” Теория автоматического управления ”

Лабораторная работа № E

Управление многоканальной системой

Выполнил: Бухарев Святослав Андреевич

Факультет: СУиР

Группа: R3381

Вариант 9

Преподаватели: Перегудин А. А., Пашенко А. В.

Санкт-Петербург

Задание 1. Исследование свойств многоканальной системы

В соответствии с моим вариантом по Таблице 1 (9 вариант) возьмём матрицы A и B и C из Таблицы 2:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{1}$$

Далее нужно выполнить следующие шаги:

- Определить собственные числа матрицы системы A.

- Определить передаточную матрицу многоканальной системы. Рассчитать нули и полюса системы, сравнить с собственными числами матрица A, сделать выводы.

- Исследовать систему (1) с использованием известных вам критериев на:

    - управляемость по состоянию и стабилизируемость;
    - наблюдаемость и обнаруживаемость;
    - управляемость по выходу.

- Вывести аналитические выражения для временных (переходной и весовой) характеристик системы. Привести графическое представление рассчитанных характеристик.

- Вывести аналитические выражения для частотных (АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ) характеристик системы. Привести графическое представление рассчитанных характеристик.

Собственные числа

Определим собственные числа матрицы А:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma(A) = 1 \pm \sqrt{2}i$$

Передаточная матрица, нули, полюса системы

Определим передаточную матрицу многоканальной системы:

$$W(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 3 & s-2 \end{bmatrix}$$

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{s^2 - 2s + 3}\begin{bmatrix} s-2 & 1 \\ -3 & s \end{bmatrix}$$

$$C(sI - A)^{-1}B = C\frac{1}{s^2 - 2s + 3}\begin{bmatrix} s-2 & 1 \\ -3 & s \end{bmatrix}B$$

$$W(s) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\frac{1}{s^2 - 2s + 3}\begin{bmatrix} s-2 & 1 \\ -3 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{-s-1}{s^2-2s+3} & \frac{2s-4}{s^2-2s+3} \\ \frac{s-8}{s^2-2s+3} & \frac{7s-5}{s^2-2s+3} \end{bmatrix}$$

По передаточной матрице определим, что полюса системы равны:

$$s^2 - 2s + 3 = 1 \pm \sqrt{2}i = \sigma(A)$$

Полюса системы равны собственным числам матрицы системы А, что и требовалось ожидать.

Нули функции равны соответственно:

$$-1; \quad 2; \quad 8; \quad 0.714$$

Исследование системы на управляемость и наблюдаемость

$$U = [B \quad AB]$$

$-$матрица управляемости по состоянию

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$rank\ U = 2 = n$$

$-$следовательно, система полностью управляема и стабилизируема.

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$$

—матрица наблюдаемости

$$V = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$rank\, V = 2 = n$$

—следовательно, система полностью наблюдаема и обнаруживаема.

$$U_{\text{вых}} = [CU \quad D]$$

—матрица управляемости по выходу

$$U_{\text{вых}} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 7 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$rank\, U_{\text{вых}} = 2 = n$$

—следовательно, система полностью управляема по выходу.

Временные характеристики системы

Выведем аналитически выражения для переходной и весовой характеристик каждого канала системы.

Для весовой функции вычислим обратное преобразование Лапласа:

$$w_{11} = L^{-1}\{W_{11}\} \rightarrow \frac{-s-1}{s^2-2s+3} = \frac{-(s-1)-2}{(s-1)^2+2} =$$

$$= -\frac{s-1}{(s-1)^2+2} - \frac{2}{(s-1)^2+2}$$

$$w_{11} = -e^t\cos\left(\sqrt{2}t\right) - \sqrt{2}e^t\sin\left(\sqrt{2}t\right)$$

$$w_{12} = L^{-1}\{W_{12}\} = 2e^t\cos\left(\sqrt{2}t\right) - \frac{2e^t\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)}{2}$$

$$w_{21} = L^{-1}\{W_{21}\} = e^t\cos\left(\sqrt{2}t\right) - \frac{e^t 7\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)}{2}$$

$$w_{22} = L^{-1}\{W_{22}\} = 7e^t\cos\left(\sqrt{2}t\right) + e^t\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)$$

Для переходной функции вычислим обратное преобразование Лапласа делённое на s:

$$h_{11} = L^{-1}\left\{\frac{W_{11}}{s}\right\} = \frac{e^t\left(\cos\left(\sqrt{2}t\right) - 2\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)\right) - 1}{3}$$

$$h_{12} = L^{-1}\left\{\frac{W_{12}}{s}\right\} = \frac{4e^t\left(\cos\left(\sqrt{2}t\right) + \frac{\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)}{4}\right) - 4}{3}$$

$$h_{21} = L^{-1}\left\{\frac{W_{21}}{s}\right\} = \frac{8e^t\left(\cos\left(\sqrt{2}t\right) - \frac{5\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)}{16}\right) - 8}{3}$$

$$h_{22} = L^{-1}\left\{\frac{W_{22}}{s}\right\} = \frac{5e^t\left(\cos\left(\sqrt{2}t\right) + \frac{8\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)}{5}\right) - 5}{3}$$

Графики:

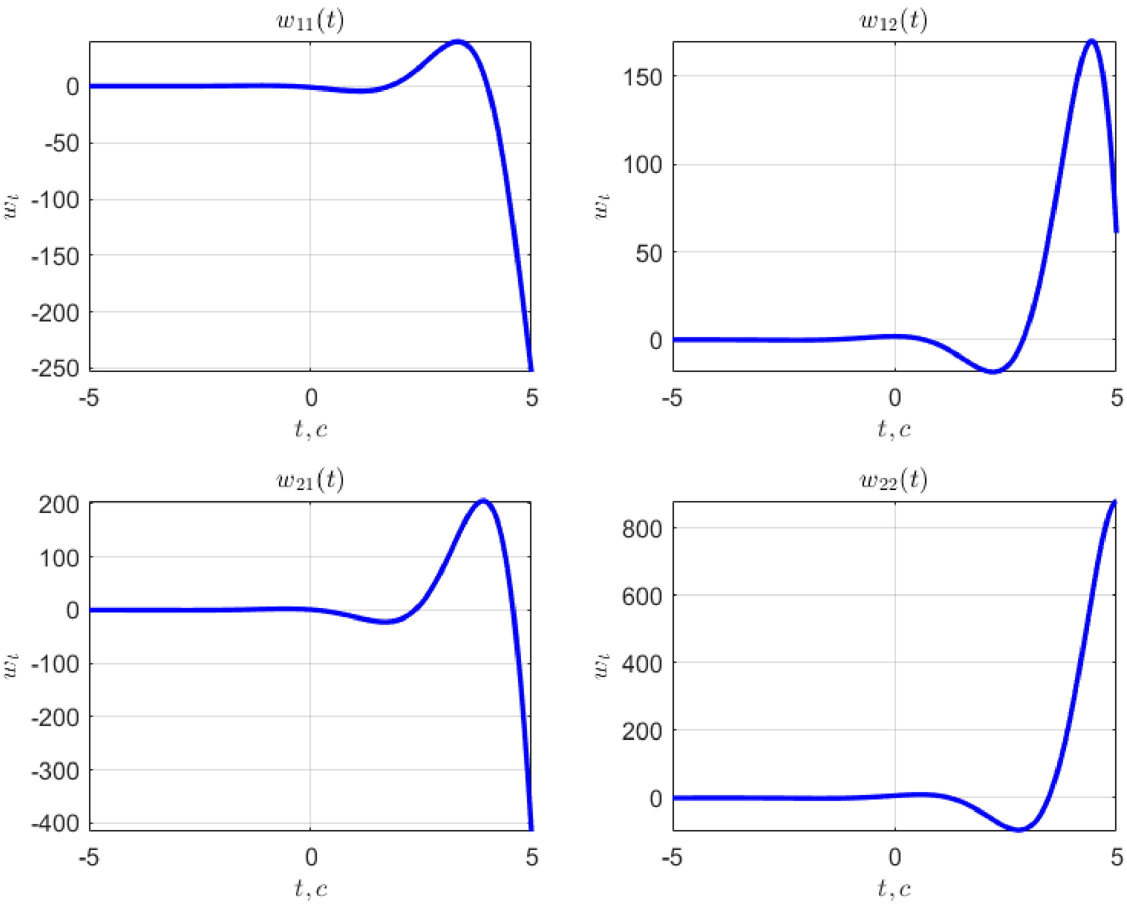

Рис. 1. Весовые характеристики системы

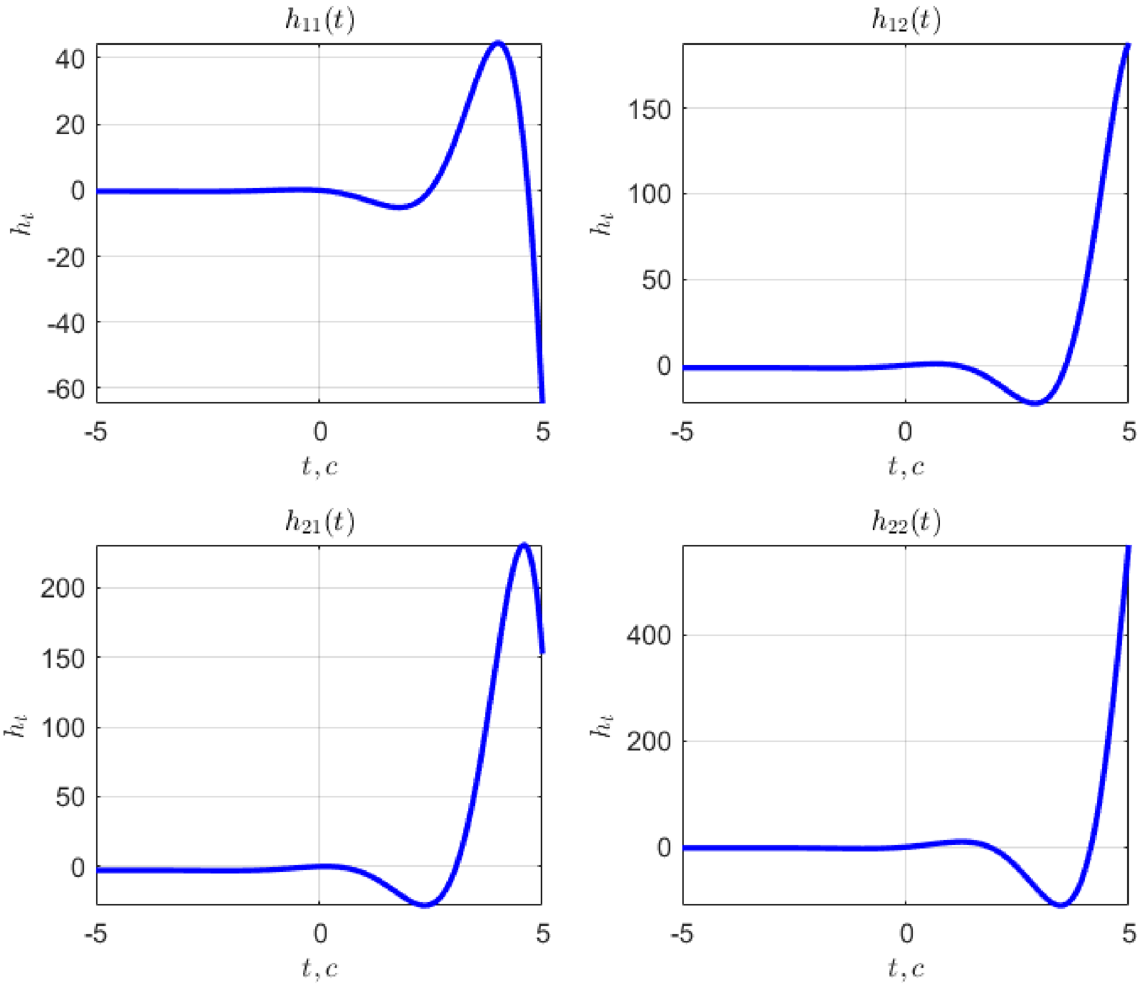

Рис. 2. Переходные характеристики системы

Частотные характеристики системы

$$A(w) = |W_{11}(jw)| = \frac{\sqrt{w^2+1}}{\sqrt{(w^2-3)^2+4w^2}}$$

$$\varphi(w) = arg\, W_{11}(jw) = \operatorname{atan}(\frac{w(w^2-5)}{3(w^2-1)})$$

