квадрат помилки передачі сигналу буде мінімальним,

$$J = E\{(s(n) - \check{s}(n))^2\} = E\{e^2(n)\} \rightarrow \min.$$

Розглянемо завдання фільтрації біомедичних сигналів одновимірним СІХ-фільтром.

Імпульсну характеристику фільтра подають вектором

$$w = [w_0, w_1, \dots w_{N-1}]^T$$

а N вхідних відліків вхідного сигналу $x(n)$ вектором

$$u(n) = [x(n), x(n-1), \dots x(n - N + 1)]^T$$

Вектор $\mathbf{u}(n)$ в даний момент часу n містить поточний відлік $x(n)$ і попередні (N –1) відліків сигналу. Для СІХ-фільтра цей вектор містить відліки в регістрі затримки фільтра (у загальному випадку елементи u(n) можуть бути отримані від різних датчиків або з виходу різних стаціонарних фільтрів).

Вихідний сигнал фільтра $y(n)$ є оцінкою корисного сигналу

$$y(n) = \mathbf{u}(n) * \mathbf{w} = \sum_{k=0}^{N-1} w_k x(n-k).$$

У прийнятих позначеннях вихідний сигнал фільтра

$$y(n) = w^T u(n) = u^T(n) w$$

Помилка передачі корисного сигналу (помилка оцінки)

$$e(n) = s(n) - y(n) = s(n) - u^T(n) w$$

Квадрат помилки

$$e^2(n) = s^2(n) - 2s(n) w^T x(n) + w^T x(n) x^T n(w)$$

Середній квадрат помилки (СКП) визначається застосуванням до останнього виразу оператора математичного сподівання $E[\cdot]$

$$J(w) = E[s^2(n)] – 2E[s(n)w^Tu(n)] + E[w^Tu(n)u^T(n)w]J(w)$$

Враховуючи, що оператор математичного сподівання не застосовується до невипадкового вектору w, попередній вираз можна записати як

$$J(w) = σ^2 – 2p^Tw + w^TRw$$

де використані такі позначення: $σ^2 = E[s^2(n)]$– середній квадрат корисного сигналу; – транспонований вектор-стовпець взаємних кореляцій між *n*-м відліком корисного сигналу і вмістом лінії затримки фільтра (якщо випадкові процеси $x(n)$ і $s(n)$ є спільно стаціонарними, вектор взаємних кореляцій не залежить від номера кроку); $\mathbf{R} = E[\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)]$ – кореляційна матриця сигналу розмірності $N×N$.

Для стаціонарного випадкового процесу кореляційна матриця має вид матриці Теплиця, тобто на її діагоналях розташовані однакові величини:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(1) & R_x(2) & \cdots & R_x(N-1) \\ R_x(1) & R_x(0) & R_x(1) & \cdots & R_x(N-2) \\ R_x(2) & R_x(1) & R_x(0) & \cdots & R_x(N-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_x(N-1) & R_x(N-2) & R_x(N-3) & \cdots & R_x(0) \end{bmatrix},$$

де $R_x(m) = E\{x(n)x(n - m)\}$ – кореляційна функція процесу $\{x(n)\}$.

Необхідно знайти коефіцієнти фільтра $\mathbf{w}$, при яких середній квадрат помилки відгуку фільтра буде мінімальним, тобто необхідно мінімізувати функцію

$$J(w) = E[e^2(n)] \rightarrow \min.$$

Вираз є квадратичною формою відносно **w**, і тому при не виродженій матриці **R** має один мінімум. В точці мінімуму градієнт функції $J(\mathbf{w})$ дорівнює нулю (необхідні умови мінімуму). Градієнт функції $J(\mathbf{w})$ отримують її диференціюванням по вектору **w**

$$\text{grad}\ J(\mathbf{w}) = \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = \frac{\partial σ^2}{\partial \mathbf{w}} - \frac{\partial(2\mathbf{p}^T\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} + \frac{\partial(\mathbf{w}^T\mathbf{R}\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}}.$$

Відповідні похідні дорівнюють

$$\frac{\partial σ^2}{\partial \mathbf{w}} = 0; \quad \frac{\partial(2\mathbf{p}^T\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = 2\mathbf{p}; \quad \frac{\partial(\mathbf{w}^T\mathbf{R}\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = 2\mathbf{R}\mathbf{w}.$$

