Санкт-Петербургский политехнический университет имени Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа прикладной математики и физики

Отчет по лабораборoной работу №1
по дисциплине "Интервальный анализ"

Выполнил:

Студент: Гвоздев Святослав
Группа: 5030102/00201

Принял:

к. ф.-м. н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1 Постановка задачи

Найти минимальную δ, чтобы матрица была особенной
Пусть $\mathbf{X}$ - интервальная матрица и

$$\mathrm{mid}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 1.05 & 1 \\ 0.95 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Необходимо рассмотреть матрицы X_1 и X_2 для задачи регрессии и томографии соответственно:

$$\mathbf{X_1} = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1, 1] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1, 1] \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{X_2} = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \end{pmatrix} \tag{3}$$

2 Теория

2.1 Определения

- Середина матрицы $\mathrm{mid}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \mathrm{mid}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Радиус матрицы $\mathrm{rad}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \mathrm{rad}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Матрица $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}$ называется особенной, если $\exists A \in \mathbf{A} : det(A) = 0$.
- Числа $\sigma_1 ... \sigma_k$, равные квадратным корням из собственных значений матрицы AA^T, называется сингулярными числами матрицы A.
- Множество вершин интревальной матрицы
$\mathrm{vert}(\mathbf{A}) = \{A \in \mathbb{IR}^{m \times n} \mid A = (a_{ij})\, a_{ij} \in \{\underline{\mathbf{a}}_{ij}, \overline{\mathbf{a}}_{ij}\}\}$

3 Реализация

1. Если интервал симметричен при произвольном δ, то ответ: 0
2. Иначе - применияем метод дихотомии. Устанавливаем на нулевой итерации значение $\delta = 0$, затем с шагом ϵ движемся вправо. Если при этом $0 \in DET$, то возвращаемся и уменьшаем шаг.

4 Результаты

1. Случай 1
Видим, что $0 \in DET$, а также $mid(X_1) \neq 0$, значит, переходим к пункту 2 описанного алгоритма. В результате получаем $min(\delta) = 0.025$. В таком случае $DET(X_1) = [2.220 * 10^{-16}, 0.2]$. Левый конец с точностью до машинного эпсилон равен нулю
2. Случай 2
Видим, что $0 \in detX_2$, а также $midX_2 \neq 0$, значит, переходим к пункту 2 алгоритма. В результате получаем $\min \delta = 0.05$. В таком случае $DET(X_2) = [1.110 * 10^{16}, 0.2]$. Левый конец $DETX_2$ с точностью до машинного эпсилон равен нулю

5 Вывод

Данные матрицы X_1, X_2 являются неособенной при $\delta < 0.051285$ и $\delta \leq 0.025$. $\delta_1 > \delta_2$, так как в 1-й задаче меньше интервальных элементов (2 интервала), чем во второй задаче (4 интервала). При вычислении определителя происходит больше арифметических операций, при этом интервалы сужаться не могут, и поэтому детерминант быстрее начинает содержать ноль.