$$L(w) = 20 * |W_{11}(jw)| = \frac{10\ln\left(\frac{w^2+1}{w^4-2w^2+9}\right)}{\ln(10)}$$

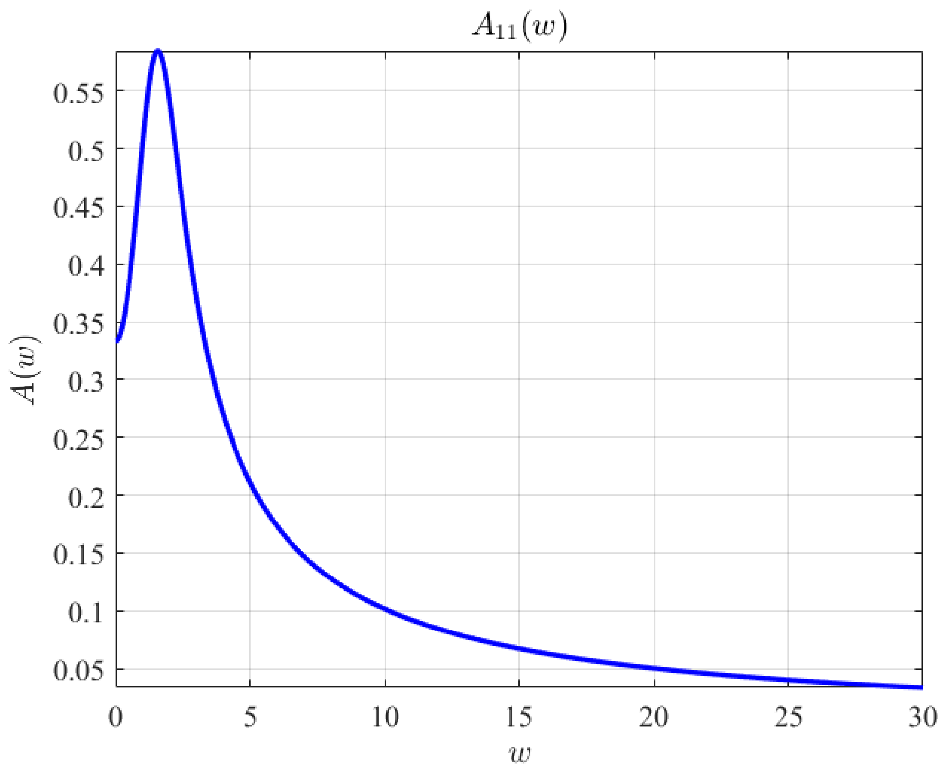

Рис. 3. АЧХ W_{11} – канала

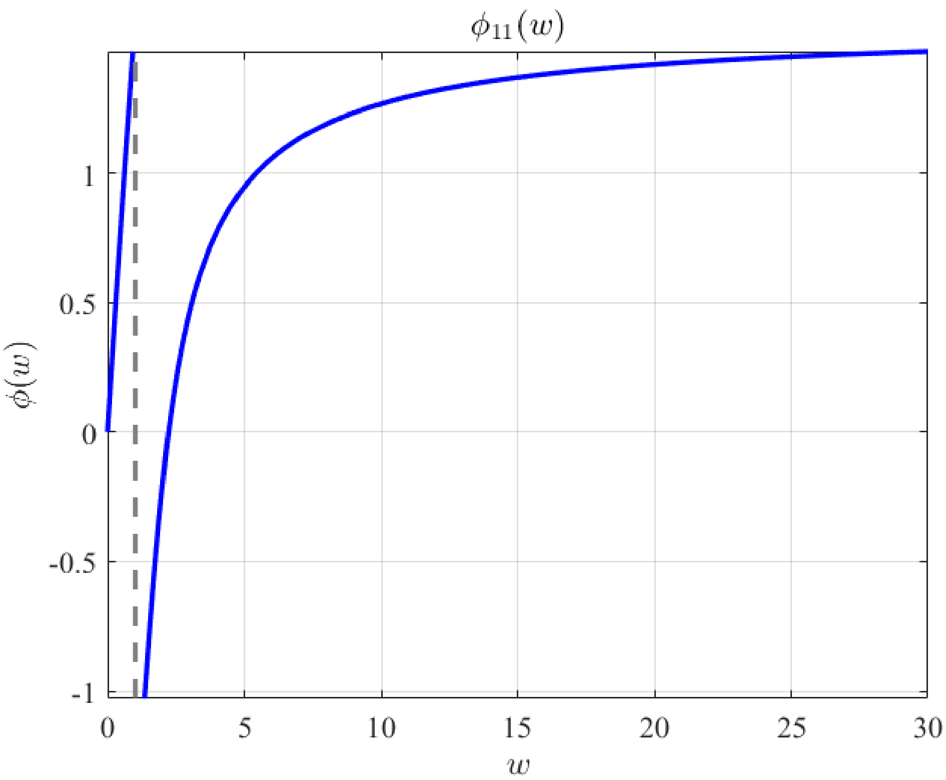

Рис. 4. ФЧХ W_{11} – канала

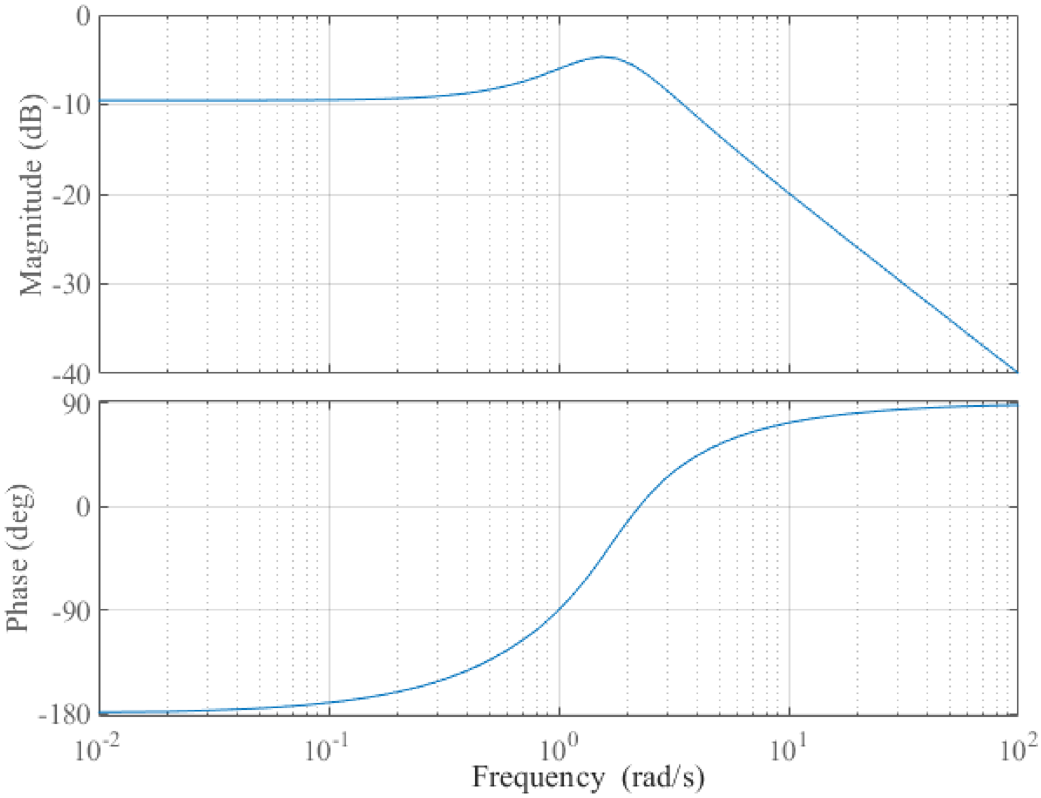

Рис. 5. ЛАЧХ, ЛФЧХ W_{11} – канала

$$A(w) = |W_{12}(jw)| = \frac{2\sqrt{w^2+4}}{\sqrt{(w^2-3)^2+4w^2}}$$

$$\varphi(w) = arg\, W_{12}(jw) = \mathrm{atan}(\frac{w(w^2+1)}{6})$$

$$L(w) = 20 * |W_{12}(jw)| =$$

$$= \frac{20\ln(2) + 10\, ln(w^2+4) - 10\, ln(w^4-2w^2+9)}{\log(10)}$$

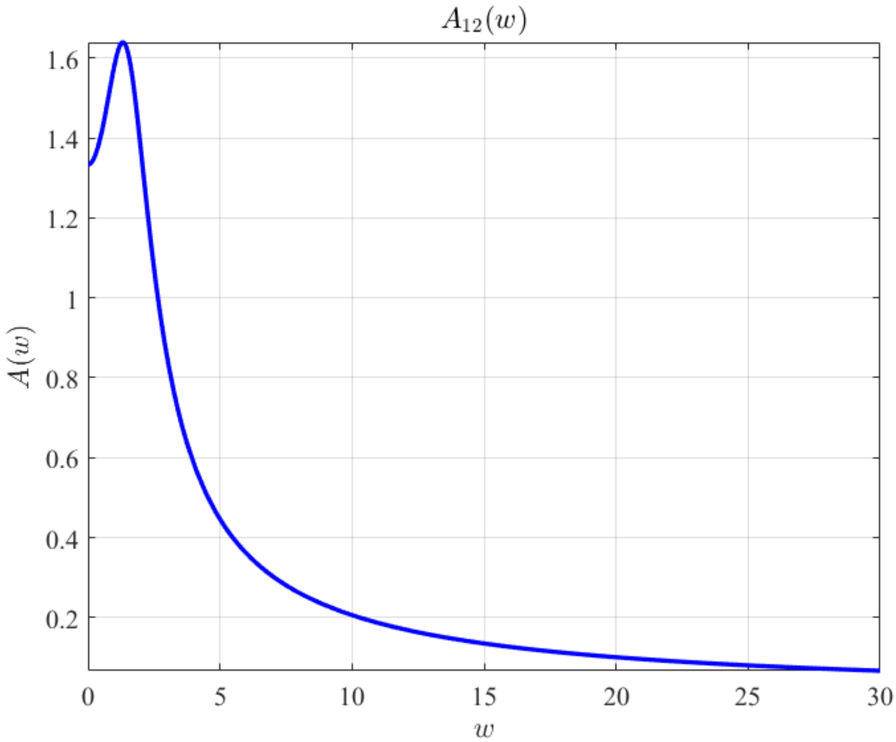

Рис. 6. АЧХ W_{12} − канала

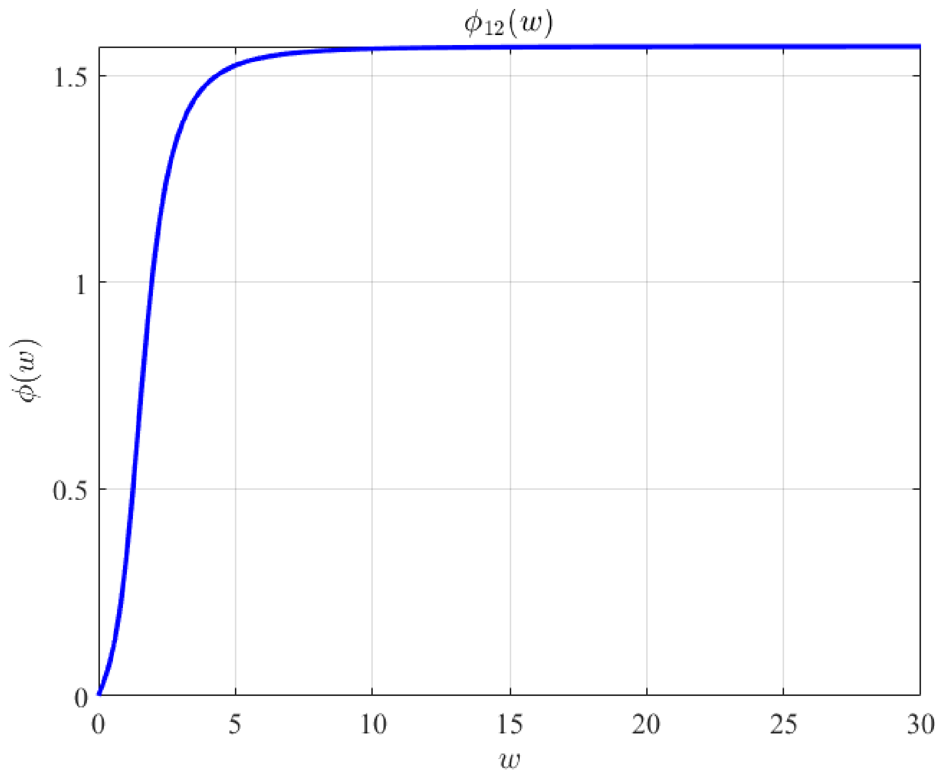

Рис. 7. ФЧХ W_{12} − канала

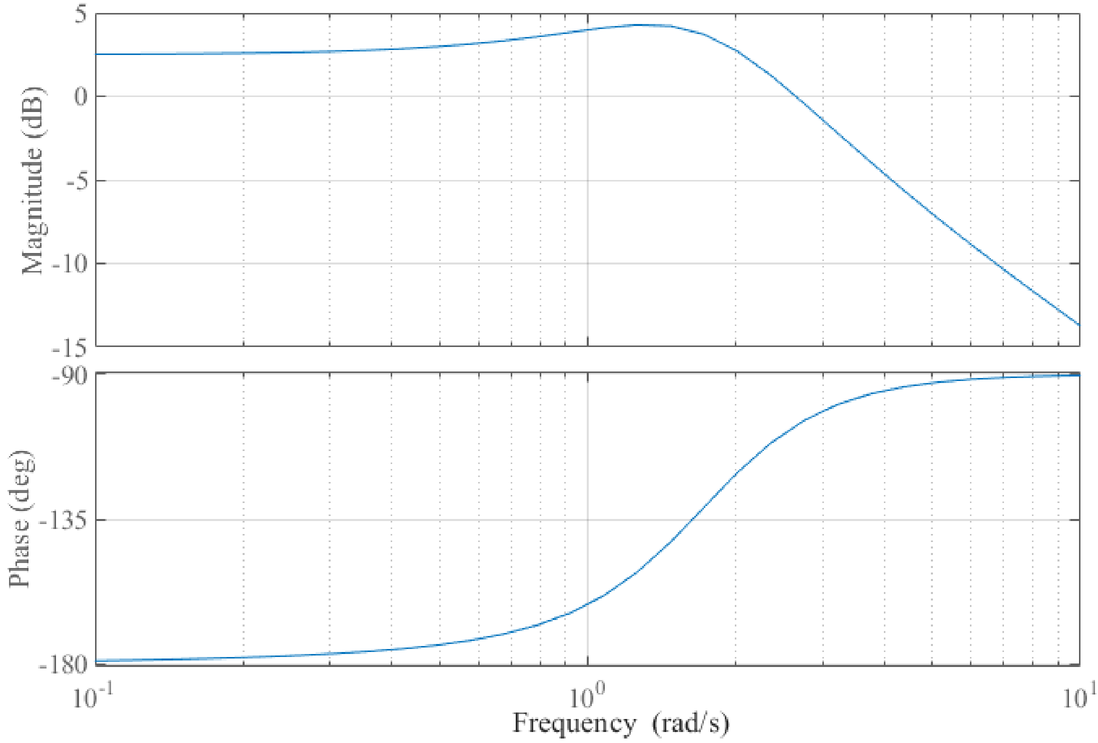

Рис. 8. ЛАЧХ, ЛФЧХ W_{12} – канала

$$A(w) = |W_{21}(jw)| = \frac{\sqrt{w^2 + 64}}{\sqrt{(w^2 - 3)^2 + 4w^2}}$$

$$\varphi(w) = arg\, W_{21}(jw) = -\mathrm{atan}(\frac{w(w^2 + 13)}{6(w^2 - 4)})$$

