

” Теория автоматического управления ”

Лабораторная работа №3

Регуляторы с заданной степенью  
устойчивости

Выполнил: Бухарев Святослав Андреевич

Факультет: СУиР

Группа: R3381

Вариант 9

Преподаватели: Перегудин А. А., Пашенко А. В.

Санкт-Петербург

## Задание 1. Синтез регулятора с заданной степенью устойчивости

В соответствии с вариантом (9) по Таблице 1 возьму матрицы A и B из Таблицы 2:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 10 \\ 4 & -1 & 4 \\ -4 & -2 & -7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим систему:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Выполним следующие шаги:

- Найти собственные числа матрицы A и определить управляемость каждого из них. Сделать вывод об управляемости и стабилизируемости системы.

Воспользуемся критерием Хаутуса:

1)  $\lambda_1 = -3$ :

Матрица Хаутуса:

$$X_1 = [A - \lambda I \quad B] = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 10 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & -1 \\ -4 & -2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank } X_1 = 2 \neq n$$

- неуправляемое собственное число.

2)  $\lambda_2 = 1 - 2i$ :

Матрица Хаутуса:

$$X_2 = [A - \lambda I \quad B] = \begin{bmatrix} 6 - 2i & 0 & 10 & 1 \\ 4 & -2 - 2i & 4 & -1 \\ -4 & -2 & -8 - 2i & 1 \end{bmatrix}$$
$$\text{rank } X_2 = 3 = n$$

- управляемое собственное число.

3)  $\lambda_3 = 1 + 2i$ :

Матрица Хаутуса:

$$X_3 = [A - \lambda I \quad B] = \begin{bmatrix} 6 + 2i & 0 & 10 & 1 \\ 4 & -2 + 2i & 4 & -1 \\ -4 & -2 & -8 + 2i & 1 \end{bmatrix}$$
$$\text{rank } X_3 = 3 = n$$

- управляемое собственное число.

Как итог, **2 собственных числа матрицы A управляемы, одно нет, значит система неполностью управляема.**

Также, неуправляемое собственное число  $\lambda_1 = -3$  – устойчивое, следовательно, **система стабилизируемая и данное число входит в подпространство неуправляемых состояний данной системы.**

- Определить, любой ли желаемой степени устойчивости вы можете добиться от данной системы при помощи регулятора вида  $u = Kx$ .  
Объяснить, почему, и, если не любой, то определить максимальную возможную.

Как можно заметить по собственным числам матрицы:  $\lambda_2 = 1 - 2i$ ,  $\lambda_3 = 1 + 2i$  система – неустойчивая, но данные числа управляемы, поэтому с помощью регулятора можно добиться устойчивости системы, и если наши положительные числа будут переведены в отрицательные, так что  $\lambda_{2,3} > \lambda_1 > -3$ , то максимально достижимой степенью устойчивости системы будет одно из чисел  $|\lambda_2|$ ,  $|\lambda_3|$ , с наименьшим расстоянием до мнимой оси, а если  $\lambda_{2,3} < \lambda_1$ , то максимальная степень устойчивости = 3.

- Задаться не менее, чем парой значений желаемой степени устойчивости  $\alpha > 0$ .

Зададимся двумя значениями  $\alpha$  – максимально возможным (используем значение 3) и достижимым:

$$\alpha = 3,$$

$$\alpha = 0,3$$

- Для каждого из выбранных значений  $\alpha$  синтезировать регулятор, обеспечивающий заданную степень устойчивости, при помощи матричного неравенства типа Ляпунова:

$$P > 0, PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

### 1) Максимально возможная степень устойчивости $\alpha = 3$ :

При помощи Матлаба получаем матрицу  $K_1$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  **без ограничений на управление**:

$$K_1 = [-8.0678 \quad -2.4715 \quad -4.2164]$$

И собственные числа:

$$\sigma(A + B * K_1) = \{-3, -3.9 \pm 9.6i\}$$

Мы получаем спектр из более устойчивых собственных чисел, а также матрицу  $K$  с довольно приличными по модулю значениями, так как использовали максимально возможную степень устойчивости, но самое главное, что собственные числа устойчивые.

- Построить схему моделирования системы, замкнутой регулятором  $u = Kx$ .

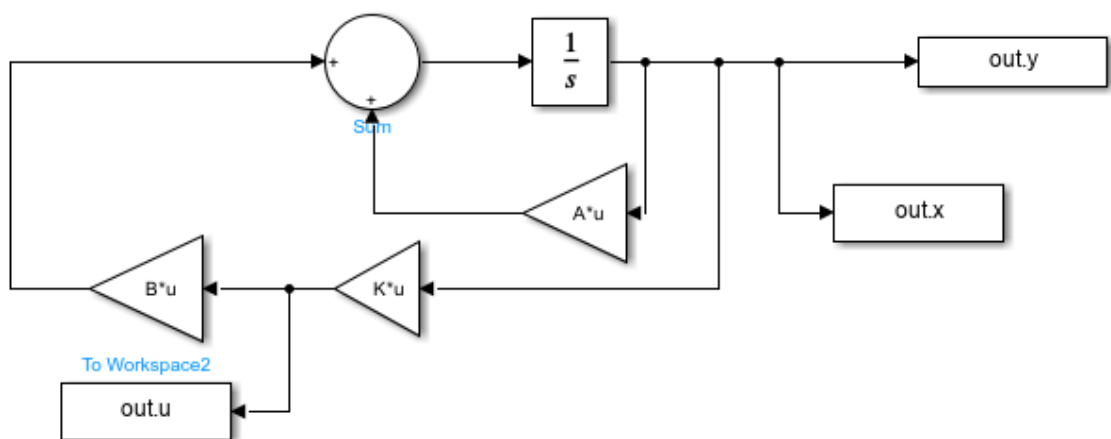


Рисунок 1. Схема моделирования системы

- Выполнить компьютерное моделирование и построить графики формируемых регуляторами управлений  $u(t)$  и векторов состояния замкнутых систем  $x(t)$  при начальных условиях  $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$ .

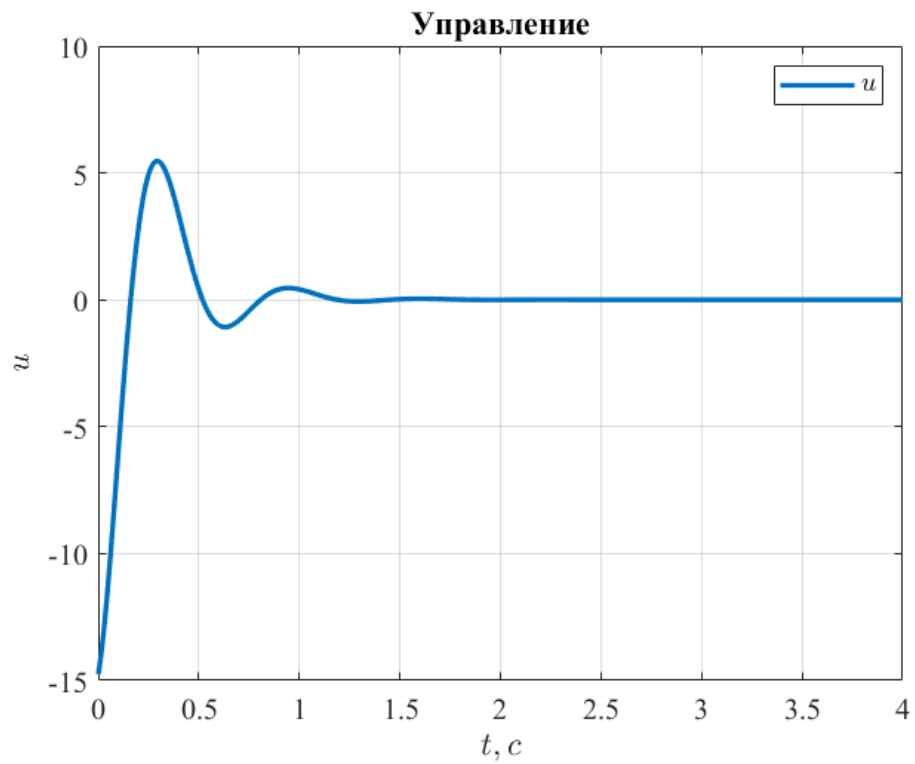


Рисунок 2. График управления  $u(t)$ .

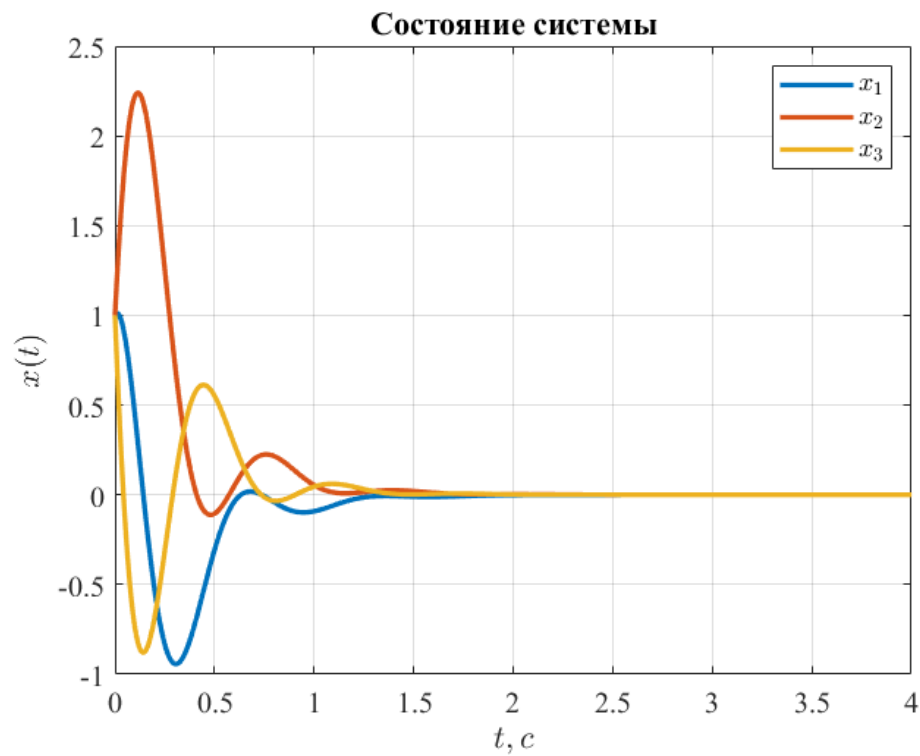


Рисунок 3. График состояния  $x(t)$ .

Далее, найдём матрицу регулятора  $K_2$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  совместно с решением задачи минимизации управления:

Для этого решим задачу выпуклой минимизации, минимизировав  $\gamma = \mu^2$ :

$$\begin{bmatrix} P & x_0 \\ x_0^T & 1 \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} P & Y^T \\ Y & \gamma I \end{bmatrix} > 0$$

- где  $\mu = \sqrt{\gamma}$ .

С помощью Матлаба получаем минимальное управление равное:

$$\mu = 10.526$$

Матрицу  $K_2$  равную:

$$K_2 = [-4.0924 \quad -0.1786 \quad -4.0862]$$

И собственные числа:

$$\sigma(A + B * K_2) = \{-3, -3 \pm 3.8i\}$$

Как мы видим, задав минимальное управление, значения нашей матрицы К стали меньше (тратится меньше усилий на управление), а также собственные числа стали ”менее устойчивыми”, если так можно выразиться, и почти совпали с нашей степенью устойчивости. Более того, наше неуправляемое устойчивое число  $-3$  осталось прежним, что подтверждает корректность синтезированного регулятора.

Построим графики:

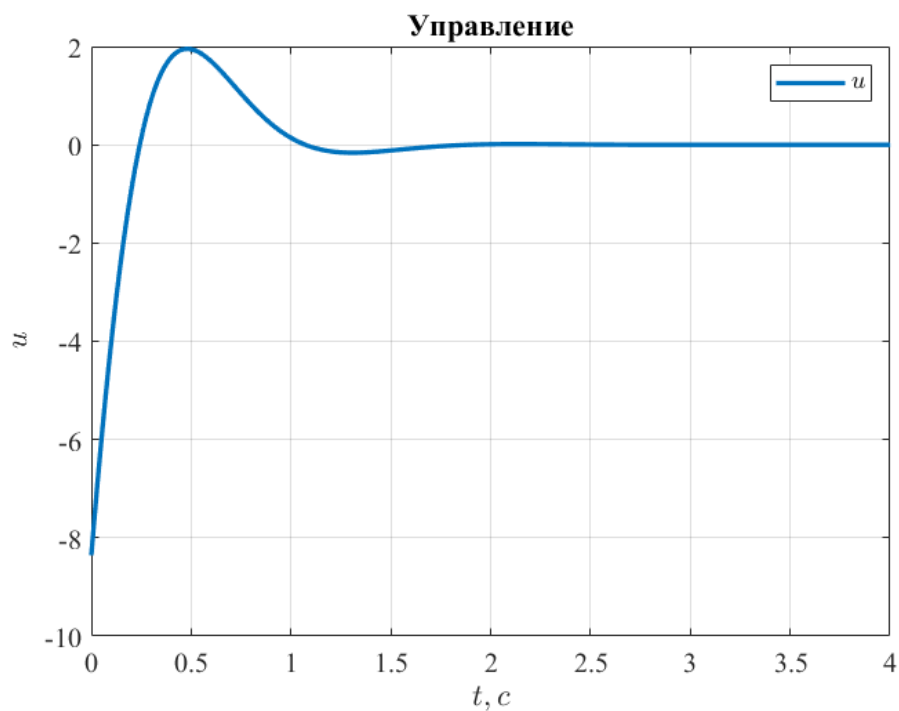


Рисунок 4. График управления  $u(t)$ .



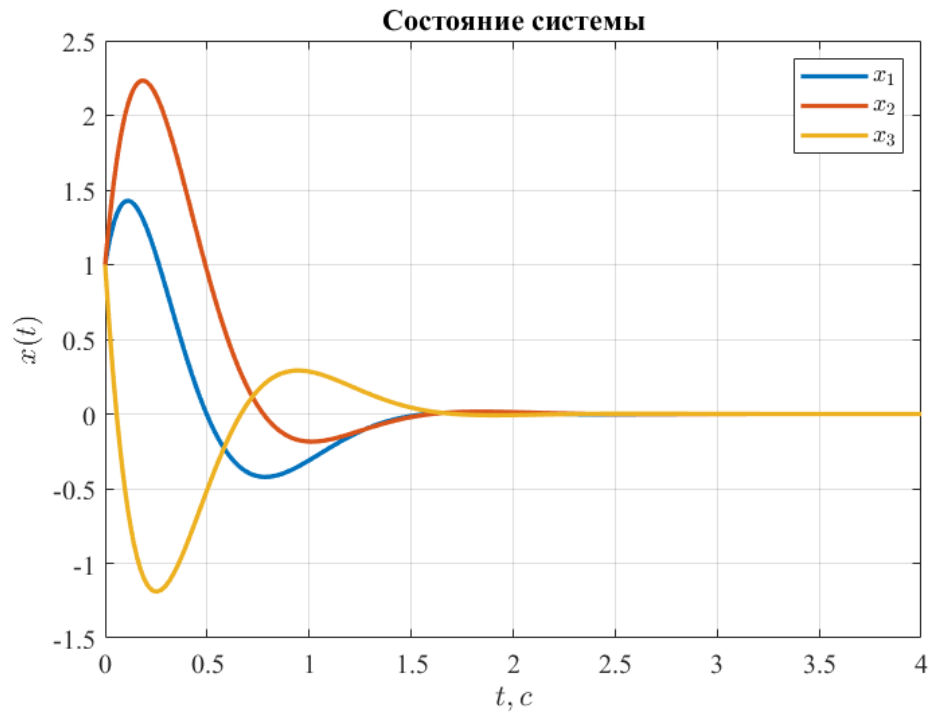


Рисунок 5. График состояния  $x(t)$ .

