1. Выполните указанные действия а) $(1+2i)+(4-i)$;
   б) $(3-i)\cdot(2+3i)$; в) $(2-7i)\cdot(3-5i)$; г) $(4+7i)\cdot(-1+4i)-(5-3i)$;
   д) $(2-5i)\cdot(5+3i)+(-24+17i)$; е) $(2+3i)(4-5i)+(2-3i)(4+5i)$;
   ж) $(3-i)(4-3i)-(1-2i)(5+2i)$.
2. Вычислите i^5, i^{73}, i^{195}, i^{1326}.
3. Дано $z_1=2+3i$, $z_2=3+7i$, $z_3=-3+4i$, $z_4=1-2i$. Найдите
   а) $3z_1-z_2$, б) z_3+z_4, в) $2z_1-3z_2+5z_4$, г) $z_2-3\bar{z}_4$,
   д) $z_1\cdot z_3$, е) $z_2\cdot z_4$, ж) $z_1\cdot\bar{z}_2$, з) $z_1\cdot z_4-z_2\cdot z_3$; и) z_1^2.
4. Выполните деление а) $\dfrac{2+4i}{-1+3i}$; б) $\dfrac{2+4i}{3-i}$; в) $\dfrac{4-2i}{-3+4i}$; г) $\dfrac{4+5i}{3+4i}$;
   д) $\dfrac{2-3i}{1+4i}$; е) $\dfrac{1+4i}{1-3i}$; ж) $\dfrac{1+2i}{2-5i}$; з) $\dfrac{4-9i}{7-i}+1{,}9-0{,}4i$; и) $\dfrac{i^{15}+i^{38}}{i^{91}-i^{42}}$;
   к) $\dfrac{7-2i}{3+i}+\dfrac{2+3i}{1-i}$; л) $\dfrac{1+2i}{1-3i}+\dfrac{4+5i}{3+i}$; м) $\dfrac{2-i}{3+4i}-\dfrac{3+4i}{2-i}$.
5. Решите уравнения а) $x^2+4x+5=0$; б) $x^4+5x^2+4=0$;
   в) $x^4-5x^2-36=0$; г) $x^2-12x+52=0$; д) $x^4+6x^2+25=0$;
   е) $x^4+7x^2-144=0$; ж) $(1-i)\bar{z}=3iz+4-9i$;
   з) $(5-8i)x+(4-i)y=1+20i$, если $x,y\in\mathbf{R}$;
   и) $(7+2i)x+(5-4i)y=-1+16i$, если $x,y\in\mathbf{R}$; з
   к) $z\cdot\bar{z}+2\bar{z}-3z=3+2i$.
6. а) Может ли сумма квадратов двух ненулевых чисел быть отрицательным числом?
   б) Может ли сумма положительного числа и квадрата некоторого числа быть отрицательным числом?
7. При каких значениях x будут сопряженными комплексные числа $\sqrt{x^2-3}+3-i\sin\dfrac{\pi x}{4}$ и $\sqrt{x^2+5}+1-i\sin^2\dfrac{\pi x}{4}$?
8. Изобразите комплексные числа точками на плоскости. Найдите их модули и аргументы. Запишите эти числа в тригонометрической форме: $z_1=3+3i$, $z_2=-2+i\sqrt{12}$, $z_3=1+2i$, $z_4=-3-4i$, $z_5=-\sqrt{3}-i$, $z_6=7i$, $z_7=-3$, $z_8=-5i$, $z_9=8$.
9. Представьте в алгебраической форме комплексное число $z=\sqrt{10}\left(\cos\left(\pi+\mathrm{arctg}1/3\right)+i\sin\left(\pi+\mathrm{arctg}1/3\right)\right)$.
10. Найдите модуль и аргумент числа $z=e^{-3+2i}$.
11. Найдите а) $z_1\cdot z_2$, б) $z_3\cdot z_4$, в) $z_2\cdot z_5$, г) z_4/z_5, д) z_2/z_3,
    е) z_5/z_2, ж) z_1/z_3, з) z_4/z_1, и) z_1^4, к) z_3^3, л) z_4^6,
    м) z_2^6, н) z_5^8, если $z_1=2\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$,
    $z_2=3\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$, $z_3=5\left(\cos\dfrac{-2\pi}{7}+i\sin\dfrac{-2\pi}{7}\right)$,
    $z_4=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{2\pi}{9}+i\sin\dfrac{2\pi}{9}\right)$, $z_5=\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{5\pi}{6}+i\sin\dfrac{5\pi}{6}\right)$.
12. Найдите модули и аргументы комплексных чисел
    $z_1=\dfrac{6-8i}{-4+3i}$; $z_2=\dfrac{-4+4i}{1+i}$; $z_3=\sqrt{2}\left[\dfrac{-5+i}{1+i}+\dfrac{(1-2i)(1+i)^2}{2i}\right]$;
    $z_4=\sqrt{2}(1+i)\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$.