$$L(w) = 20 * |W_{21}(jw)| =$$

$$= \frac{10\, ln(\mathrm{w}^2 + 64) - 10\, ln(w^4 - 2w^2 + 9)}{ln(10)}$$

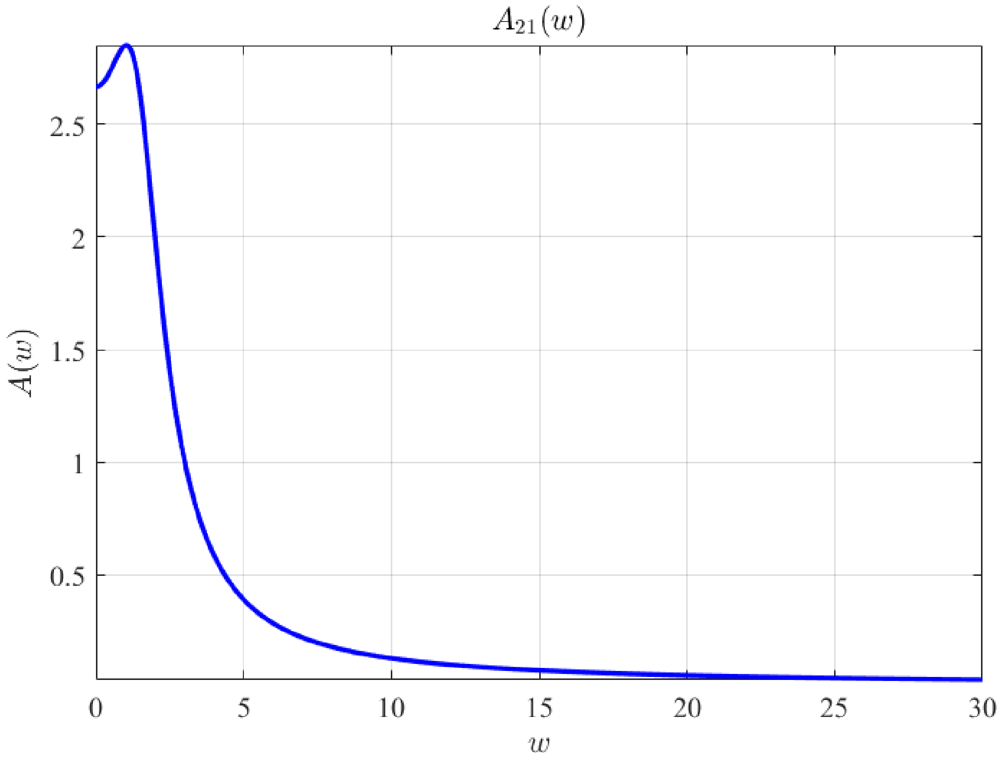

Рис. 9. АЧХ W_{21} – канала

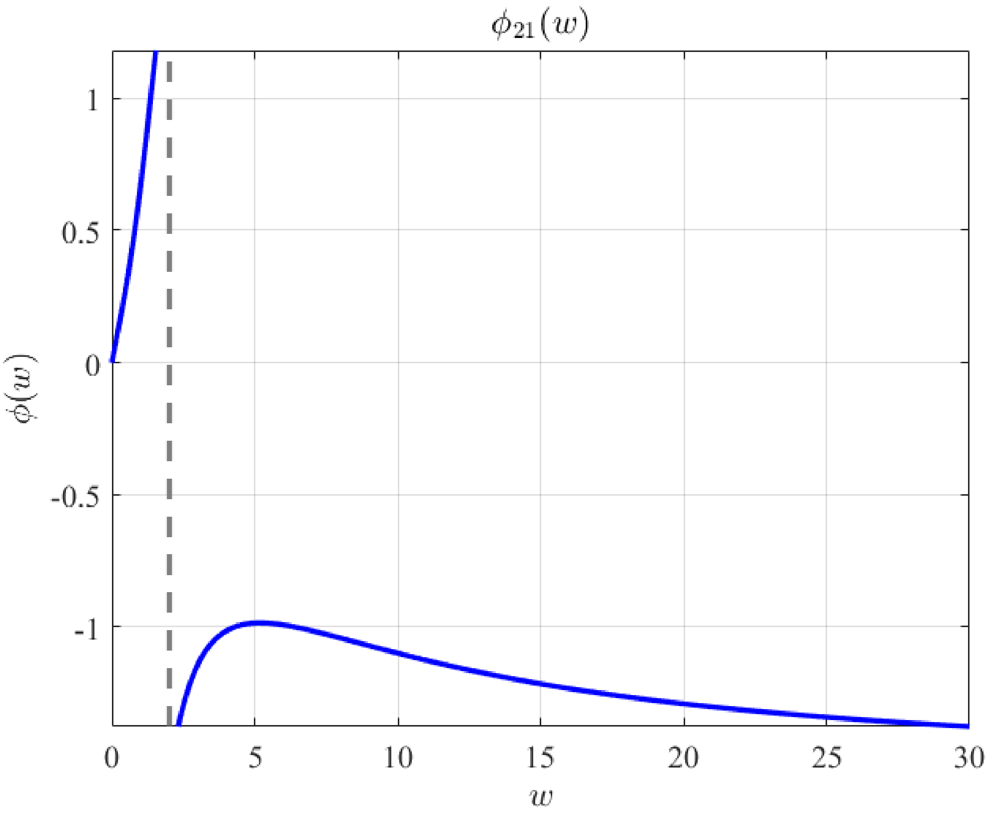

Рис. 10. ФЧХ W_{21} – канала

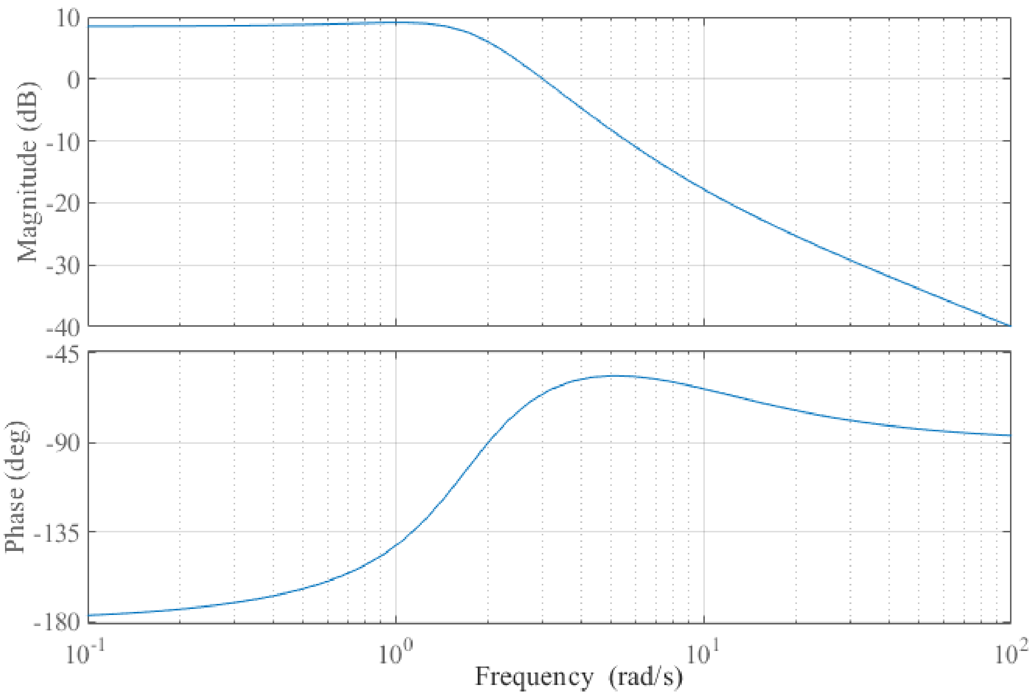

Рис. 11. ЛАЧХ, ЛФЧХ W_{21} − канала

$$A(w) = |W_{22}(jw)| = \frac{\sqrt{49w^2 + 25}}{\sqrt{(w^2 - 3)^2 + 4w^2}}$$

$$\varphi(w) = arg\, W_{22}(jw) = -\mathrm{atan}(\frac{(11w - 7w^3)}{(9w^2 + 15)})$$

$$L(w) = 20 * |W_{22}(jw)| = \frac{10 \ln\left(\frac{49w^2 + 25}{w^4 - 2w^2 + 9}\right)}{\ln(10)}$$

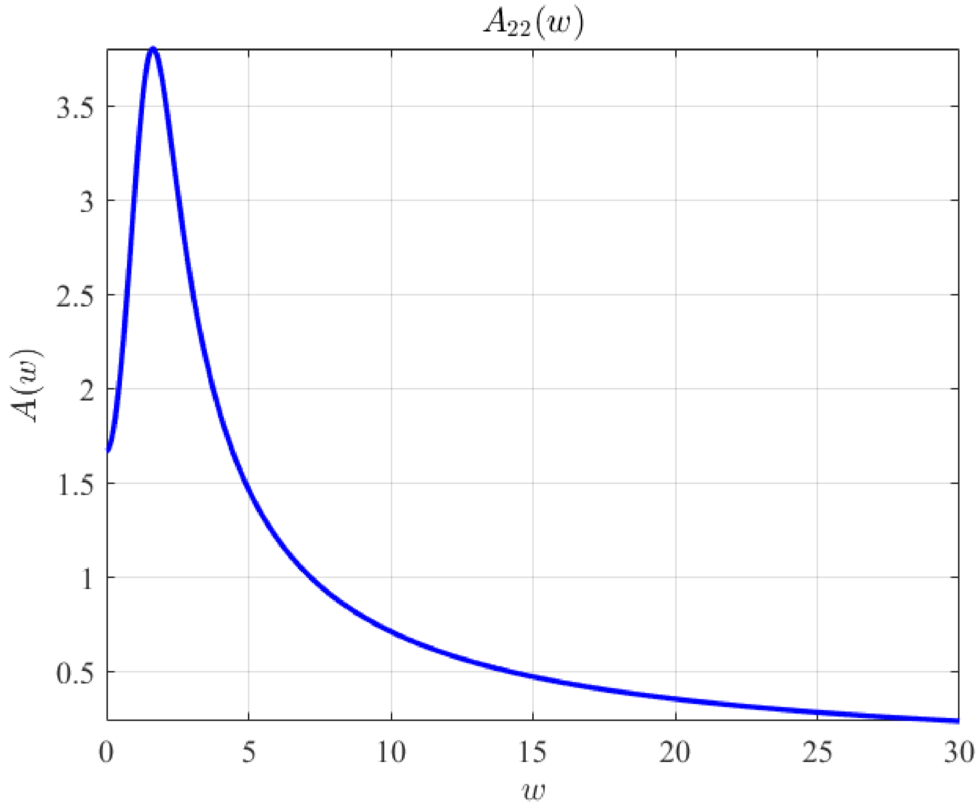

Рис. 12. АЧХ W_{22} – канала

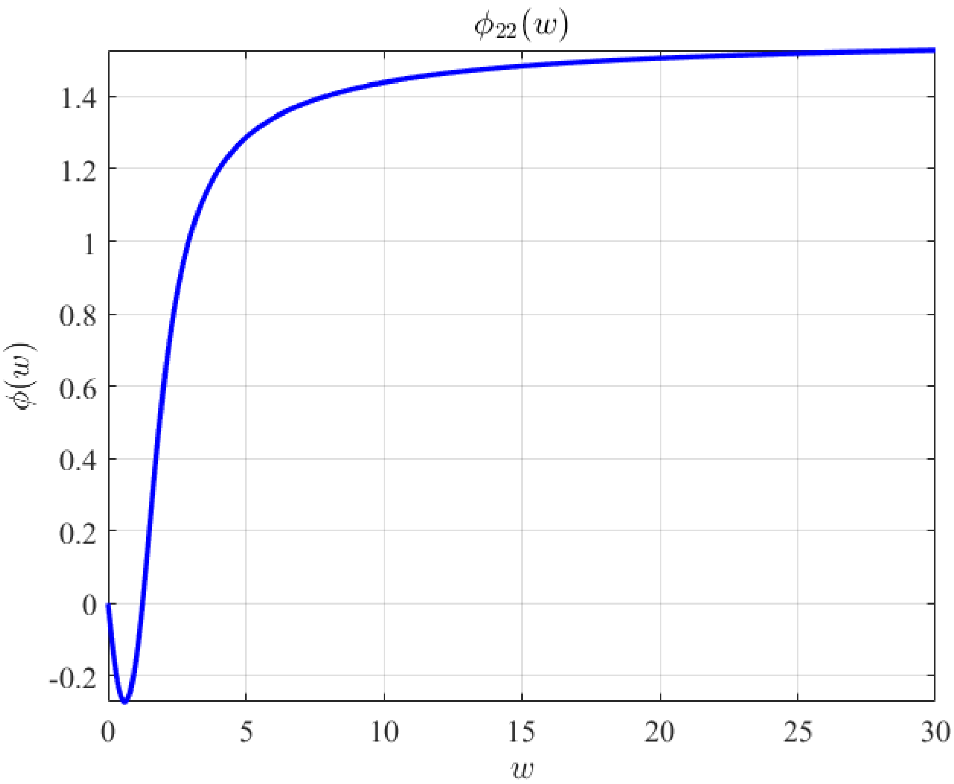

Рис. 13. ФЧХ W_{22} – канала

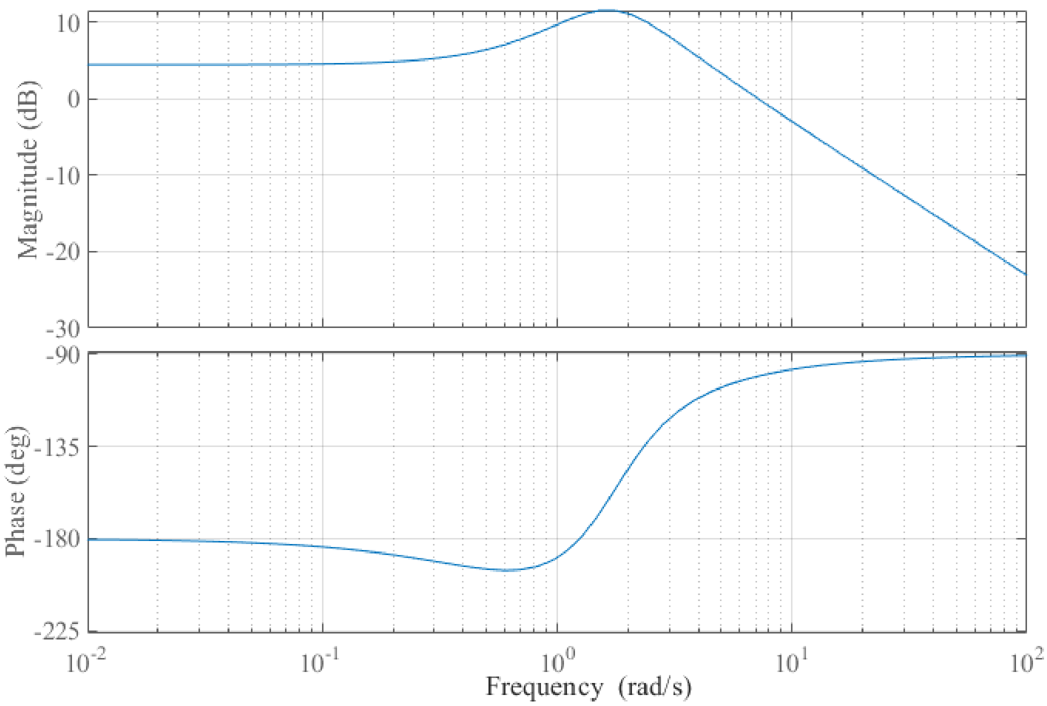

Рис. 14. ЛАЧХ, ЛФЧХ W_{22} – канала

Выводы:

В данном задании мы нашли передаточную функцию многоканальной системы, вывели аналитические выражения для временных и частотных характеристик для каждого канала и построили графики этих самых характеристик.