У точці мінімуму градієнт дорівнює нулю, тобто

$$\text{grad}\ J(w) = -2p + 2Rw = 0$$

З останнього виразу виходить рівняння Вінера-Хопфа

$$Rw = p$$

його розв’язок дає вектор оптимальних коефіцієнтів фільтра

$$w_{opt} = R^{-1}p$$

Підстановка вектора оптимальних коефіцієнтів дає мінімальне значення дисперсії сигналу помилки:

$$J_{min} = \sigma^2 - p^T R^{-1} p$$

Отже, оптимальний фільтр можна отримати, якщо відомі функція автокореляції вхідного сигналу і функція взаємної кореляції між вхідним і корисним сигналом. На практиці точні значення цих характеристик зазвичай невідомі, замість них в рівнянні використовують їх статистичні оцінки, що збільшує похибку передачі сигналу фільтром.

Порядок фільтра (кількість коефіцієнтів) впливає на мінімальну похибку передачі сигналу фільтром, на обчислювальну складність фільтра і стабільність числового розв’язку рівняння.

Для багатьох застосувань пряма реалізація фільтра Вінера в часовій області вимагає довжини від 64 до 256.

При змінюванні в часі статистичних характеристик сигналів коефіцієнти фільтра необхідно перераховувати.

Програмна реалізація адаптивного фільтру

Блок схема алгоритму :

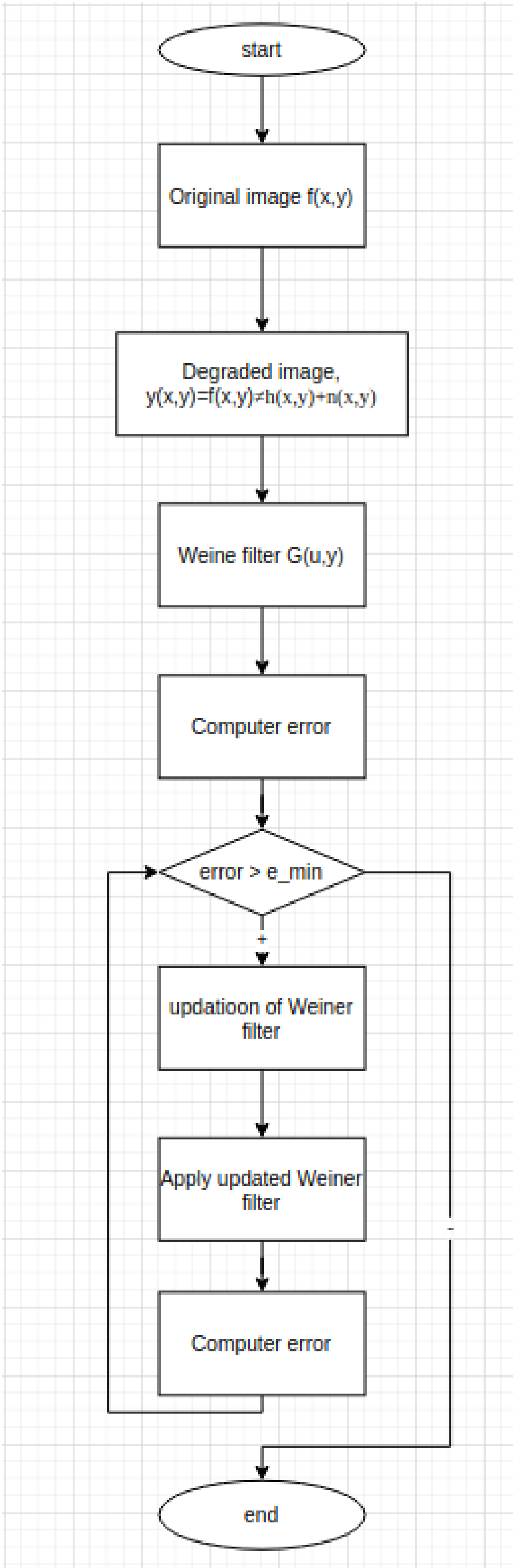

Рис. 7 Блок схема алгоритму

Реалізований алгоритм на Python:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

class LMS:
    def __init__(self, Wt, damp=.5):
        self.Wt = np.squeeze(Wt)
        self.damp = damp