13. Вычислите а) $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{24}$; б) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{30}$; в) $\frac{(1-i)^6-1}{(1+i)^6+1}$;

г) $\frac{(-1+i)^{124}}{(1-i)^{98}-i(1+i)^{98}}$; д) $\frac{(1+i)^5(\sqrt{3}+i)^{10}}{(1-i)^4(1-i\sqrt{3})^{11}}$;

е) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{60}-\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)^{60}$.

14. Извлеките корни из чисел, заданных в алгебраической форме: а) $\sqrt{-2+2\sqrt{3}i}$, б) $\sqrt{6-8i}$, в) $\sqrt{-3+4i}$; г) $\sqrt{16-30i}$.

15. Вычислите корни указанной степени из заданных чисел, записав их предварительно в тригонометрической форме а) $z=27(\cos(3\pi/4)+i\sin(3\pi/4))$, $\sqrt[3]{z}$; б) $z=-16$, $\sqrt[4]{z}$; в) $z=64(\cos(5\pi/6)+i\sin(5\pi/6))$, $\sqrt[3]{z}$; г) $z=32i$, $\sqrt[5]{z}$.

16. Решите уравнения а) $z^2-(3+i)z+(4+3i)=0$;

б) $z^2-(1+3i)z-(2-i)=0$; в) $z^2-(8+2i)z+(23+2i)=0$;

г) $z^2-(3+i)z+(4+3i)=0$; д) $z^2-(3+2i)z+(5+5i)=0$;

е) $(3-i)z^2+(1+i)z+6i=0$.

17. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию: а) $\mathrm{Re}\,z=1$; б) $\mathrm{Im}\,z=-2$; в) $\mathrm{Re}\,z\ge -3$; г) $\mathrm{Im}\,z\le 4$; д) $|z|=2$; е) $\arg z=2\pi/3$; ж) $1<|z+3|<2$; з) $1<|z-i|<3$; и) $\pi/6<\arg z<\pi/3$; к) $2\,\mathrm{Re}\,z+3\,\mathrm{Im}\,z=4$; л) $|z-2+3i|\le 1$, $\mathrm{Im}\,z-\mathrm{Re}\,z>-4{,}5$.

18. Найдите действительную и мнимую части функций

а) $f(z)=z^2+i$, б) $f(z)=\bar{z}\cdot\mathrm{Re}\,z^2$, в) $f(z)=\mathrm{Re}\,z+\mathrm{Im}\,z^2$,

г) $f(z)=z\cdot\mathrm{Im}\,z^2$, д) $f(z)=z^3+i(z^2-3)$, е) $f(z)=z/i+i/z$,

ж) $f(z)=\bar{z}^3+3z-z^2\cdot\bar{z}$ з) $f(z)=3\bar{z}+(z+1+4i)$.

19. Найдите $f(z)$, если а) $u(x,y)=x+y$, $v(x,y)=x-y$;

б) $u(x,y)=x^2-y^2$, $v(x,y)=-2xy$.

20. Пользуясь условиями Коши-Римана, проверьте, какие функции являются дифференцируемыми. Где это возможно вычислите производную а) $f(z)=z^2-z-6$; б) $f(z)=z^2+3iz+2$;

в) $f(z)=z^2\cdot\bar{z}$; г) $f(z)=z^2\cdot\mathrm{Re}\,z$; д) $f(z)=z^3+2z-i$;

е) $f(z)=z^2+2z\cdot\mathrm{Re}\,z+3\,\mathrm{Im}\,z$; ж) $f(z)=\mathrm{Re}(z^2)+4iz$;

з) $f(z)=0{,}5z(\bar{z}+2z)$; и) $f(z)=z^3+3\bar{z}-\mathrm{Im}(z^2)$.