По графикам мы видим, что из-за меньшего управления время переходного процесса чуть-чуть больше у второй системы, но зато мы экономим подаваемое управление и уверены в том, что оборудование с ним справится.

- Для каждого из выбранных значений  $\alpha$  синтезировать регулятор, обеспечивающий заданную степень устойчивости, при помощи **матричного уравнения типа Риккати** при  $\nu = 2$  и  $R = 1$ .

$$A^T P + PA + Q - \nu P B R^{-1} B^T P + 2\alpha P = 0, \quad K = -R^{-1} B^T P$$

Найдём соответствующую матрицу регулятора  $K_3$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  при  $Q = I$ :

$$K_3 = [-5.8171 \quad -1.4720 \quad -5.8171]$$

$$\sigma(A + B * K_3) = \{-3, -4.1 \pm 5.3i\}$$

Построим графики системы:

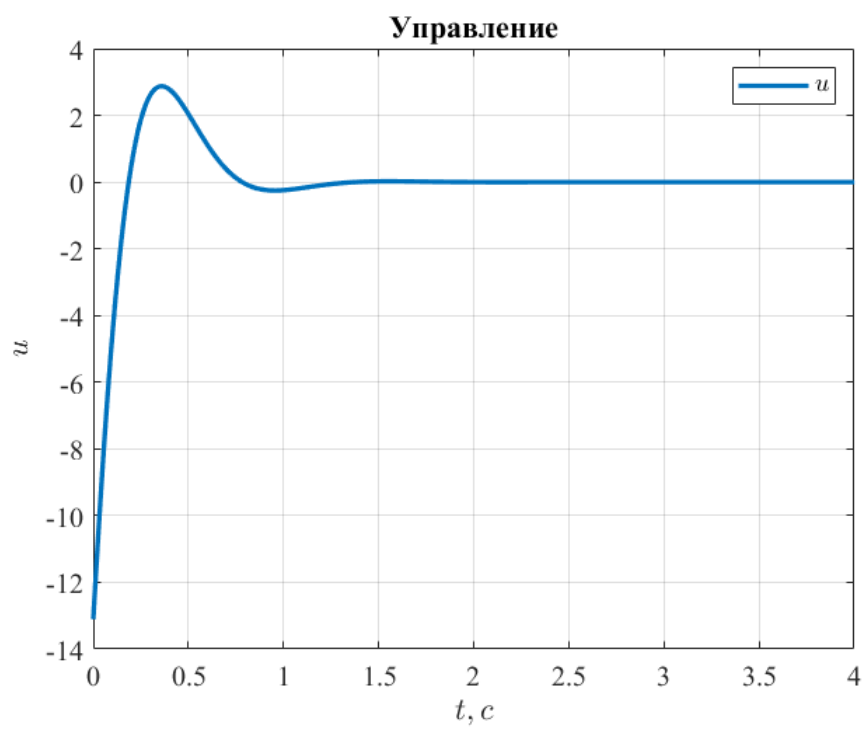


Рисунок 6. График управления  $u(t)$  при  $Q = I$ .

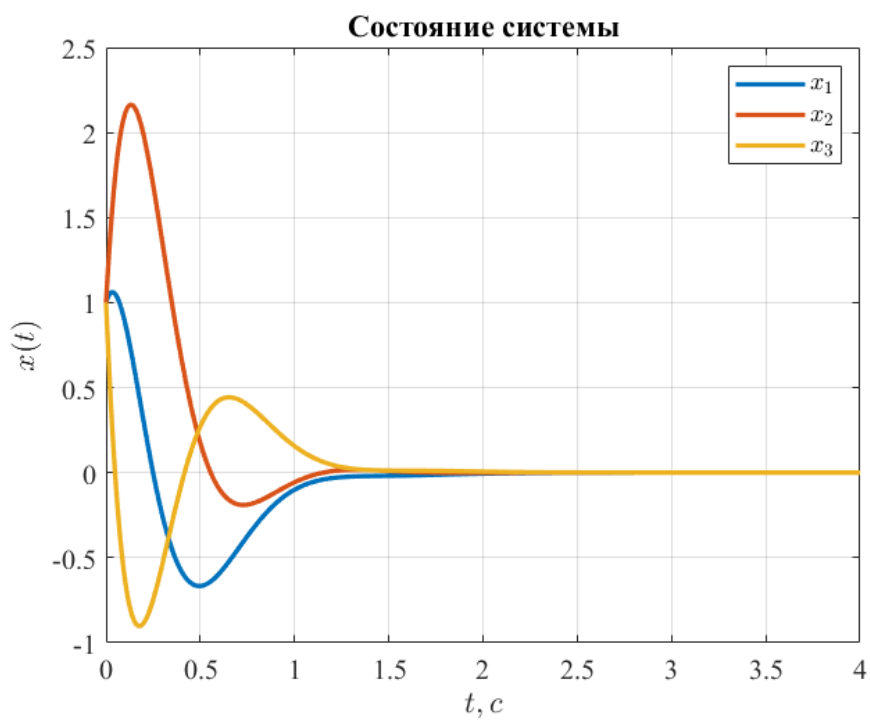


Рисунок 7. График состояния  $x(t)$  при  $Q = I$ .

Найдём соответствующую матрицу регулятора  $K_4$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  при  $Q = 0$ :

$$K_4 = [-4.3077 \quad -0.6154 \quad -4.3077]$$

$$\sigma(A + B * K_4) = \{-3, -3 \pm 4.5i\}$$

Построим графики системы:

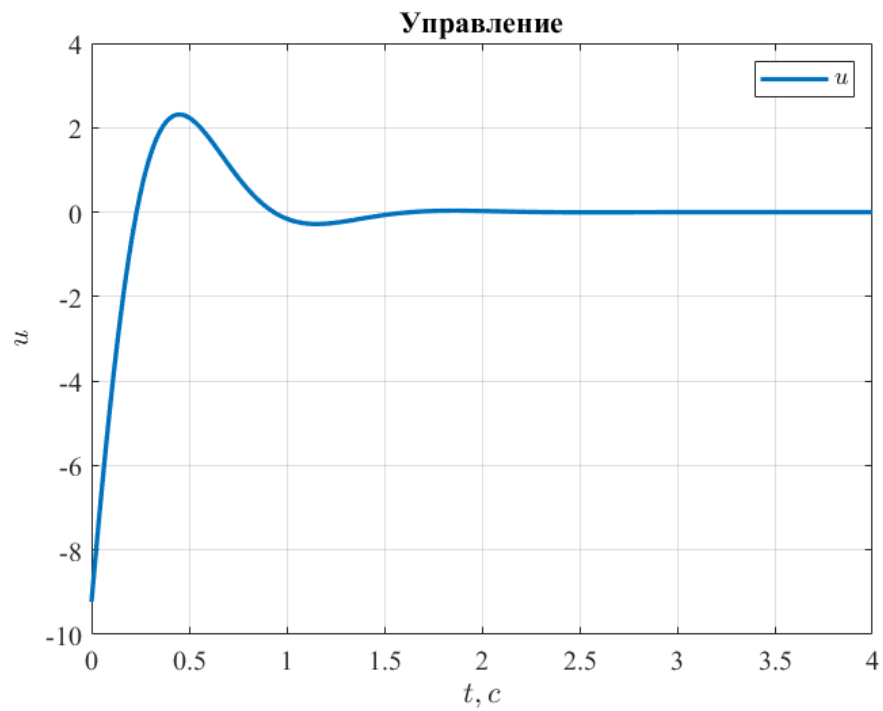


Рисунок 8. График управления  $u(t)$  при  $Q = 0$

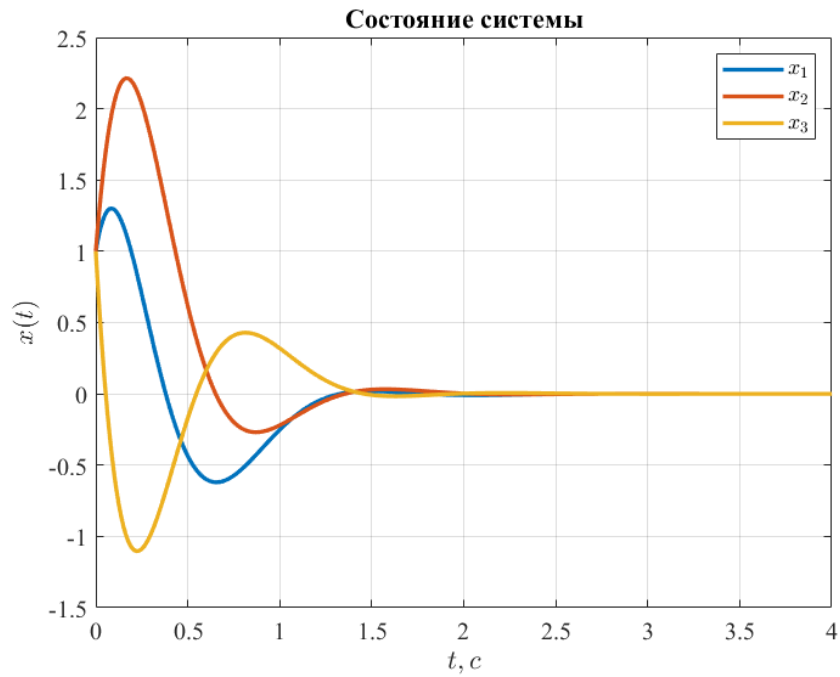


Рисунок 9. График состояния  $x(t)$  при  $Q = 0$

Вывод: Сравнив графики, можно сделать вывод, что они не сильно отличаются от графиков, полученных с помощью LMI, график для  $Q = 0$  почти полностью повторяет график, полученный для  $K_2$  при минимальном ограничении. Также, если взглянуть и сравнить графики  $Q = I$  и  $Q = 0$ , то можно заметить, что система  $Q = 0$  имеет чуть-чуть большее перерегулирование и время переходного процесса.

## 2) Степень устойчивости $\alpha = 0.3$ :

Получаем:

$$K_1 = [-3.9068 \quad -0.4891 \quad -3.4076]$$

$$\sigma(A + B * K_1) = \{-3, -2.41 \pm 5.1i\}$$

- результаты, полученные без ограничения на управление.

$$K_2 = [-1.1086 \quad 0.3866 - 1.1073]$$

$$\sigma(A + B * K_2) = \{-3, -0.3 \pm 2.26i\}$$

$$\mu = 2.1344$$

- результаты, полученные при минимизации управления.

Как можно заметить, уменьшив значение  $a$ , нам уже не требуется столь большое управление, чтобы привести систему к экспоненциальной устойчивости, поэтому по сравнению с  $a = 2$ , значения матрицы  $K$  меньше и, следовательно, собственные числа тоже меньше.

Моделирование системы:

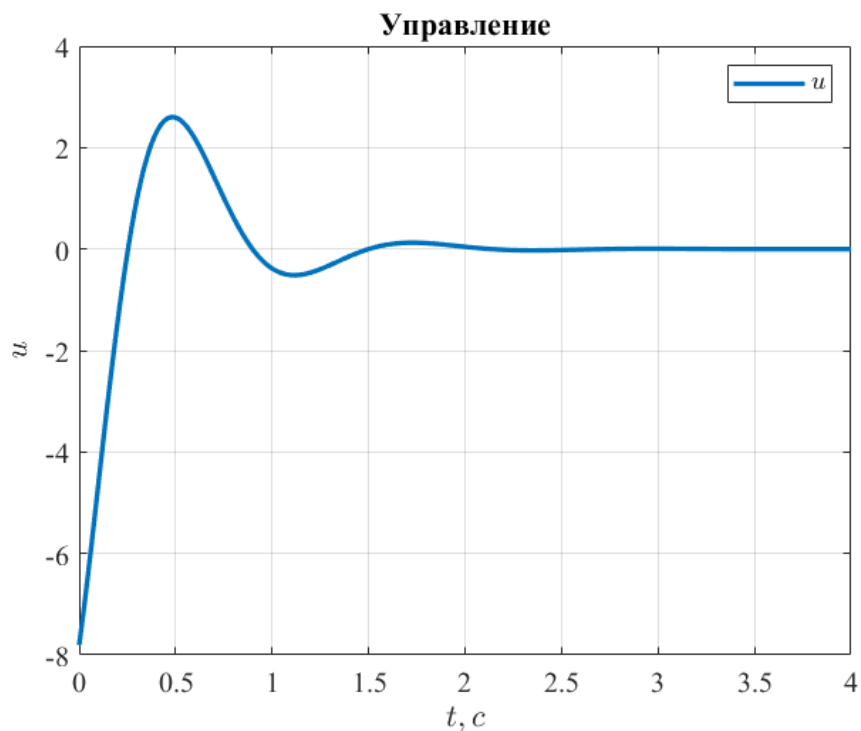


Рисунок 10. График управления  $u(t)$  для регулятора  $K_1$ .