    def est(self, x, y):
        x = np.squeeze(getattr(x, "A", x))
        yest = self.Wt.dot(x)
        c = (y - yest) / x.dot(x)
        self.Wt += self.damp * c * x
        print(f"LMS:    {yest=:< 10.5f} {y=:< 10.5f}  err={yest-y:< 10.5f}   {c=:< 10.5f}")
        return yest


def chirp(n, f0=2, f1=40, t1=1):
    t = np.arange(n + 0.) / n * t1
    return np.sin(2 * np.pi * f0 * (f1 / f0) ** t)


filterlen = 10
damp = .1
nx = 500
f1 = 40
noise = .1
xlong = (chirp(nx, f1=f1) + np.random.normal(scale=noise, size=nx)) * 10
ys = []
yests = []

print(f"LMS  chirp  {filterlen=}  {nx=}  {noise=}  {damp=}")

lms = LMS(np.zeros(filterlen), damp=damp)
for t in range(nx - filterlen):
    x = xlong[t:t + filterlen]
    y = xlong[t + filterlen]  # predict
    yest = lms.est(x, y)
    ys.append(y)
    yests.append(yest)

y = np.array(ys)
yest = np.array(yests)
err = yest - y

print(f"LMS yest - y: av {err.mean()} += {err.std()}")
print("LMS weights:", list(lms.Wt))

plt.figure().set_size_inches( 12, 8 )
plt.plot(y, color="orange", label="y")
plt.plot(yest, color='blue', label="yest")
plt.plot(err, color='red', label='averr', linestyle=':')
plt.legend()
plt.show()
```

Лістинг програми

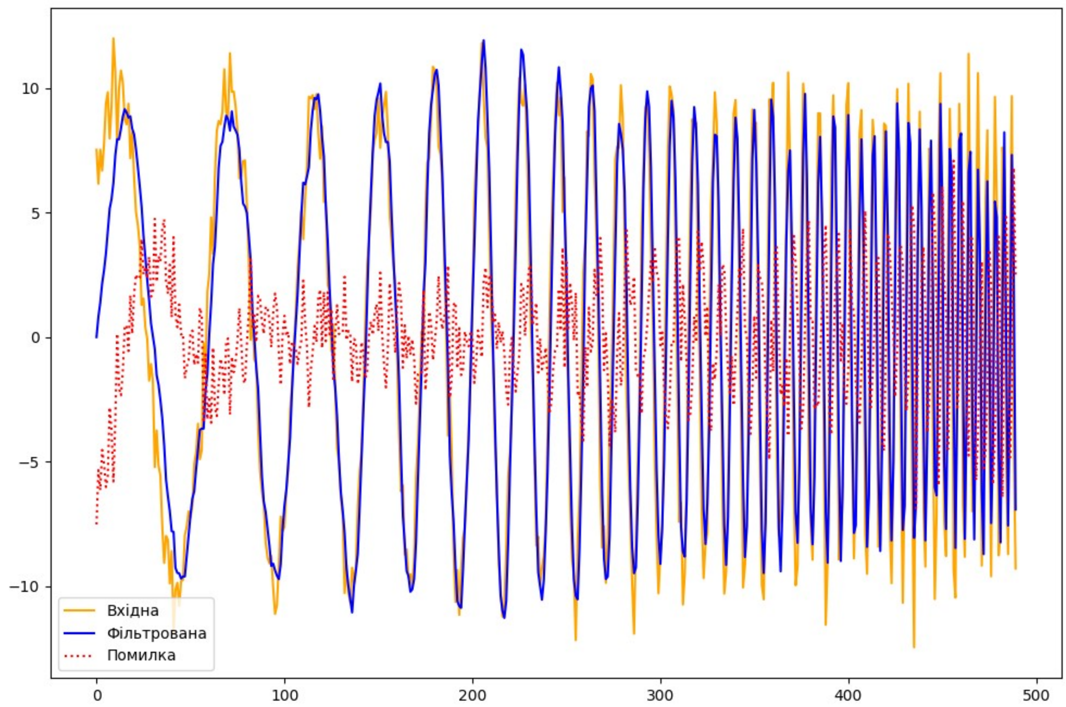

Рис. 9 Результат фільтрації

Висновок: У ході виконання лабораторної роботи на основі принципу автоматичного регулювання підсилення було побудовано схему адаптивного фільтру, написано програму на мові програмування Python та блок-схему алгоритму його функціонування.