Задание 2. Синтез следящего управления в условиях внешних возмущений для многоканальной системы

В соответствии с моим вариантом по Таблице 1 (9) возьмём матрицы A, B, B_f, C, D, D_f, C_z, D_z из Таблицы 2 и внешние воздействия f_1, f_2 и g из Таблицы 3:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad D_f = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C_z = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad D_z = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} sin(9t) \\ 2cos(6t) \end{bmatrix} \quad f_2(t) = \begin{bmatrix} 8\,cos(6t) \\ 2sin(9t) \end{bmatrix} \quad g(t) = \begin{bmatrix} 3\,sin(4t) \\ 8cos(4t) \end{bmatrix}$$

Рассмотрим многоканальную систему:

$$\begin{cases} \dot{x} \ = Ax + Bu + B_f f_1 \\ z = C_z x + D_z u - g \\ y = Cx + Du + D_f f_2 \end{cases} \qquad x(0) = [1 \quad 1]^T \tag{2}$$

Считая доступными к измерению только величины $y(t)$ и $g(t)$, выполним следующие шаги:

- Исследовать систему (2) с использованием известных вам критериев на:
  - управляемость по состоянию и стабилизируемость;
  - наблюдаемость и обнаруживаемость относительно выхода $y(t)$ и виртуального (регулируемого) выхода $z(t)$;
  - управляемость по выходу $y(t)$ и виртуальному (регулируемому) выходу $z(t)$.
- Составить передаточные матрицы системы (2) от управляющих воздействий $u(t)$ к выходу $y(t)$ и виртуальному (регулируемому) выходу $z(t)$, проверить их на вырожденность.

- Определить матрицы и начальные условия генератора внешнего воздействия

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases} \qquad w(0) \tag{3}$$

- Построить схему моделирования системы (2), замкнутой регулятором, состоящим из необходимых для решения данной задачи управления наблюдателей и закона управления

$$u = K\hat{x} + K_w \widehat{w}, \tag{4}$$

обеспечивающим выполнение целевого условия

$$\lim_{t \to \infty} z(t) = 0 \tag{5}$$

- Задаться эталонной моделью замкнутой системы на основании требований, указанных в Таблице 4 для вашего варианта. Синтезировать «feedback»-компоненту K регулятора (4) при помощи матричных уравнений типа Сильвестра, предварительно проверив условия существования единственного невырожденного решения. Привести выкладки проверки существования единственного невырожденного решения, процедуры синтеза и полученную матрицу K.
- Составить систему матричных уравнений Франкиса-Дэвисона для синтеза компоненты K_w регулятора (4), проверить условие существования решения системы уравнений и синтезировать K_w. Привести выкладки проверки существования решения, процедуры синтеза и полученную матрицу K_w.
- Синтезировать необходимые для выполнения целевого условия (5) при помощи управления (4) наблюдатели. Привести выкладки процедуры синтеза.

- Выполнить компьютерное моделирование замкнутой системы с нулевыми начальными условиями наблюдателей. Построить график формируемого регулятором управления $u(t)$, графики внешних воздействий $f_1(t), f_2(t)$ и $g(t)$, сравнительные графики векторов состояния системы $x(t)$ и генератора $w(t)$ и их оценок, а также ошибок оценки $e(t)$, графики фактического и виртуального (регулируемого) выходов $y(t)$ и $z(t)$.

Исследование системы на управляемость и наблюдаемость

$$U = [B \quad AB]$$

– матрица управляемости по состоянию

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$rank\, U = 2 = n$$

– следовательно, система полностью управляема и стабилизируема.

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$$

– матрица наблюдаемости

$$V = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$rank\, V = 2 = n$$

— следовательно, система полностью наблюдаема и обнаруживаема относительно выхода y(t).

$$V = \begin{bmatrix} C_z \\ C_z A \end{bmatrix}$$

— матрица наблюдаемости

$$V = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ -3 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$rank\, V = 2 = n$$

— следовательно, система полностью наблюдаема и обнаруживаема относительно виртуального (регулируемого) выхода $z(t)$.

$$U_{\text{вых}} = [CU \quad D]$$

— матрица управляемости по выходу

$$U_{\text{вых}} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 7 & -6 & 9 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$rank\, U_{\text{вых}} = 2 = n$$

— следовательно, система полностью управляема по выходу $y(t)$.

$$U_{\text{вых}} = [C_z U \quad D_z]$$

— матрица управляемости по выходу

$$U_{\text{вых}} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 & 9 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$rank\ U_{\text{вых}} = 2 = n$$

$-$ следовательно, система полностью управляема по виртуальному (регулируемому) выходу $z(t)$.

Передаточные матрицы

Определим передаточные матрицы многоканальной системы:

$$W_{u\to y}(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$W_{u\to y}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-s-1}{s^2-2s+3} - 4 & \frac{2s-4}{s^2-2s+3} \\ \frac{s-8}{s^2-2s+3} & \frac{7s-5}{s^2-2s+3} + 1 \end{bmatrix}$$

$$W_{u\to z}(s) = C_z(sI - A)^{-1}B + D_z$$

$$W_{u\to z}(s) = \begin{bmatrix} \frac{2s-7}{s^2-2s+3} + 3 & \frac{5s-1}{s^2-2s+3} \\ \frac{3(s-1)}{s^2-2s+3} & \frac{6}{s^2-2s+3} + 1 \end{bmatrix}$$

Проверка на вырожденность:

$$\det(W_{u\to y}(s)) = -\frac{4s^2+21s+2}{s^2-2s+3} \neq 0$$

$$\det(W_{u\to z}(s)) = \frac{3s^2-4s+5}{s^2-2s+3} \neq 0$$

Матрицы и начальные условия генератора внешнего воздействия

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases} \qquad w(0)$$

Так как наши внешние воздействия равны:

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} sin(9t) \\ 2cos(6t) \end{bmatrix} \quad f_2(t) = \begin{bmatrix} 8\,cos(6t) \\ 2sin(9t) \end{bmatrix} \quad g(t) = \begin{bmatrix} 3\,sin(4t) \\ 8cos(4t) \end{bmatrix}$$

где частоты равны 4, 6, 9, то составим вектор состояния:

$$w(t) = \begin{bmatrix} sin(4t) \\ \cos(4t) \\ sin(6t) \\ cos(6t) \\ sin(9t) \\ cos(9t) \end{bmatrix}$$

Тогда:

$$g(t) = \begin{bmatrix} 3\,sin(4t) \\ 8\cos(4t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} w \to$$

$$\to Y_g = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} sin(9t) \\ 2\cos(6t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} w \to$$

$$\to Y_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_2(t) = \begin{bmatrix} 8\,cos(6t) \\ 2\sin(9t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} w \to$$

$$\to Y_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица внешних воздействий Γ_w будет выглядеть так:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & 0 \end{bmatrix}$$

Вектор начальных условий:

$$w(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Схема моделирования

Построим схему моделирования системы (2), замкнутой регулятором:

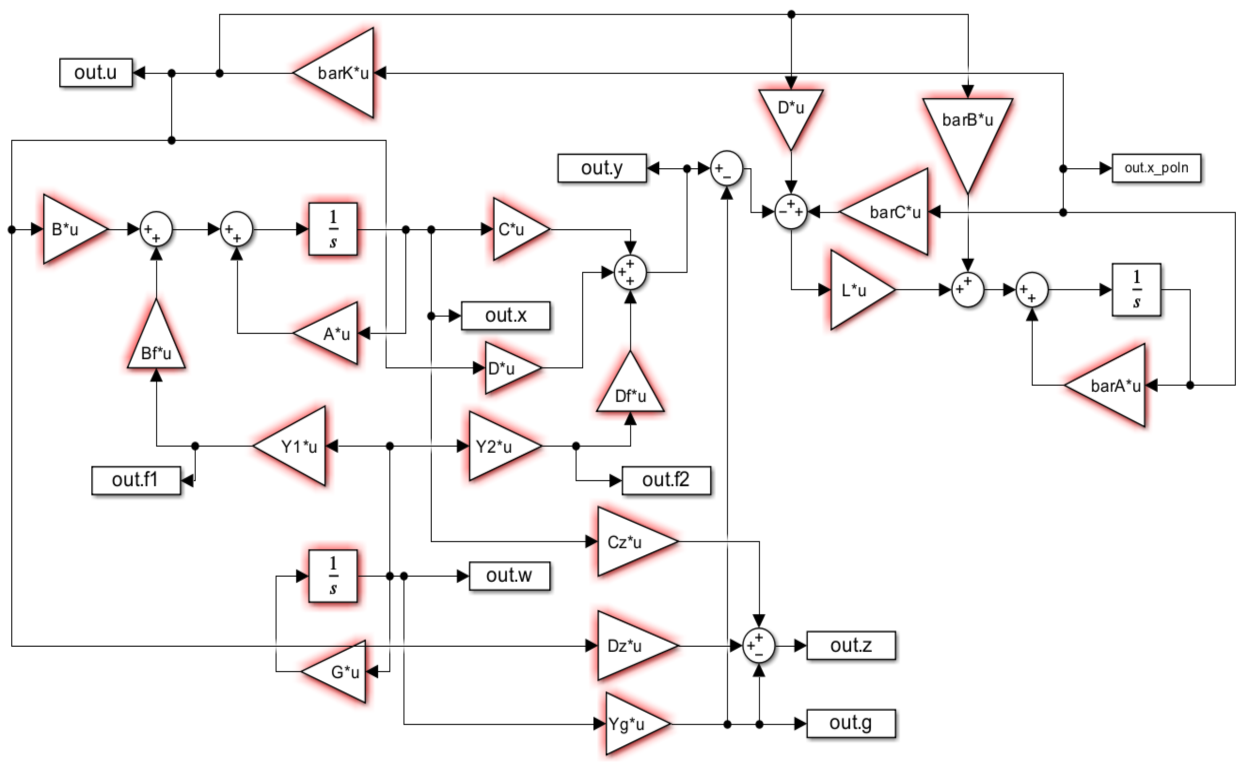

Рис. 15. Схема моделирования системы

«Feedback»-компонента K

Зададимся эталонной моделью замкнутой системы на основании требований:

$$4 < |Re(\lambda_i^*)| < 6$$

$$0 \leq |Im(\lambda_i^*)| < 3$$

Возьмём корни $5 \pm i$ и составим матрицу Г и Y:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Для синтеза компоненты K при помощи матричных уравнений типа Сильвестра проверим условия существования единственного невырожденного решения:

Известные нам ранее условия:

1) $\sigma(A) \cap \sigma(\Gamma) = \varnothing$;
2) $(A, B) -$ управляема;
3) $(Y, \Gamma) -$ наблюдаема

Особенности для многоканальной системы:

4) Ранг матрицы $BY -$ единичный
5) Произведение матриц BY декомпозируемо на произведение векторов $BY = bh$, для которых выполняется условие полной управляемости (A, b) и полной наблюдаемости (h, Γ).