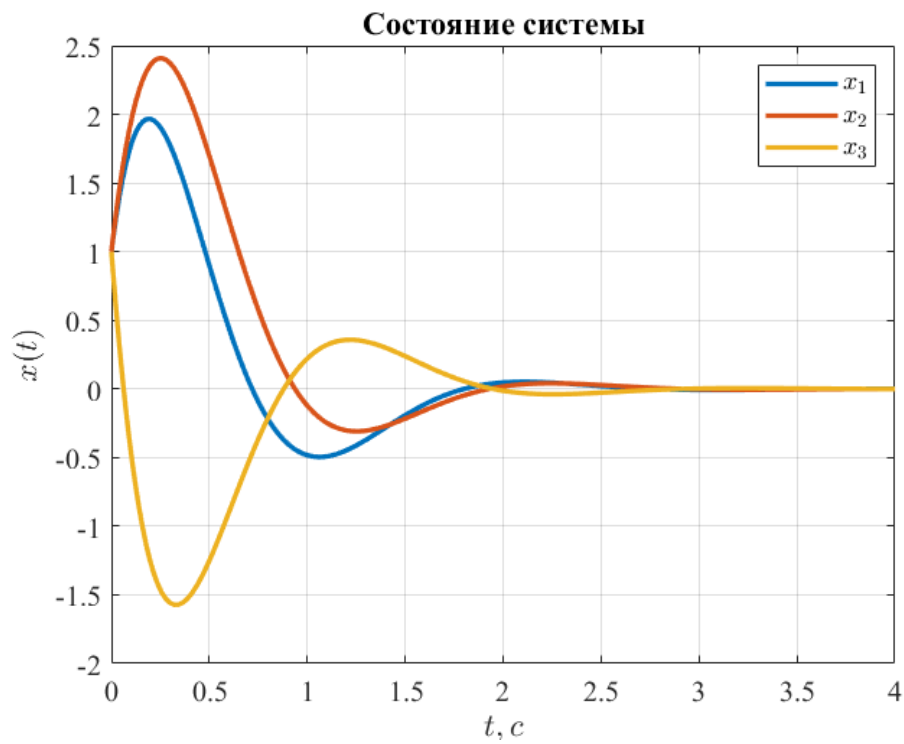


Рисунок 11. График состояния  $x(t)$  для регулятора  $K_1$ .

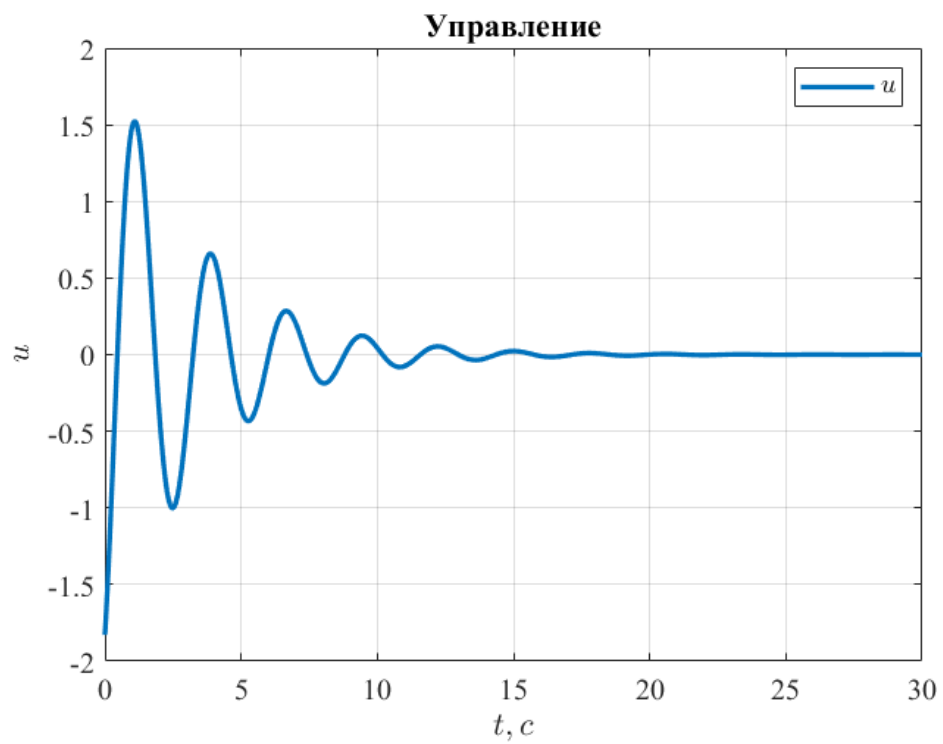


Рисунок 12. График управления  $u(t)$  для регулятора  $K_2$ .

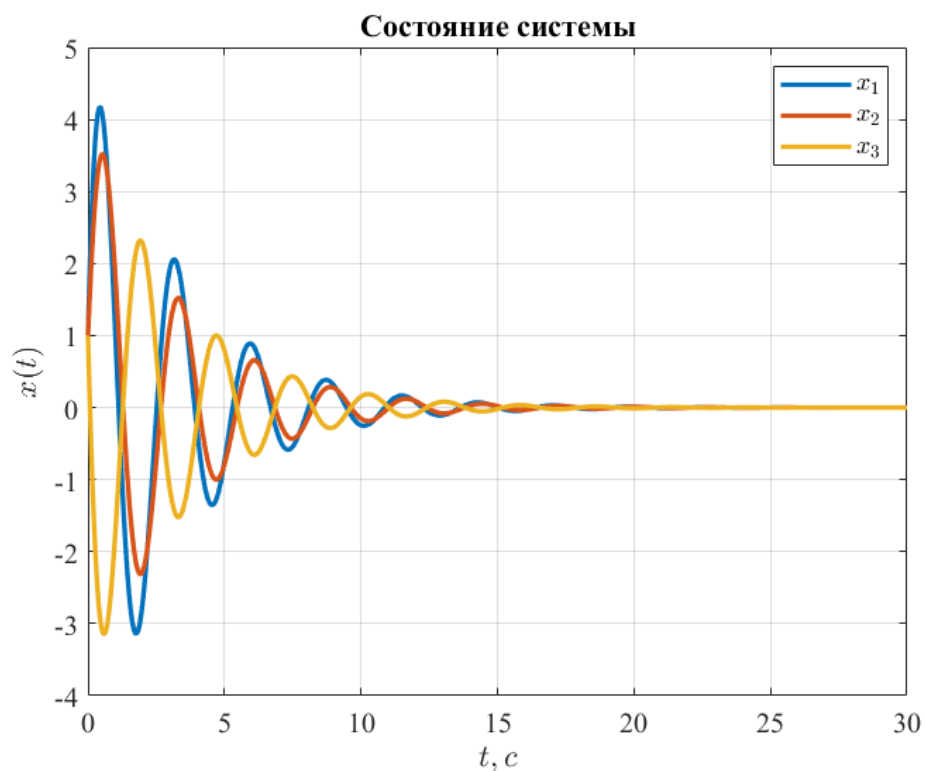


Рисунок 13. График состояния  $x(t)$  для регулятора  $K_2$ .

Выводы: Как и ожидалось, управления подаётся меньше, поэтому система приходит к устойчивости дольше, что означает, что время переходного процесса больше, зато объект будет работать не на пределе своих возможностей и точно справится с входным воздействием.

Опять синтезируем регулятор, при помощи **матричного уравнения типа Риккати** при  $\nu = 2$  и  $R = 1$ .

$$A^T P + PA + Q - \nu P B R^{-1} B^T P + 2\alpha P = 0, \quad K = -R^{-1} B^T P$$

Найдём соответствующую матрицу регулятора  $K_3$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  при  $Q = I$ :

$$K_3 = [-2.7911 \quad 0.2899 \quad -2.7911]$$

$$\sigma(A + B * K_3) = \{-3, -1.94 \pm 3i\}$$

Построим графики системы:

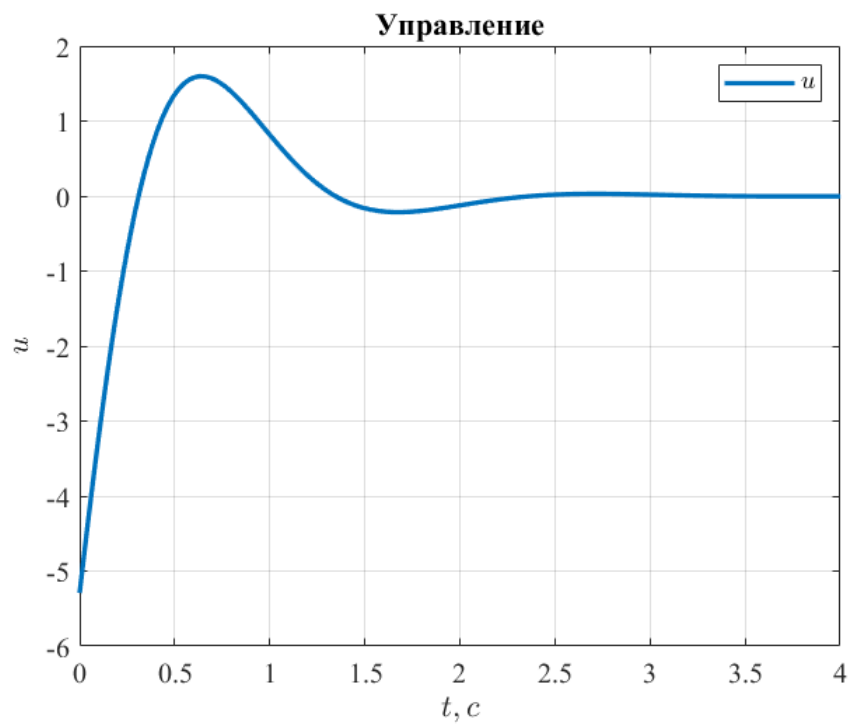


Рисунок 14. График управления  $u(t)$  при  $Q = I$ .



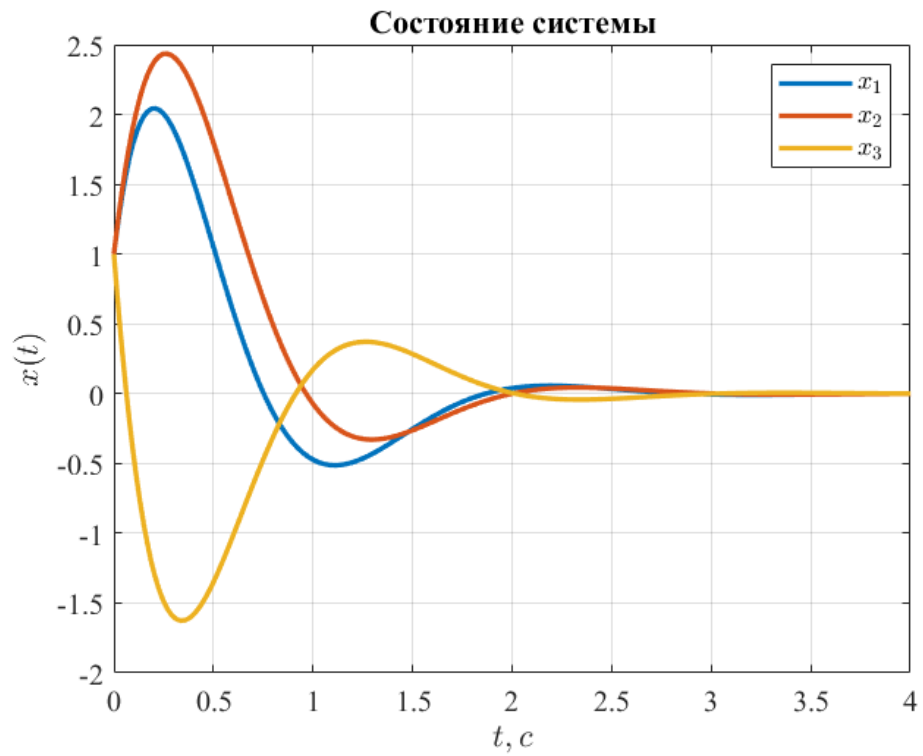


Рисунок 15. График состояния  $x(t)$  при  $Q = I$ .

Найдём соответствующую матрицу регулятора  $K_4$ , обеспечивающую желаемую степень устойчивости  $\alpha$  при  $Q = 0$ :

$$K_4 = [-1.13 \quad 0.34 \quad -1.13]$$

$$\sigma(A + B * K_4) = \{-3, -0.3 \pm 2.4i\}$$

Построим графики системы:

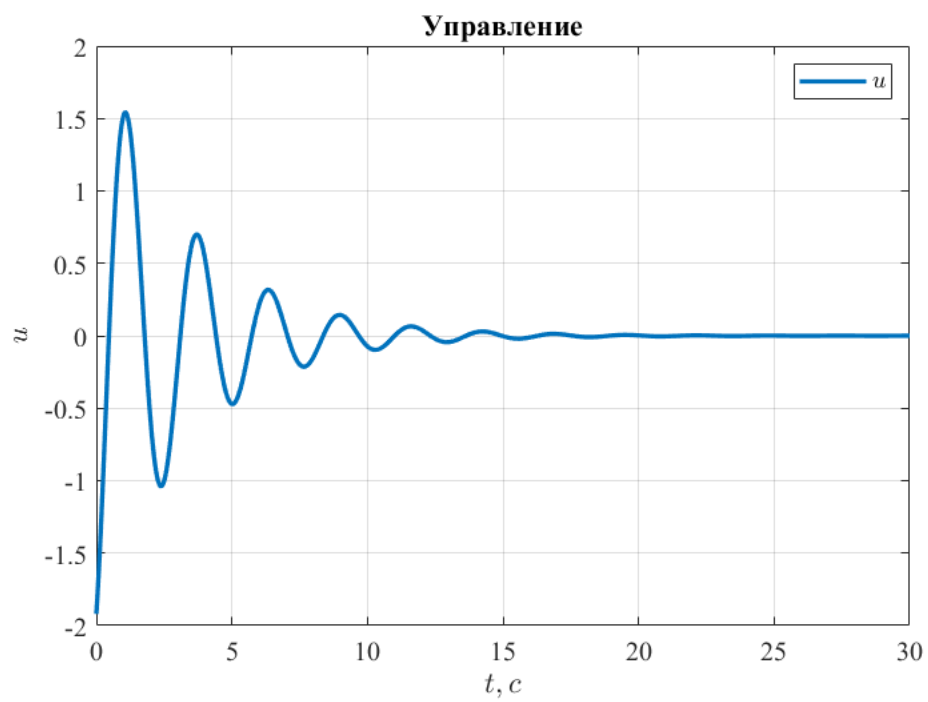


Рисунок 16. График управления  $u(t)$  при  $Q = 0$

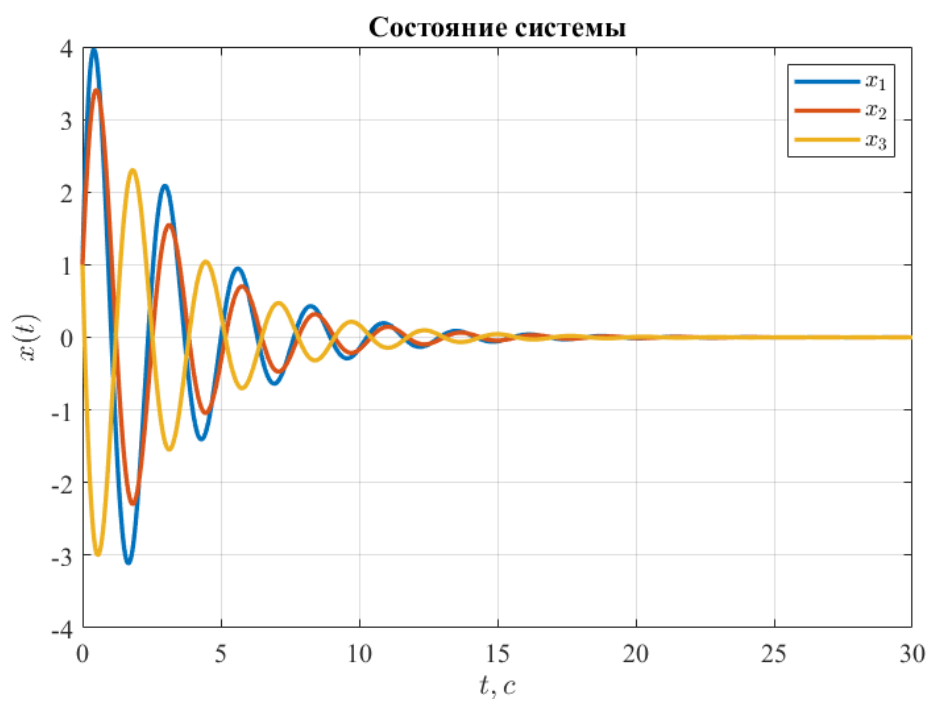


Рисунок 17. График состояния  $x(t)$  при  $Q = 0$

Вывод: Как и в прошлом случае, графики отдалённо напоминают такие же регуляторы для  $K_1$  и  $K_2$ . Опять графики при  $Q = 0$  и минимизированном управлении  $K_2$  дают нам спектры с небольшой погрешностью идентичные степени устойчивости  $\alpha = 0.3$ , не считая неустойчивого числа  $-3$ .

