**Часть 1**

**Зачем нужно умножение матриц?**

Умножение матриц – стандартная операция в линейной алгебре, появившаяся из-за необходимости вычислять композицию линейных преобразований и решать системы линейных уравнений. Умножение матриц соответствует композиции преобразований: если матрица соответствует повороту вектора, а матрица масштабирует его, то матрица соответствует повороту и масштабированию. Кроме этого, различные методы решения линейных уравнений также приводят к умножению матриц. Умножение матриц встречается в задачах решения дифференциальных уравнений, компьютерной графики, машинном обучении и других разделах математики и информатики.

**Почему нужны блочные алгоритмы?**

Очень важное понятия в теории матричных вычислений являются блочные матрицы. Блочная матрица — это представление матрицы, при котором она рассекается вертикальными и горизонтальными линиями на матрицы меньше размерности. Блочные алгоритмы — это методы, которые работают не с отдельными элементами матриц, а с их подматрицами. Они широко применяются в численных вычислениях, особенно при работе с большими матрицами. Преимущества такого подхода являются:

1. Повышение производительности. Операции с блоками матрицы, а не с отдельными элементами являются более эффективными из-за особенностей современных ЭВМ.
2. Возможность параллельного вычисления. Разные блоки могут обрабатываться на разных потоках, за счет чего вырастет производительность.

**Часть 2**

Умножение матриц jik:

Внешний цикл перебирает строки результирующей матрицы. Средний цикл перебирает столбцы результирующей матрицы. Внутренний цикл вычисляет сумму произведений элементов соответствующей строки матрицы A и столбца матрицы B.

Векторизованное скалярное произведение:

В данном случае уже 2 цикла. Внешний цикл j перебирает столбцы результирующей матрицы C. Для каждого столбца j матрицы C внутренний цикл i перебирает строки. Вместо использования третьего цикла по k, как в функции выше, здесь применяется векторизация операций.

Для вычисления элемента C(i,j) используется скалярное произведение i-й строки матрицы A и j-го столбца матрицы B. Выражение A(i,:) представляет собой вектор-строку (i-ю строку матрицы A), а B(:,j) - вектор-столбец (j-й столбец матрицы B). Операция A(i,:) \* B(:,j) выполняет скалярное произведение этих векторов, в результате чего получается одно число - значение элемента C(i,j).

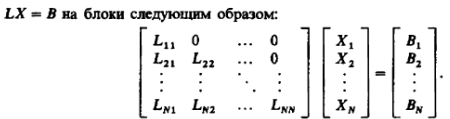
Столбцовая gaxpy:

Здесь всего 1 цикл, который проходит по столбцам матрицы и умножает их на матрицу A. Результат произведения складывается с j столбцом матрицы, получившейся на прошлой итерации и записывается в j столбец результирующей матрицы.

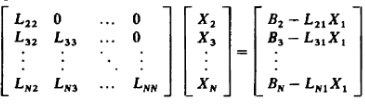
Блочное умножение:

Здесь матрицы разбиваются на квадратные блоки размера а , после чего выполняется блочное умножение блоков матрицы и и результат записывается в блоки результирующей матрицы .

Решение LX=B:

Для решения системы разобьем LX=B следующим образом:  


Здесь блоки матрицы L. Пусть диагональные блоки квадратные. Тогда решаем систему . И далее исключаем из всех блочных уравнений от 2 до . В результате получаем систему вида:



**Часть 3**