Проверим:

1) $\sigma(A) = 1 \pm \sqrt{2}i \neq \sigma(\Gamma) = 5 \pm i$
2) $(A, B) -$ управляема, как определили ранее
3) $V = \begin{bmatrix} Y \\ YG \end{bmatrix} -$ матрица наблюдаемости

$$rank\ V = 2 = n$$

$$\rightarrow (Y, \Gamma) - \text{наблюдаема}$$

4) $rank\ (BY) = rank \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = 1$

5)

$$BY = bh$$

$$bh = \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix} * [h1\ \ h2] = \begin{bmatrix} b1h1 & b1h2 \\ b2h1 & b2h2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b1 = \frac{2}{3}, \qquad h1 = h2 = 3, \qquad b2 = 1$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad h = [3 \quad 3], \qquad bh = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = BY$$

Далее,

$$rank\ [b\ Ab] = 2 = n - \text{полностью управляема}$$

$$rank \begin{bmatrix} h \\ hG \end{bmatrix} = 2 = n - \text{полностью наблюдаема}$$

Так как все условия выполнены, найдётся единственное решение:

$$\begin{cases} AP - P\Gamma = BY \\ K = -YP^{-1} \end{cases}$$

Получим:

$$K = \begin{bmatrix} -15.33 & 6.22 \\ -15.33 & 6.22 \end{bmatrix}$$

Компонента K_w

Составить систему матричных уравнений Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} AP + BK + Y_1 = P\Gamma \\ CP + DK + Y_2 = 0 \end{cases}$$

Проверим условия существования решения системы уравнений:

1) Множество нулей системы $W(s)$ не пересекается со спектром Γ;

2) Система $W(s)$ полностью управляема по выходу;

3) Количество входов равно или больше количества выходов системы;

4) Если количество входов равно количеству выходов, то система $W(s)$ должна быть невырожденной

Проверим:

1) $\left\{\frac{2}{3} \pm \sqrt{2}i, 0.2, 1, 1 \pm 2\sqrt{2}i\right\} \neq \sigma(\Gamma) = \{\pm 4i, \pm 6i, \pm 9i\}$

2) Система $W(s)$ полностью управляема по выходу

$$rank\begin{bmatrix} (A+BK) - \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} & B \\ (C+DK) & D \end{bmatrix} = 4 = n + p \rightarrow n = 2$$

$$rank\begin{bmatrix} (A+BK) - \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} & B \\ (C+DK) & D \end{bmatrix} = 4 = n + p \rightarrow n = 2$$

$$rank\begin{bmatrix} (A+BK) - \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ -9 & 0 \end{bmatrix} & B \\ (C+DK) & D \end{bmatrix} = 4 = n + p \rightarrow n = 2$$

3) 4) В нашем случае количество входов равно количеству выходов (2) и

$$det(W(s)) = -\frac{4s^2 + 21s + 2}{s^2 - 2s + 3} \neq 0$$

Получаем, что все условия выполнены и мы можем синтезировать K_w:

$$K_w = \begin{bmatrix} -11.67 & -3.04 & 6.97 & -1.91 & -0.31 & -1.62 \\ -8.68 & 4.87 & 5.83 & -1.33 & -0.22 & -1.37 \end{bmatrix} =$$

Наблюдатель

Синтезируем наблюдатель полного порядка, расширив систему, включив в вектор x состояния внешних воздействий.

$$x_f = \begin{bmatrix} w \\ x \end{bmatrix}, \qquad \bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_w & 0 \\ B_f Y_1 & A \end{bmatrix}, \qquad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}, \qquad \bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_2 - Y_g & C \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \bar{A} x_f + \bar{B} u \\ y_f = y - g = \bar{C} x_f + D u \end{cases}$$

Решим матричное ур-ние Риккати и получим:

$$L = \begin{bmatrix} 0.86 & -0.61 \\ 0.18 & 0.93 \\ 0.55 & 1.22 \\ 0.42 & -0.19 \\ 1.08 & -0.19 \\ 0.88 & 0.16 \\ 1.22 & -0.68 \\ -2.19 & -4.16 \end{bmatrix}$$