## Задание 2. Управление по выходу с заданной степенью устойчивости

Возьмём матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  из Таблицы 3:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -9 & -7 & 1 \\ -9 & 5 & -1 & 7 \\ -7 & -1 & 5 & 9 \\ 1 & 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим систему:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Выполним следующие шаги:

- Найти собственные числа матрицы  $A$  и определить управляемость и наблюдаемость каждого из них. Сделать вывод об управляемости, стабилизируемости, наблюдаемости и обнаруживаемости системы.

Собственные числа:

$$\sigma(A) = \{-12, 4, 8, 20\}$$

Ссылаясь на результаты моей прошлой работы, сделаю вывод, что данная система является **полностью управляемой и стабилизируемой**, а также **не полностью наблюдаемой, но обнаруживаемой**, причём собственное число  $-12$  – является ненаблюдаемым.

- Определить, любой ли желаемой степени устойчивости вы можете добиться от данной системы при помощи регулятора вида  $u = Kx$

По собственным числам мы видим, что наша система неустойчивая, и нам нужен регулятор для перевода системы к устойчивому виду, но, как я уже отметил, наша система полностью управляема, а, следовательно, каждое собственное число можно привести к любому устойчивому виду, **поэтому можно добиться любой степени устойчивости.**

- Определить, любой ли желаемой степени сходимости вы можете добиться от наблюдателя полной размерности для данной системы. Объяснить, почему, и, если не любой, то определить максимальную возможную.

Так как наша система не полностью наблюдаемая, то мы не сможем добиться любой желаемой степени сходимости. Собственное число  $-12$  – является ненаблюдаемым, за которым мы не сможем проследить, а значит максимально возможной степенью сходимости будет  $a = 12$ .

- Задаться не менее чем парой значений  $\alpha > 0$ , все из которых могли бы быть использованы в качестве желаемой степени устойчивости для регулятора и желаемой степени сходимости для наблюдателя.

Возьмём два значения  $a$ :

$$a = 12$$

$$a = 1$$

- Используя выбранные значения  $\alpha$ , составить не менее чем 3 набора значений желаемой степени устойчивости  $\alpha_K$  и желаемой степени сходимости  $\alpha_L$ , среди которых: °
  - $\alpha_K = \alpha_L$  (наблюдатель и регулятор имеют сопоставимые значения  $\alpha$ );
  - $\alpha_K > \alpha_L$  (регулятор «сильнее»);
  - $\alpha_K < \alpha_L$  (наблюдатель «сильнее»)

**1) Наблюдатель и регулятор имеют сопоставимые значения  $\alpha_K = \alpha_L$ :**

Возьмём максимально возможную степень сходимости для наблюдателя:

$$\alpha_K = \alpha_L = 12$$

При помощи метода матричного неравенства типа Ляпунова найдём матрицу регулятора  $K$ , собственные числа матрицы замкнутых систем  $(A + BK)$ :

**Минимизируем** отклонения фактических собственных чисел спектра замкнутой системы от желаемой степени устойчивости:

Для этого решим задачу выпуклой минимизации, **минимизировав  $\gamma = \mu^2$** :

$$\begin{bmatrix} P & x_0 \\ x_0^T & 1 \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} P & Y^T \\ Y & \gamma I \end{bmatrix} > 0$$

Решим неравенство:

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

Получаем:

$$K = [102.2687 \quad -157.4324 \quad 111.5979 \quad 56.4199]$$

$$\sigma(A + B * K) = \{-12 \pm 25i, -12 \pm 0.5i\}$$

$$\mu = 325.66$$

*Вывод:* Мы получаем очень большие значения матрицы  $K$  и ограничения  $\mu$ , но это лишь потому, что взяли максимально возможную (для наблюдателя  $\alpha_L$ ) степень устойчивости.

И учитывая то, что наша система полностью управляемая, мы добились желаемого спектра системы ( $-12$ , с небольшой погрешностью) и нашли минимальное ограничение  $\mu$ , при котором он достигается. А значит регулятор синтезирован корректно.

Теперь с помощью того же метода матричных неравенств найдём соответствующую матрицу наблюдателя  $L$ , обеспечивающую желаемую степень сходимости  $\alpha_L$ , **минимизировав отклонения**.

Решим матричное неравенство типа Ляпунова:

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

При условиях:

$$x(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$$

$$\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\begin{bmatrix} Q & e_0 \\ e_0' & 1 \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} Q & Y \\ Y^T & \gamma I \end{bmatrix} > 0$$

где  $e_0 = x_0 - \hat{x}_0$  – так сказать начальный бросок ошибки.

Получаем:

$$L = \begin{bmatrix} 4.3427 & -4.6808 \\ -1.8016 & 3.0751 \\ -4.3860 & -0.6616 \\ -1.8450 & -2.2674 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(A + L * C) = \{-12 \pm 24i, -12, -12\}$$

$$\mu = 5.8463$$

*Вывод:* Получаем нашу матрицу L, обеспечивающую желаемую степень сходимости, да не просто матрицу, а минимизированную, при минимальном ограничении на управление, равном  $\mu$ .

- Построить схему моделирования системы, замкнутой регулятором, состоящем из наблюдателя состояния и закона управления.

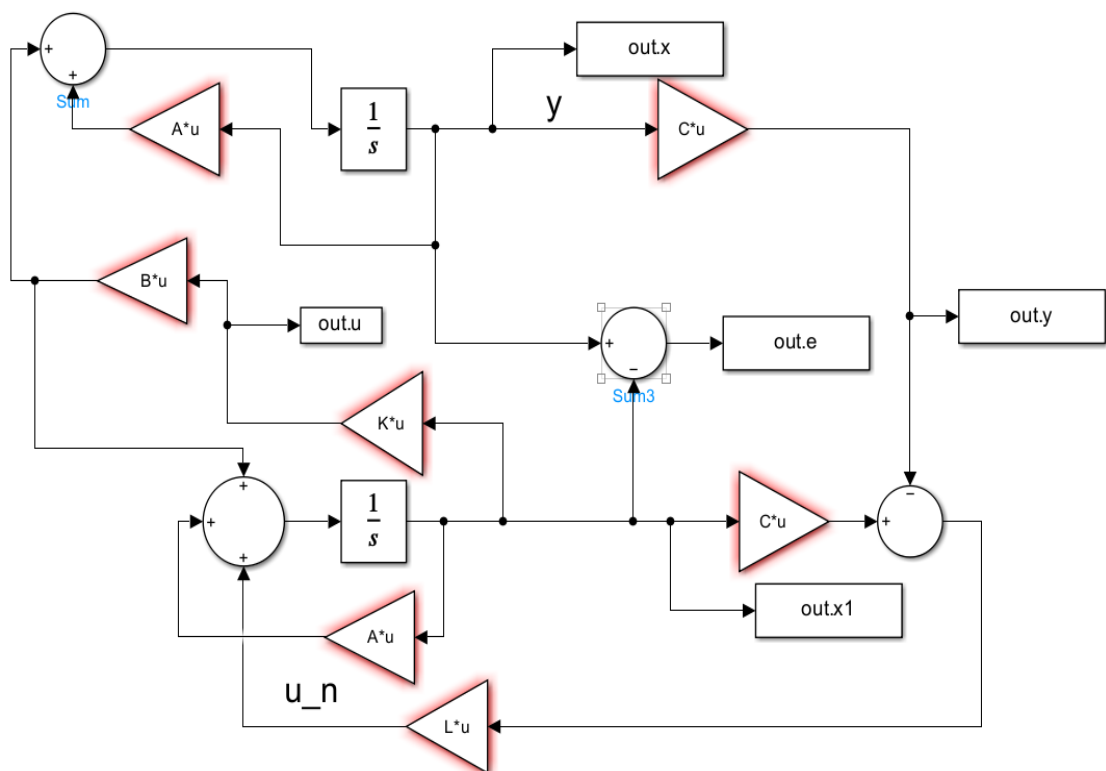


Рисунок 18. Схема моделирования системы.



Выполним компьютерное моделирование с начальными условиями системы  $x(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  и наблюдателя  $\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . Построим график формируемого регулятором управления  $u(t)$ , сравнительные графики  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ , а также график ошибки наблюдателя  $e(t)$ :

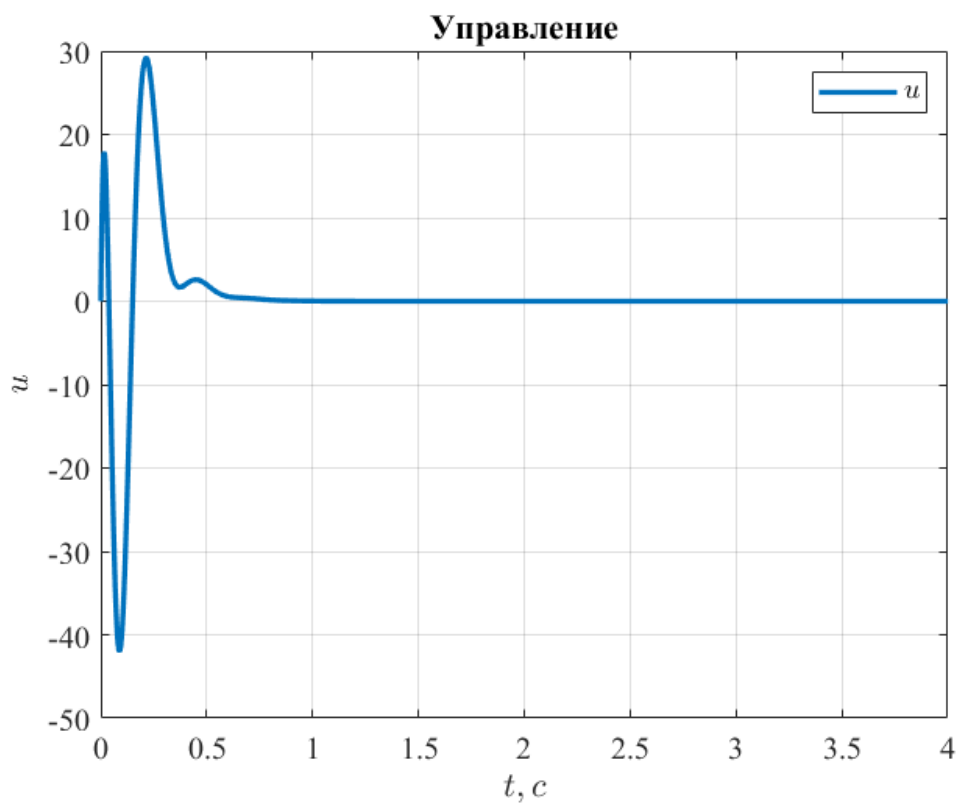


Рисунок 19. График управления  $u(t)$ .

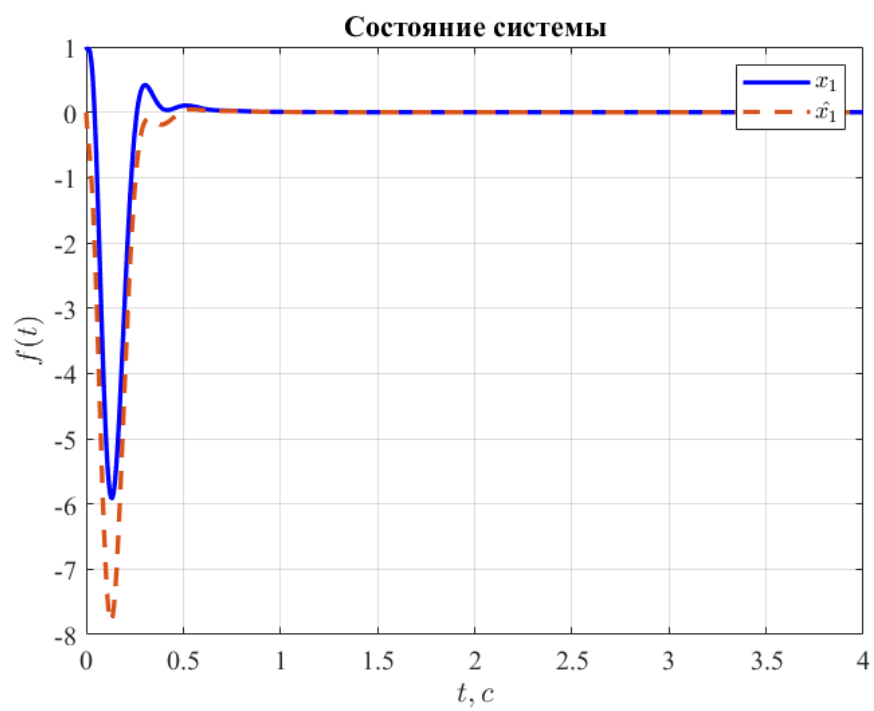


Рисунок 20. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

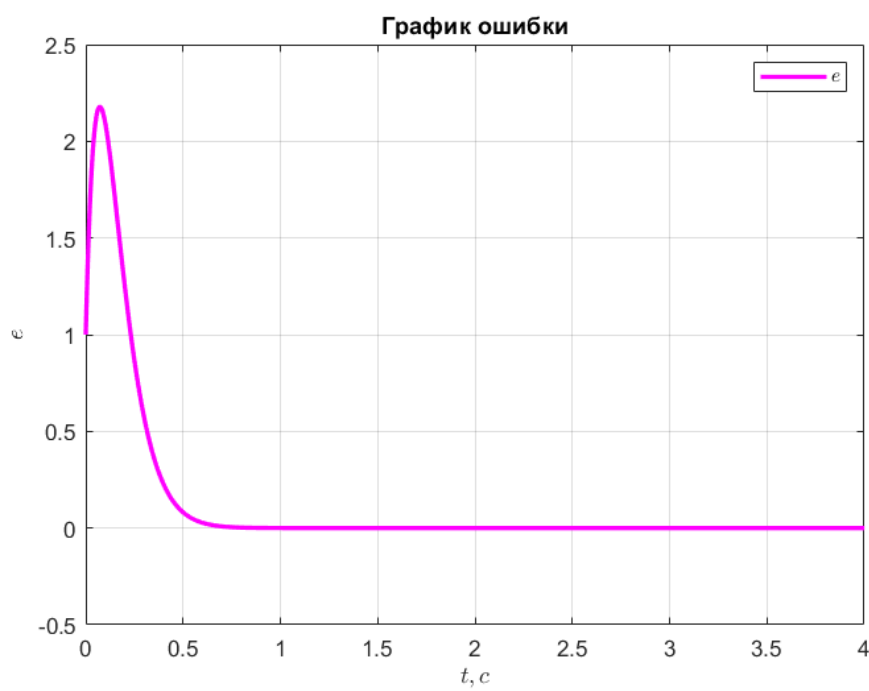


Рисунок 21. График ошибки  $e(t)$ .

