Si consideri la distribuzione totale

$$f(x,v,t) = \frac{1}{N}\sum_{i\in\mathcal{I}} f_i(v,t)\otimes\delta(x-i), \tag{1}$$

se le particelle sono *indistinguibili* (1° ipotesi) allora vale

$$f_i(v,t) = f_j(v,t) = f(v,t) \quad \forall i,j\in\mathcal{I}, \tag{2}$$

da cui la distribuzione marginale

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{I}} f(x,v,t)dx &= \frac{1}{N}\sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\mathcal{I}} f_i(v,t)\otimes\delta(x-i)dx\\ &= \frac{1}{N}f(v,t)\otimes\sum_{i\in\mathcal{I}}\int_{\mathcal{I}}\delta(x-i)dx\\ &= \frac{1}{N}f(v,t)\otimes\sum_{i\in\mathcal{I}}1\\ &= \frac{1}{N}f(v,t)N = f(v,t),\end{aligned} \tag{3}$$

e ciò è anche coerente col fatto che in un gas il numero di particelle è molto elevato.

Considerando una *matrice d'adiacenza unitaria* (2° ipotesi) si può scrivere la (2.10) come

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\int_{\mathcal{O}}\varphi(v)f(v,t)dv &= \frac{1}{2N}\sum_{j\in\mathcal{I}}\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v')-\varphi(v)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*\\ &+\frac{1}{2N}\sum_{j\in\mathcal{I}}\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v_*')-\varphi(v_*)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*\\ &= \frac{1}{2N}N\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v')-\varphi(v)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*\\ &+\frac{1}{2N}N\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v_*')-\varphi(v_*)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*\\ &= \frac{1}{2}\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v')-\varphi(v)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*\\ &+\frac{1}{2}\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v_*')-\varphi(v_*)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*,\end{aligned} \tag{4}$$

che unita all'ipotesi d'*interazioni simmetriche* (3° ipotesi), ossia tali che

$$v' = \Psi(v,v_*) = \Psi_*(v_*,v) \quad \text{ove } v_* = \Psi_*(v,v_*), \tag{5}$$

porta all'equivalenza (mediante il cambio di variabili $v_* = v$ e $v = v_*$)

$$\int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v_*')-\varphi(v_*)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*, = \int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v')-\varphi(v)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*, \tag{6}$$

e quindi a

$$\frac{d}{dt}\int_{\mathcal{O}}\varphi(v)f(v,t)dv = \int_{\mathcal{O}^2}\langle\varphi(v')-\varphi(v)\rangle f(v,t)f(v_*,t)dvdv_*, \tag{7}$$

che equivale alla formula classica di Boltzmann.