Моделирование замкнутой системы

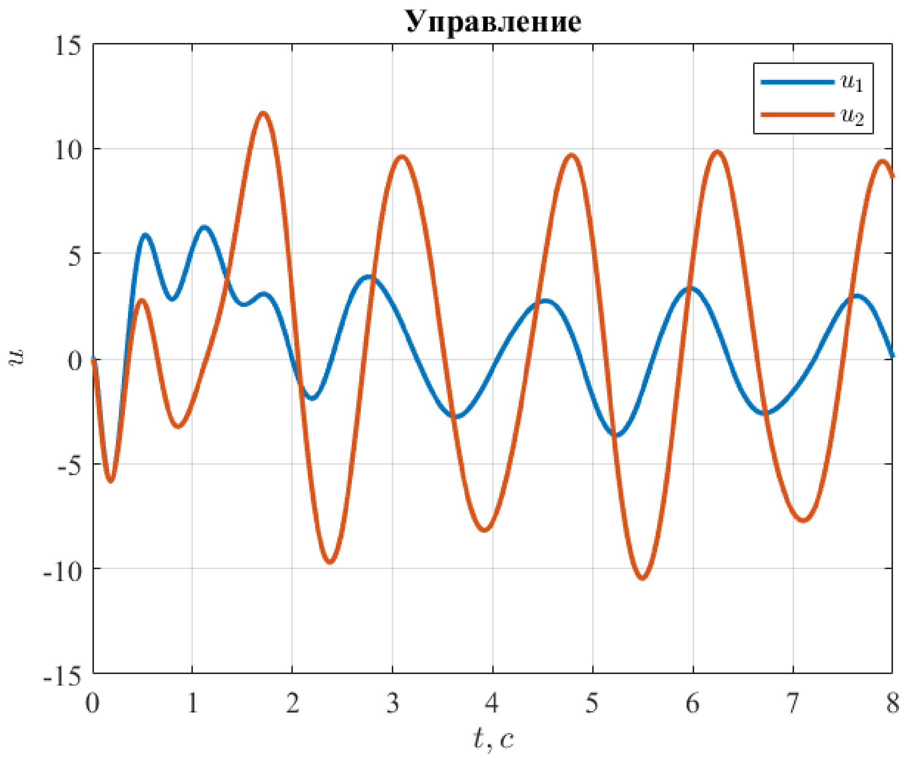

Рис. 16. График управления $u(t)$

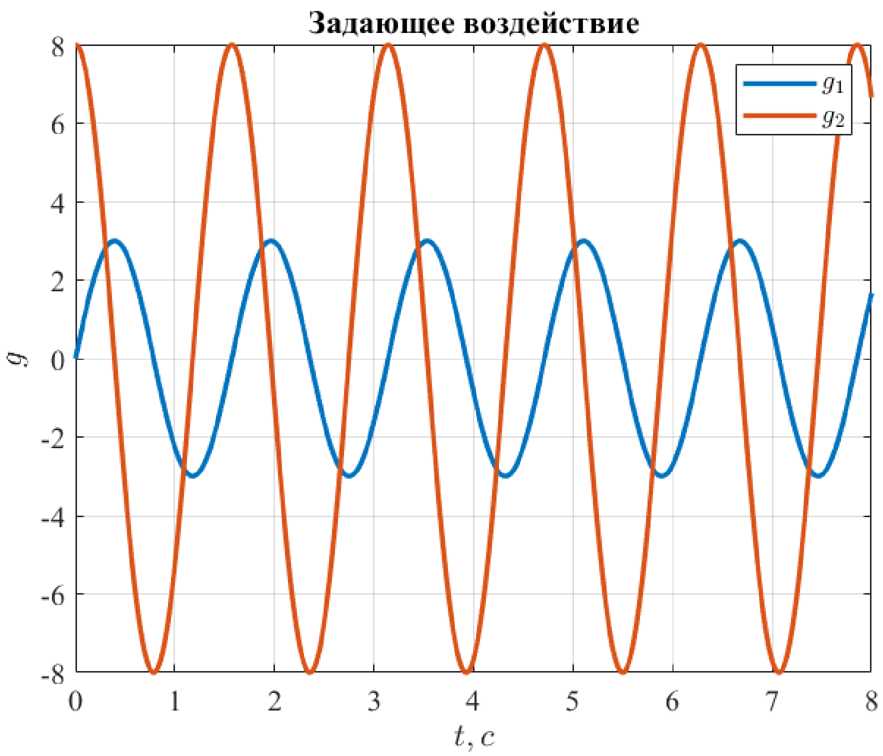

Рис. 17. Задающее управление $g(t)$

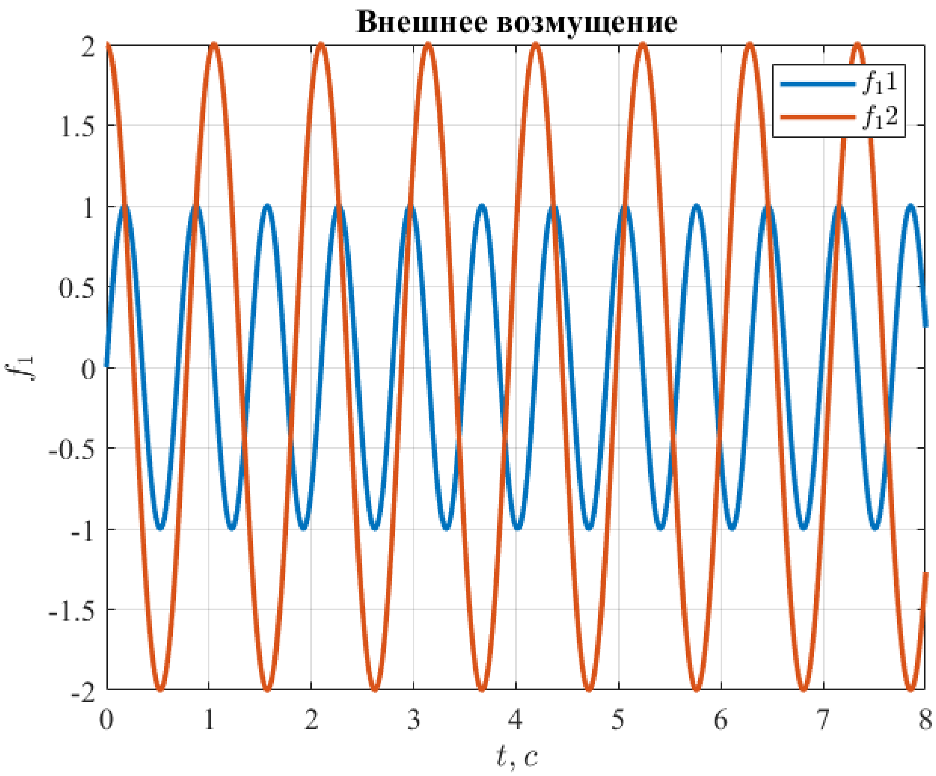

Рис. 18. Внешнее возмущение $f_1(t)$

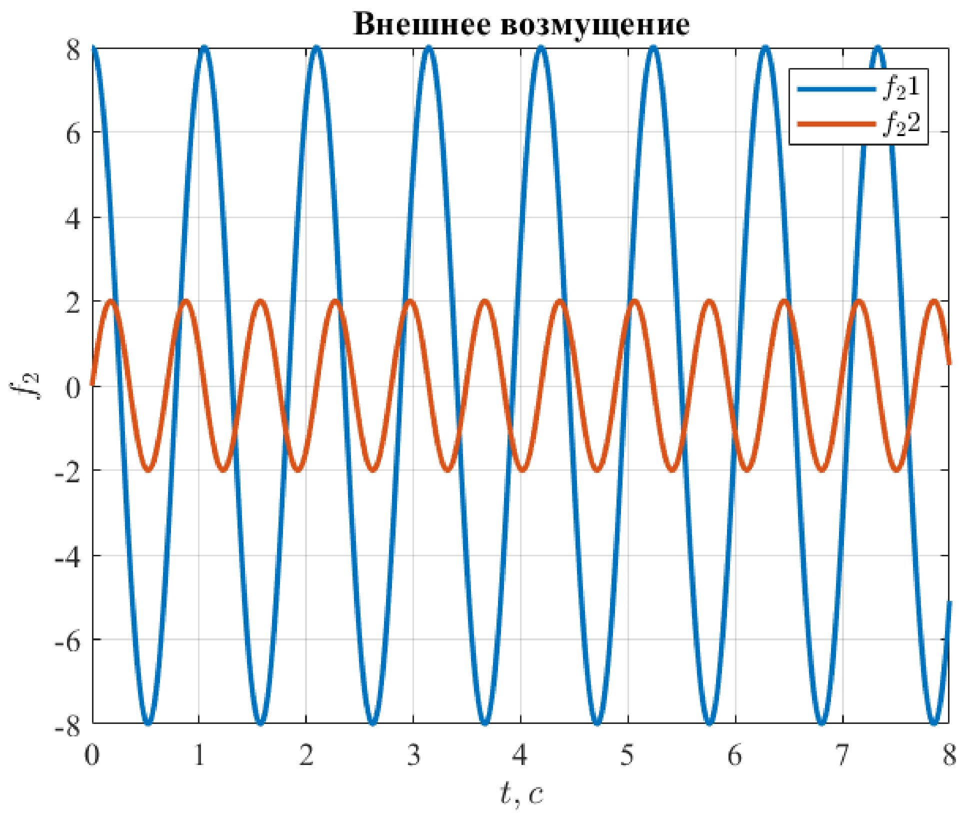

Рис. 19. Внешнее возмущение $f_2(t)$

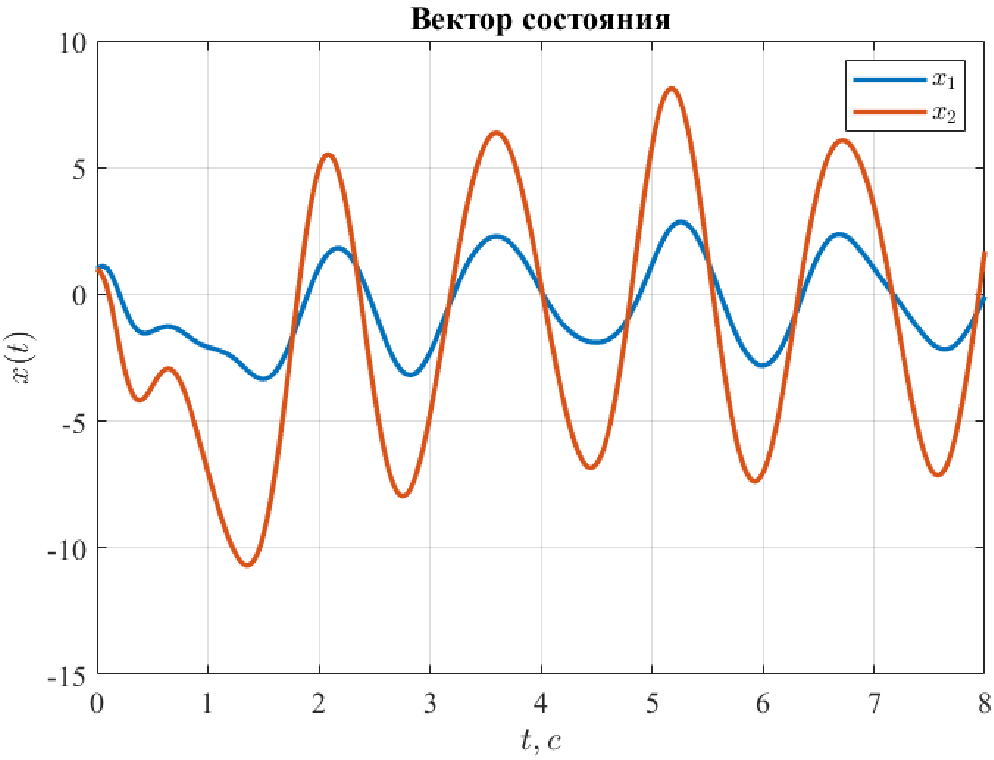

Рис. 20. Состояние системы $x(t)$

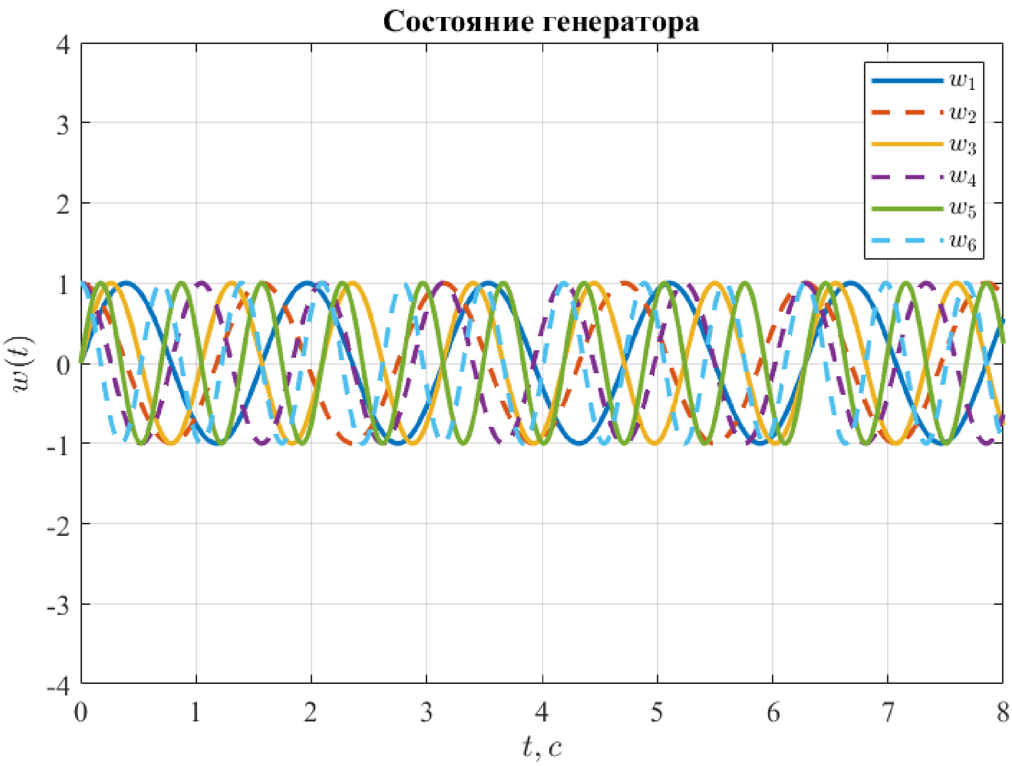

Рис. 21. Состояние генератора $w(t)$

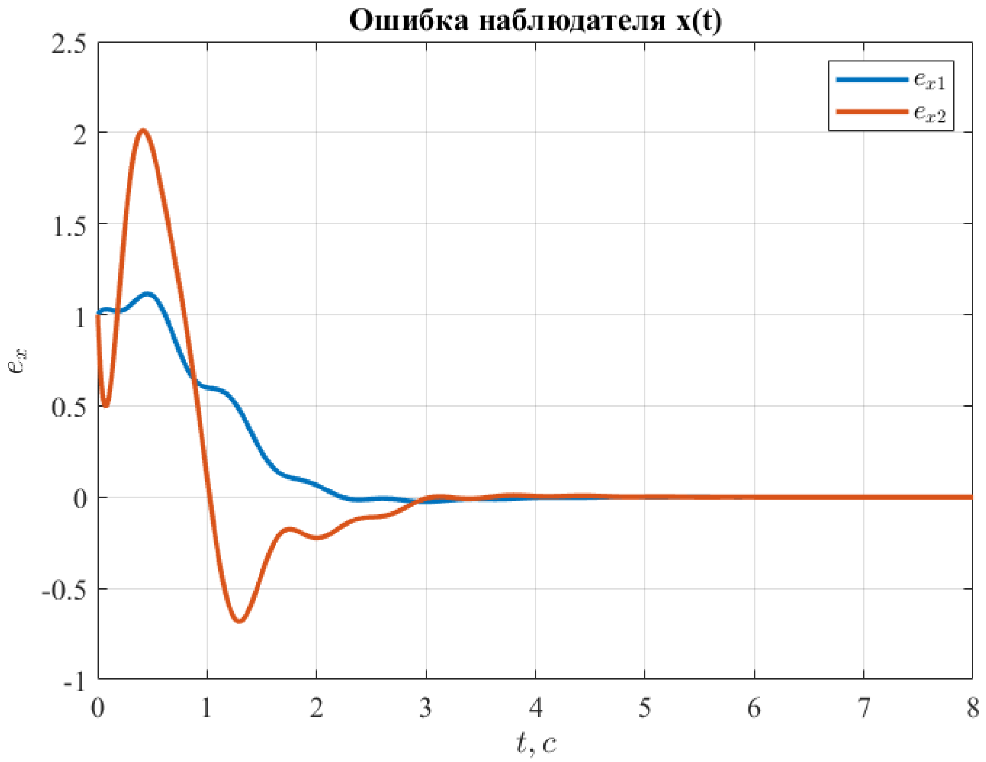

Рис. 22. Ошибка наблюдателя вектора состояния

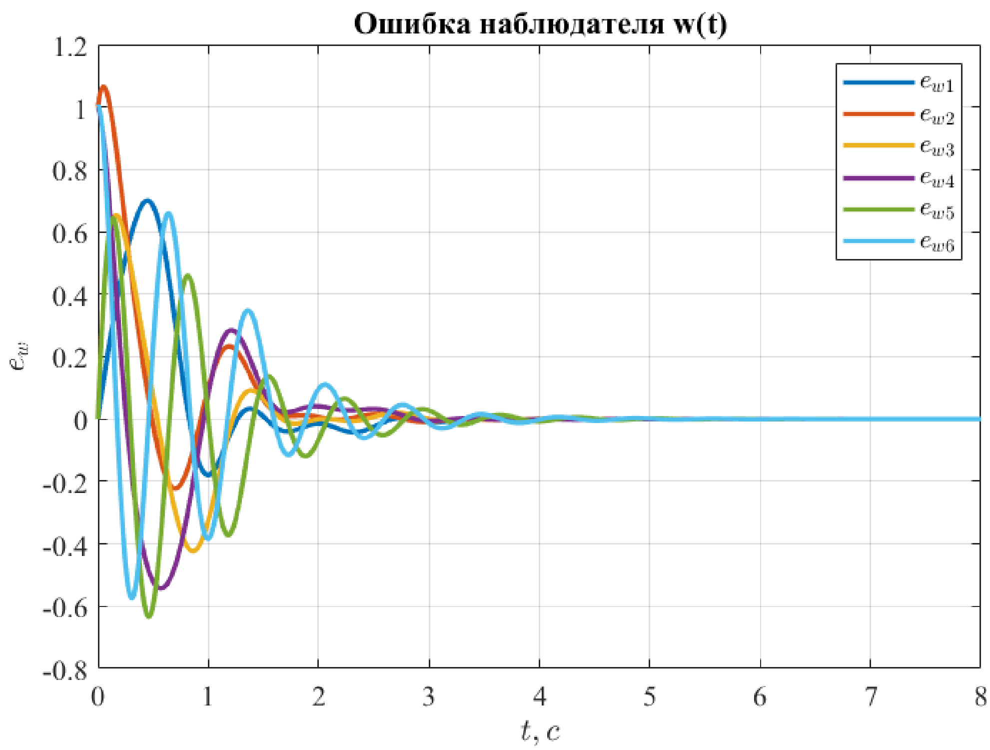

Рис. 23. Ошибка наблюдателя вектора состояния генератора

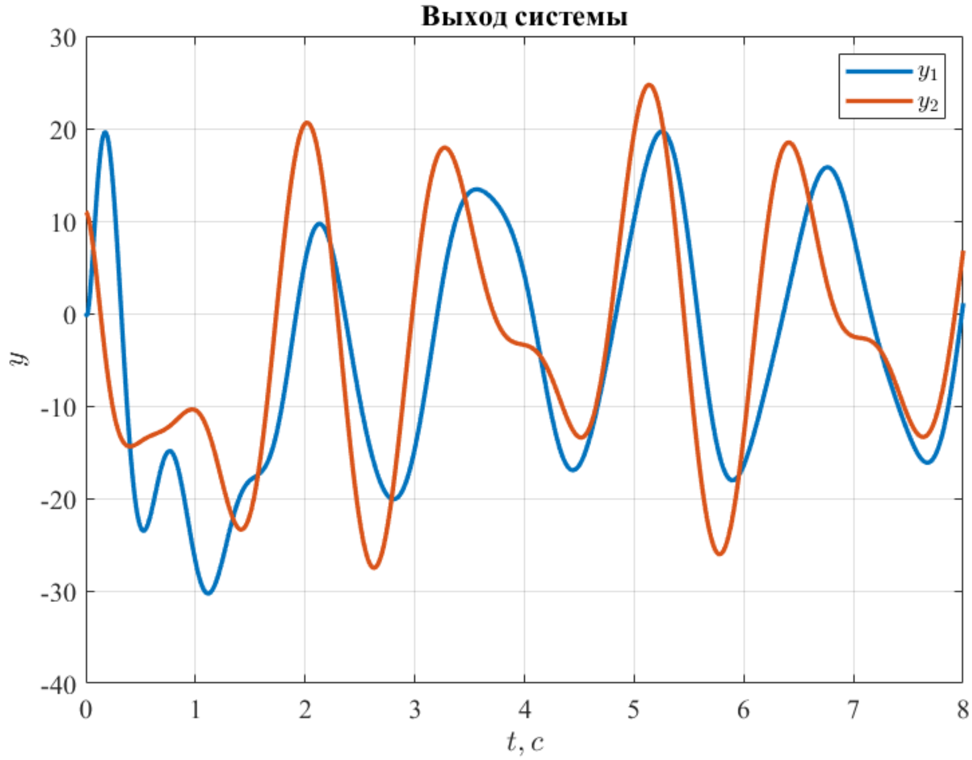

Рис. 24. Выход системы

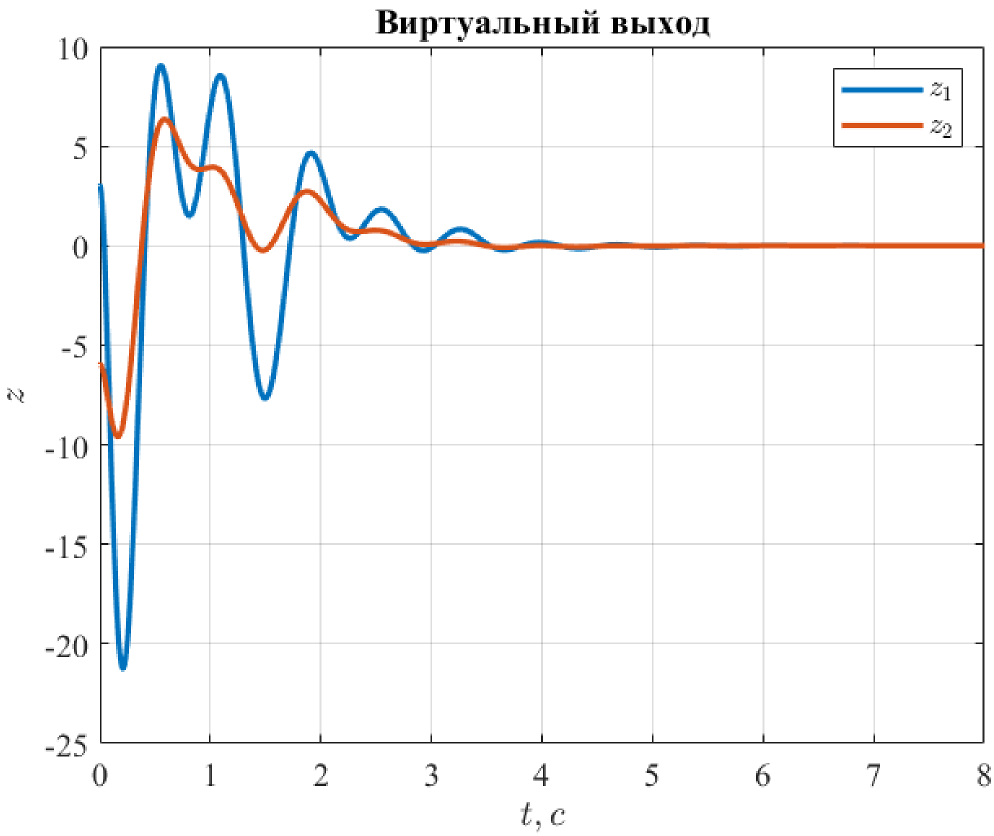

Рис. 25. Виртуальный выход системы

Вывод: Как можно видеть наша система справилась с выполнением целевого условия и свела виртуальный выход к нулю. Для этого нам потребовалось построить расширенный наблюдатель, включающий вектор состояния генератора системы. Как итог синтезировали регулятор $u = K\hat{x} + K_w\widehat{w}$, выполняющий функции слежения + компенсации.

Выводы:

В данной лабораторной работе были подробно исследованы многоканальные системы. Был проведён анализ свойств данной системы, а также синтез регулятора в условиях внешних возмущений, в результате чего было найдено решение, обеспечивающее выполнение целевого условия $\lim_{t \to \infty} z(t) = 0$.

Приложение

Вариант	ОУ	Генераторы
1	№ 1	№ 6
2	№ 2	№ 7
3	№ 3	№ 8
4	№ 4	№ 9
5	№ 5	№ 10
6	№ 1	№ 11
7	№ 2	№ 12
8	№ 3	№ 13
9	№ 4	№ 14

Таблица 1: Распределение Заданий по Вариантам

№	A	B	C	D	B_f	D_f	C_Z	D_z