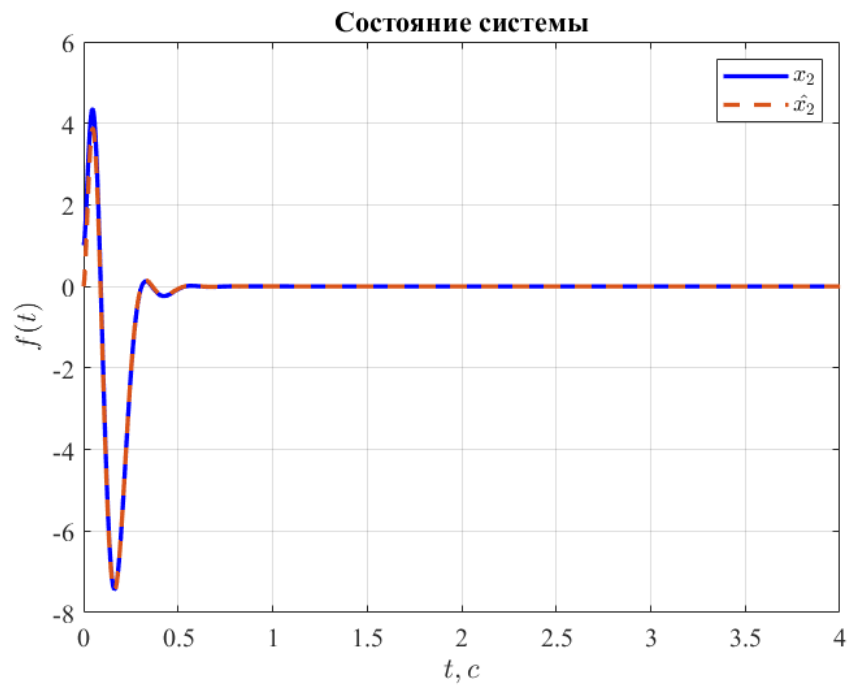


Рисунок 22. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

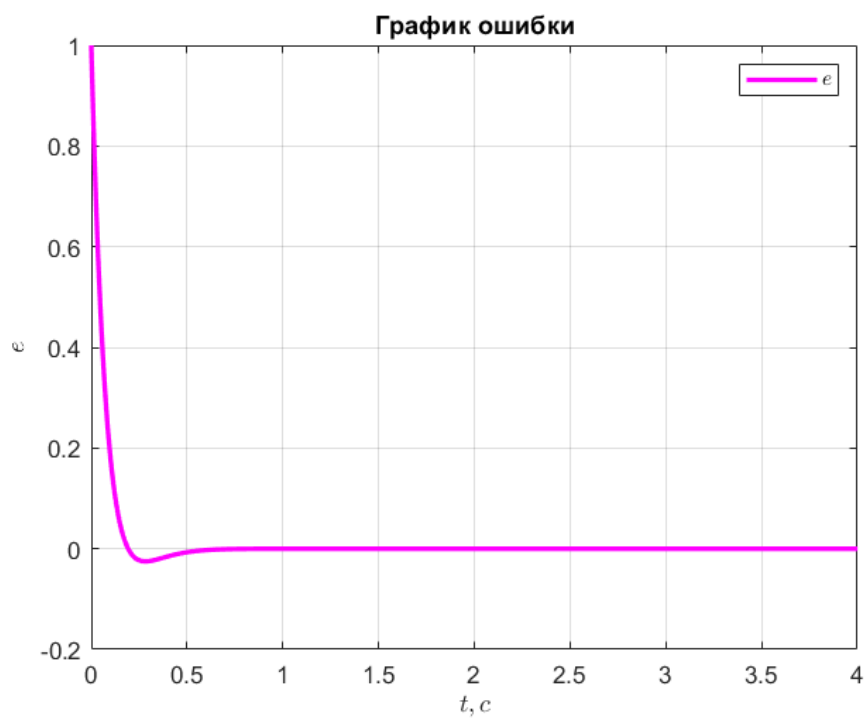


Рисунок 23. График ошибки  $e(t)$ .

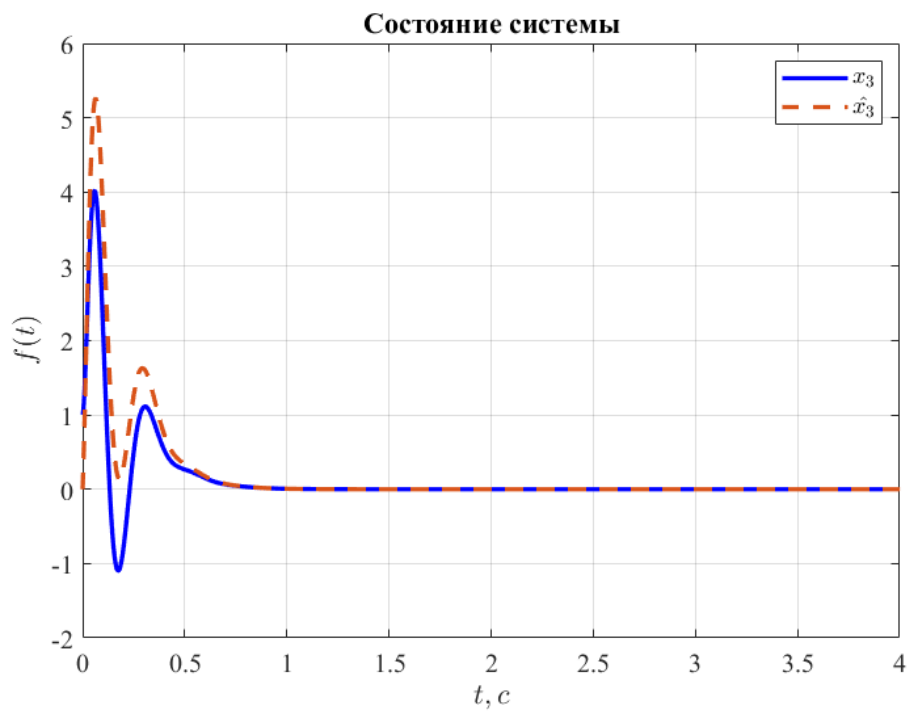


Рисунок 24. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

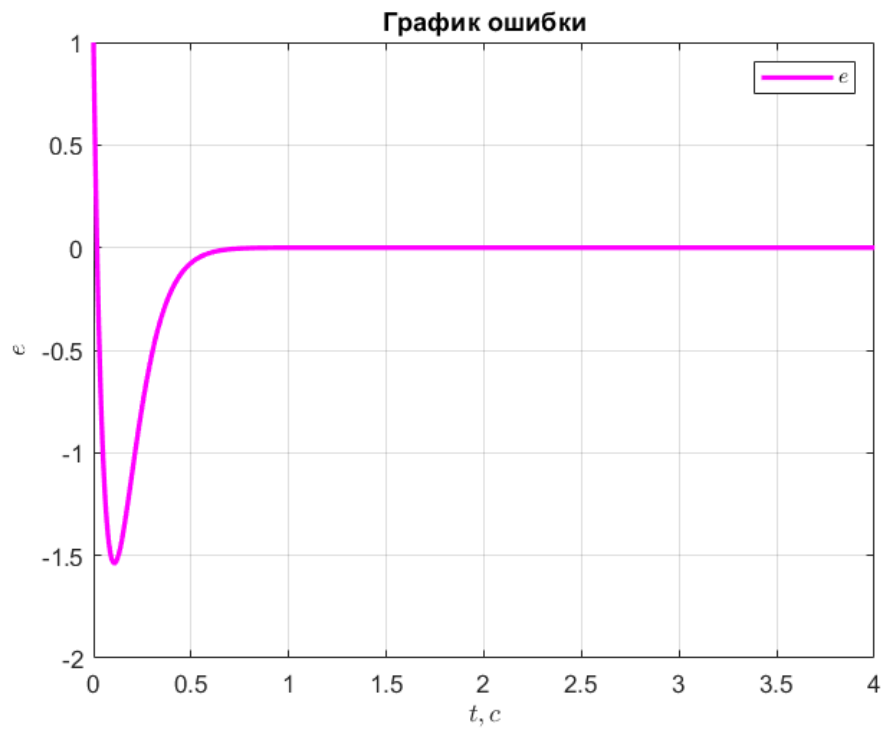


Рисунок 25. График ошибки  $e(t)$ .

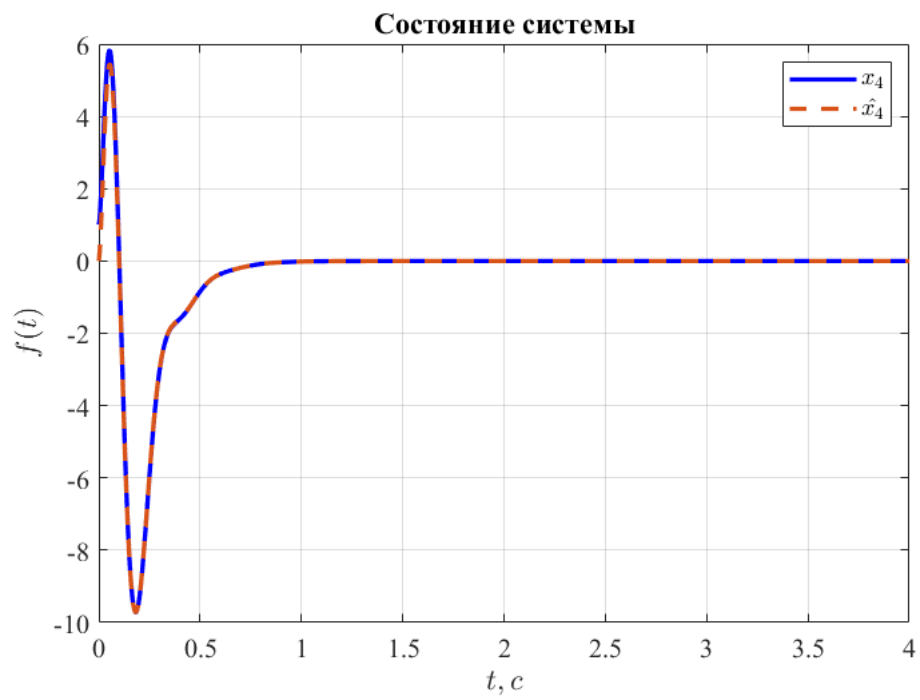


Рисунок 26. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

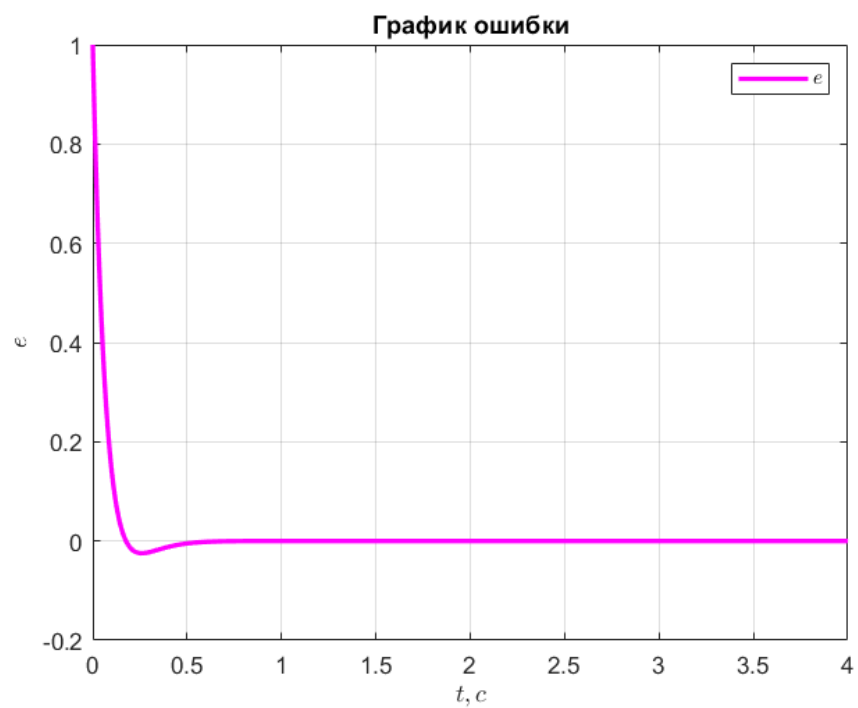


Рисунок 27. График ошибки  $e(t)$ .

Как мы видим, на наших графиках регулятор и наблюдатель с большими значениями  $\alpha_K = \alpha_L = 12$  довольно хорошо справляются с задачами стабилизации и слежения за системой. Но, так как система не полностью наблюдаемая, некоторые графики состояния  $\hat{x}(t)$  чуть-чуть позже ”догоняют” графики  $x(t)$ .

## 2) Регулятор сильнее $\alpha_K > \alpha_L$ :

Возьмём максимально возможную степень сходимости для наблюдателя:

$$\alpha_K = 12$$

$$\alpha_L = 1$$

При помощи метода матричного неравенства типа Ляпунова найдём матрицу регулятора  $K$ , собственные числа матрицы замкнутых систем  $(A + BK)$ :

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

Получаем:

$$K = [102.2687 \quad -157.4324 \quad 111.5979 \quad 56.4199]$$

$$\sigma(A + B * K) = \{-12 \pm 25i, -12 \pm 0.5i\}$$

$$\mu = 325.66$$

*Вывод:* Получаем такие же значения матрицы  $K$  и ограничения  $\mu$ , как и в первом случае, так как использовали такую же степень устойчивости.

Теперь с помощью того же метода матричных неравенств найдём соответствующую матрицу наблюдателя  $L$ , обеспечивающую желаемую степень сходимости  $\alpha_L$ , **минимизировав отклонения**.

Решим матричное неравенство типа Ляпунова:

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

Получаем:

$$L = \begin{bmatrix} 1.6938 & -2.0405 \\ -1.2602 & 1.8391 \\ -1.6540 & -0.6153 \\ -1.2215 & -0.8163 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(A + L * C) = \{-12, -1 \pm 3.6i, -3.17\}$$

$$\mu = 2.9377$$

*Вывод:* Получаем нашу матрицу  $L$ , обеспечивающую устойчивость системы, да не просто матрицу, а минимизированную, при минимальном ограничении на управление, равном  $\mu$ .

Построим графики:

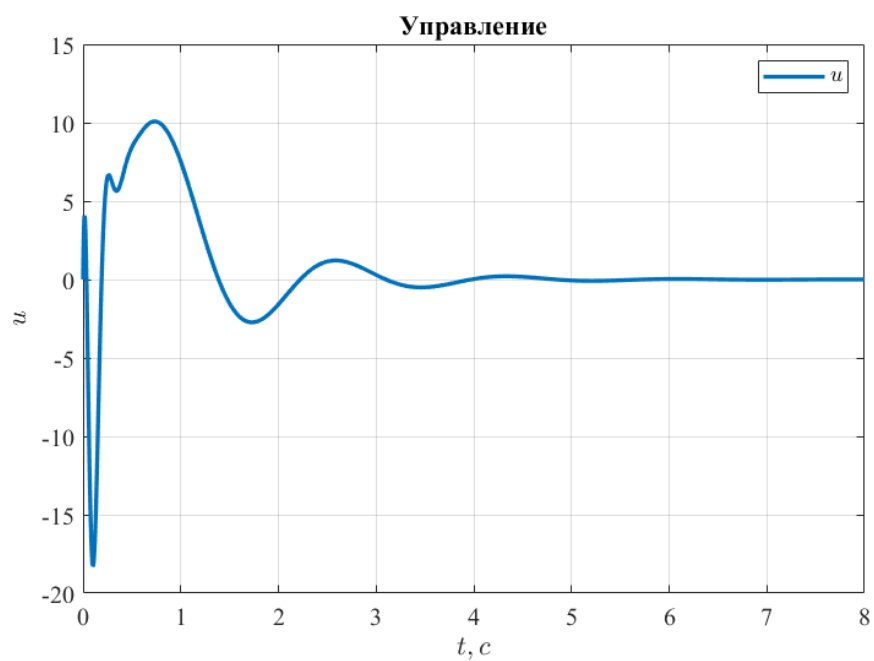


Рисунок 28. График управления  $u(t)$ .

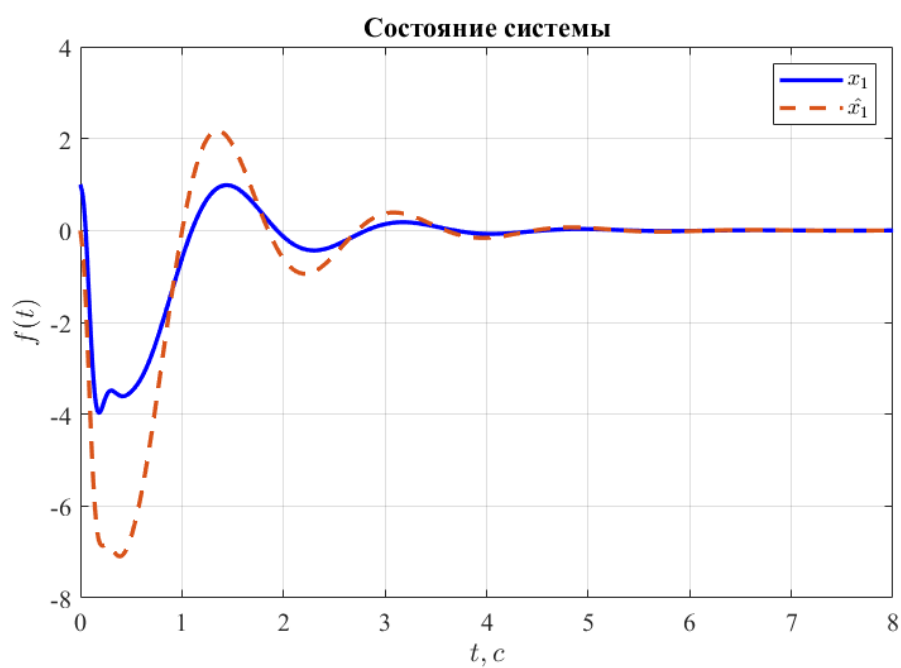


Рисунок 29. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .



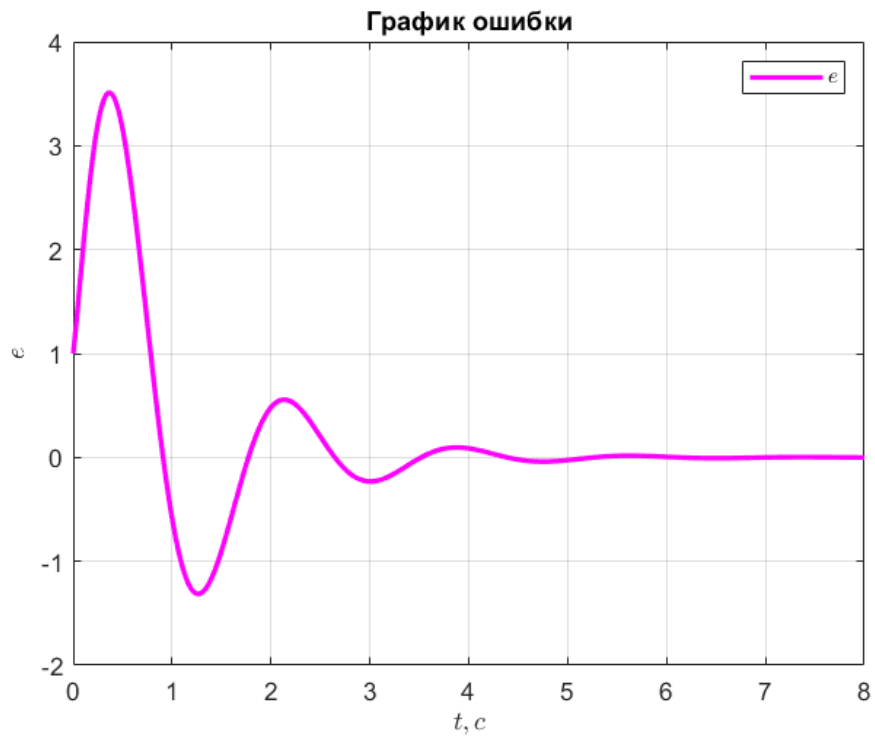


Рисунок 30. График ошибки  $e(t)$ .

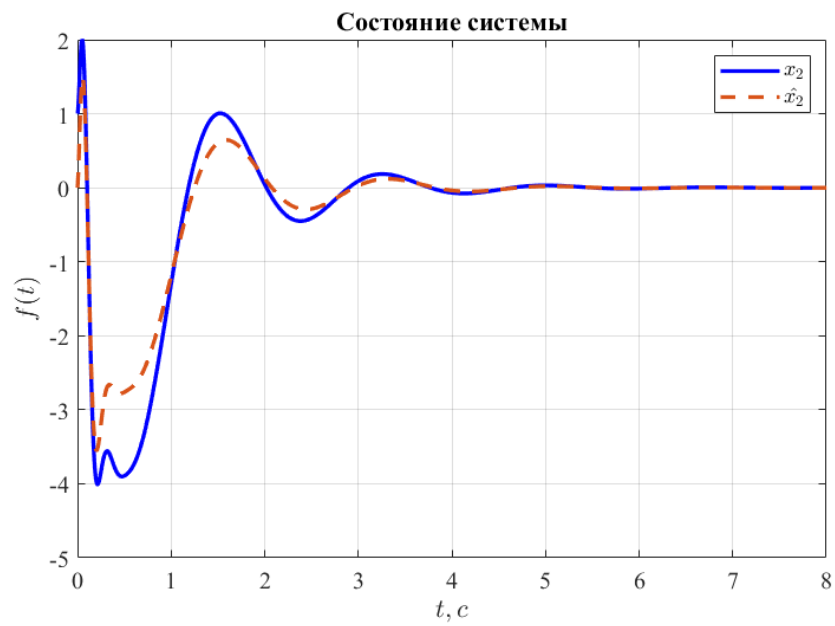


Рисунок 31. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

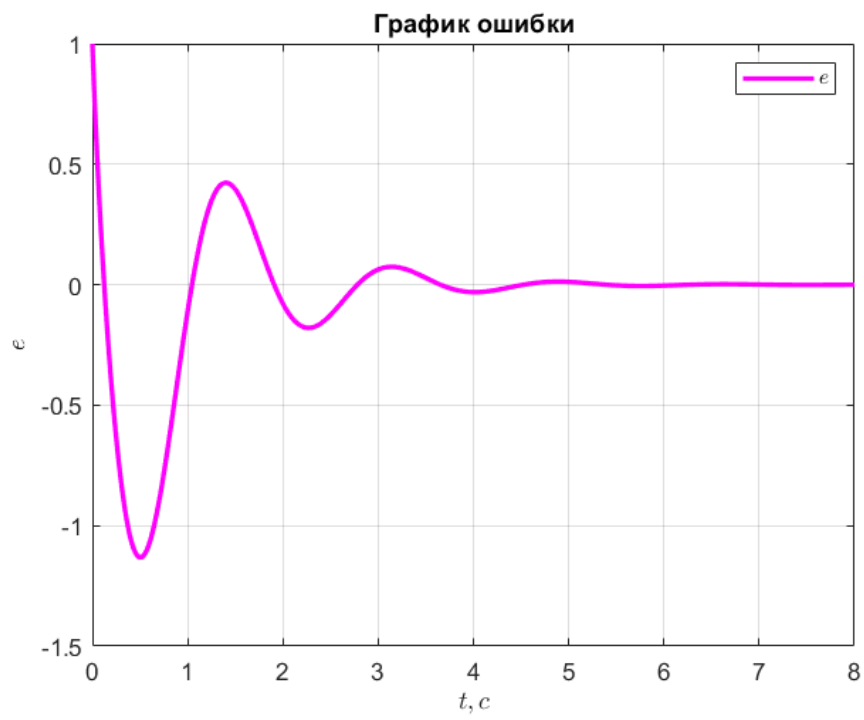


Рисунок 32. График ошибки  $e(t)$ .

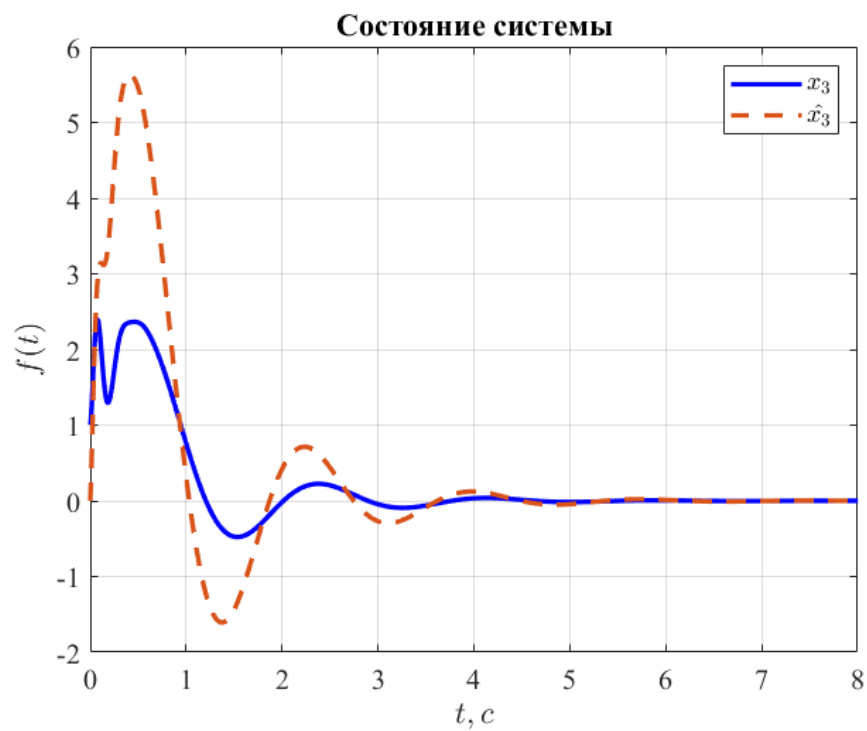


Рисунок 33. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

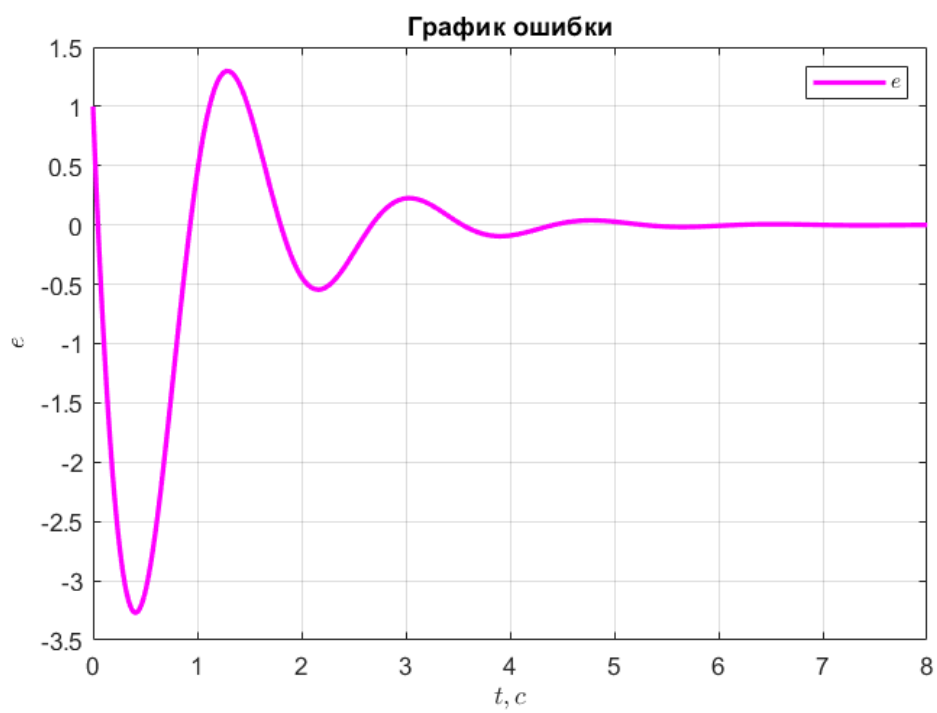


Рисунок 34. График ошибки  $e(t)$ .