1	$\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 2\\1 & 4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & -1\\1 & -4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 2\\-2 & 4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3 & 1\\-2 & 4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 2\\-3 & 3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & 1\\3 & -2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-2 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 2\\-1 & 3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}4 & 2\\-1 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix}0 & 1\\-2 & 3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & 2\\1 & -4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-1 & 1\\4 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 2\\1 & -4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & -2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix}0 & 1\\-3 & 2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-1 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}-4 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2 & 1\\3 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

Таблица 2: Исходные данные для Заданий (объект)

№	$f_1(t)$	$f_2(t)$	$g(t)$
9	$\begin{bmatrix} 3\cos(t) \\ 11\sin(3t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sin(3t) \\ 8\cos(t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3\cos(6t) \\ \sin(6t) \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 6\sin(5t) \\ 3\cos(4t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7\cos(4t) \\ 11\sin(5t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6\sin(5t) \\ 7\cos(5t) \end{bmatrix}$
11	$\begin{bmatrix} 7\cos(7t) \\ 3\sin(t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5\sin(3t) \\ 3\cos(7t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2\cos(2t) \\ 3\sin(2t) \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 4\sin(8t) \\ 5\cos(6t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2\cos(6t) \\ 3\sin(8t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2\sin(t) \\ 5\cos(t) \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} 5\cos(6t) \\ 5\sin(2t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6\sin(2t) \\ 4\cos(6t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5\cos(3t) \\ \sin(3t) \end{bmatrix}$
14	$\begin{bmatrix} \sin(9t) \\ 2\cos(6t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8\cos(6t) \\ 2\sin(9t) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3\sin(4t) \\ 8\cos(4t) \end{bmatrix}$

Таблица 3: Исходные данные для Заданий (генераторы)

Вариант	Желаемые параметры замкнутой системы
1	$1 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 2$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 8$
2	$2 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 3$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 7$
3	$3 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 4$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 6$
4	$4 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 5$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 5$
5	$5 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 6$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 4$
6	$1 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 3$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 3$
7	$2 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 4$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 2$
8	$3 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 5$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 1$
9	$4 < \|Re(\lambda_i^*)\| < 6$ $0 \leq \|Im(\lambda_i^*)\| < 3$

Таблица 4: Требования к спектрам замкнутых систем