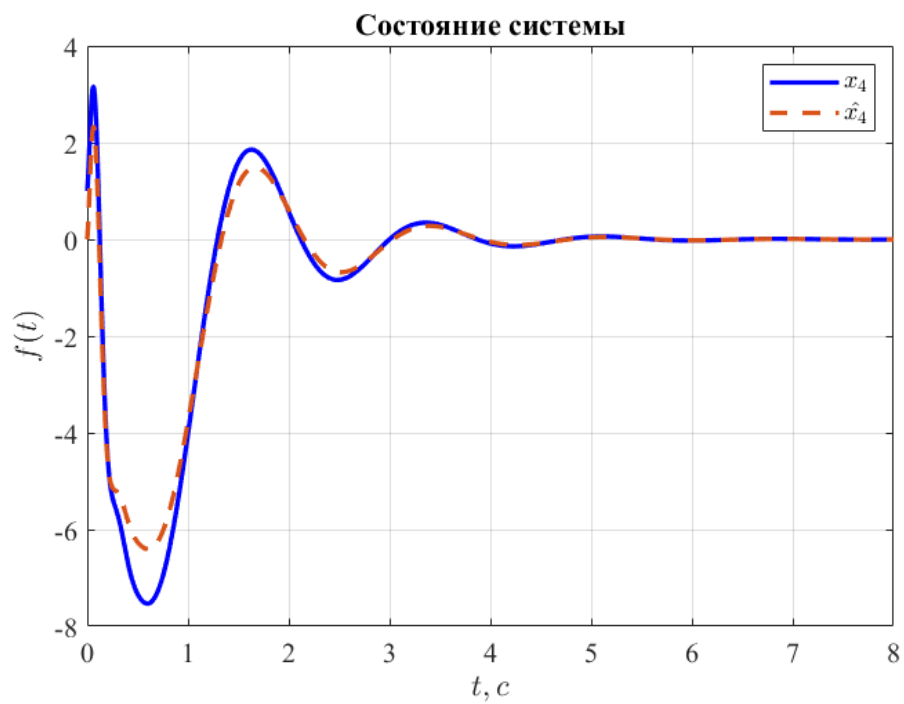


Рисунок 35. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

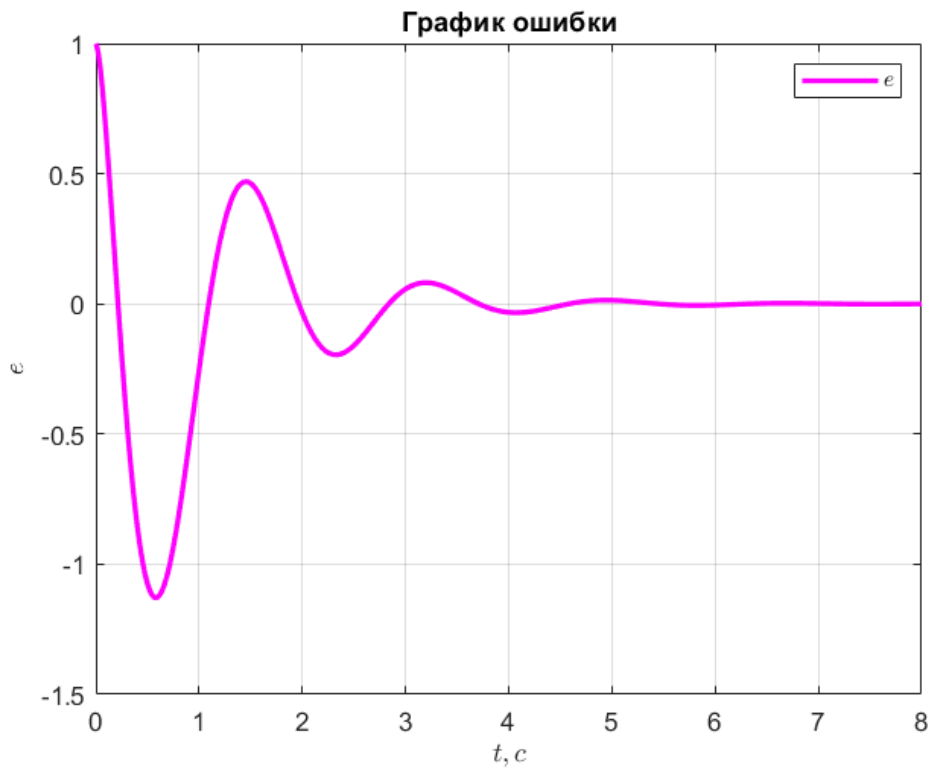


Рисунок 36. График ошибки  $e(t)$ .

Как мы можем заметить из-за уменьшения степени сходимости  $\alpha_L$ , график наблюдателя не сразу догоняет систему по сравнению с моделированием при равных значениях  $a$ . Но благодаря большому значению  $\alpha_K$  система быстро приходит к устойчивости.

### 3) Регулятор сильнее $\alpha_K < \alpha_L$ :

Возьмём максимально возможную степень сходимости для наблюдателя:

$$\alpha_K = 1$$

$$\alpha_L = 12$$

При помощи метода матричного неравенства типа Ляпунова найдём матрицу регулятора  $K$ , собственные числа матрицы замкнутых систем  $(A + BK)$ :

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

Получаем:

$$K = [12.3996 \quad -14.9111 \quad 4.9990 \quad 2.4520]$$

$$\sigma(A + B * K) = \{-1, -1 \pm 10i, -11.9\}$$

$$\mu = 32.1072$$

*Вывод:* Получаем значения близкие к желаемому спектру, либо ещё устойчивее, а значит регулятор корректен.

Теперь с помощью того же метода матричных неравенств найдём соответствующую матрицу наблюдателя  $L$ , обеспечивающую желаемую степень сходимости  $\alpha_L$ , **минимизировав отклонения.**

Решим матричное неравенство типа Ляпунова:

$$P > 0, \quad PA^T + AP + 2\alpha P + Y^T B^T + BY \leq 0, \quad K = YP^{-1}$$

Получаем:

$$L = \begin{bmatrix} 4.3427 & -4.6808 \\ -1.8016 & 3.0751 \\ -4.3860 & -0.6616 \\ -1.8450 & -2.2674 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(A + L * C) = \{-12 \pm 24i, -12, -12\}$$

$$\mu = 5.8463$$

*Вывод:* Получаем нашу матрицу  $L$ , обеспечивающую устойчивость системы, да не просто матрицу, а минимизированную, при минимальном ограничении на управление, равном  $\mu$  и спектр почти полностью совпадающий с желаемым  $a = -12$ .

Построим графики:

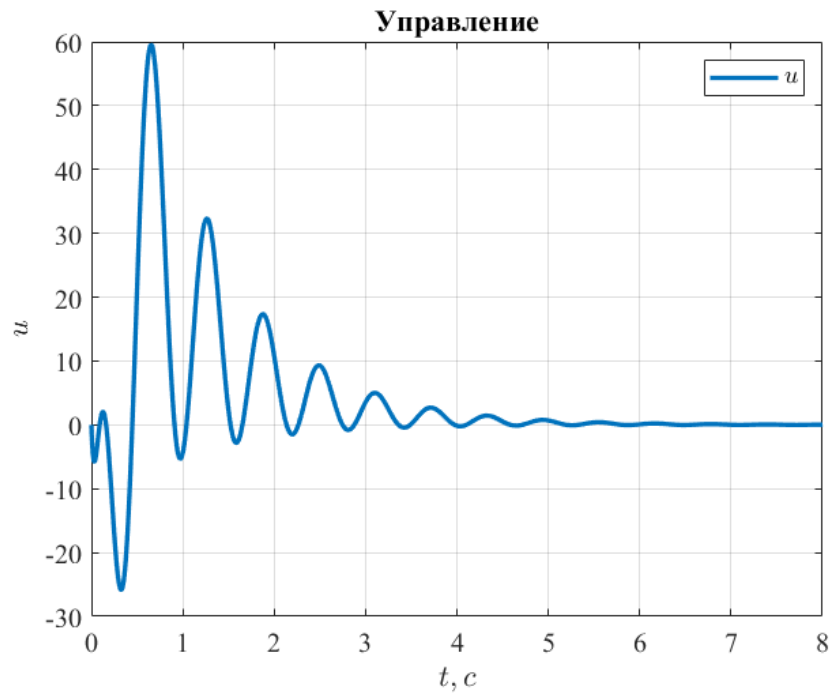


Рисунок 37. График управления  $u(t)$ .

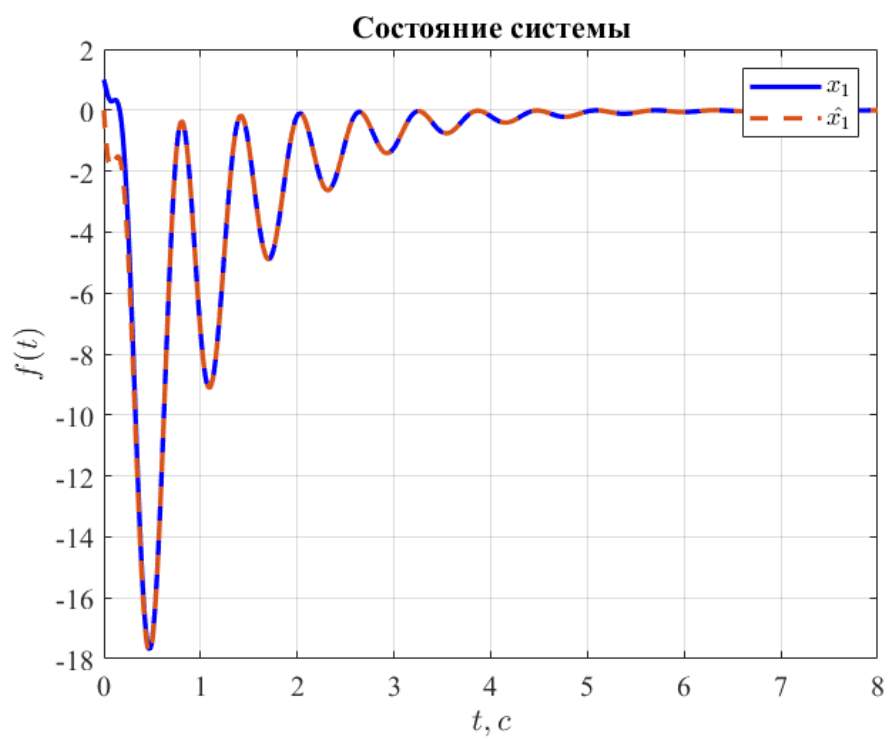


Рисунок 38. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

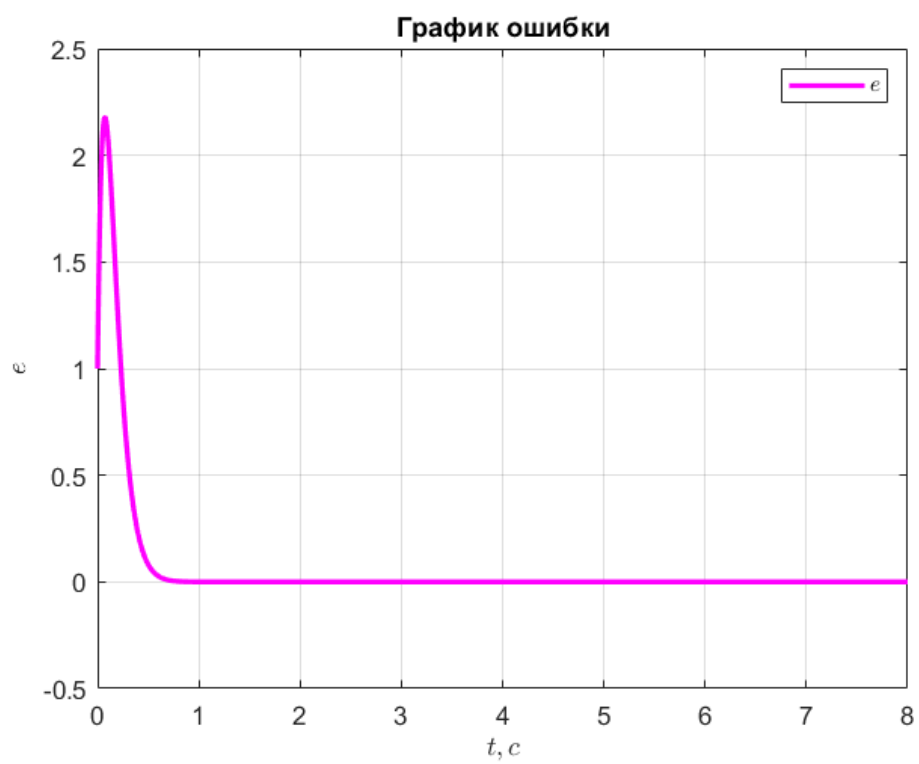


Рисунок 39. График ошибки  $e(t)$ .

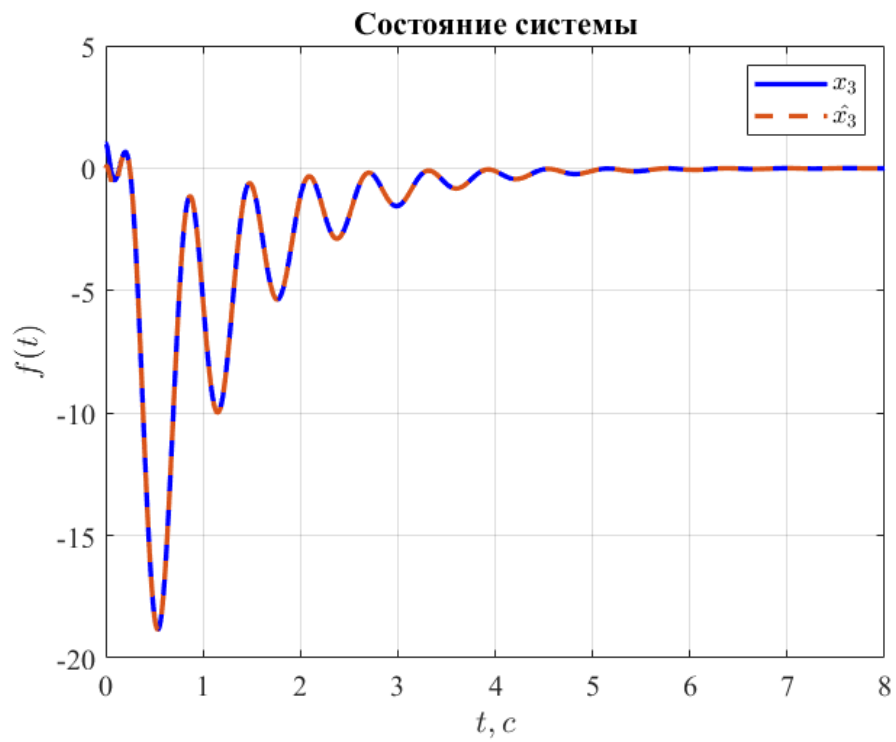


Рисунок 40. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

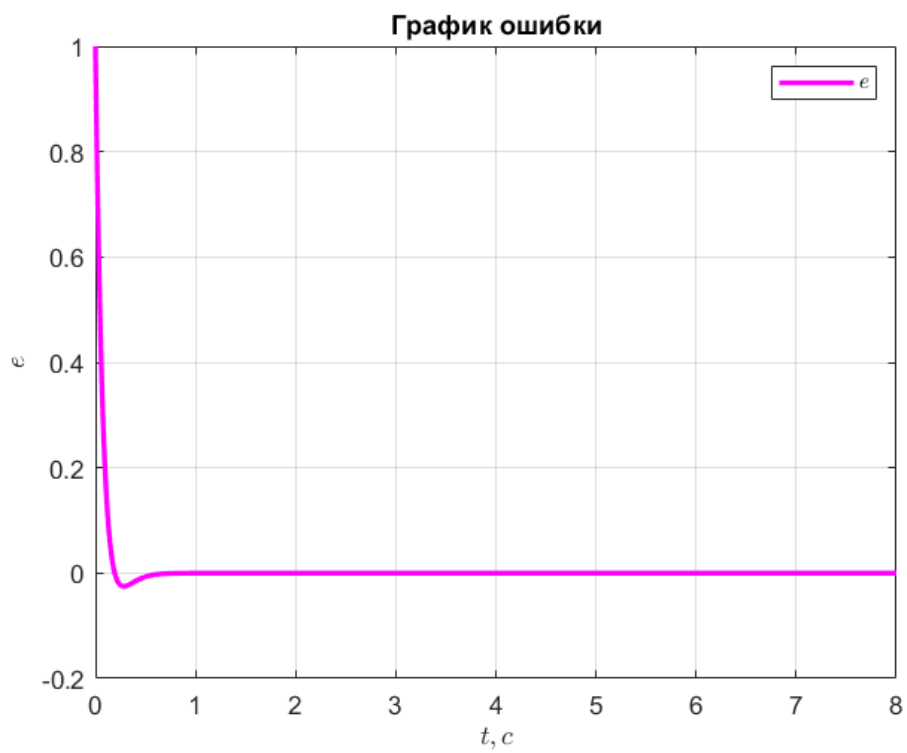


Рисунок 41. График ошибки  $e(t)$ .



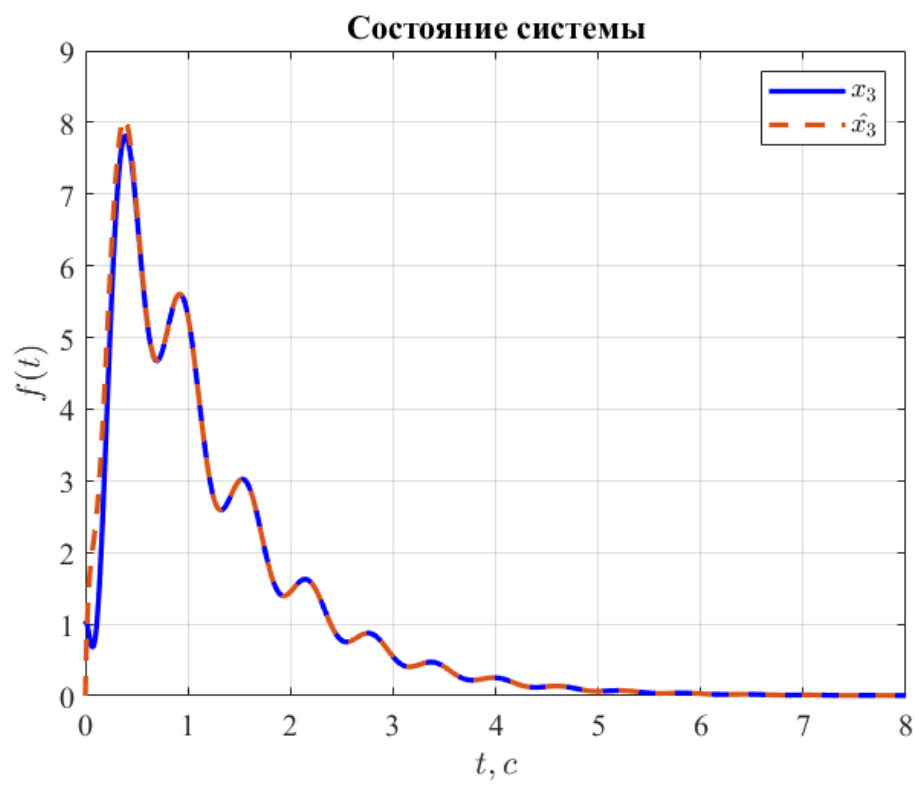


Рисунок 42. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

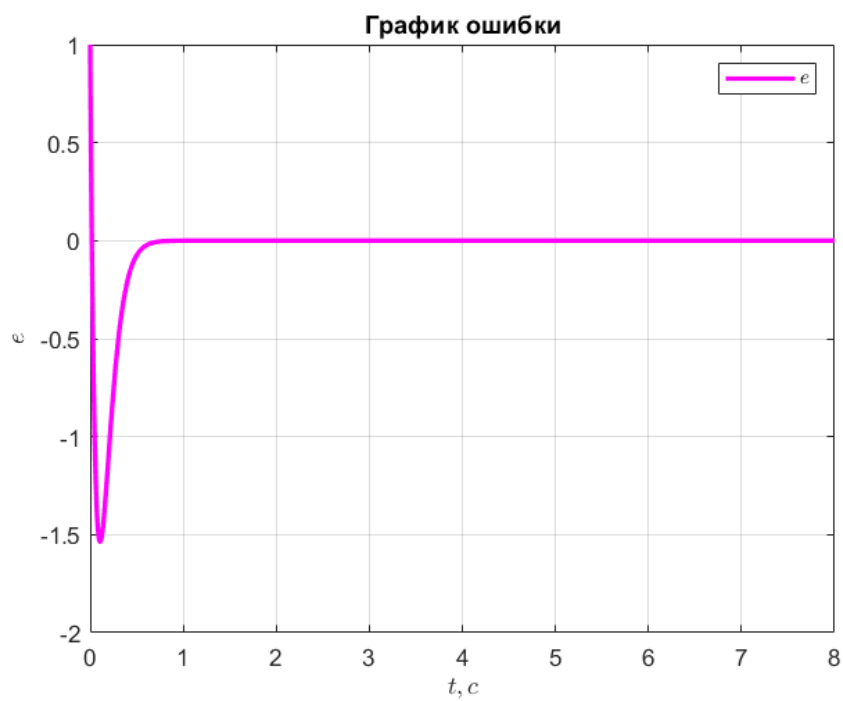


Рисунок 43. График ошибки  $e(t)$ .

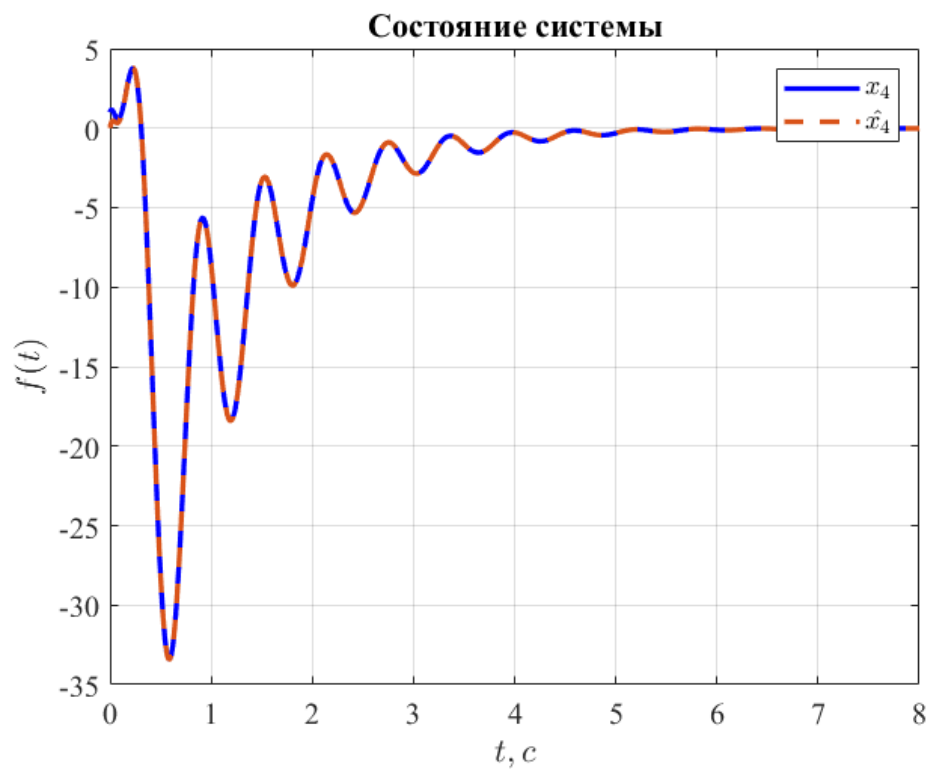


Рисунок 44. Сравнение графиков состояния  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$ .

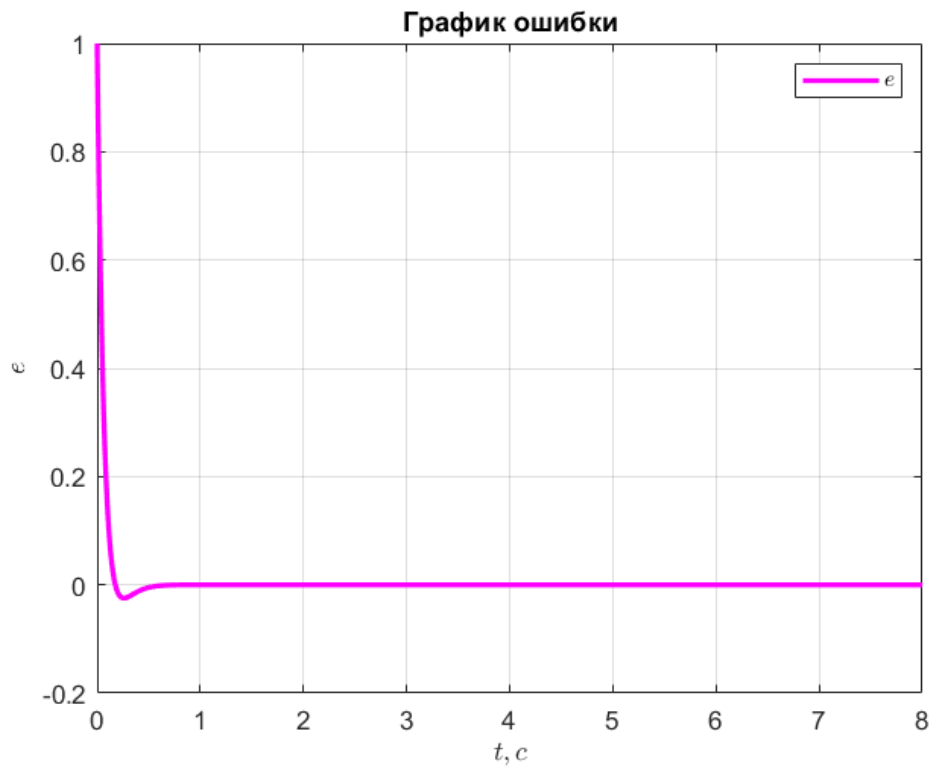


Рисунок 45. График ошибки  $e(t)$ .

Так как мы взяли максимальную степень сходимости  $\alpha_L = 12$ , мы получили, что система довольно быстро справляется с задачей слежения, но в то же время из-за большого различия  $\alpha_L$  и  $\alpha_K$ , за счёт того, что на регулятор при  $\alpha_K$  мы затрачиваем небольшое управление, мы получаем большое перерегулирование системы.

### **Выводы:**

В ходе выполнения данной лабораторной работы мы научились синтезировать не модальные регуляторы с помощью методов матричных неравенств типа Ляпунова, а также рассмотрели математические уравнения Риккати. Более того, научились находить минимально возможное управление, справляющееся с заданной системой, при минимальном количестве затраченных ресурсов.

## Приложение

Вариант	Задания		Вариант	Задания		Вариант	Задания	
	1 и 3	2		1 и 3	2		1 и 3	2
1	№ 1	№ 6	11	№ 6	№ 11	21	№ 11	№ 1
2	№ 2	№ 7	12	№ 7	№ 12	22	№ 12	№ 2
3	№ 3	№ 8	13	№ 8	№ 13	23	№ 13	№ 3
4	№ 4	№ 9	14	№ 9	№ 14	24	№ 14	№ 4
5	№ 5	№ 10	15	№ 10	№ 15	25	№ 15	№ 5
6	№ 1	№ 11	16	№ 6	№ 1	26	№ 11	№ 6
7	№ 2	№ 12	17	№ 7	№ 2	27	№ 12	№ 7
8	№ 3	№ 13	18	№ 8	№ 3	28	№ 13	№ 8
9	№ 4	№ 14	19	№ 9	№ 4	29	№ 14	№ 9
10	№ 5	№ 15	20	№ 10	№ 5	30	№ 15	№ 10

Таблица 1: Распределение Заданий по Вариантам.

№	$A$	$B$	№	$A$	$B$	№	$A$	$B$
1	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -2 & -4 & -5 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	6	$\begin{bmatrix} 11 & -2 & 13 \\ 6 & -1 & 6 \\ -6 & -1 & -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	11	$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 5 \\ -10 & -13 & -10 \\ 10 & 10 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	7	$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -6 & -9 & -8 \\ 6 & 6 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	12	$\begin{bmatrix} 17 & -5 & 20 \\ 10 & -3 & 10 \\ -10 & 0 & -13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -4 & -5 & -4 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}$	8	$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 15 \\ 6 & 1 & 6 \\ -6 & -3 & -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	13	$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 \\ -4 & -5 & -6 \\ 4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 7 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 10 \\ 4 & -1 & 4 \\ -4 & -2 & -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	9	$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 4 \\ -4 & -6 & -6 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	14	$\begin{bmatrix} 12 & -1 & 14 \\ 6 & 0 & 6 \\ -6 & -2 & -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}$

Таблица 2: Исходные данные для Задания 1 и Задания 3

№	$A$	$B$	$C$
11	$\begin{bmatrix} 5 & -5 & -9 & 3 \\ -5 & 5 & -3 & 9 \\ -9 & -3 & 5 & 5 \\ 3 & 9 & 5 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 3 & -3 & -5 & 7 \\ -3 & 3 & -7 & 5 \\ -5 & -7 & 3 & 3 \\ 7 & 5 & 3 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} 3 & -11 & -7 & 5 \\ -11 & 3 & -5 & 7 \\ -7 & -5 & 3 & 11 \\ 5 & 7 & 11 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 7 & 7 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$
14	$\begin{bmatrix} 5 & -9 & -7 & 1 \\ -9 & 5 & -1 & 7 \\ -7 & -1 & 5 & 9 \\ 1 & 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & 8 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

Таблица 3: Исходные данные для Задания 2.